

УЧРЕЖДЕНИЕ
РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК
ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ
им. Г.И. Будкера СО РАН
СИБИРСКОГО ОТДЕЛЕНИЯ РАН
(ИЯФ СО РАН)

М.С. Чащин и А.Д. Беклемишев

ПОДАВЛЕНИЕ ПОПЕРЕЧНОГО ПЕРЕНОСА
В ПЛАЗМЕ ВРАЩАЮЩИМСЯ СЛОЕМ

ИЯФ 2009-18

НОВОСИБИРСК
2009

Подавление поперечного переноса в плазме вращающимся слоем

М.С. Чащин и А.Д. Беклемишев

Институт ядерной физики им. Г.И.Будкера
630090, Новосибирск, Россия

Аннотация

В работе получено нелинейное уравнение динамики электростатического потенциала в плазме, находящейся в электрическом контакте с проводящими электродами. В уравнении учтена поляризация плазмы в неоднородном магнитном поле, а также эффект конечности ларморовского радиуса ионов. Найдено стационарное решение полученного уравнения, которое формируется при нелинейном насыщении $m = 1$ желобковой моды. Показано, что в случае, когда потенциал электродов имеет вид ступеньки, а проводимость их контакта с плазмой не мала, в последней формируется узкий вращающийся слой, ограничивающий перенос плазмы поперек магнитного поля. Оценена амплитуда перепада потенциала, которая необходима для перехода в этот режим. Проведено сравнение теоретических расчетов с опубликованными результатами прямых измерений потенциала плазмы в исследуемом режиме на установке Газодинамическая ловушка.

1 Введение

Плазма магнитной ловушки с неоднородно распределенным в ней электрическим полем при определенных условиях может удерживаться лучше чем без него. Например, в экспериментах на установке Газодинамическая ловушка (ГДЛ) в режиме с радиальным электрическим полем были получены рекордные для этой установки параметры плазмы, такие как температура электронов и плазменная β [1]. В этом режиме улучшенного удержания энергетическое время жизни определяется потерей частиц вдоль магнитного поля через пробки¹ [2]. Такое заключение было сделано в [1] на основании результатов прямых зондовых измерений поперечных потоков плазмы. И это не смотря на то, что согласно результатам линейной магнитогидродинамической (МГД) теории устойчивости желобковых возмущений в плазме должна развиваться крупномасштабная $m = 1$ мода² [3, 4]. Мелкомасштабные моды отсутствуют из-за сильного эффекта конечного ларморовского радиуса (КЛР) ионов. Переход в режим улучшенного удержания может быть связан с тем, что на краю плазмы, благодаря специальному профилированию потенциала торцевых плазмоприемников, формируется узкий вращающийся слой. Наличие этого слоя препятствует переносу вещества из приосевой области столба на периферию.

В настоящей работе из уравнений двухжидкостной МГД получено нелинейное уравнение эволюции потенциала в плазме, находящейся в электрическом контакте с плазмоприемниками. Уравнение учитывает поляризацию столба плазмы в неоднородном магнитном поле и эффект КЛР. Найдено стационарное решение в режиме, когда желобковая мода $m = 1$ нелинейно насыщается. Оценен порог перехода в режим с улучшенным удержанием.

¹Магнитные пробки — области максимума магнитного поля.

²Для стабилизации крупномасштабных желобков в ГДЛ предусмотрены концевые МГД стабилизирующие элементы [5]. В экспериментах, на которые мы ссылаемся, они не применялись.

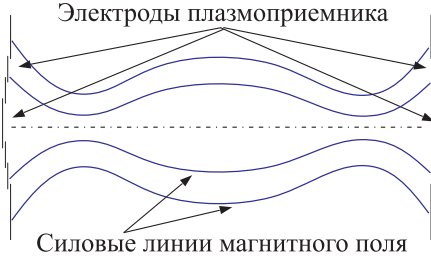


Рис. 1. Конфигурация магнитных силовых линий и положение проводящих электродов.

2 Теоретическая модель

Рассмотрим следующую модель. Пусть плазма, имеющая в равновесии вид длинного цилиндра с азимутально симметричным распределением параметров, помещена в парааксиальное магнитное поле \mathbf{V} . При этом считаем, что изменение напряженности магнитного поля на всей длине плазменного столба может быть не мало.

Относительно параметров плазмы предположим следующее. Считаем, что ионная компонента плазмы содержит две популяции частиц — высокоэнергетичную с температурой T_* и низкоэнергетичную с температурой T_i . Наличие высокоэнергетичной компоненты является следствием метода нагрева плазмы. Она образуется, например, в результате атомарной инжекции в плазму ловушки нейтральных атомов большой энергии. Так делается на установке ГДЛ. При этом считаем, что

$$n_* \ll n_i, \quad n_i T_i \ll n_* T_*, \quad (1)$$

где n_i и n_* — плотность ионов низкой и высокой энергии соответственно. В экспериментах [1] было выполнено:

$$\frac{n_*}{n_i} < 0.3, \quad \frac{n_i T_i}{n_* T_*} < 0.2.$$

Из (1) следует, что вкладом в полный диамагнетизм плазмы от ионов с низкой энергией можно пренебречь, в то время как инерция главным образом определяется низкоэнергичной компонентой.

