

НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ им. Г.И.Будкера СО РАН

Н.С. Бучельникова, В.Э. Карлин

ВОЛНЫ БГК  
И МОДУЛЯЦИОННАЯ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ  
ПРИ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ ХОЛОДНОГО  
ЭЛЕКТРОННОГО ПУЧКА С ПЛАЗМОЙ. VIII.

ИЯФ 2003-4

Новосибирск  
2003

*Н.С. Бучельникова, В.Э. Карлин*

**Волны БГК и модуляционная неустойчивость  
при взаимодействии холодного  
электронного пучка с плазмой. VIII**

Институт ядерной физики им. Г.И. Будкера, 630090 Новосибирск, РФ

**Аннотация**

Проведены численные эксперименты (метод частиц в ячейках) по исследованию неустойчивости холодного пучка электронов с параметрами  $V_o/V_T = 31.8$ ;  $n_b/n_o = 3 \cdot 10^{-3}$  в одномерной бесстолкновительной плазме с ионно-звуковой волной ( $\lambda_i/r_d = 66.7$ ;  $N_i = L/\lambda_i = 3$ ;  $\tilde{n}_o/n_o = (0.005 - 0.20)$ ;  $L/r_d = 200$ ;  $M/m = 10^2$ ).

Показано, что при малых  $\tilde{n}_o/n_o \leq 0.01$  развитие пучковой неустойчивости приводит к формированию волны БГК, неустойчивой относительно модуляционной неустойчивости. Скорость развития модуляционной неустойчивости растет при увеличении  $\tilde{n}_o/n_o$ . При  $\tilde{n}_o/n_o \geq 0.05$  из-за увеличения скорости конверсии модуляционная неустойчивость развивается уже на начальной стадии пучковой неустойчивости. Во всех случаях развитие модуляционной неустойчивости приводит к затуханию электрического поля и поглощению его энергии электронами плазмы. После сброса части энергии формируется волна БГК с амплитудой меньше пороговой для модуляционной неустойчивости.

*N.S. Buchelnikova, V.E. Carlin*

**Interaction of cold electron beam with plasma.  
BGK waves and modulational instability. VIII**

**Abstract**

The instability of a cold electron beam ( $V_o/V_T = 31.8$ ;  $n_b/n_o = 3 \cdot 10^{-3}$ ) in one-dimensional collisionless plasma with ion-sound wave ( $\lambda_i/r_d = 66.7$ ;  $N_i = L/\lambda_i = 3$ ;  $\tilde{n}_o/n_o = (0.005 - 0.20)$ ;  $L/r_d = 200$ ;  $M/m = 10^2$ ) was studied in numerical experiments (PIC-method).

If the amplitude of the ion-sound wave is small -  $\tilde{n}_o/n_o \leq 0.01$ , the evolution of the beam-plasma instability leads to the formation of BGK wave, which is unstable due to modulational instability. The rate of the evolution of the instability increases with increasing  $\tilde{n}_o/n_o$ . If  $\tilde{n}_o/n_o \geq 0.05$ , the modulational instability becomes essential at the initial stage of the beam-plasma instability due to the increasing role of the conversion of the wave on the density perturbation.

The evolution of the modulational instability leads to the damping of the electric field, due to the absorption of the field energy by the plasma electrons. When a part of the energy is absorbed the BGK-wave with the amplitude lower than the threshold of the modulational instability is formed.

© Институт ядерной физики им. Г.И. Будкера СО РАН

---

В настоящей работе описаны численные эксперименты (метод частиц в ячейках) по исследованию неустойчивости холодного (мономатического) пучка электронов большой скорости  $V_o \gg V_T$  в одномерной бесстолкновительной плазме, в которой возбуждена ионно-звуковая волна. Работа является продолжением работ [1-3], и прямым продолжением работы [4].

В работах [1-4] показано, что пучковая неустойчивость приводит к развитию основной волны – гармонике с максимальным инкрементом. Параметры пучка и системы выбраны так, чтобы длина волны этой гармонике была равна длине системы и чтобы сателлитная неустойчивость [5,6] не играла роли [1,4]. В настоящей работе рассматриваются случаи с теми же параметрами пучка и системы, что и в случае 3-2 в работе [4]:  $L/r_d = 200$ ;  $V_o/V_T = 31.8$ ;  $n_b^o/n_o = 3 \cdot 10^{-3}$ . Параметры ионно-звуковой волны:  $\lambda_i/r_d = 66.7$ ;  $N_i = L/\lambda_i = 3$ ;  $\tilde{n}_o/n_o \sim 0.005 - 0.20$ .

В работе [4] показано, что развитие пучковой неустойчивости и захват электронов пучка возбуждающейся волной приводят к формированию волны БГК-типа. Амплитуда этой волны растет при увеличении плотности пучка. При малой плотности пучка и соответственно малой амплитуде волна БГК устойчива и имеет квазистационарный характер. При увеличении  $n_b^o/n_o$  и амплитуды волна БГК становится неустойчивой относительно модуляционной неустойчивости. В работе [4] найден порог развития модуляционной неустойчивости по амплитуде волны БГК:  $E/(mr_d/eT_{oe}^2) \geq 25$ ,  $E^2/8\pi n_o T \geq 0.2$  ( $n_b^o/n_o \geq 3 \cdot 10^{-3}$  для пучка с  $V_o/V_T = 31.8$ ).

В настоящей работе исследуются случаи с амплитудой волны БГК выше пороговой. Найдено, что задание возмущения плотности (ионно-звуковой волны) малой амплитуды  $\tilde{n}_o/n_o \leq 0.01$  приводит к увеличению скорости развития модуляционной неустойчивости волны БГК, причем скорость развития растет при увеличении  $\tilde{n}_o/n_o$ . При больших амплитудах  $\tilde{n}_o/n_o \geq 0.05$  основную роль играет конверсия на возмущении плотности [7,8], которая приводит к развитию модуляционной неустойчивости и затуханию уже на начальной стадии формирования волны БГК.

Развитие модуляционной неустойчивости приводит к затуханию в результате развития сильной стохастической неустойчивости движения элект-

тронов плазмы [4,9,10]. Однако полного затухания волны не происходит – после сброса части энергии затухание прекращается или замедляется и формируется квазистационарная или слабозатухающая волна БГК с амплитудой, меньшей порога возбуждения модуляционной неустойчивости.

Численный эксперимент выполняется методом частиц в ячейках. Рассматривается одномерная система длиной  $L/r_d = 200$  с периодическими граничными условиями. Для электронов и ионов плазмы задаётся максвелловское распределение с  $T_e/T_i = 30$ ,  $M/m = 10^2$ , обрезанное на скорости  $V \sim \pm 2.8 V_T$  из-за ограниченности числа счетных частиц ( $N^e \sim 10^5$  на длине  $100r_d$ ).

Задаётся холодный (монохроматический) пучок со скоростью  $V_o/V_T = 31,8$  и плотностью  $n_b^o/n_o = 3 \cdot 10^{-3}$ . Для эффективного увеличения числа частиц пучка при сохранении отношения  $n_b^o/n_o$  применяется метод "взвешивания". "Взвешивание" эквивалентно тому, что один электрон дробится на  $\alpha$  частиц с массой  $m/\alpha$  и зарядом  $e/\alpha$ , но с тем же отношением  $e/m$  как у электрона, так что движение этих частиц (назовем их b-электронами) не отличается от движения электронов.

Задаётся ионно-звуковая волна с длиной волны  $\lambda_i/r_d = 66.7$  и номером гармоники  $N_i = L/\lambda_i = 3$ . Первый максимум плотности находится на  $x = 0$ . Амплитуды волны в разных случаях приведены в таблице.

#### Начальные параметры ионно-звуковой волны.

$$\lambda_i/r_d = 66,7; N_i = 3.$$

Случай	3-2 [4]	4-1	4-2	4-3	4-4	4-5
$\bar{n}_o/n_o$	-	0.005	0.01	0.05	0.10	0.20

Во всех случаях в начальный момент времени задается заправочная ленгмюровская волна малой амплитуды  $E_o/\frac{m r_d}{e T_{oe}^2} = 1$  с длиной волны  $L/r_d = 200$ , номером гармоники  $N = L/\lambda = 1$  и фазовой скоростью  $V_\Phi/V_T = 32.04$ .

Задаётся 100 пробных частиц ( $e = m = 0$ ,  $e/m$  то же, что и у электрона). Прослеживается 18 траекторий пробных частиц на фазовой плоскости. Задаются распределения пробных частиц на фазовой плоскости: 20 частиц с  $V_N^o = 31.8V_T = V_o$ , равномерно распределенные в интервале  $x/r_d \sim 40 - 120$ ; по 40 частиц со скоростями  $V_N^o/V_T = 2.84$  (верхняя граница плазмы) и  $V_N^o/V_T = -2.84$  (нижняя граница плазмы), равномерно распределенные по  $x_N^o$  в интервале  $x/r_d \sim 0 - 200$ .

Подробности постановки и описания численного эксперимента приведены в работе [1].

Отметим, что в тексте и на рисунках напряженность поля  $E$  и амплитуда гармоник  $E^N$  нормируется на  $mr_d/eT_{oe}^2$ .

Рассмотрим случаи  $4 - 1 \div 4 - 5$ . В этих случаях задан пучок со скоростью  $V_o/V_T = 31.8$  и плотностью  $n_b^o/n_o = 3 \cdot 10^{-3}$  и ионно-звуковая волна с номером гармоники  $N_i = 3$  и амплитудой  $\tilde{n}_o/n_o = 0,005$  (случай 4-1), 0,01 (случай 4-2), 0,05 (случай 4-3), 0,10 (случай 4-4), 0,20 (случай 4-5).

Кривые, описывающие случай 4-1, приведены на Рис.1-8, случай 4-2 – на Рис.9-16, случай 4-3 – на Рис.17-24, случай 4-4 – на Рис.25-32, случай 4-5 – на Рис.33-40.

