Изучение процесса $e^+e^- \to \eta\pi^+\pi^-$, $\eta \to \gamma\gamma$ с детектором КМД-3

Сергей Грибанов

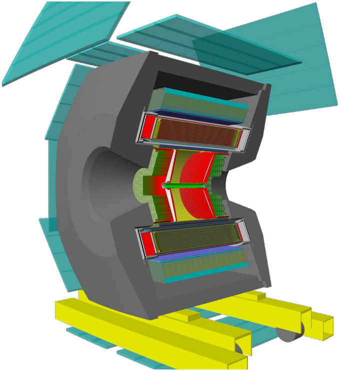
ИЯФ СО РАН

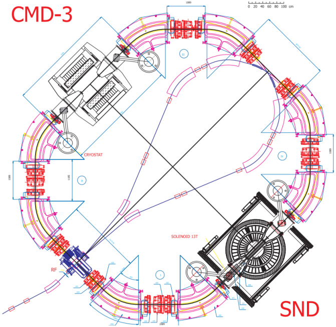
S.S.Gribanov@inp.nsk.su

5 июля 2019 г.

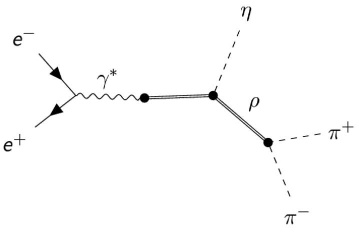
Введение

Изучался процесс $e^+e^- \to \eta\pi^+\pi^-$ в канале $\eta \to \gamma\gamma$. Использовалась статистика 2011, 2012 и 2017 сезонов, набранная с детектором КМД-3. Сечение процесса $e^+e^- \to \eta\pi^+\pi^-$ измерялось в диапазоне энергий $\sqrt{s} = 1.1$-2.0 ГэВ. Интегральная светимость используемых в анализе данных составила 78.3 пб$^{-1}$.





Процесс $e^+e^- \to \eta\pi^+\pi^-$



Цели работы

- измерение борновского сечения процесса $e^+e^- \to \eta\pi^+\pi^-$,
- спектроскопия векторных мезонов ρ' и ρ'',
- проверка гипотезы о сохраняющемся векторном токе (расчет бранчинга распада $\tau^- \to \eta\pi^-\pi^0\nu_\tau$)

Моделирование

- гипотеза $\eta\rho$, матричный элемент:

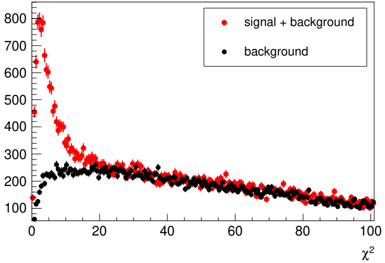
$$M_{fi} \propto \frac{1}{D(Q_{\pi^+\pi^-})} \varepsilon_{\alpha\beta\gamma\delta} J^\alpha P^\beta_{\pi^+} P^\gamma_{\pi^-} P^\delta_\eta, \tag{1}$$

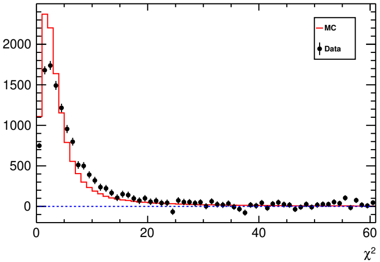
- моделирование с учетом ISR.

Отбор событий

- Две заряженные частицы, летящие из области взаимодействия пучков.
- По крайней мере два фотона с энергиями больше чем 50 МэВ для подавления фоновых процессов с низкоэнергетичными фотонами. Кроме того, фотоны, пролетающие через ближайшие к оси пучков кристаллы торцевого калориметра BGO не принимаются во внимание.
- Для двух отбранных треков и каждой пары отобранных фотонов выполняется процедура кинематической реконструкции в гипотезе $e^+e^- \to \pi^+\pi^-\gamma\gamma$ с требованиями сохранения энергии-импульса и вылета всех частиц из одной вершины. Далее пара фотонов, отвечающая наименьшему χ^2 кинематической реконструкции, рассматривается в качестве кандидатов на фотоны из распада $\eta \to \gamma\gamma$. На χ^2 кинематической реконструкции ставится отбор $\chi^2 < 30$.