Также считаем, что плазма вдоль магнитного поля опирается на проводящие электроды — плазмодриемники (см. рис. 1). Будем рассматри-

вать случай, когда потенциал электродов задается источником постоянного напряжения и имеет вид ступеньки

$$\varphi_w(r) = \Delta\varphi_w \begin{cases} 0, & \text{когда } r < r_s, \\ 1, & \text{когда } r > r_s. \end{cases} \quad (2)$$

Наша модель близка к условиям эксперимента на установке ГДЛ, описанного в [1].

3 Уравнение эволюции потенциала плазмы

Амбиполярный потенциал плазмы может определяться многими факторами. Например, неоднородностью распределения плотности ионов и температуры электронов вдоль магнитного поля, а также балансом электронного и ионного токов у поверхности проводящего плазмоприемника. Полагая, что распределение плотности и электронной температуры по радиусу примерно однородно, в рамках данной работы будем пренебрегать влиянием первого фактора, сосредоточившись на втором. В равновесной плазме без течения из условия равенства тока ионов и электронов, вытекающих на плазмоприемник, следует, что при постоянной температуре электронов профиль потенциала плазмы должен повторять профиль потенциала плазмоприемника. Когда в плазме развивается $m = 1$ желобковая мода, баланс токов у поверхности плазмоприемника модифицируется. Рассмотрим как это происходит в случае, когда потенциал плазмоприемника распределен в соответствии с (2). Неустойчивость $m = 1$ моды нарушает осевую симметрию распределения параметров плазмы, например, давления. Как следствие это приводит к появлению азимутальной силы, пропорциональной градиенту давления, а значит и радиальной компоненты тока. Появление этого тока приводит к тому, что профиль потенциала в плазме становится шире, чем профиль потенциала плазмоприемника. Уширение можно проиллюстрировать следующим образом. Проследим, что происходит с продольным током, когда силовая трубка, смещаясь по радиусу из-за неустойчивости, проходит область скачка потенциала (см. рис. 2). Пусть, для определенности, силовая трубка смещается снизу вверх³. Пока она опирается на пластину с нулевым

³Хотя мы рассматриваем смещение силовой линии снизу вверх, в действительности нет выделенного направления. Наше предположение носит исключительно условный характер. Все приведенные здесь рассуждения справедливы для смещения столба плазмы в любом направлении.

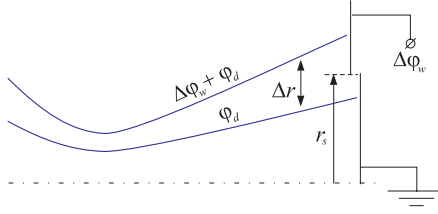


Рис. 2. Иллюстрация эффекта формирования перепада потенциала в плазме, находящейся в контакте с проводящими электродами. Штрихпунктирной линией обозначена ось ловушки.

потенциалом, ее потенциал равен дебаевскому

$$\varphi(r < r_s) = \varphi_d = \frac{T_e}{e} \ln \frac{v_{T_e}}{v_{T_i}}, \quad (3)$$

где v_{T_e} и v_{T_i} — тепловая скорость электронов и ионов плазмы соответственно. Однако потенциал силовой трубки, опирающейся на пластину с потенциалом φ_w , отличается от (3) на величину $\Delta\varphi_w$ и равен, соответственно,

$$\varphi(r > r_s) = \varphi_d + \Delta\varphi_w.$$

Значит, при переходе через скачок потенциала силовая трубка должна зарядиться или разрядиться. Поскольку силовая трубка обладает конечной емкостью, а контакт плазма-плазмоприемник конечной проводимостью, ее перезарядка не может произойти мгновенно. За это время силовая трубка успевает сместиться поперек поля на расстояние Δr . Оно и определяет ширину слоя, в котором сосредоточен скачок потенциала.

Чем больше проводимость контакта плазма-плазмоприемник тем меньше будет ширина Δr . В пределе бесконечной проводимости она должна обратиться в ноль. Однако этого, конечно, не произойдет. Уменьшение Δr ограничится другими механизмами, например, выносом азимутального импульса из плазмы вдоль магнитного поля. При этом Δr будет по порядку величины равна ларморовскому радиусу иона, вычисленному по температуре T_e .

Уравнение эволюции потенциала может быть получено из уравнений двухжидкостной МГД. Вначале воспользуемся условием замыкания токов

$$\sum_{\alpha=e,i,*} \operatorname{div} \mathbf{J}_\alpha = 0,$$

которое выполнено в силу квазинейтральности плазмы. Проинтегрируем его вдоль силовой линии магнитного поля с весом $1/B$. В результате получаем уравнение

$$\sum_{\alpha=e,i,*} \left[\langle \operatorname{div} \mathbf{J}_{\alpha\perp} \rangle + \frac{2J_{\alpha\parallel}}{LB} \Big|_{s=s_w} \right] = 0, \quad (4)$$

где вектор плотности тока представлен в виде

$$\mathbf{J}_{\alpha} = \mathbf{J}_{\alpha\perp} + J_{\alpha\parallel} \mathbf{b},$$