Для каждого случая показана зависимость от времени энергии электрического поля  $W_E$ , энергии электронов плазмы  $\Delta W_e = W_e - W_e^o$  ( $W_e^o$  – тепловая энергия электронов плазмы) и потерь энергии электронов пучка  $\Delta W_b = -(W_b - W_b^o)$ ; зависимость от времени амплитуды  $E^N$  основной волны  $N_e = 1$  и гармоник; зависимость от времени амплитуды гармоник плотности ионов  $\tilde{n}^N$ ; зависимость от времени энергии ионов  $\Delta W_i = W_i - W_i^o$ ; фазовые плоскости электронов; функции распределения электронов плазмы  $f_e(V)$  и пучка (b-электронов)  $f_b(V)$  по скорости, нормированные на свой максимум  $f_{max}$  или максимум начальной функции распределения  $f_{omax}$ ; в линейном и логарифмическом масштабе; распределение поля  $E(x)$ , возмущения плотности плазмы  $\tilde{n}(x)$  и возмущения плотности электронов пучка (b-электронов)  $\tilde{n}_b(x)$ .

По кривым  $W(t)$  (Рис.1,9,17,25,33) и  $E^N(t)$  (Рис.2,10,18,26,34) видно, что начальная стадия пучковой неустойчивости в случаях  $4 - 1 \div 4 - 5$  имеет такой же характер, что и в случаях, рассмотренных в работе [4]. Действительно, по кривым  $E^N(t)$  видно, что с самого начала выделяется гармоника  $N_e = 1$ , имеющая максимальный инкремент. Амплитуда волны  $N_e = 1$  проходит через максимум  $E = E_{max}^I$  в  $t = t_{max}^I$ , а далее осциллирует с периодом  $T/T_{oe} \sim 5 - 6$ , соответствующим периоду оборота захваченных частиц  $T_B$ . Анализ этих кривых и фазовых плоскостей электронов показывает, что нелинейная стадия пучковой неустойчивости определяется захватом электронов пучка.

В таблице 1 приведены значения  $t_{max}^I$ ,  $E_{max}^I$ ,  $V_{zmax}^I$  ( $V_z = 2\sqrt{\frac{e\phi}{m}}$ ),  $T_B$ ,  $(E_{max}^I)^2/8\pi n_o T$ , а так же максимальные значения  $\Delta W_b$ ,  $W_E$ ,  $\Delta W_e$  в свои  $t_{max} \sim t_{max}^I$  для случаев  $4 - 1 \div 4 - 5$ , а также для случая 3-2 из работы

[4] с теми же параметрами пучка, но без ионно-звуковой волны.

Из таблицы 1 видно, что  $t_{max}^I$ ,  $E_{max}^I$ ,  $\Delta W_{max}$  в случаях 4-1, 4-2 практически не отличаются от случая 3-2[4], а в случаях 4 – 3 ÷ 4 – 5 отличаются незначительно. Это показывает, что во всех случаях начальная стадия пучковой неустойчивости практически одинакова.

Анализ начальных участков кривых  $E^N(t)$  (Рис.2,3,10,11,18,19,26, 27,34,35) показывает, что основным отличием рассматриваемых случаев от случая 3-2 [4] на начальной стадии является возбуждение гармоник конверсии с номерами  $N = N_e \pm \beta N_i$ ,  $\beta = 1, 2, 3, \dots$ . При малых амплитудах возмущения плотности  $\tilde{n}_o/n_o \leq 0.01$  в случаях 4-1, 4-2 возбуждаются только основные гармоники с  $\beta = 1$   $N = 4$  и  $-2$  (знаком “-” будем обозначать обратные волны) и амплитуда их мала. При увеличении  $\tilde{n}_o/n_o$  в случаях 4 – 3 ÷ 4 – 5 кроме гармоник с  $\beta = 1$  возбуждаются гармоники с  $\beta = 2$  и 3  $N = 7$  и  $-5$ ; 10 и  $-8$ . Растет и амплитуда гармоник. Ранее было показано, что гармоники конверсии являются ленгмюровскими волнами [7,8]. Фазовые скорости гармоник  $N = 2 - 10$  приведены в таблице 3 работы [11].

**Таблица 1. Амплитуда волны и энергии  $\Delta W_b, W_E, \Delta W_e$  в первом максимуме кривой  $E^I(t)$  или  $W(t)$ .  $V_o/V_T = 31, 8$ ;  $n_b^o/n_o = 3 \cdot 10^{-3}$ ;  $W_b^o/W_e^o = 3.11$**

Случай	3 – 2	4 – 1	4 – 2	4 – 3	4 – 4	4 – 5
$\tilde{n}_o/n_o$	–	0.005	0.01	0.05	0.10	0.20
$t_{max}^I/T_{oe}$	9.3	9.3	9.3	9.4	9.5	10.3
$E_{max}^I$	33.07	33.06	33.01	32.64	31.40	27.89
$V_{zmax}^I/V_T$	10.33	10.33	10.32	10.26	10.06	9.48
$T_B/T_{oe}$	6.16	6.16	6.17	6.20	6.33	6.71
$(E_{max}^I)^2/8\pi n_o T$	0.349	0.349	0.348	0.340	0.315	0.248
$\Delta W_b/W_e^o$	0.770	0.770	0.770	0.785	0.833	1.016
$W_E/W_e^o$	0.362	0.362	0.363	0.372	0.398	0.497
$\Delta W_e/W_e^o$	0.403	0.403	0.403	0.411	0.441	0.543
$\Delta W_b/W_b^o$	0.248	0.248	0.248	0.252	0.268	0.327
$W_E/W_b^o$	0.116	0.116	0.117	0.119	0.128	0.160
$\Delta W_e/W_b^o$	0.129	0.129	0.129	0.132	0.142	0.175

$W_b^o, W_e^o$  - начальная энергия электронов пучка и плазмы;  $E_{max}^I$  - максимальная амплитуда волны  $N_e = 1$  в  $t = t_{max}^I$ ;  $E$  нормировано на  $\frac{mr_d}{eT_{oe}^2}$ ;  $V_z = 2\sqrt{\frac{e\phi}{m}}$ ;  $T_B = 2\pi/k\sqrt{e\phi/m} = 2\lambda/V_z$ ;  $\Delta W_b = -(W_b - W_b^o)$  - потери энергии электронов пучка;  $W_E$  - энергия электрического поля;  $\Delta W_e = W_e - W_e^o$  - энергия электронов плазмы.

Рассмотрим случаи  $4 - 1 \div 4 - 2$ . В этих случаях амплитуда ионно-звуковой волны  $\tilde{N}_i = 3 \tilde{n}_o/n_o = 0,005$  (случай 4-1) и  $\tilde{n}_o/n_o = 0,01$  (случай 4-2).

Дальнейшее развитие пучковой неустойчивости в случаях 4-1 и 4-2 приводит к формированию волны БГК подобно случаю 3-2 [4]. Действительно, по фазовым плоскостям видно образование характерной структуры, сохраняющейся в течение длительного времени (Рис.6а,14а). Функции распределения электронов пучка по скорости  $f_b(V)$  и распределение плотности  $\tilde{n}_b(x)$  имеют вид пиков и незначительно меняются во времени. Сохраняется и средняя амплитуда волны  $N_o = 1$  (Рис.2,10).

Параметры сформировавшейся волны БГК в случаях 3-2 [4], 4-1 и 4-2 приведены в таблице 2. Приведена фазовая скорость волны БГК  $V_\Phi^I$  – оценка по положению пика функции распределения  $f_b(V)$  ( $V_\Phi^I \sim V_p^{min} + (V_p^{max} - V_p^{min})/2$  [4]);  $E_{mx}^I$  – амплитуда волны  $N_e = 1$  в максимуме огибающей кривой  $E^I(t)$ ;  $E_{cp}^I$  – средняя амплитуда по  $E^I(t)$  и соответствующие им  $V_{зmx}^I$ ,  $V_3^I$  ср и плотности энергии.

**Таблица 2. Параметры волны БГК  $N_e = 1$  перед началом модуляционной неустойчивости**

Случай	3 – 2	4 – 1	4 – 2
$\tilde{n}_o/n_o$	-	0.005	0.01
$t/T_{oe}$	200 – 350	200 – 320	150 – 250
$V_p/V_T$	29.8 – 28,6	30,1 – 28,2	30.1 – 29.6
$V_\Phi^I/V_T$	29.2	29.1	29.8
$E_{mx}^I$	25	25	26
$V_{зmx}^I/V_T$	9.0	9.0	9.2
$(E_{mx}^I)^2/8\pi n_o T$	0.20	0.20	0.22
$E_{cp}^I$	21	21	21
$V_3^I \text{ ср}/V_T$	8.2	8.2	8.2
$(E_{cp}^I)^2/8\pi n_o T$	0.14	0.14	0.14

$V_p$  – максимум функции распределения в-электронов (максимальное и минимальное значение  $V_p$  в интервале времени  $t$ );  $V_\Phi^I \sim V_p^{min} + (V_p^{max} - V_p^{min})/2$  – фазовая скорость волны  $N_e = 1$ ;  $E_{mx}^I, E_{cp}^I$  – максимальная и средняя амплитуды волны  $N_e = 1$  в интервале времени  $t$  по кривой  $E^I(t)$ ;  $E$  нормировано на  $\frac{mr_d}{eT_{oe}^2}$ ;

$$V_3 = 2\sqrt{\frac{e\phi}{m}} = 2\sqrt{\frac{eE\lambda}{m2\pi}}.$$

Из таблицы 2 видно, что параметры волны БГК в случаях 4-1, 4-2 близки к случаю 3-2 [4].

Сравнение кривых  $\tilde{n}^N(t)$  (Рис.4,12) в случаях 4-1, 4-2 и в случае 3-2 (Рис.11 в работе [4]) показывает, что в случаях 4-1, 4-2 практически с самого начала, а в случае 3-2 в  $t/T_{oe} > 100$  растут амплитуды выделенных гапмоник  $\tilde{n}^N(t)$ . По кривым  $E(x)$ ,  $\tilde{n}(x)$  (Рис.8,16 и Рис.16 [4]) видно, что росту амплитуд гармоник  $\tilde{n}^N$  соответствует рост выделенной впадины плотности и концентрация в ней электрического поля. Это показывает, что развивается модуляционная неустойчивость. Развитие модуляционной неустойчивости приводит к коллапсу – быстрому росту впадины плотности, концентрации в ней электрического поля и быстрому росту амплитуд широкого спектра гармоник  $\tilde{n}^N$  и  $E^N$  (Рис.2,3,10,11 и Рис.9,10 [4]). Развитие коллапса приводит к затуханию (Рис.1,9 и Рис.8 [4]).