χ^2 кинематической реконструкции





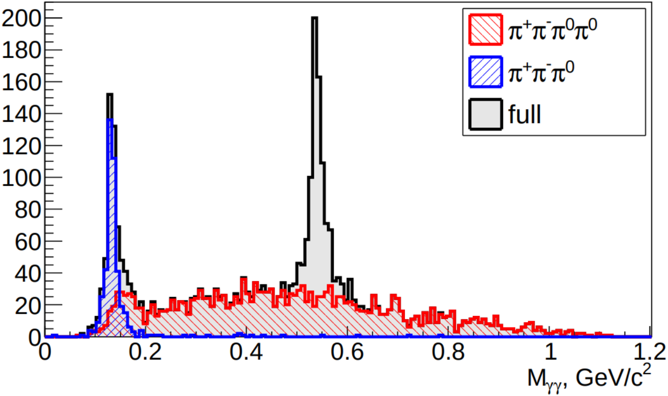
На рис. слева красными точками — распределение по χ^2 кинематической реконструкции в сигнальной области (500-600 МэВ в спектре масс двух фотонов), черными точками — распределение по χ^2 кинематической реконструкции в sideband областях.

На рис. справа — распределение по χ^2 кинематической реконструкции в эксперименте и моделировании. Фон вычтен с использованием sideband областей в спектре масс двух фотонов.

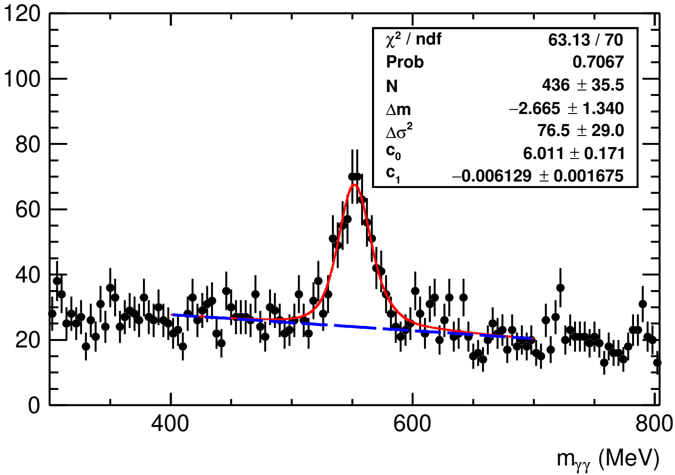
Определение числа событий $e^+e^- \to \eta\pi^+\pi^-$

Число событий процесса $e^+e^- \to \eta\pi^+\pi^-$ определяется путем подгонки спектра масс двух фотонов. Подгоночная фунция содержит два вклада: сигнал и фон.
В качестве сигнала используется спектр масс двух фотонов из моделирования процесса $e^+e^- \to \eta\pi^+\pi^-$. Кроме того, при подгонке спетра масс двух фотонов в эксперименте учитывается "размазка" и сдвиг сигнала как целого.
Из спектров масс двух фотонов для событий из мультиадронного моделирования (генератор MHG2000, А. Коробов) для фоновых процессов видно, что после наложения всех критериев отбора остаются только события процесса $e^+e^- \to \pi^+\pi^-\pi^0\pi^0$. Эти спектры масс в области η-мезона хорошо описываются полиномом первой степени. Поэтому в качестве вклада фона в подгоночной функции используется прямая.

Спектр масс двух фотонов для событий мултиадронного моделирования, $\sqrt{s} = 1.5$ ГэВ

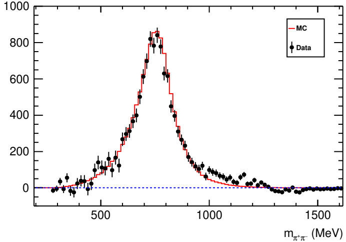


Спектр масс двух фотонов для событий эксперимента, $\sqrt{s} = 1.5$ ГэВ

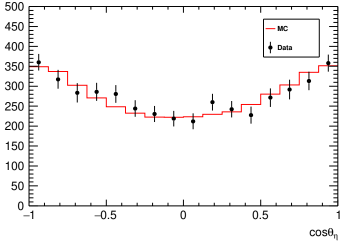


Внутренняя структура $\eta\pi^+\pi^-$

Спектр масс $\pi^+\pi^-$. Фон вычтен с использованием sideband областей в спектре масс двух фотонов. Гистограмма соответствует диапазону энергий $\sqrt{s}$ = 1.3-1.8 ГэВ. Гистограммы из моделирования $e^+e^- \to \eta\pi^+\pi^-$ объединены с весами σL.



Распределение косинуса полярного угла η-мезона. Фон вычтен с использованием sideband областей в спектре масс двух фотонов. Гистограмма соответствует диапазону энергий $\sqrt{s}$ = 1.3-1.8 ГэВ. Гистограммы из моделирования $e^+e^- \to \eta\pi^+\pi^-$ объединены с весами σL.