а также используются следующие обозначения: $\mathbf{b} = \mathbf{V}/B$ — единичный вектор, направленный вдоль магнитного поля, s — координата вдоль силовой линии, s_w — положение плазмодриемника, L — длина силовой линии. Под усреднением подразумевается интеграл

$$\langle (\dots) \rangle = L^{-1} \int_{-s_w}^{s_w} \frac{ds}{B} (\dots).$$

Выразим компоненты тока плазмы

$$\mathbf{J}_{\perp} = \sum_{\alpha=e,i,*} \mathbf{J}_{\alpha\perp}, \quad J_{\parallel} \Big|_{s=s_w} = \sum_{\alpha=e,i,*} J_{\alpha\parallel} \Big|_{s=s_w},$$

входящие в (4), через электростатический потенциал φ и плотность частиц n_i и n_* . Если считать, что плотность электронов плазмы подчинена распределению Больцмана, тогда величина продольного тока, стекающего из плазмы на поверхность плазмодриемника, связана с потенциалом следующим образом:

$$J_{\parallel} \Big|_{s=s_w} = J_{iw} \left(1 - \exp \left[\frac{\varphi_w + \varphi_d - \varphi}{T_e/e} \right] \right), \quad (5)$$

где J_{iw} — ток ионного насыщения у поверхности плазмодриемника. Считаем, что основной вклад в ток ионного насыщения вносят ионы с энергией близкой к T_i . Это предположение оправдано, например, в случае, когда частицы с энергией T_* удерживаются в ловушке в адиабатическом режиме. Для J_{iw} справедлива оценка:

$$J_{iw} = en_i v_{T_i} \frac{B_w}{B_m}, \quad (6)$$

где B_m и B_w — напряженность магнитного поля в пробках и у поверхности плазмодриемника соответственно.

Уравнения движения для каждой компоненты плазмы запишем следующим образом:

$$m_i n_i \frac{d\mathbf{v}_i}{dt} = -en_i \nabla \varphi + c^{-1} [\mathbf{J}_{i\perp} \times \mathbf{B}], \quad (7)$$

$$0 = -T_* \nabla n_* - \nabla \cdot \overleftarrow{\pi} - en_* \nabla \varphi + c^{-1} [\mathbf{J}_{*\perp} \times \mathbf{B}], \quad (8)$$

$$0 = en_e \nabla \varphi + c^{-1} [\mathbf{J}_{e\perp} \times \mathbf{B}], \quad (9)$$

где $\overleftarrow{\pi}$ — тензор вязких напряжений, который в пределе редких столкновений и слабой неоднородности параметров плазмы вдоль магнитного поля имеет вид [6]:

$$\begin{aligned} \pi_{xx} &= -\pi_{yy} = -\eta \left[\frac{\partial v_{*x}}{\partial y} + \frac{\partial v_{*y}}{\partial x} \right], \\ \pi_{xy} &= \pi_{yx} = \eta \left[\frac{\partial v_{*x}}{\partial x} - \frac{\partial v_{*y}}{\partial y} \right], \end{aligned}$$

где $\eta = T_* n_* / 2\Omega_{ci}$, $\Omega_{ci} = eB/m_i c$ — ионная циклотронная частота, m_i — масса иона, (x, y) — декартовы координаты в поперечном к магнитному полю сечении. В уравнениях (7) — (9) плазма считается изотермической. Сложив вместе уравнения (7), (8) и (9), находим выражение для поперечной компоненты тока в плазме:

$$\mathbf{J}_{\perp} = \frac{c}{B} \left[\mathbf{b} \times \left(m_i n_i \frac{d\mathbf{v}_i}{dt} + T_* \nabla_{\perp} n_* + \nabla \cdot \overleftarrow{\pi} \right) \right]. \quad (10)$$

При получении (10) учтено условие квазинейтральности: $n_e = n_i + n_*$. Гидродинамическую скорость ионов \mathbf{v}_i и \mathbf{v}_* выразим через плотность и потенциал из (7) и (8), приняв во внимание, что инерция и вязкость плазмы малы. Тогда:

$$\mathbf{v}_i = c \left[\frac{\mathbf{b}}{B} \times \nabla_{\perp} \varphi \right], \quad (11)$$

$$\mathbf{v}_* = c \left[\frac{\mathbf{b}}{B} \times \left(\nabla_{\perp} \varphi + \frac{T_*}{e} \frac{\nabla_{\perp} n_*}{n_*} \right) \right], \quad (12)$$

при этом считаем, что $v_{i\parallel} = 0$ и $v_{*\parallel} = 0$.