По фазовым плоскостям электронов (Рис.6а,14а и Рис.13 [4]) видно, что в  $t/T_{oe} > 350$  в случае 3-2[4], в  $t/T_{oe} > 300$  в случае 4-1 и в  $t/T_{oe} > 220$  в случае 4-2 появляются "хвосты" ускоренных электронов. Это показывает, что начинается захват электронов плазмы гармониками модуляционной неустойчивости и развитие сильной стохастической неустойчивости движения электронов. Появление "хвостов" в области  $V < 0$  показывает, что модуляционная неустойчивость сопровождается конверсией основной волны и гармоник на растущем возмущении плотности, которая приводит к возбуждению более коротковолновых гармоник и обратных волн. Эти процессы и приводят к затуханию электрического поля (подробнее см. [4,9]).

По кривым  $E(x), \tilde{n}(x)$  (Рис.8,16 и Рис.16 [4]) в случаях 4-1, 4-2 и 3-2 [4] видно, что максимальная амплитуда  $E_{max}$  и максимальная концентрация поля в разных случаях достигается в разное время  $t_{max}$ . После начала затухания поля впадины плотности еще некоторое время продолжают расти и достигают максимальной глубины  $\tilde{n}_{min}$  в  $t_{min}$ . Значения  $t_{max}$ ,  $E_{max}$  и  $t_{min}$ ,  $\tilde{n}_{min}$  в случаях 3-2 [4], 4-1, 4-2, а также в случаях 4-3 ÷ 4-5 приведены в таблице 3.

Из таблицы 3 видно, что  $t_{max}$  и соответствующее  $t_{min}$  в случаях 4-1, 4-2 меньше, чем в случае 3-2 [4] и уменьшается при увеличении  $\tilde{n}_o/n_o$ . Это показывает, что начальное возмущение плотности (ионно-звуковая волна) играет роль затравки модуляционной неустойчивости и приводит к более быстрому ее развитию. Действительно, по кривым  $\tilde{n}^N(t)$  (Рис.4,12) видно, что рост гармоники  $N_i = 3$  начинается практически с самого начала в отличие от случая 3-2 (Рис.11 [4]).

Из таблицы 3 видно, что  $E_{max}$  и соответствующая плотность энергии в  $t_{max}$ , а также  $\tilde{n}_{min}$  в  $t_{min}$  в случаях 4-1, 4-2 и 3-2 [4] различаются незначительно. Это показывает, что общий характер развития модуляционной



неустойчивости и коллапса одинаков в случаях 3-2 [4] и 4-1, 4-2. Действительно, развитию коллапса во всех случаях соответствует быстрый рост амплитуд одинаковых гармоник плотности  $N_i = 2 - 3 - 4 - 5 - \dots$  (Рис.4,12), что эквивалентно росту одной впадины плотности, и быстрый рост широкого спектра гармоник поля  $N_e = 2 - 3 - 4 - 5 - 6$ , (Рис.3,11).

**Таблица 3. Максимум  $E(x)$  и минимум  $n(x)$**

Случай	3 – 2	4 – 1	4 – 2	4 – 3	4 – 4	4 – 5
$\tilde{n}_o/n_o$	–	0.005	0.01	0.05	0.10	0.20
$t_{max}/T_{oe}$	378.3	327.6	255.4	44.4	19.7	11.7
$E_{max}$	63.40	62.79	67.39	55.06	58.41	78.29
$\tilde{n}/n_o$	0.33	0.36	0.35	0.16	0.18	0.23
$n/n_o$	0.67	0.64	0.65	0.84	0.82	0.77
$(E_{max})^2/8\pi n_o T$	1.28	1.26	1.45	0.97	1.09	1.96
$(E_{max})^2/8\pi n T$	1.92	1.96	2.23	1.15	1.33	2.53
$t_{min}/T_{oe}$	392	340	267	62	42	30
$\tilde{n}_{min}/n_o$	0.53	0.49	0.53	0.25	0.33	0.46
$n_{min}/n_o$	0.47	0.51	0.47	0.75	0.67	0.54
$\tilde{n}_{min}/\tilde{n}_o$		98.0	53.0	5.0	3.3	2.3

$t_{max}$ ,  $E_{max}$  - момент времени, когда  $E(x)$  имеет максимальное значение  $E_{max}$ ;  $E$  - нормировано на  $\frac{m\gamma v}{eT_{oe}}$ ;  $n/n_o = 1 - \tilde{n}/n_o$ ,  $t_{min}$ ,  $n_{min}$ ,  $\tilde{n}_{min}$  - момент времени, когда  $n(x)$  имеет минимальное значение  $n_{min}$ , а глубина впадины плотности  $\tilde{n}_{min}$  максимальна.

В таблице 4 приведены максимальные амплитуды гармоник  $E_{max}^N$  и моменты времени  $t_{max}^N$ , когда достигается максимальная амплитуда для случаев 3-2 [4], 4-1, 4-2, а также для случаев 4 – 3 ÷ 4 – 5.

Из таблицы 4 видно, что все  $t_{max}^N$  в случаях 3-2[4], 4-1 и 4-2 близки к  $t_{max}$  и так же уменьшаются при увеличении  $\tilde{n}_o/n_o$ . Максимальные амплитуды гармоник в случаях 3-2[4], 4-1 и 4-2 различаются незначительно, что подтверждает вывод об одинаковом характере процессов в этих случаях.

Таким образом, задание начального возмущения плотности (ионно-звуковой волны) приводит к увеличению скорости развития модуляционной неустойчивости волны БГК, но не влияет существенно на сам процесс.

С этим выводом согласуется и развитие возмущения скорости ионов. По фазовым плоскостям ионов (Рис.6б,14б) видно, что в  $t$ , близкое к

Таблица 4. Амплитуда гармоник в максимуме кривой  $E^N(t)$

Случай	3 – 2	4 – 1	4 – 2	4 – 3	4 – 4	4 – 5
$\tilde{n}_o/n_o$	–	0.005	0.01	0.05	0.10	0.20
$t_{max}/T_{oe}$	378.3	327.6	255.4	44.4	19.7	11.7
$t_{max}^{II}/T_{oe}$	382.8	327.6	257.7	54.4	29.3	11.7
$E_{max}^{II}$	10.2	9.9	9.9	14.5	17.7	22.8
$t_{max}^{III}/T_{oe}$	380.5	328.7	257.6	110.9	54.8	39.8
$E_{max}^{III}$	8.5	7.5	9.1	2.4	2.3	3.5
$t_{max}^{IV}/T_{oe}$	379.9	328.2	257.0	19.5; 55.6	11.7	11.4
$E_{max}^{IV}$	8.9	7.5	8.6	8.2; 7.9	13.2	17.5
$t_{max}^V/T_{oe}$	381.1	328.7	259.4	44.5	20.3	13.4
$E_{max}^V$	5.8	6.0	6.6	11.3	12.2	12.5
$t_{max}^{VI}/T_{oe}$	380.7	331.0	254.3	199.8	54.1	37.6
$E_{max}^{VI}$	4.6	4.7	6.5	1.7	2.6	3.4
$t_{max}^{VII}/T_{oe}$	382.3	329.4	257.7	45.0	18.1	17.7
$E_{max}^{VII}$	3.6	3.7	4.0	6.3	8.9	8.4
$t_{max}^{VIII}/T_{oe}$	385.8	330.5	261.2	52.2	28.5	19.4
$E_{max}^{VIII}$	3.2	3.3	3.2	3.7	4.7	6.8
$t_{max}^X/T_{oe}$	385.3	331.1	267.2	70.9	43.4	17.8
$E_{max}^X$	2.2	2.3	3.4	2.7	3.1	4.7

$t_{max}^N$  - момент максимума кривой  $E^N(t)$ ;  $E_{max}^N$  - максимальная амплитуда N-й гармоники;  $E$  - нормировано на  $\frac{mrv_d}{eT_{oe}^2}$ .

$t_{max}$ , появляется характерное для модуляционной неустойчивости возмущение скорости ионов. В это же время начинает быстро расти энергия ионов  $\Delta W_i$  (Рис.5,13). После затухания поля в  $t > t_{min}$  впадины плотности схлопываются и развивается ионная турбулентность с широким спектром ионно-звуковых волн. По фазовым плоскостям ионов видно, что при этом происходит захват и ускорение ионов этими волнами и развивается стохастическая неустойчивость движения ионов. В таблице 5 для этих случаев 3-2 [4], 4-1, 4-2, а также для случаев 4 – 3 ÷ 4 – 5 приведены максимальные значения энергии ионов  $\Delta W_{imax}$ , которые достигаются в  $t = t_{imax}$ .

Из сравнения фазовых плоскостей ионов (Рис.6б,14б) и кривых  $\Delta W_i(t)$  (Рис.5,13) в случаях 4-1,4-2 и 3-2 [4] (Рис.17 и 12 в работе [4]) и из таблицы 5 видно, что фазовые плоскости ионов и  $\Delta W_i(t)$  в этих случаях имеют одинаковый характер и различаются только временем начала процесса, а  $\Delta W_{imax}$  различаются незначительно.

Таблица 5. Энергия ионов в максимуме кривой  $\Delta W_i(t)$ .  $W_i^o/W_e^o = 3.342 \cdot 10^{-2}$

Случай	3 – 2	4 – 1	4 – 2	4 – 3	4 – 4	4 – 5
$\tilde{n}_o/n_o$	–	0.005	0.01	0.05	0.10	0.20
$\Delta W_i^o/W_e^o \cdot 10^{-3}$				1.28	5.10	20.38
$t_{i \min}/T_{oe}$	392	340	267	62	42	30;30
$t_{i \max}/T_{oe}$	410	358	285	93	63	65*;110
$\Delta W_{imax}/W_e^o \cdot 10^{-2}$	1.12	0.98	1.22	0.62	1.48	4.00; 4.07
$\Delta W_{imax}/W_b^o \cdot 10^{-3}$	3.59	3.14	3.93	1.98	4.75	12.86; 13.07
$\Delta W_{imax}/W_i^o$	0.33	0.29	0.37	0.18	0.35	1.21; 1.22
$\Delta W_{imax}/\Delta W_i^o$				4.8	2.9	2.0; 2.0

\* - первый максимум кривой  $\Delta W_i(t)$ .  $W_i^o$ ,  $W_e^o$ ,  $W_b^o$  - начальная энергия ионов плазмы и пучка;  $\Delta W_i = -(W_i - W_i^o)$ ;  $\Delta W_{imax}$  - максимальное значение  $\Delta W_i(t)$  в  $t = t_{imax}$ ;  $t_{min}$  - см. таблицу 3.