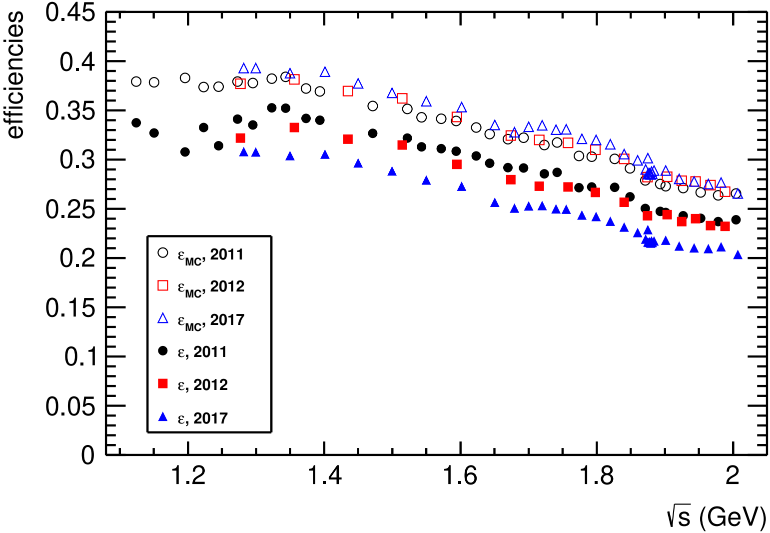


Эффективность регистрации событий процесса $e^+e^- \to \eta\pi^+\pi^-$ расчитываласть по следующей формуле:

$$\varepsilon = \varepsilon_{\mathrm{MC}}(1+\delta_{\mathrm{trigg}})(1+\delta_{\chi^2})(1+\delta_{\pi})(1+\delta_{\gamma}), \qquad (2)$$

где $\varepsilon_{\mathrm{MC}}$ — эффективность реконструкции событий из моделирования процесса $e^+e^- \to \eta\pi^+\pi^-$, δ_{trigg} — поправка на эффективность реконструкции триггера, δ_{χ^2} — поправка на критерий отбора по χ^2 кинематической реконструкции, δ_{π} — поправка к эффективности реконструкции заряженных пионов, δ_{γ} — поправка к эффективности реконструкции фотонов.

Эффективности регистрации событий $e^+e^- \to \eta\pi^+\pi^-$ в различных сезонах



Поправка на эффективность триггера расчитывалась по следующей формуле:

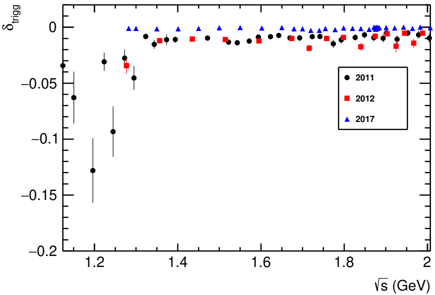
$$1 + \delta_{\mathrm{trigg}} = 1 - (1 - \varepsilon_{\mathrm{C}})(1 - \varepsilon_{\mathrm{N}}), \quad (3)$$

где ε_{C} и ε_{N} — эффективности заряженного и нейтрального триггеров соответственно. Эффективности ε_{C} и ε_{N} расчитывались по формулам:

$$\varepsilon_{\mathrm{C}} = \frac{\mathrm{N}_{\mathrm{CN}}}{\mathrm{N}_{\mathrm{CN}} + \mathrm{N}_{\mathrm{N}}}, \quad (4)$$

$$\varepsilon_{\mathrm{N}} = \frac{\mathrm{N}_{\mathrm{CN}}}{\mathrm{N}_{\mathrm{CN}} + \mathrm{N}_{\mathrm{C}}}, \quad (5)$$

где N_{CN} — количество одновременных срабатываний заряженного и нейтрального триггеров, N_{N} — количество срабатываний только нейтрального триггера, N_{C} — количество срабатываний только заряженного триггера.



Характерные величины поправок при энергии $\sqrt{s} > 1.35$ ГэВ: $2011 : (-0.9 \pm 0.1)\%$, $2012 : (-1.0 \pm 0.1)\%$, $(-0.58 \pm 0.06)‰$.

Поправка к эффективности реконструкции заряженных пионов расчитывалась по следующей формуле:

$$1+\delta_\pi = \sum \left(N^{\mathrm{data}}_{\pi^+}(\theta_{\pi^+})/N^{\mathrm{MC}}_{\pi^+}(\theta_{\pi^+})\right)\left(N^{\mathrm{data}}_{\pi^-}(\theta_{\pi^-})/N^{\mathrm{MC}}_{\pi^-}(\theta_{\pi^-})\right)/N_{\mathrm{MC}}, \tag{6}$$

где сумма ведется по всем событиям из моделирования $e^+e^- \to \eta\pi^+\pi^-$. В этой формуле N_{MC} — число событий в моделировании $e^+e^- \to \eta\pi^+\pi^-$, $N^{\mathrm{data}}_{\pi^\pm}(\theta_{\pi^\pm})/N^{\mathrm{MC}}_{\pi^\pm}(\theta_{\pi^\pm})$ — по смыслу гистограмма отношения эффективностей реконструкции заряженного пиона в эксперименте и моделировании.