Воспользовавшись (10), (11) и (12), можно вычислить $\text{div} \mathbf{J}_{\perp}$. Пропус-

кая громоздкие выкладки, выпишем результат:

$$\begin{aligned}
\operatorname{div} \mathbf{J}_{\perp} = & cT_* \left(\nabla_{\perp} n_* \cdot \operatorname{rot} \left(\frac{\mathbf{b}}{B} \right) \right) - \\
& - M \left(\frac{c}{B} \right)^2 \operatorname{div} \left(n_i \frac{\partial}{\partial t} \nabla_{\perp} \varphi + n_* T_* \frac{\partial}{\partial t} \frac{\nabla_{\perp} n_*}{en_*} \right) - \\
& - M \left(\frac{c}{B} \right)^3 \left[\frac{1}{2} \{ n_i, (\nabla_{\perp} \varphi)^2 \} + \{ \varphi, n_i \Delta_{\perp} \varphi \} \right] - \\
& - M \left(\frac{c}{B} \right)^3 \frac{T_*}{2e} \left[2 \left\{ n_*, \left(\nabla_{\perp} \varphi \cdot \frac{\nabla_{\perp} n_*}{n_*} \right) \right\} + 2 \{ \varphi, n_* \Delta_{\perp} \ln n_* \} + \right. \\
& \left. + \Delta_{\perp} \{ \varphi, n_* \} + \{ n_*, \Delta_{\perp} \varphi \} + \{ \Delta_{\perp} n_*, \varphi \} \right], \quad (13)
\end{aligned}$$

где

$$\{ A, D \} = (\mathbf{b} \cdot [\nabla_{\perp} A \times \nabla_{\perp} D]).$$

При получении (13) в слагаемом с инерцией и вязкостью мы пренебрегли поправками, пропорциональными компонентам градиента магнитного поля, поскольку они малы. Однако в дивергенции диамагнитного тока мы сохранили ротор вектора \mathbf{b}/B поскольку он умножается на большую величину.

Подстановка выражений (5) и (13) в (4) позволяет связать электростатический потенциал с плотностью n_i и n_* . Для получения уравнения эволюции потенциала необходимо дополнить (4) двумя уравнениями, которые описывают эволюцию плотностей ионов обоих сортов. Ниже мы ограничимся простым приближением $n_i = \text{const}$. Оно позволяет заметно упростить задачу. Конечно, это приближение имеет недостатки. Например, используя его, мы пренебрегаем центробежными эффектами, которые могут быть существенными. Однако, как известно из линейной теории МГД устойчивости плазмы, центробежная сила действует на плазму как и кривизна силовых линий магнитного поля, влияние которой в (13) учтено. Поэтому приближение $n_i = \text{const}$ не лишает смысла сделанные далее выводы. Будем также считать, что распределение плотности n_* , которое может быть неоднородным вдоль магнитного поля, известно. Его можно извлечь из эксперимента.

Подставив (5) и (13) в (4), и, произведя усреднение вдоль силовой линии, получаем уравнение, которое можно записать в виде:

$$\frac{\partial}{\partial t} \Delta_{\perp} \varphi + \{ \varphi, \Delta_{\perp} \varphi \} = F + H (1 - e^{\varphi w - \varphi}) + G, \quad (14)$$

где используются обозначения:

$$F = 2 \left(\frac{T_i T_*}{T_e^2} \right) \left(\frac{r_0}{\rho_{L_i}} \right)^2 \int_{-s_w}^{s_w} \frac{ds/L}{B/B_0} \left(\nabla_{\perp} \frac{n_*}{n_i} \cdot \mathbf{rot} \frac{\mathbf{b}}{B/B_0} \right), \quad (15)$$

$$G = -\frac{T_*}{T_e} \int_{-s_w}^{s_w} \frac{ds/L}{B/B_0} \left[\left(\frac{B_0}{B} \right)^2 \operatorname{div} \left(\frac{n_*}{n_i} \frac{\partial}{\partial t} \frac{\nabla_{\perp} n_*}{en_*} \right) + \right. \\ \left. + \left(\frac{B_0}{B} \right)^3 \left(\left\{ \frac{n_*}{n_i}, \left(\nabla_{\perp} \varphi \cdot \frac{\nabla_{\perp} n_*}{n_*} \right) \right\} + \left\{ \varphi, \frac{n_*}{n_i} \Delta_{\perp} \ln n_* \right\} + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{1}{2} \Delta_{\perp} \left\{ \varphi, \frac{n_*}{n_i} \right\} + \frac{1}{2} \left\{ \frac{n_*}{n_i}, \Delta_{\perp} \varphi \right\} + \frac{1}{2} \left\{ \Delta_{\perp} \frac{n_*}{n_i}, \varphi \right\} \right],$$

а также

$$H = \frac{r_0^4/L}{(\rho_{L_i}/2)^3} \frac{B_0}{B_m} \frac{T_i^2}{T_e^2},$$

где B_0 — напряженность магнитного поля в центральном сечении установки,

$$\rho_{L_i} = v_{T_i} / \frac{eB_0}{Mc}.$$

Все величины в (14) безразмерны. Потенциал φ нормирован на температуру электронов и отсчитывается от дебаевского скачка φ_d , пространственные координаты нормированы на радиус плазмы r_0 , а время на величину

$$\tau = r_0^2 / \frac{cT_e}{eB_0}.$$

При усреднении мы пользовались условием

$$(\mathbf{b} \cdot \nabla \varphi) = 0,$$

которое следует из (9).

Оба слагаемых в левой части (14) описывают инерцию плазмы. В правой части уравнения (14) первое слагаемое описывает поляризацию плазмы в неоднородном магнитном поле, второе — контакт плазмы с плазмодриемником, а последнее — эффект КЛР ионов.