Рассмотрим случаи  $4 - 3 \div 4 - 5$ . В этих случаях амплитуда ионно-звуковой волны  $N_i = 3 \tilde{n}_o/n_o = 0, 05$  (случай 4-3),  $\tilde{n}_o/n_o = 0, 10$  (случай 4-4) и  $0, 20$  (случай 4-5).

Как уже отмечалось, начальная стадия пучковой неустойчивости в этих случаях незначительно отличается от случаев 4-1, 4-2 (таблица 1). Однако, увеличение начального возмущения плотности  $\tilde{n}_o/n_o$  приводит к заметному изменению характера процесса. Существенную роль в случаях  $4 - 3 \div 4 - 5$  начинает играть конверсия возбуждающейся волны на возмущении плотности, которая развивается параллельно с пучковой неустойчивостью. В работе [12] показано, что при параллельном развитии пучковой неустойчивости и конверсии при увеличении  $\tilde{n}_o/n_o$  растет скорость развития конверсии и максимальная амплитуда гармоник конверсии, а также отношение  $E_{max}^N/E_{max}^I$ . Кроме того, начинают возбуждаться более коротковолновые гармоники  $N = N_e \pm \beta N_i$ ,  $\beta \geq 2$ . В результате затухание может проявляться на более ранней стадии. Отсюда небольшое уменьшение  $E_{max}^I$  при увеличении  $\tilde{n}_o/n_o$  в случаях  $4 - 3 \div 4 - 5$  (таблица 1).

По кривым  $E^N(t)$  в случаях  $4 - 3 \div 4 - 5$  (Рис.18,26,34) видно, что амплитуда гармоник конверсии в первом максимуме  $E^N(t)$  растет при увеличении  $\tilde{n}_o/n_o$  и в случае 4-5 становится сравнимой с  $E_{max}^I$ .

Возбуждение гармоник конверсии эквивалентно модуляции поля  $E(x)$ , а модуляция поля служит затравкой модуляционной неустойчивости. Действительно, по распределению  $E(x)$ ,  $\tilde{n}(x)$  в случаях  $4 - 3 \div 4 - 5$  (Рис.24,32,40) можно видеть рост впадин плотности и концентрацию в них электрического поля.

Характер модуляционной неустойчивости в случаях  $4 - 3 \div 4 - 5$  существенно отличается от случаев 4-1, 4-2. Действительно, в случаях  $4 - 3 \div 4 - 5$  почти с самого начала растут все три впадины плотности ионно-звуковой волны (Рис.24,32,40). Соответственно растут амплитуды выделенных гармоник  $\tilde{n}^N$   $N_i = 3, 6, 9$  (Рис.20,28,36).

Фазовые плоскости ионов (Рис.22б,30б,38б) и кривые  $\Delta W_i(t)$  (Рис.21,29,37 и таблица 5) в случаях  $4 - 3 \div 4 - 5$  также существенно отличаются от случаев 4-1, 4-2, поскольку возмущение скорости ионов обусловлено модуляционной неустойчивостью в трех впадинах плотности.

По кривым  $E^N(t)$  (Рис.19,27,35) видно, что модуляция поля обусловлена гармониками конверсии  $N_e = 4, 7, 10$  и  $N_e = -(2, 5, 8)$ . Из таблицы 4 видно, что эти гармоники выделены в спектре ( $E_{max}^N$  гармоник  $N_e = 3, 6$  значительно меньше), причем  $E_{max}^N$  растет при увеличении  $\tilde{n}_o/n_o$ .

Отметим что модуляционная неустойчивость, обусловленная начальной конверсией, наблюдается и в случаях 4-1, 4-2. Действительно, по кривым  $\tilde{n}^N(t)$  (Рис.4,12) видно, что на начальной стадии растет амплитуда гармоники  $N_i = 3$ , то есть растут все три впадины плотности. Однако, из-за малых амплитуд гармоник конверсии (Рис.2,10) этот процесс развивается медленно и с течением времени подавляется модуляционной неустойчивостью волны БГК.

По фазовым плоскостям электронов в случаях  $4 - 3 \div 4 - 5$  (Рис.22а,30а, 38а) видно, что захват электронов плазмы гармониками начинается значительно раньше, чем в случаях 4-1, 4-2. Соответственно раньше начинается и затухание (Рис.17,25,33). Из таблицы 3 видно, что время достижения максимальной плотности энергии  $t_{max}$  и максимальной глубины впадин плотности  $t_{min}$  значительно меньше, чем в случаях 4-1, 4-2. При этом  $t_{max}$ ,  $t_{min}$  уменьшаются при увеличении  $\tilde{n}_o/n_o$  из-за более раннего начала затухания.

Из таблицы 3 видно, что  $E_{max}$  и соответствующие плотности энергии в случаях  $4 - 3 \div 4 - 5$  отличаются от случаев 4-1, 4-2 и растут при увеличении  $\tilde{n}_o/n_o$ . Это связано с увеличением скорости развития модуляционной неустойчивости при увеличении начального возмущения плотности и увеличении амплитуд гармоник конверсии, играющих роль затравки модуляционной неустойчивости.

При увеличении  $\tilde{n}_o/n_o$  в результате увеличения плотности энергии в  $t = t_{max}$  растет и  $\tilde{n}_{min}$  (таблица 3). Увеличение  $\tilde{n}_{min}$  приводит к возбуждению все более коротковолновых гармоник конверсии и к увеличению скорости затухания при увеличении  $\tilde{n}_o/n_o$  (Рис.17,25,33).

Отметим, что из-за более раннего начала затухания в случаях 4 – 3 ÷ 4 – 5 развитие модуляционной неустойчивости не приводит к коллапсу. В результате в случаях 4-3, 4-4  $E_{max}$ ,  $\tilde{n}_{min}$  меньше, чем в случае 4-1, 4-2 и только в случае 4-5 сравнимо с ними.

Модуляционная неустойчивость и затухание поля в случаях 4 – 3 ÷ 4 – 5 развиваются на стадии, когда начальная волна БГК, подобная случаям 4-1, 4-2, еще не успела сформироваться. Однако, формирование волны БГК продолжается одновременно с развитием модуляционной неустойчивости и затуханием.

Во всех случаях 4 – 1 ÷ 4 – 5 с  $\tilde{n}_o/n_o \sim 0.005 – 0.20$ , также как в случаях, рассмотренных в работах [4,9,11], развитие пучковой и модуляционной неустойчивости и конверсии приводит к затуханию поля в результате сильной стохастической неустойчивости движения электронов плазмы [9]. Однако полного затухания поля не происходит. По кривым  $E^I(t)$  (Рис.2,10,18,26,34) видно, что во всех случаях после основного затухания средняя амплитуда волны  $N_e = 1$  устанавливается на некотором постоянном уровне или очень медленно затухает. Это наблюдается и в случаях 4 – 3 ÷ 4 – 5, в которых затухание начинается на стадии, когда волна БГК еще не успела сформироваться. Таким образом, после сброса части энергии устанавливается квазистационарная волна.

Во всех случаях волна имеет характер волны БГК. Действительно, на функциях распределения электронов пучка  $f_b(V)$  (Рис.7,15,23,31,39) сохраняется пик, свидетельствующий о сохранении сгустка захваченных электронов, а на фазовой плоскости пробные частицы с  $V_N^o = V_o$ , захваченные волной, продолжают двигаться одной группой. Сохраняет вид пика и распределение плотности электронов пучка  $\tilde{n}_b(x)$  (Рис 8,16,24,32,40). Значения максимальной плотности электронов пучка  $\tilde{n}_{bm}$  в  $t = t_{max}, t_{min}$  и после затухания приведены в таблице 6. Отметим, что форма пика  $\tilde{n}_b(x)$  и  $\tilde{n}_{bm}$  меняется в течение периода  $T_B[1]$ . В настоящей работе  $\tilde{n}_b(x)$  брались в случайные относительно  $T_B$  моменты времени, так что значения  $\tilde{n}_{bm}$  имеют характер оценки.

Оценка фазовой скорости волны БГК по положению пика функции распределения  $f_b(V)$  в разные моменты времени показывает, что в  $t > t_{max}$  фазовая скорость волны во всех случаях уменьшается, а после скло-

Таблица 6. Максимум  $n_b(x)$  в разные моменты времени.

$$n_b^o/n_o = 3 \cdot 10^{-3}$$

Случай	3 – 2	4 – 1	4 – 2	4 – 3	4 – 4	4 – 5
$\tilde{n}_o/n_o$	–	0.005	0.01	0.05	0.10	0.20
$t_{max}/T_{oe}$	378.3	327.6	255.4	44.4	19.7	11.7
$\tilde{n}_{bm}/n_b^o$	3.87	3.91	4.03	9.55	5.88	17.23
$t_{min}/T_{oe}$	392	340	267	62	42	30
$\tilde{n}_{bm}/n_b^o$	2.39	2.75	2.85	6.39	9.59	5.10
$t/T_{oe}$	500	500	500	200	200	200
$\tilde{n}_{bm}/n_b^o$	1.57	1.38	1.31	3.57	2.57	2.27

$n_b^o$  - начальная плотность электронов пучка;  $\tilde{n}_{bm} = n_{bm} - n_b^o$  - максимальное возмущение плотности электронов пучка в  $t_{max}$ , когда  $E(x)$  имеет максимальное значение, в  $t_{min}$ , когда  $n(x)$  имеет минимальное значение, и после основного затухания.

пывания впадин становится постоянной. Уменьшение фазовой скорости и перестройка волны БГК наблюдались ранее при исследовании волн БГК в плазме с возмущением плотности [13]. Было показано, что этот эффект наблюдается, когда возмущение плотности достаточно велико ( $\tilde{n}/n_o > 0.1$ ), причем изменение фазовой скорости растет при увеличении  $\tilde{n}/n_o$ .

Параметры, установившейся после затухания волны БГК – фазовая скорость, средняя амплитуда  $E_{cp}^I$  и максимальная по огибающей  $E^I(t)$  амплитуда  $E_{mx}^I$  в  $t \gg t_{min}$ , приведены в таблице 7 для случаев 3-2 [4], 4-1, 4-2 в  $t/T_{oe} \sim 450 - 500$  и для случаев 4 – 3 ÷ 4 – 5 в  $t/T_{oe} \sim 150 - 200$ .