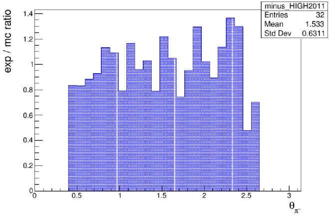
Отношение эффективностей реконструкции треков в эксперименте и моделировании

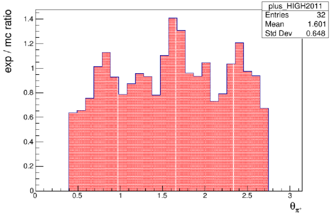
Отношение $N^{\mathrm{data}}_{\pi^\pm}(\theta_{\pi^\pm})/N^{\mathrm{MC}}_{\pi^\pm}(\theta_{\pi^\pm})$ расчитывалось следующим образом.

- Выбирались события, где хотябы один трек летит в барельную часть калориметра. Для второго трека строилось распределение полярного угла (отдельно для положительных и отрицательных частиц).
- Такие распределения строились отдельно для каждой точки по энергии в эксперименте и моделировании.
- Затем распределения, полученные для разных точек, в каждом отдельном сезоне объединялись. При этом распределения для моделирования объединялись с весами σL.
- В каждом сезоне строилось отношение углового распределения в эксперименте к угловому распределению в моделировании отдельно для положительных и отрицательных частиц.
- Так как эффективность реконструкции треков, летящих в баррельную часть калариметра близка к 100% (В работе $e^+e^- \to K^+K^-$ — 99%), то отношение $N^{\mathrm{data}}_{\pi^\pm}(\theta_{\pi^\pm})/N^{\mathrm{MC}}_{\pi^\pm}(\theta_{\pi^\pm})$ можно использовать в качестве оценки отношения эффективностей реконструкции треков в эксперименте и моделировании.

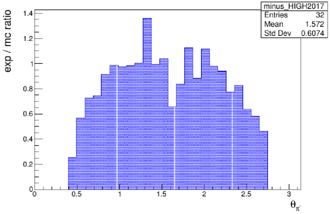
Отношения эффективностей реконструкции треков в эксперименте и моделировании

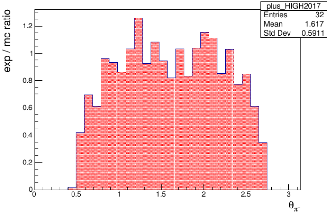
Сезон 2011:



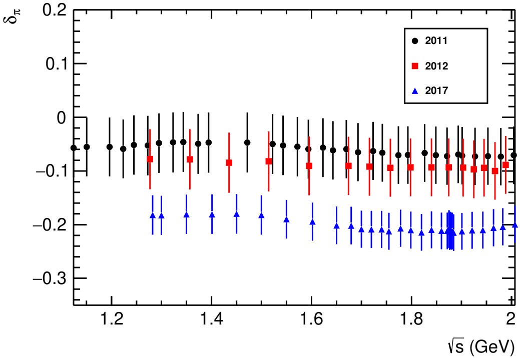


Сезон 2017:



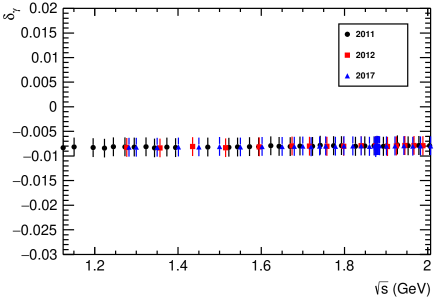


Поправка к эффективности реконструкции заряженных пионов



Характерные величины поправки в различных сезонах: 2011 г. — $(-6 \pm 6)\%$, 2012 г. — $(-9 \pm 6)\%$, 2017 г. — $(-20 \pm 4)\%$.

Поправка к эффективности реконструкции фотонов



Поправка к эффективности реконструкции фотонов расчитывалась по следующей формуле:

$$1 + \delta_\gamma = \sum \left(\varepsilon_\gamma^{\mathrm{data}}(\theta_{\gamma_1})/\varepsilon_\gamma^{\mathrm{MC}}(\theta_{\gamma_1})\right)\left(\varepsilon_\gamma^{\mathrm{data}}(\theta_{\gamma_2})/\varepsilon_\gamma^{\mathrm{MC}}(\theta_{\gamma_2})\right)/N_{\mathrm{MC}}, \qquad (7)$$

где сумма бралась по всем событиям из моделирования $e^+e^- \to \eta\pi^+\pi^-$. В этой формуле $\varepsilon_\gamma^{\mathrm{data}}(\theta_\gamma)/\varepsilon_\gamma^{\mathrm{MC}}(\theta_\gamma)$ — отношение эффективностей реконструкции фотонов в эксперименте и моделировании. Это отношение было получено Г. Разуваевым по событиям процесса $e^+e^- \to \pi^+\pi^-\pi^0$. Характерная величина поправки для всех сезонов — $(0.8 \pm 0.2)\%$.