Похожее нелинейное уравнение были получено в работах Пастухова [9, 10, 11] из вариационного принципа Гамильтона. Применительно к магнитной гидродинамике этот принцип подробно описан в [12]. В работе [11] предложен метод адиабатического разделения движений, позволяющий исключить из МГД уравнений слагаемые, описывающие быстрые

магнитозвуковые, альфвеновские и продольные акустические волны, которые устойчивее, чем желобки. При этом парааксильность магнитного поля не предполагается. Однако считается, что плазма с развитой МГД-конвективной структурой находится вблизи порога устойчивости. Используя принцип Гамильтона, автор также подразумевает, что исследуемая система слабодиссипативная. В работе [9] диссипация учтена феноменологически путем дописывания в уравнения эффективных источников удельной динамической завихренности, плотности и температуры. В работе [13] в рамках развитой Пастуховым теоретической модели сделана попытка объяснения эффекта подавления флуктуаций в плазме установки ГАММА-10 (Сукуба, Япония) путем формирования узкого цилиндрического слоя горячих электронов [14]. В отличие от уравнений, полученных Пастуховым в (14), в явном виде учтен контакт плазмы открытой ловушки с проводящим плазмоприемником.

4 Стационарное решение

Отметим, что уравнение (14) похоже на уравнение переноса завихренности в жидкости [15]. В гидродинамике решениями этого уравнения являются солитоны-вихри. Аналогичные решения будут и в случае уравнения (14).

В рамках данной работы ограничимся анализом решений стационарного уравнения

$$\{\varphi, \Delta_{\perp}\varphi\} = F + H(1 - e^{\varphi\omega - \varphi}) + G. \quad (16)$$

При этом, конечно, остается открытым вопрос об устойчивости стационарного решения. Для его решения потребуются, вероятно, численный расчет.

Решение уравнения (16) является сложной задачей ввиду его нелинейности и двумерности. При поиске решений воспользуемся рядом предположений. В рамках данной работы полагаем, что n_* имеет цилиндрически симметричный профиль, который смещен относительно оси ловушки на величину Δx так, что

$$n_*(x, y, s) = n_*((x - \Delta x)^2 + y^2, s), \quad (17)$$

где ось Ox выбрана вдоль направления смещения. Смещение может быть обусловлено различными причинами. Мы же считаем, что оно появляется в результате нелинейного насыщения желобковой моды $m = 1$.

При хорошем электрическом контакте плазмы с плазмодриемником профиль потенциала в ней будет близок к профилю потенциала плазмодриемника. Поскольку последний имеет вид ступеньки, потенциал плазмы должен быть постоянен по радиусу всюду кроме узкого слоя. Полагая, что ширина этого слоя много меньше радиуса плазмы, в левой части (16) сохраним только те слагаемые, которые имеют максимальный порядок производной поперек слоя. Также предположим, что потенциал плазмы невелик по сравнению с температурой электронов. Поэтому экспоненту в правой части (16) можно разложить в ряд Тейлора. В разложении ограничимся только линейным слагаемым. В итоге получаем:

$$\frac{\partial\varphi}{\partial x}\frac{\partial^3\varphi}{\partial y\partial x^2}-\frac{\partial\varphi}{\partial y}\frac{\partial^3\varphi}{\partial x^3}=F+H(\varphi-\varphi_w)+G.$$

Пренебрегая поправками, связанными с цилиндричностью задачи, можно считать, что в этом уравнении координата ‘ x ’ отсчитывается от положения скачка потенциала по радиусу, а ‘ y ’ отсчитывается по азимуту. Ищем решение в виде:

$$\varphi=\varphi'(x)-F/H. \quad (18)$$

Принимая во внимание, что

$$\frac{\partial(F/H)}{\partial y}\sim\frac{\partial(F/H)}{\partial x}\ll\frac{d\varphi'}{dx}, \quad (19)$$

приходим к уравнению

$$\frac{\partial(F/H)}{\partial y}\frac{d^3\varphi'}{dx^3}=H(\varphi'-\varphi_w)+G.$$

В силу условия (19) можно считать, что коэффициент при старшей производной потенциала по x постоянен. Тогда замена

$$x=q\left|\frac{\partial(F/H^2)}{\partial y}\right|^{1/3}, \quad U=\frac{\varphi'}{\Delta\varphi_w}, \quad (20)$$

приводит к уравнению

$$\text{sign}\left(\frac{\partial F}{\partial y}\right)\frac{d^3U}{dq^3}=U-\theta(q)+\frac{G}{H\Delta\varphi_w}.$$

Оно заметно упрощается, если пренебречь эффектом КЛР, отбросив последнее слагаемое в правой части:

$$U-\text{sign}\left(\frac{\partial F}{\partial y}\right)\frac{d^3U}{dq^3}=\theta(q). \quad (21)$$

Граничные условия имеют вид

$$\begin{cases} U(q \rightarrow -\infty) = 0, \\ U|_{-0}^{+0} = 0, \\ \frac{dU}{dq}|_{-0}^{+0} = 0, \\ \frac{d^2U}{dq^2}|_{-0}^{+0} = 0, \\ U(q \rightarrow +\infty) = 0. \end{cases}$$