В работе [4] было найдено условие устойчивости волны БГК с  $\lambda/r_d = 200$  относительно модуляционной неустойчивости:  $E_{cp}^I \leq 18.3$ ;  $(E_{cp}^I)^2/8\pi n_o T \leq 0.11$ ;  $E_{mx}^I \leq 22$ ;  $(E_{mx}^I)^2/8\pi n_o T \leq 0.15$ . Из таблицы 7 видно, что во всех случаях 4 – 1 ÷ 4 – 5 амплитуда установившейся волны БГК меньше граничной, так что волна устойчива. При этом, в случаях 3-2 [4], 4-1, 4-2 фазовая скорость волны и амплитуда различаются незначительно, что еще раз указывает на одинаковый характер процессов в этих случаях. В случаях 4 – 3 ÷ 4 – 5 и фазовая скорость и амплитуда волны уменьшаются при увеличении  $\tilde{n}_o/n_o$ . Это связано с увеличением  $\tilde{n}_{min}$  (таблица 3), которое приводит к увеличению изменения фазовой скорости при перестройке волны БГК [13] и к ускорению затухания при увеличении  $\tilde{n}_o/n_o$ . Отметим, что фазовая скорость и амплитуда в случаях 4-3, 4-4 больше, чем в случаях 4-1, 4-2. Это связано с тем, что величина  $\tilde{n}_{min}$  в этих случаях меньше, чем в случаях 4-1, 4-2 (таблица 3), так что

изменение фазовой скорости и затухание также меньше, а фазовая скорость и амплитуда соответственно больше.

**Таблица 7. Параметры волны БГК  $N_e = 1$  после основного затухания**

Случай	3 – 2	4 – 1	4 – 2	4 – 3	4 – 4	4 – 5
$\tilde{n}_o/n_o$	–	0.005	0.01	0.05	0.10	0.20
$t/T_{oe}$	450 – 500	450 – 500	400 – 500	120 – 200	150 – 200	150 – 200
$V_p/V_T$	24.8	25.3 – 25.8	24.8 – 25.3	27, 7 – 28.7	26.3 – 27.7	24.4 – 24.8
$V_{\phi}^I/V_T$	24.8	25.5	25.1	28.2	27.0	24.6
$E_{mx}^I$	6	6	5	14.5	10.8	5.7
$V_{zmx}^I/V_T$	4.4	4.4	4.0	6.8	5.9	4.3
$(E_{mx}^I)^2/8\pi n_o T \cdot 10^{-2}$	1.2	1.2	0.8	6.7	3.7	1.0
$E_{cp}^I$	4	5	4	12.5	8.8	4.6
$V_{zcp}^I/V_T$	3.6	4.0	3.6	6.3	5.3	3.9
$(E_{cp}^I)^2/8\pi n_o T \cdot 10^{-2}$	0.5	0.8	0.5	5.0	2.5	0.7

Пояснения - см таблицу 2.

Таким образом, после модуляционной неустойчивости, затухания и поглощения значительной части энергии электронами плазмы устанавливается волна БГК с параметрами, удовлетворяющими условию устойчивости. Отметим, что волна БГК устанавливается и в случаях 4–3÷4–5, где ее формирование идет параллельно с модуляционной неустойчивостью и затуханием.

Квазистационарный характер имеет не только волна  $N_e = 1$ . По кривым  $E^N(t)$  в случаях 4 – 1 ÷ 4 – 5 (Рис.3,11,19,27,35) видно, что средние амплитуды гармоник после затухания выходят на некоторый постоянный в среднем уровень. Ранее было показано, что это свидетельствует о формировании в плазме квазистационарных областей стохастического движения на фазовой плоскости [9]. В таблице 8 приведены средние амплитуды  $E_{cp}^N$  и максимальные по огибающей  $E^N(t)$  амплитуды  $E_{mx}^N$  гармоник  $N = 2 \div 5$  и 7 в  $t \gg t_{min}$  для случаев 3-2[4], 4-1, 4-2 в  $t/T_{oe} \sim 450 - 500$  и для случаев 4 – 3 ÷ 4 – 5 в  $t/T_{oe} \sim 150 - 200$ .

По распределению пробных частиц с  $V_N^O/V_T = \pm 2.84$  на фазовой плоскости в разные моменты времени (Рис.6а,14а,22а,30а,38а) видно, что во всех случаях, так же, как в случае 3-2[4] (Рис.13 [4]), области стохастического движения формируются в области скоростей  $V > 0$  и  $V < 0$  в районе областей захвата гармоник с  $V_{\phi}^N > 0$  и  $V_{\phi}^N < 0$ . Границы стохастических областей можно оценить по максимальным и минимальным скоростям электронов плазмы и пробных частиц.

Таблица 8. Средние и максимальные амплитуды гармоник после основного затухания поля

Случай	3 – 2	4 – 1	4 – 2	4 – 3	4 – 4	4 – 5
$\tilde{n}_o/n_o$	–	0.005	0.01	0.05	0.10	0.20
$t/T_{oe}$	450 – 500	400 – 500	400 – 500	150 – 200	150 – 200	150 – 200
$E_{cp}^{II}$	1.0	1.1	0.8	2.0	2.0	1.8
$E_{mx}^{II}$	2.5	2.2	1.9	4.3	4.0	2.6
$E_{cp}^{III}$	1.0	0.7	0.4	1 – 0.6	1 – 0.5	0.5
$E_{mx}^{III}$	2.0	1.6	1.1	2 – 1.4	2.1 – 1.2	1.3
$E_{cp}^{IV}$	0.7	0.6	0.4	1.0	1.0	0.8
$E_{mx}^{IV}$	2.0	1.6	1.3	3.3	2.0	1.6
$E_{cp}^V$	0.5	0.5	0.5	0.7	0.7	0.7
$E_{mx}^V$	1.2	1.5	1.1	1.6	2.0	1.7
$E_{cp}^{VII}$		0.4	0.4	0.7	0.5	0.5
$E_{mx}^{VII}$		1.2	1.4	2.1	1.2	1.0

$E_{cp}^N$ ,  $E_{mx}^N$  - средняя и максимальная амплитуда N-й гармоники в интервале времени  $t$ ;  $E$  - нормировано на  $\frac{mrd}{eT_{oe}^2}$ .

В таблице 9 приведены максимальные и минимальные скорости электронов пучка и плазмы, а также ионов для случаев 4 – 1 ÷ 4 – 5 и 3 – 2 [4].

Таблица 9. Максимальные и минимальные скорости электронов пучка и плазмы, и ионов.

Случай	3 – 2	4 – 1	4 – 2	4 – 3	4 – 4	4 – 5
$\tilde{n}_o/n_o$	–	0.005	0.01	0.05	0.10	0.20
$t/T_{oe}$	500	500	500	200	200	200
$V_{max}^b/V_T$	41.12	40.67	41.35	40.42	39.70	38.38
$V_{min}^b/V_T$	19.99	20.01	19.72	19.38	19.47	18.38
$V_{max}^e/V_T$	10.22	10.02	9.71	10.42	8.90	10.73
$V_{min}^e/V_T$	-11.16	-9.79	-10.86	-9.08	-8.68	-9.59
$V_{max}^i/V_T$	0.20	0.17	0.20	0.14	0.18	0.23
$V_{min}^i/V_T$	-0.18	-0.19	-0.21	-0.12	-0.15	-0.17
$V_{max}^i/V_T^i$	11.0	9.47	10.93	7.38	9.75	12.63
$V_{min}^i/V_T^i$	-10.07	-10.34	-11.51	-6.75	-8.34	-9.29

$V_{max}^b$ ,  $V_{min}^b$  - максимальная и минимальная скорость электронов пучка;  $V_{max}^e$ ,  $V_{min}^e$  - максимальная и минимальная скорость электронов плазмы;  $V_{max}^i$ ,  $V_{min}^i$  - максимальная и минимальная скорость ионов;  $V_T$ ,  $V_T^i$  - тепловая скорость электронов плазмы и ионов;  $V_T/V_T^i = 54.783$ .



Из таблицы 9 видно, что во всех случаях  $V_{min}^b > V_{max}^e$ , так что электроны пучка не попадают в стохастические области плазмы.

Сравнивая  $V_{max}^e, V_{min}^e$  с фазовыми скоростями гармоник  $V_{\phi}^N$  (таблица 3 в работе [4]), можно сделать вывод, что во всех случаях стохастическая область  $V > 0$  формируется в районе областей захвата гармоник с номерами  $N \geq 4$  ( $V_{\phi}^4/V_T \sim 8.2$ ), а область  $V < 0$  – гармоник с номерами  $N \geq |-(4-5)|$  ( $V_{\phi}^{(-4)}/V_T \sim -8.2$ ;  $V_{\phi}^{(-5)}/V_T \sim -6.6$ ). Гармоника  $N = -2$  в формировании стохастической области  $V < 0$  не участвует из-за большой фазовой скорости  $V_{\phi}^{(-2)}/V_T \sim -16.1$ .

Границы стохастических областей  $V > 0$  и  $V < 0$  приведены в таблице 10 для случаев  $4 - 1 \div 4 - 5$  и  $3 - 2$  [4].

**Таблица 10. Границы и ширина стохастических областей в плазме**

Случай	3 – 2	4 – 1	4 – 2	4 – 3	4 – 4	4 – 5
$\tilde{n}_o/n_o$	–	0.005	0.01	0.05	0.10	0.20
$t/T_{oe}$	500	500	500	200	200	200
Границы Область $V > 0$ . $V_N^o/V_T = 2.84$						
Верхняя						
$V_N^{max}/V_T$	9.22	9.89	8.63	9.86	10.90	9.81
$V_{max}^e/V_T$	10.22	10.02	9.71	10.42	8.90	10.73
Нижняя						
$V_N^{min}/V_T$	1.45	1.03	1.13	1.31	1.27	1.34
Ширина области						
$\delta V_N/V_T$	7.77	8.86	7.50	8.55	9.63	8.47
$\delta V_e/V_T$	8.77	8.99	8.58	9.11	7.63	9.39
Область $V < 0$ . $V_N^o/V_T = -2.84$						
Верхняя						
$V_N^{max}/V_T$	-1.09	-1.50	-1.20	-1.91	-1.21	-1.56
Нижняя						
$V_N^{min}/V_T$	-8.01	-7.01	-11.69	-8.04	-6.90	-9.38
$V_{min}^e/V_T$	-11.16	-9.79	-10.86	-9.08	-8.68	-9.59
Ширина области						
$\delta V_N/V_T$	6.92	5.51	10.49	6.13	5.69	7.82
$\delta V_e/V_T$	10.07	8.29	9.66	7.17	7.47	8.03

$V_N^o$  - начальная скорость пробных частиц;  $V_N^{max}, V_N^{min}$  - максимальная и минимальная скорость пробных частиц;  $V_{max}^e, V_{min}^e$  - максимальная и минимальная скорость электронов плазмы;  $\delta V_N = (V_N^{max} - V_N^{min})$  - ширина области по пробным частицам;  $\delta V_e = (V_{max}^e - V_{min}^e)$  или  $(V_{max}^N - V_{min}^e)$  - ширина области по пробным частицам и электронам.