Поправка на критерий отбора по χ^2 кинематической реконструкции

Поправка на критерий отбора по χ^2 кинематической реконструкции расчитываласть по следующей формуле:

$$\delta_{\chi^2} = 1 - (1 + \Delta N/N)_{\mathrm{data}}/(1 + \Delta N/N)_{\mathrm{MC}}, \quad (8)$$

где N — число событий $e^+e^- \to \eta\pi^+\pi^-$ при $\chi^2 < 30$, ΔN — число событий $e^+e^- \to \eta\pi^+\pi^-$ при $30 \leq \chi^2 < 50$. При этом накладывался дополнительный критерий отбора $N_\gamma = 2$, где N_γ — число фотонов в событии. Величина поправок в различных сезонах: 2011 г. — $(-1.6 \pm 0.7)\%$, 2012 г. — $(-3.4 \pm 1.1)\%$, 2017 г. — $(-3.3 \pm 0.8)\%$.

Видимое сечение расчитывалось по формуле:

$$\sigma_{\rm vis} = \frac{N}{L_{\rm int}}. \tag{9}$$

Связь между борновским и видимым сечением:

$$\sigma_{\rm vis}(s) = \int\limits_0^{x_0} dx\ \sigma_{\rm B}(s(1-x))\varepsilon(x,s)F(x,s), \tag{10}$$

$$x_0 = 1 - (2m_\pi + m_\eta)^2/s.$$

Эффективность для событий моделирования:

$$\varepsilon_{\rm MC}(s) = \frac{\int\limits_0^{x_0} dx\ \sigma_{\rm B}(s(1-x))\varepsilon(x,s)F(x,s)}{\int\limits_0^{x_0} dx\ \sigma_{\rm B}(s(1-x))F(x,s)}. \tag{11}$$

Отсюда следует, что

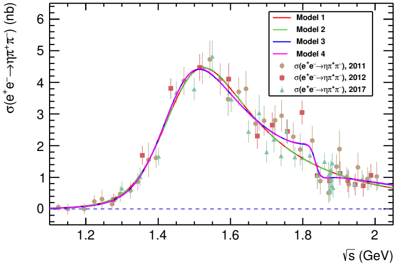
$$\sigma_{\rm vis}(s) = \varepsilon(s)\int\limits_0^{x_0} dx\ \sigma_{\rm B}(s(1-x))F(x,s). \tag{12}$$

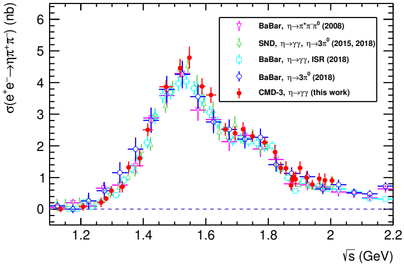
Последнее интегральное уравнение (12) можно свести к СЛАУ следующим образом.

- Интерполируем неизвестное борновское сечение сплайном первой степени, при этом включаем пороговую точку с борновским сечением равным нулю.
- Берем интеграл из формулы (12), используя интерполяцию борновского сечения.
- Получаем СЛАУ на неизвестное борновское сечение в точках:

$$\vec{\sigma}_{\mathrm{vis}} = \mathcal{A}\vec{\sigma}_{\mathrm{B}}, \qquad (13)$$

где $\vec{\sigma}_{\mathrm{vis}}$ и $\vec{\sigma}_{\mathrm{B}}$ — значения видимого и борновского сечения в точках.





Матрица ошибок борновского сечения

Обратная матрица ошибок (83×83) для борновского сечения расчитывалась по следующей формуле:

$$\mathcal{M} = \mathcal{A}^T \Lambda \mathcal{A}, \qquad (14)$$

где Λ — обратная матрица ошибок для видимого сечения. Матрица Λ является диагональной, так как значения видимого сечения в различных точках измерены независимо.
На рисунках предыдущего слайда для данных КМД-3 в качестве усов используются корни из диагональных элементов $\mathcal{M}^{-1}$.