Их суть в том, чтобы решение было всюду гладким, а вдали от скачка было равно потенциалу плазмоприемника. В случае, когда

$$\frac{\partial F}{\partial y} > 0,$$

получаем решение

$$U_{+1} = \begin{cases} \frac{1}{3}e^q, & \text{при } q < 0, \\ 1 - \frac{2}{3}e^{-q/2} \cos\left(\frac{\sqrt{3}}{2}q\right), & \text{при } q > 0. \end{cases} \quad (22)$$

А для случая

$$\frac{\partial F}{\partial y} < 0$$

решение выглядит иначе:

$$U_{-1} = \begin{cases} \frac{2}{3}e^{q/2} \cos\left(\frac{\sqrt{3}}{2}q\right), & \text{при } q < 0, \\ 1 - \frac{1}{3}e^{-q}, & \text{при } q > 0. \end{cases} \quad (23)$$

На рис. 3 приведены графики обоих решений. Знак $\partial F/\partial y$ определяется направлением смещения столба плазмы относительно оси. Поскольку оно случайно, усредним решение по разным направлениям. В итоге получаем:

$$\langle U \rangle = \begin{cases} \frac{1}{3}e^{q/2} \cos\left(\frac{\sqrt{3}}{2}q\right) + \frac{1}{6}e^q, & \text{при } q < 0, \\ 1 - \frac{1}{3}e^{-q/2} \cos\left(\frac{\sqrt{3}}{2}q\right) - \frac{1}{6}e^{-q}, & \text{при } q > 0. \end{cases}$$

График этого решения приведен на рис. 4 (сплошная линия).

Оценим ширину слоя Δx , в котором сосредоточен перепад потенциала плазмы, полагая при этом, что она того же порядка, что и величина

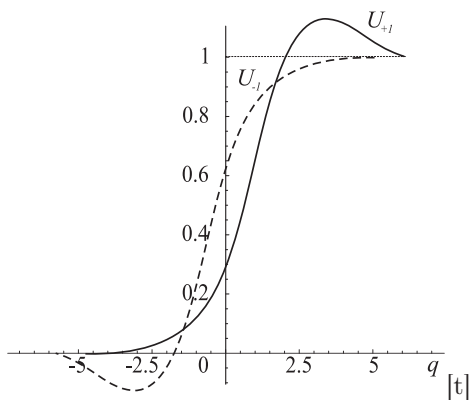


Рис. 3. График решения уравнения (21). Сплошная кривая соответствует случаю $\partial F / \partial y > 0$, пунктирная — $\partial F / \partial y < 0$.

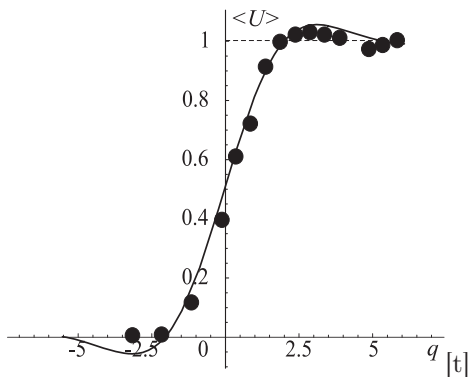


Рис. 4. График усредненного нормированного потенциала $\langle U \rangle$ (сплошная кривая) и результаты прямых измерений потенциала плазмы (точки), взятые из работы [1].

смещения столба плазмы относительно оси из-за неустойчивости $m = 1$ моды. Из (20) следует, что

$$\Delta x \sim \left| \frac{1}{H^2} \frac{\partial F}{\partial y} \right|^{1/3},$$

при этом, как видно из (17), $\partial F/\partial y$ тоже зависит от Δx . Так как $\Delta x \ll 1$, в линейном приближении справедливо:

$$\frac{\partial F}{\partial y} = \Delta x F'.$$

По порядку величины получаем:

$$\Delta x \sim \frac{\sqrt{F'}}{H} \sim \frac{\rho_{L_i}^2 T_e B_m}{r_0^2 T_i B_0} \sqrt{\frac{n_* T_*}{n_i T_i}}. \quad (24)$$

Отметим, что ширина вращающегося цилиндрического слоя плазмы тем уже чем больше магнитное поле и меньше пробочное отношение B_m/B_0 . Такая зависимость естественна, поскольку при увеличении напряженности магнитного поля уменьшается скорость электрического дрейфа, а при увеличении пробочного отношения уменьшается продольный ток ионов, как это видно из (6).

На рис. 4 (точки) для сравнения с расчетами приведены результаты зондовых измерения потенциала плазмы установки ГДЛ. Экспериментальные данные взяты из работы [1] и соответствующим образом нормированы. Для оценки F использована формула (15), где n_* подставлено из (17), а Δx оценено в (24). Из рисунка видно, что предложенная нами модель, несмотря на ряд сделанных предположений, имеет хорошее согласие с результатами прямых экспериментальных измерений.