Из таблицы 10 видно, что во всех случаях стохастические области  $V > 0$  и  $V < 0$  не пересекаются. Действительно, нижняя граница области  $V > 0$  в разных случаях лежит в пределах  $V/V_T \sim 1.0 - 1.5$ , а верхняя граница области  $V < 0$  – в пределах  $V/V_T \sim -(1.1 - 1.9)$ .

Из таблицы 10 видно, что во всех случаях границы и ширина стохастических областей различаются незначительно (на  $1-2V_T$ ). Это показывает, что во всех случаях процесс, приводящий к затуханию имеет одинаковый характер, несмотря на разный характер модуляционной неустойчивости в случаях 3-2 [4], 4-1, 4-2 и  $4 - 3 \div 4 - 5$ .

Из Рис.1,9,17,25,33 и Рис.8 [4] видно, что во всех случаях параллельно с затуханием в  $t > t_{max}$  растут потери энергии электронов пучка. Это связано с уменьшением фазовой скорости волны БГК из-за увеличения возмущения плотности при модуляционной неустойчивости. Как показано в работе [13], уменьшение фазовой скорости приводит к перестройке волны БГК – к уменьшению скорости захваченных электронов и соответственно к росту потерь энергии электронов пучка  $\Delta W_b$ . При этом изменение фазовой скорости и изменение  $\Delta W_b$  увеличиваются при увеличении возмущения  $\tilde{n}/n_o$ . Из Рис.1,9,17,25,33 и Рис.8 [4] видно, что в интервале времени, где возмущение плотности велико (от  $t \geq t_{max}$  до  $t \geq t_{min}$ )  $\Delta W_b$  растет во всех случаях.

После основного затухания электрического поля и схлопывания впадин плотности потери энергии электронов пучка и энергия электронов плазмы продолжают медленно расти, хотя устанавливается квазистационарная волна БГК  $N_e = 1$  и квазистационарные области стохастического движения. Такое же явление наблюдалось в работах [4,9,11]. В работе [9] сделан вывод, что амплитуда волны БГК поддерживается примерно постоянной за счет притока энергии из-за продолжающегося “размешивания” и замедления электронов пучка и потерь энергии на конверсию, а амплитуды гармоник в стохастических областях поддерживаются за счет притока энергии от конверсии и потерь энергии на затухание при “размешивании” и ускорении электронов плазмы. В результате энергия, потерянная пучком, практически полностью поглощается электронами плазмы, так что  $\Delta W_e \sim \Delta W_b$ . Такой же механизм возможен и в рассматриваемых случаях, так как возмущения плотности и в  $t \gg t_{min}$  остаются достаточно большими (Рис.8,16,24,32,40), так что конверсия заведомо продолжает играть роль.

Энергии  $\Delta W_b$ ,  $W_E$ ,  $\Delta W_e$ ,  $\Delta W_i$  в случаях 3-2 [4], 4-1, 4-2, в  $t/T_{oe} = 500$  и  $4 - 3 \div 4 - 5$ , в  $t/T_{oe} = 200$  приведены в таблице 11.

**Таблица 11.** Энергии  $\Delta W_b$ ,  $W_E$ ,  $\Delta W_e$ ,  $\Delta W_i$ .  
 $W_b^o/W_e^o = 3.11$ ,  $W_i^o/W_e^o = 3.34 \cdot 10^{-2}$ .

Случай	3-2	4-1	4-2	4-3	4-4	4-5
$\tilde{n}_o/n_o$	—	0.005	0.01	0.05	0.10	0.20
$t/T_{oe}$	500	500	500	200	200	200
$\Delta W_b/W_e^o$	0.75	0.69	0.77	0.56	0.67	1.01
$W_E/W_e^o$	7.2	6.7	6.4	55.8	30.6	11.0
$\Delta W_e/W_e^o$	0.74	0.69	0.76	0.50	0.64	1.00
$\Delta W_i/W_e^o \cdot 10^{-3}$	7.0	8.4	9.2	4.7	9.5	32.6
$\Delta W_b/W_b^o$	0.24	0.22	0.25	0.18	0.21	0.33
$W_E/W_b^o \cdot 10^{-3}$	2.3	2.2	2.1	17.9	9.8	3.5
$\Delta W_e/W_b^o$	0.24	0.22	0.24	0.16	0.20	0.32
$\Delta W_i/W_b^o \cdot 10^{-3}$	2.26	2.70	2.95	1.52	3.06	10.49
$\Delta W_i/W_i^o$	0.21	0.25	0.27	0.14	0.28	0.98

Пояснения - см таблицу 1 и 5.

Из таблицы 11 видно, что  $\Delta W_e$  во всех случаях незначительно отличается от  $\Delta W_b$ . В случаях 3-2 [4], 4-1, 4-2  $\Delta W_b$ ,  $\Delta W_e$  близки, а в случаях 4-3 ÷ 4-5 растут при увеличении  $\tilde{n}_o/n_o$ . Рост  $\Delta W_b$  связан с уменьшением фазовой скорости волны БГК  $N_e = 1$  при ее перестройке в неоднородной плазме. Действительно, из таблицы 7 видно, что фазовая скорость  $V_\phi^I$  практически одинакова в случаях 3-2 [4], 4-1, 4-2 и уменьшается при увеличении  $\tilde{n}_o/n_o$  в случаях 4-3 ÷ 4-5, что и приводит к увеличению  $\Delta W_b$ .

По функциям распределения электронов плазмы (Рис.7,15,23,31,39 и Рис.14,15 [4]) видно, что во всех случаях функции распределения  $f_e(V)$  мало отличаются от начальной  $f_o(V)$  до  $V/V_T \sim \pm 2.5$ . Это показывает, что температура основной части электронов плазмы практически не меняется. Энергия во всех случаях поглощается “короткими” ( $V_{max}^e < V_\phi^I$ ) хвостами ускоренных электронов. Действительно, максимальные скорости электронов плазмы  $V_{max}^e/V_T \sim 9 - 11$  (таблица 9) во всех случаях существенно меньше фазовой скорости основной волны  $N_e = 1$   $V_\phi^I/V_T \sim 25 - 28$  (таблица 7).

## Список литературы

- [1] *Г.А. Артин, Н.С. Бучельникова.* Препринт ИЯФ 98-36, Новосибирск, 1998.
- [2] *Г.А. Артин, Н.С. Бучельникова.* Препринты ИЯФ 98-37, 98-38, Новосибирск, 1998.
- [3] *Г.А. Артин, Н.С. Бучельникова.* Препринты ИЯФ 98-79, 98-80, Новосибирск, 1998.
- [4] *Н.С. Бучельникова, В.Э. Карлин.* Препринт ИЯФ 2002-5, Новосибирск, 2002.
- [5] *Н.Г.Мацуборко, И.Н.Онищенко, Я.Б.Файнберг, В.Д.Шапиро, В.И.Шевченко.* — ЖЭТФ 63, 874, 1972.
- [6] *Г.А.Артин, Н.С.Бучельникова, Б.Н.Лазеев.* — Препринты ИЯФ N 95-23, N 95-24, Новосибирск, 1995.
- [7] *P.K.Kaw, A.T.Lin, J.M.Dawson.* — Phys. Fluids 16, 1967, 1973.
- [8] *N.S.Buchelnikova, E.P.Matochkin.* — Physica Scripta 24, 566, 1981.
- [9] *Н.С. Бучельникова, В.Э. Карлин.* Препринты ИЯФ 99-22, 1999; 2000-6, 2000-58, Новосибирск, 2000.
- [10] *N.S.Buchelnikova, E.P.Matochkin.* — Phys. Lett 112A, 330, 1985.
- [11] *Н.С. Бучельникова, В.Э. Карлин.* Препринт ИЯФ 2002-6, Новосибирск, 2002.
- [12] *Н.С. Бучельникова, В.Э. Карлин.* Препринт ИЯФ 99-21, Новосибирск, 1999.
- [13] *Н.С.Бучельникова, Б.Н.Лазеев.* Препринты ИЯФ N 94-49, N 94-50, N 94-51, Новосибирск, 1994.

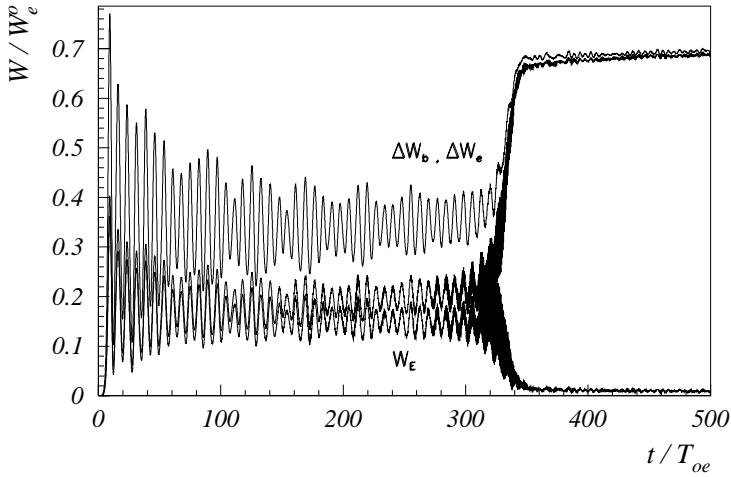


Рис. 1: Зависимость от времени энергии электрического поля  $W_E$ , энергии электронов плазмы  $\Delta W_e = W_e - W_e^o$  и потерь энергии электронов пучка  $\Delta W_b = -(W_b - W_b^o)$ . Случай 4-1.