Параметризация сечения в модели векторной доминантности

$$\sigma_B(s) = \frac{4\alpha^2}{3s\sqrt{s}} \mathcal{I}(s)|\mathcal{F}(s)|^2, \qquad (15)$$

$$\mathcal{I}(s) = \int\limits_{4m_\pi^2}^{\left(\sqrt{s}-m_\eta\right)^2} dq^2 \frac{\sqrt{q^2}\Gamma_{\rho(770)}(q^2) P_\eta^3(s,q^2)}{\left(q^2 - m_{\rho(770)}^2\right)^2 + \left(\sqrt{q^2}\Gamma_{\rho(770)}(q^2)\right)^2},$$

$$P_\eta^2 = \frac{\left(s - m_\eta^2 - q^2\right)^2 - 4m_\eta^2 q^2}{4s},$$

где $\mathcal{F}(s)$ — форм-фактор, отвечающий переходу $\gamma^* \to \eta\rho(770)$:

$$\mathcal{F}(s) = \sum_V \frac{m_V^2}{g_{V\gamma}} \frac{g_{V\rho\eta}}{s - m_V^2 + i\sqrt{s}\Gamma_V(s)}, \qquad (16)$$

$$V = \rho(770),\ \rho(1450),\ \rho(1700).$$

Далее будет использоваться обозначение $\frac{g_{V\rho\eta}}{g_{V\gamma}} = g_V e^{i\phi_V}$.

Используется следующая зависимость ширины $\rho(770)$ от энергии:

$$\Gamma_{\rho(770)}(q^2) = \Gamma_{\rho(770)}(m^2_{\rho(770)}) \frac{m^2_{\rho(770)}}{q^2} \left(\frac{p^2_\pi(q^2)}{p^2_\pi(m^2_{\rho(770)})} \right)^{\frac{3}{2}}, \quad (17)$$

где $p^2_\pi(q^2) = q^2/4 - m^2_\pi$. Для описания зависимости ширин векторных мезонов $\rho(1450)$ и $\rho(1700)$ от энергии используется следующая формула:

$$\Gamma_{\mathrm{V}'}(s) = \Gamma_{\mathrm{V}'\to\pi^+\pi^-}(s) C^2_{\mathrm{VPP}}(s) + \Gamma_{\mathrm{V}'\to\omega\pi^0}(s) C^2_{\mathrm{VVP}}(s) + \Gamma_{\mathrm{V}'\to 4\pi}(s) C^2_{4\pi}(s), \quad (18)$$

где V' — $\rho(1450)$ или $\rho(1700)$. Функции $C_{\mathrm{VPP}}(s)$, $C_{\mathrm{VVP}}(s)$ и $C_{4\pi}(s)$ в формуле (18) — барьерные факторы Блатта-Вайскопфа. Зависимость ширины распада $\mathrm{V}' \to \pi^+\pi^-$ от энергии задается формулой:

$$\Gamma_{\mathrm{V}'\to\pi^+\pi^-}(s) = \mathcal{B}(\mathrm{V}' \to \pi^+\pi^-)\Gamma_{\mathrm{V}'}(m^2_{\mathrm{V}'}) \frac{m^2_{\mathrm{V}'}}{s} \left(\frac{p^2_\pi(s)}{p^2_\pi(m^2_{\mathrm{V}'})} \right)^{\frac{3}{2}}. \quad (19)$$

Зависимость ширины распада $\mathrm{V}' \to \omega\pi^0$ задается следующей формулой:

$$\Gamma_{\mathrm{V}'\to\omega\pi^0}(s) = \mathcal{B}(\mathrm{V}' \to \omega\pi^0)\Gamma_{\mathrm{V}'}\left(\frac{p_\omega^2(s)}{p_\omega^2(m_{\mathrm{V}'}^2)}\right)^{\frac{3}{2}}, \tag{20}$$

где $p_\omega^2(s) = (s-(m_\omega+m_\pi)^2)(s-(m_\omega-m_\pi)^2)/(4s)$. Используется следующая оценка для зависимости ширины распада $\mathrm{V}' \to 4\pi$ от энергии:

$$\Gamma_{\mathrm{V}'\to 4\pi} = \mathcal{B}(\mathrm{V}' \to 4\pi)\Gamma_{\mathrm{V}'}\frac{\Phi_{4\pi}(s)}{\Phi_{4\pi}(m_{\mathrm{V}'}^2)}\sqrt{\frac{m_{\mathrm{V}'}^2}{s}}, \tag{21}$$

где $\Phi_{4\pi}$ — фазовый объем 4π.

Подгонка сечения

Во время подгонки борновского сечения масса и ширина $\rho(770)$ фиксированы на значениях из PDG. Коэффициент $g_{\rho(770)}$ тоже фиксирован:

$$g^2_{\rho(770)} = \frac{24}{\alpha} m^3_{\rho(770)} \frac{\Gamma(\rho \to \eta\gamma)}{\left(m^2_{\rho(770)} - m^2_\eta\right)^3}, \tag{22}$$

$$g_{\rho(770)} \approx 1.586 \ \mathrm{GeV}^{-1}.$$

Сечение подгоняется в двух моделях:

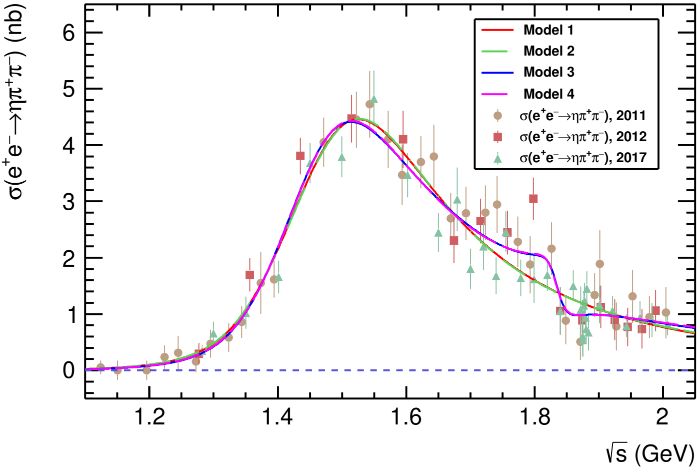
- формфактор $\mathcal{F}(s)$ содержит вклады $\rho(770)$ и $\rho(1450)$,
- формфактор $\mathcal{F}(s)$ содержит вклады $\rho(770)$, $\rho(1450)$ и $\rho(1700)$.

Фаза $\rho(770)$ фиксирована на нуле,относительные фазы $\rho(1450)$ и $\rho(1700)$ являются свободными параметрами.

Подгонка сечения

При многократной подгонке борновского сечения с варьированием начальных значений параметров было замечено, что имеется несколько локальных минимумов, таких что различные наборы параметров дают одну и ту же форму борновского сечения.
В случае, если форм-фактор $\mathcal{F}(s)$ содержит вклады $\rho(770)$ и $\rho(1450)$, имеется два таких локальных минимума, которые будут далее обозночаться "model 1" и "model 2".
В случе, если форм-фактор $\mathcal{F}(s)$ содержит вклады $\rho(770)$, $\rho(1450)$ и $\rho(1700)$, было обнаружено два локальных минимума (в случае, если ширина не зависит от энергии ожидается 4 локальных минимума). Эти локальные минимумы в дальнейшем будут обозначаться как "model 3" и "model 4".

Результаты подгонки



Параметры, извлеченные при подгонке борновского сечения. Параметры без ошибок фиксированы. Все приводимые ошибки являются статистическими.

Parameters	Model 1	Model 2	Model 3	Model 4
$g_{\rho(770)}$, GeV^{-1}	1.586	1.586	1.586	1.586
$g_{\rho(1450)}$, GeV^{-1}	0.39 ± 0.03	0.56 ± 0.02	0.35 ± 0.02	0.56 ± 0.03
$g_{\rho(1700)}$, GeV^{-1}	—	—	$(0.49 \pm 0.16) \times 10^{-2}$	$(0.55 \pm 0.17) \times 10^{-2}$
$M_{\rho(770)}$, GeV	0.775	0.775	0.775	0.775
$M_{\rho(1450)}$, GeV	1.505 ± 0.008	1.511 ± 0.008	1.48 ± 0.01	1.486 ± 0.009
$M_{\rho(1700)}$, GeV	—	—	1.835 ± 0.009	1.83 ± 0.01
$\Gamma_{\rho(770)}$, GeV	0.149	0.149	0.149	0.149
$\Gamma_{\rho(1450)}$, GeV	0.33 ± 0.02	0.34 ± 0.02	0.29 ± 0.02	0.30 ± 0.02
$\Gamma_{\rho(1700)}$, GeV	—	—	$(0.45 \pm 0.19) \times 10^{-1}$	$(0.48 \pm 0.18) \times 10^{-1}$
$\phi_{\rho(770)}$, rad	0	0	0	0
$\phi_{\rho(1450)}$, rad	2.04 ± 0.18	3.76 ± 0.17	1.56 ± 0.18	4.04 ± 0.13
$\phi_{\rho(1700)}$, rad	—	—	3.92 ± 0.36	0.83 ± 0.51
$\mathcal{B}(\rho(1450) \to \pi^+\pi^-)$, %	20	20	20	20
$\mathcal{B}(\rho(1700) \to \pi^+\pi^-)$, %	—	—	20	20
$\mathcal{B}(\rho(1450) \to \omega\pi^0)$, %	32	32	32	32
$\mathcal{B}(\rho(1700) \to \omega\pi^0)$, %	—	—	32	32
$\mathcal{B}(\rho(1450) \to 4\pi)$, %	48	48	48	48
$\mathcal{B}(\rho(1700) \to 4\pi)$, %	—	—	48	48
χ^2/ndf	98.6/79	99.2/79	72.4/75	71.7/75

Произведение бранчингов $\mathcal{B}(V' \to e^+e^-)\mathcal{B}(V' \to \eta\pi^+\pi^-)$