5 Модификация конвективного переноса вращением

Зная распределение потенциала в плазме, построим линии тока. Из (18) следует, что поле скоростей имеет вид

$$\mathbf{v}_i = \frac{c}{B} [\mathbf{b} \times \nabla(\varphi' - F/H)] = \mathbf{v}_E + \mathbf{v}_g,$$

где

$$\mathbf{v}_E = \frac{c}{B} [\mathbf{b} \times \nabla\varphi'], \quad \mathbf{v}_g = -\frac{c}{B} [\mathbf{b} \times \nabla(F/H)].$$

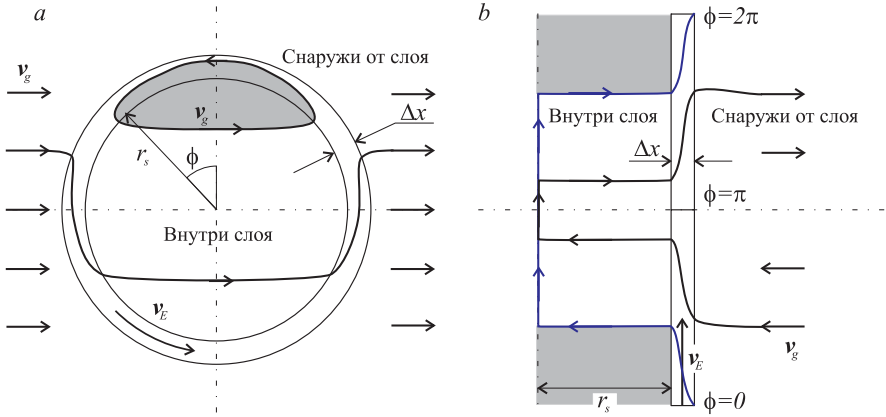


Рис. 5. Линии тока плазмы сквозь вращающийся слой: а — цилиндрический случай, б — цилиндрический слой развернут в плоский. В закрашенной области линии тока замкнуты; r_s — расстояние от оси до положения скачка потенциала.

Скорость \mathbf{v}_E описывает быстрое вращение ионов в узком слое с сильным электрическим полем, а \mathbf{v}_g — течение плазмы при ее поляризации в неоднородном магнитном поле. Компонентой скорости \mathbf{v}_g , коллинеарной вектору скорости \mathbf{v}_E , можно пренебречь ввиду ее малости по сравнению с v_E . Таким образом имеем ситуацию, когда \mathbf{v}_E направлена по азимуту, а \mathbf{v}_g по радиусу. Развернем цилиндрический слой в плоский (см. рис 5). Из схематического рис. 5 видно, что при достаточно большой скорости вращения плазмы в приосевой области (внутри вращающегося слоя) образуются замкнутые линии тока. Для того, чтобы большая часть плазмы была охвачена замкнутыми линиями тока скорость вращения должна быть такой, чтобы поток вещества, который переносится в нем, был сравним или больше потока приходящего к вращающемуся слою, то есть должно быть выполнено неравенство:

$$(r_0 \Delta x) v_E \geq r_0 v_g, \quad (25)$$

где Δx оценено в (24). Скорости оценим следующим образом:

$$v_E \sim \frac{c}{B_0} \frac{\Delta \varphi_w}{(r_0 \Delta x)}, \quad v_g \sim \frac{c}{B_0} \frac{F/H}{r_0}.$$

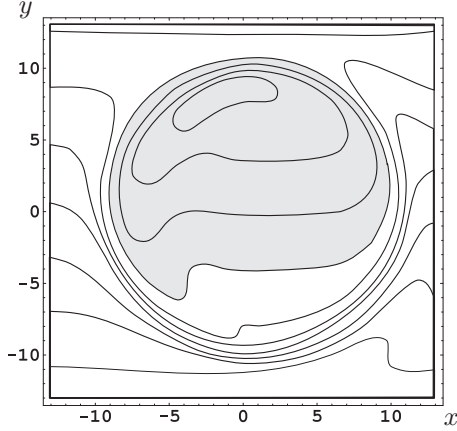


Рис. 6. Линии тока плазмы в сечении, перпендикулярном магнитному полю. Скачок потенциала на стыке пластин $\Delta\varphi_w \sim 1$. В серой области линии тока замкнуты. Параметры плазмы соответствуют эксперименту [1].

Тогда из (25) получаем условие на величину перепада потенциала

$$\Delta\varphi_w \geq \frac{F}{H},$$

где считаем, что $F \sim \Delta x F'$. В итоге получаем неравенство:

$$\Delta\varphi_w \geq \frac{\rho_{L_i}^3 B_m^2 T_e}{r_0^2 L B_0^2 T_i} \left(\frac{n_* T_*}{n_i T_i} \right)^{3/2}.$$

Для параметров плазмы установки ГДЛ это неравенство дает $\Delta\varphi \geq 0.1$. На рис. 6 нарисованы линии тока плазмы, когда $\Delta\varphi_w \sim 1$, а профиль потенциала во вращающемся слое определяется выражениями из (22) и (23).

Появление замкнутых линий тока должно приводить к уменьшению переноса плазмы поперек магнитного поля, даже в присутствии неустойчивой $m = 1$ желобковой моды.

6 Заключение

В данной работе получено нелинейное уравнение эволюции потенциала в плазме, находящейся в электрическом контакте с проводящими концевыми

выми элементами — плазмоприемниками. Уравнение учитывает поляризацию столба плазмы в неоднородном магнитном поле, а также эффект КЛР. Эффект КЛР учтен через тензор вязких напряжений в форме Брагинского в пределе слабых столкновений.