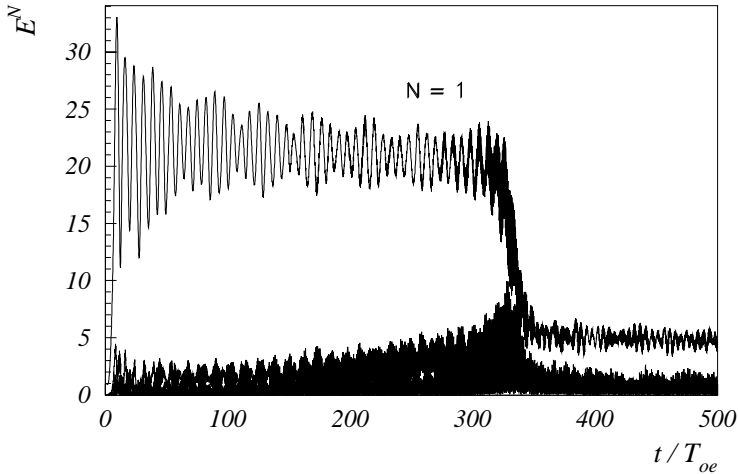


Рис. 2: Зависимость от времени амплитуды волны  $N_e = 1$  и гармоник  $N_e = 2 \div 10$ . Случай 4-1.

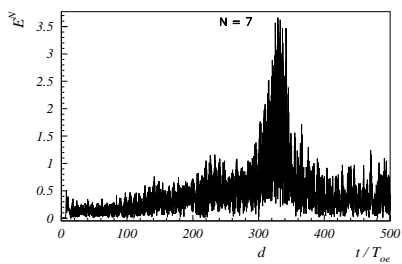
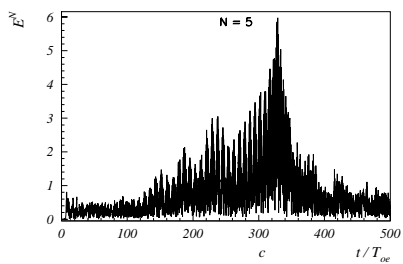
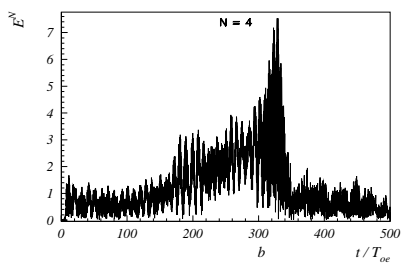
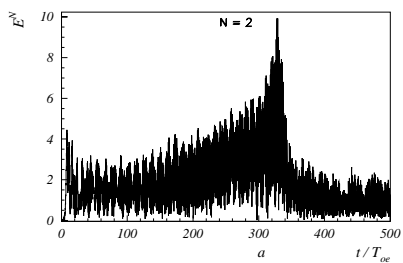


Рис. 3: Зависимость от времени амплитуды гармоник. Случай 4-1.

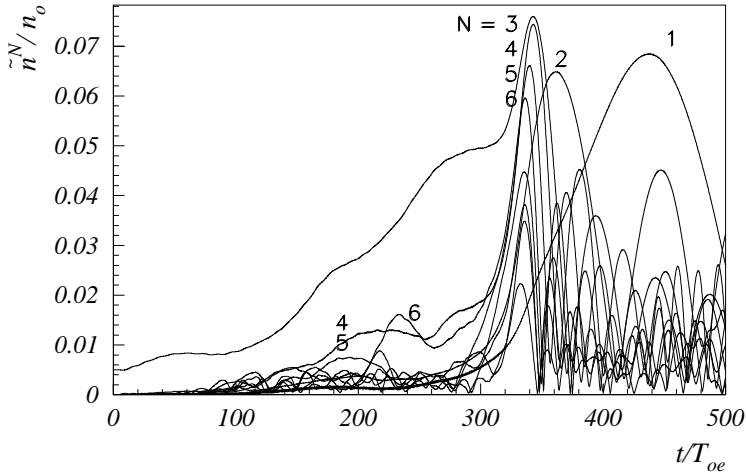


Рис. 4: Зависимость от времени амплитуды гармоник плотности ионов  $N_i = 1 \div 10$ . Случай 4-1.

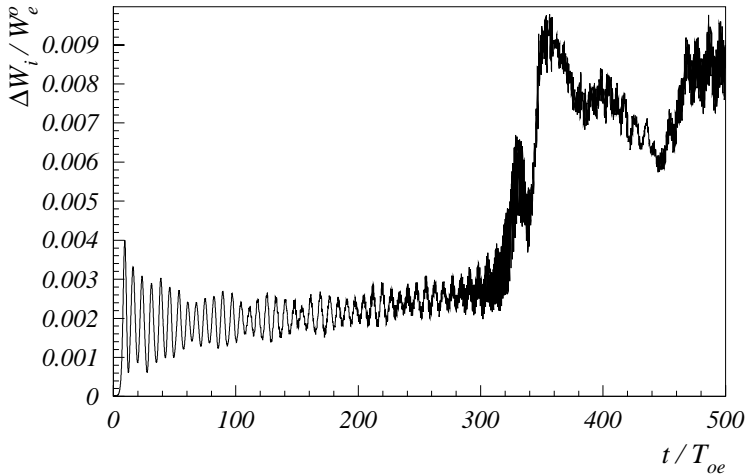


Рис. 5: Зависимость от времени энергии ионов  $\Delta W_i = W_i - W_i^o$ . Случай 4-1.

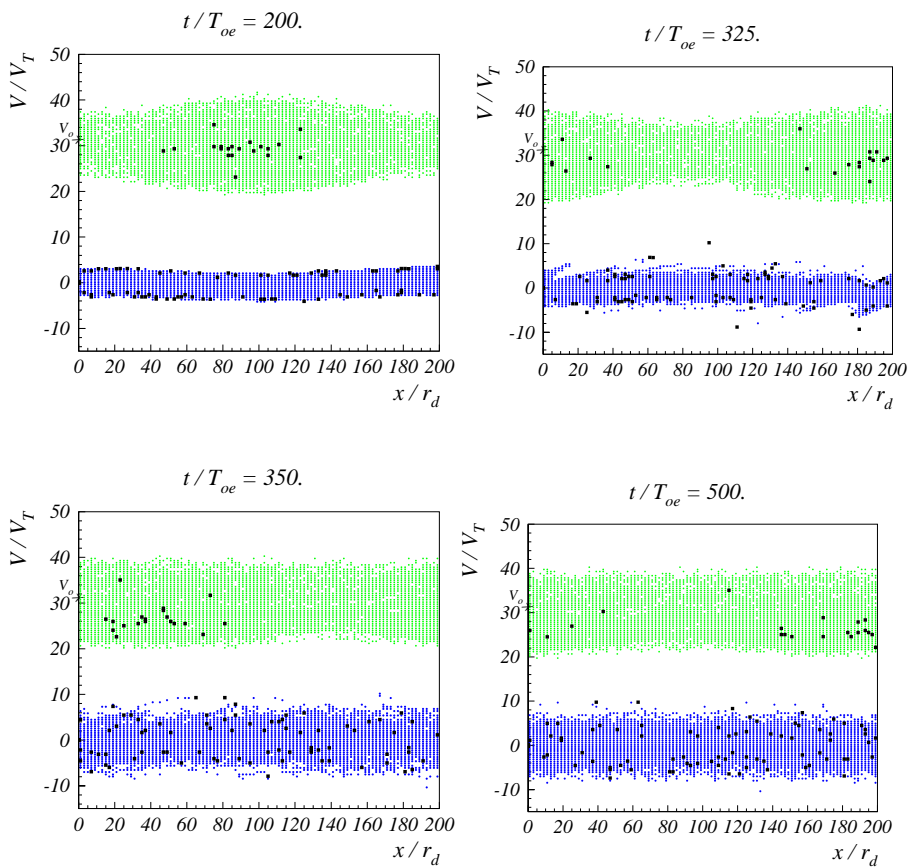


Рис. ба: Фазовые плоскости электронов. Случай 4-1.



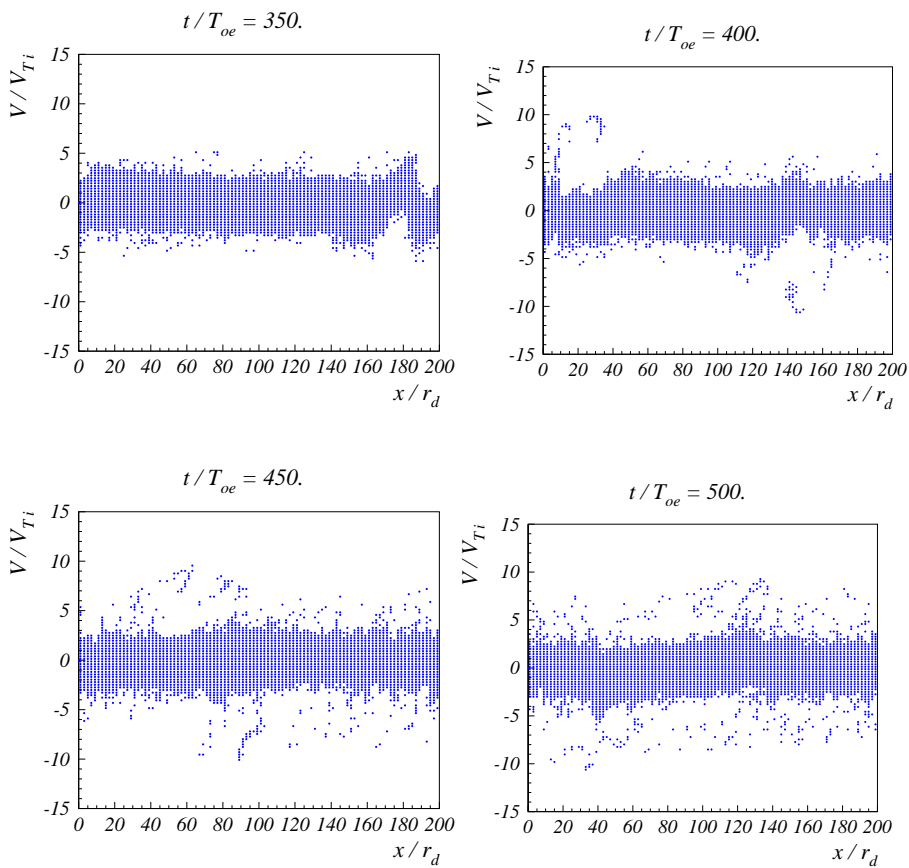


Рис. 6б: Фазовые плоскости ионов. Случай 4-1.