На этом слайде V' — это $\rho(1450)$ или $\rho(1700)$. Выполняются те же подгонки борновского сечения, но с заменами параметров $|g_{V'}|^2$ через произведения $\Gamma(V' \to e^+e^-)\mathcal{B}(V' \to \eta\pi^+\pi^-)$ или $\mathcal{B}(V' \to e^+e^-)\mathcal{B}(V' \to \eta\pi^+\pi^-)$:

$$\Gamma(V' \to e^+e^-)\mathcal{B}(V' \to \eta\pi^+\pi^-) = \frac{\alpha^2}{9\pi}\frac{|g_{V'}|^2 m_{V'}}{\Gamma_{V'}}\mathcal{I}(m_{V'}^2), \tag{23}$$

$$\mathcal{B}(V' \to e^+e^-)\mathcal{B}(V' \to \eta\pi^+\pi^-) = \frac{\alpha^2}{9\pi}\frac{|g_{V'}|^2 m_{V'}}{\Gamma_{V'}^2}\mathcal{I}(m_{V'}^2). \tag{24}$$

Model	$\Gamma(\rho(1450) \to e^+e^-)\mathcal{B}(\rho(1450) \to \eta\pi^+\pi^-)$, eV	$\mathcal{B}(\rho(1450) \to e^+e^-)\mathcal{B}(\rho(1450) \to \eta\pi^+\pi^-)$
Model 1	$145.8 \pm 18.5 \pm 8.7$	$(3.8 \pm 0.2 \pm 0.2) \times 10^{-7}$
Model 2	$317.8 \pm 8.1 \pm 19.1$	$(9.5 \pm 0.5 \pm 0.6) \times 10^{-7}$
Model 3	$105.8 \pm 11.7 \pm 6.3$	$(4.2 \pm 0.2 \pm 0.3) \times 10^{-7}$
Model 4	$284.6 \pm 19.1 \pm 17.1$	$(12.4 \pm 1.3 \pm 0.7) \times 10^{-7}$

Model	$\Gamma(\rho(1700) \to e^+e^-)\mathcal{B}(\rho(1700) \to \eta\pi^+\pi^-)$, eV	$\mathcal{B}(\rho(1700) \to e^+e^-)\mathcal{B}(\rho(1700) \to \eta\pi^+\pi^-)$
Model 3	$1.18 \pm 0.46 \pm 0.07$	$(2.3 \pm 0.9 \pm 0.1) \times 10^{-7}$
Model 4	$1.38 \pm 0.54 \pm 0.08$	$(3.9 \pm 1.1 \pm 0.2) \times 10^{-7}$

Результат SND: $\mathcal{B}(\rho(1450) \to e^+e^-)\mathcal{B}(\rho(1450) \to \eta\pi^+\pi^-) = (4.3^{+1.1}_{-0.9} \pm 0.2) \times 10^{-7}$.

Систематические ошибки

Source	Uncertainty, %	
	$\sqrt{s} \leq 1.35$ GeV	$\sqrt{s} > 1.35$ GeV
χ^2 selection criterion	1.1	
Reconstruction of charged pions	5.6	
Photon reconstruction	0.2	
Luminosity	1.0	
Radiative correction	0.1	
Trigger efficiency	0.9	0.1
Uncertainty of the Born cross section numerical calculation	1.0	0.2
Total uncertainty	6.0	

Бранчинг распада $\tau^- \to \eta\pi^-\pi^0\nu_\tau$

В рамках гипотезы о сохраняющемся векторном токе сечение процесса $e^+e^- \to \eta\pi^+\pi^-$ можно связать с бранчингом распада $\tau^- \to \eta\pi^-\pi^0\nu_\tau$ следующим образом:

$$\frac{\mathcal{B}(\tau^- \to \eta\pi^-\pi^0\nu_\tau)}{\mathcal{B}(\tau^- \to \nu_\tau e^-\bar{\nu}_e)} = \frac{3\cos^2\theta_C}{2\pi\alpha^2 m_\tau^8}\int\limits_0^{m_\tau^2} dq^2 q^2 (m_\tau^2 - q^2)^2 (m_\tau^2 + 2q^2)\sigma_{\mathrm{B}}(q^2), \tag{25}$$

где $\sigma_{\mathrm{B}}(q^2)$ борновское сечение $e^+e^- \to \eta\pi^+\pi^-$. Расчет бранчинга распада $\tau^- \to \eta\pi^-\pi^0\nu_\tau$ с использованием данных КМД-3 приводит к следующему результату:

$$\mathcal{B}(\tau^- \to \eta\pi^-\pi^0\nu_\tau) = 0.168 \pm 0.006 \pm 0.011, \tag{26}$$

где первая ошибка статистическая, вторая — систематическая. Результат прямых измерений: $(0.139 \pm 0.01)\%$. Результат SND: $(0.156 \pm 0.004 \pm 0.010)\%$. Результат BaBar: $(0.162 \pm 0.009)\%$.