В случае, когда потенциал плазмоприемников имеет вид ступеньки, в плазме на фоне нелинейного насыщения $m = 1$ желобковой моды образуется узкий вращающийся слой, ограничивающий поперечный перенос вещества из приосевой области столба. Оценена амплитуда перепада потенциала в слое, которая требуется для перехода в режим улучшенного удержания. Она составляет доли электронной температуры. При сравнении вычисленного профиля потенциала с соответствующими опубликованными измерениями, выполненными на установке ГДЛ, обнаружено хорошее согласие.

Данная работа выполнена при поддержке грантов РНП 2.1.1/579 и РФФИ 09-02-00690-а.

Список литературы

- [1] *Е.И. Солдаткина, П.А. Багрянский, А.Л. Соломахин.* Влияние радиального профиля электрического потенциала на удержание двухкомпонентной плазмы с высоким β в Газодинамической ловушке. // Физика плазмы, т.34, №4, с.291 (2008).
- [2] *P.A. Bagryansky, A.D. Beklemishev, E.I. Soldatkina.* Influence of radial electric field on high-beta plasma confinement in the gas dynamic trap. // Fusion science and technology, v.51, N2(T), p.340 (2006).
- [3] *M.N. Rosenbluth, C.L. Longmire.* Stability of plasmas confined by magnetic fields. // Annals of Physics, v.1, p.210 (1957).
- [4] *А.Д. Беклемисhev, М.С. Чащин.* Влияние вращения на устойчивость плазмы в ГДЛ. // Физика Плазмы, т.34, №5, с.463 (2008).
- [5] *A.V. Anikeev, P.A. Bagryansky, P.P. Deichuli, et al.* Observation of magnetohydrodynamic stability limit in cusp-anchored Gas-Dynamic Trap. // Physics of Plasmas, v.4, p.347 (1997).
- [6] *С.И. Брагинский.* Явления переноса в плазме. // Вопросы теории плазмы под ред. М.А. Леонтовича, вып.1, с.183 (1963).

- [7] *A. A. Ivanov, A.V. Anikeev, P. A. Bagryansky, et al.* Experimental evidence of high-beta plasma confinement in an axially symmetric gas dynamic trap. // *Physical Review Letters*, v.90, p.105002-1 (2003).
- [8] *A.V. Anikeev, P.A. Bagryansky, A.A. Ivanov, et al.* Fast ion relaxation and confinement in the gas dynamic trap. // *Nuclear Fusion*, v.40, N4, p.753 (2000).
- [9] *В.П. Пастухов.* Уравнения нелинейной МГД-конвекции в бесшпиральных магнитных системах. *Физика Плазмы*, т.31, №7, с.628 (2005).
- [10] *В.П. Пастухов.* Редуцированная магнитная гидродинамика тороидальной плазмы с течениями. // *Письма в ЖЭТФ*, т.67, в.11, с.892 (1998).
- [11] *В.П. Пастухов.* Адиабатическое разделение движений и редуцированные уравнения в магнитной гидродинамике. // *Физика Плазмы*, т.36, №6, с.566 (2000).
- [12] *W.A. Newcomb.* Lagrangian and hamiltonian methods in magnetohydrodynamics. // *Nuclear Fusion Supplement*, pt.2. p.451 (1962)
- [13] *V.P. Pastukhov and N.V. Chudin.* Low-Frequency Turbulence and Non-Diffusive Cross-Field Plasma Transport in Mirror Systems. // *Fusion Science and Technology*, v.51, N.2T, p.34 (2007).
- [14] *T. Cho, J. Kohagura, T. Numakura, et al.* Observation and control of transverse energy-transport barrier due to the formation of an energetic-electron layer with sheared $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$ flow. // *Physical Review Letters*, v.97, p.055001-1 (2006).
- [15] *В.И. Петвиашвили, В.В. Янъков.* Солитоны и турбулентность. // *Вопросы теории плазмы под ред. Б.Б. Кадомцева*, в.14, с.3 (1985).
- [16] *А.В. Тимофеев.* Резонансные явления в колебаниях плазмы. // М.: Физматлит, 2000.
- [17] *В.В. Приходько, А.В. Анিকেев, П.А. Багрянский, и др.* Эффект формирования узкого распределения плотности быстрых ионов в установке ГДЛ. // *Физика Плазмы*, т.31, №11, с.969 (2005).

М.С. Чащин и А.Д. Беклемишев

**Подавление поперечного переноса
в плазме вращающимся слоем**

M.S. Chaschin, A.D. Beklemishev

**Suppression of transverse transport
in plasma with rotating layer**

ИЯФ 2009-18

Ответственный за выпуск А.В. Васильев
Работа поступила 30.06.2009 г.

Сдано в набор 1.07.2009 г.

Подписано в печать 2.07.2009 г.

Формат бумаги 60×90 1/16 Объем 1,2 печ.л., 1.0 уч.-изд.л.

Тираж 90 экз. Бесплатно. Заказ № 18

Обработано на РС и отпечатано на
ротапринте ИЯФ им. Г.И. Будкера СО РАН
Новосибирск, 630090, пр. академика Лаврентьева, 11.