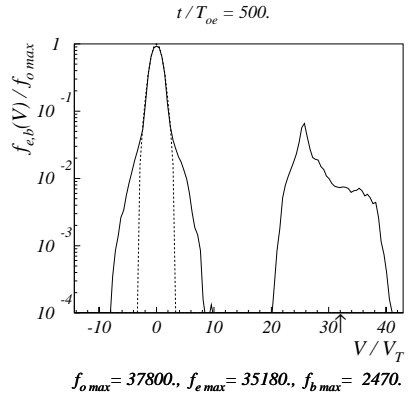
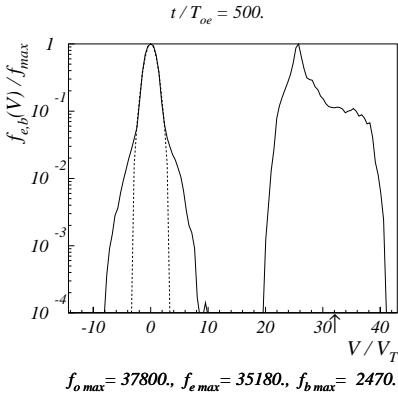
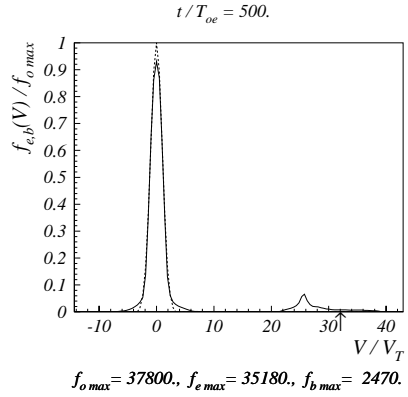
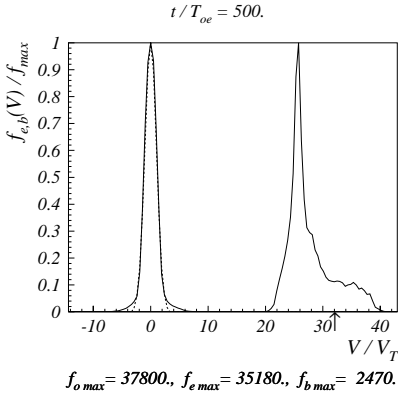


Рис. 7: Функции распределения по скоростям электронов плазмы и пучка. Стрелкой отмечена начальная скорость пучка  $V_o/V_T = 31.8$ . Пунктир – начальная функция распределения. Случай 4-1.

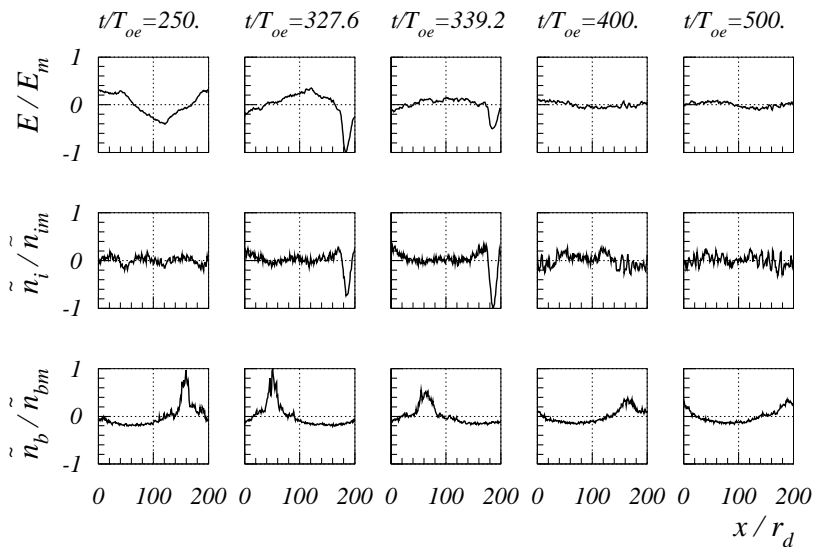


Рис. 8: Распределение поля  $E(x)$ , возмущения плотности плазмы  $\tilde{n}(x)$  и возмущения плотности электронов пучка  $\tilde{n}_b(x)$ . Случай 4-1.  $E_m = 62.79$ ,  $\tilde{n}_{im}/n_o = 0.49$ ,  $\tilde{n}_{bm}/n_b^o = 3.91$ ;  $n_b^o/n_o = 3.0 \cdot 10^{-3}$ .

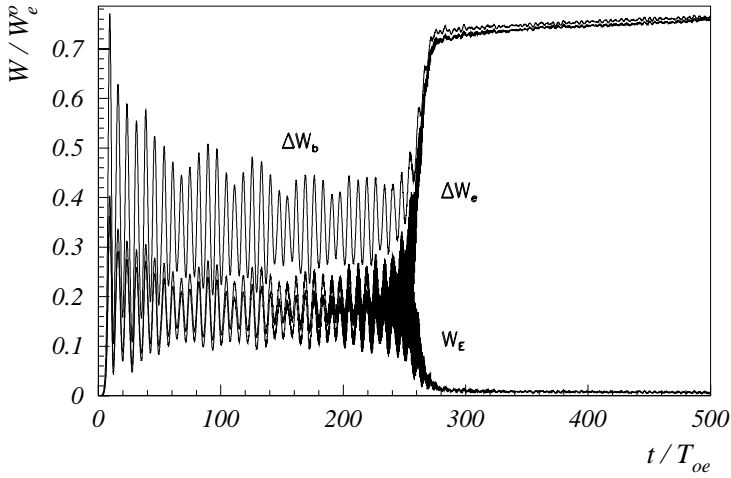


Рис. 9: Зависимость от времени энергии электрического поля  $W_E$ , энергии электронов плазмы  $\Delta W_e = W_e - W_e^0$  и потерь энергии электронов пучка  $\Delta W_b = -(W_b - W_b^0)$ . Случай 4-2.

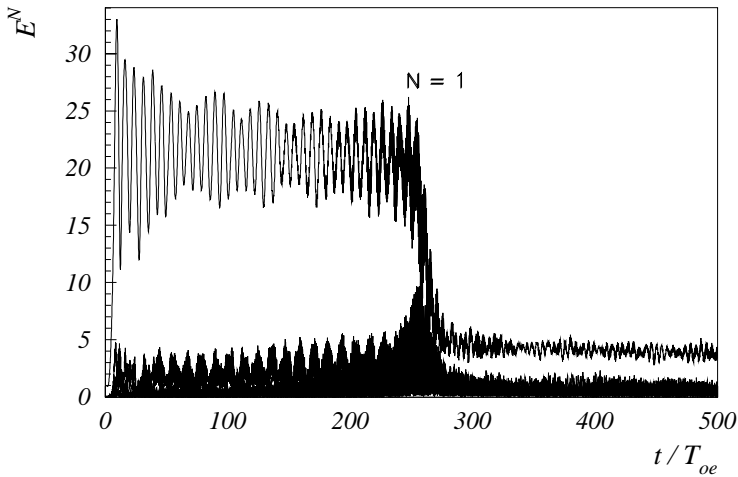


Рис.10: Зависимость от времени амплитуды волны  $N_e = 1$  и гармоник  $N_e = 2 \div 10$ . Случай 4-2.

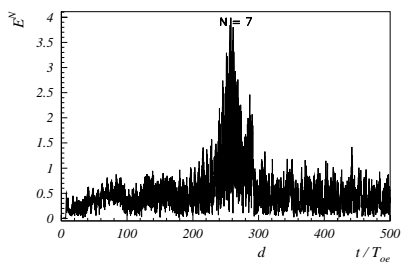
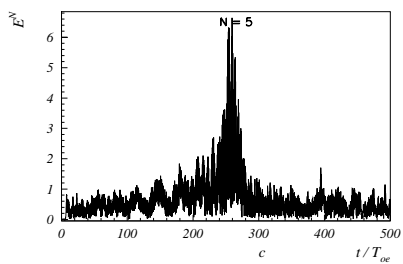
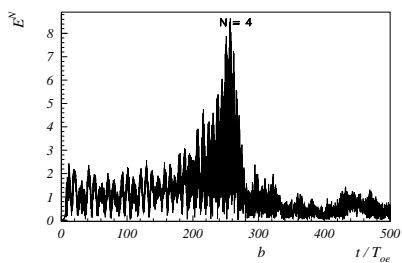
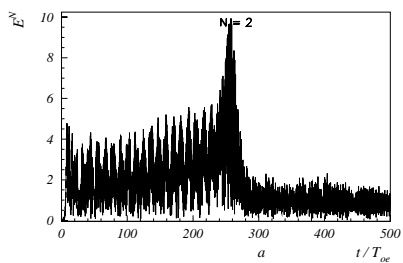


Рис. 11: Зависимость от времени амплитуды гармоник. Случай 4-2.

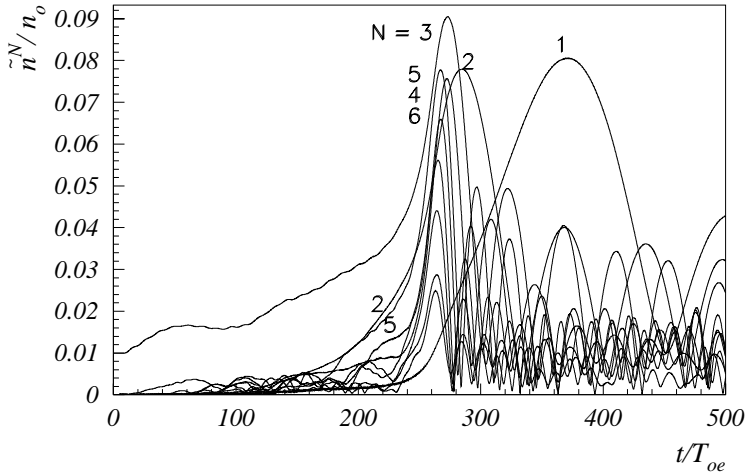


Рис. 12: Зависимость от времени амплитуды гармоник плотности ионов  $N_i = 1 \div 10$ . Случай 4-2.

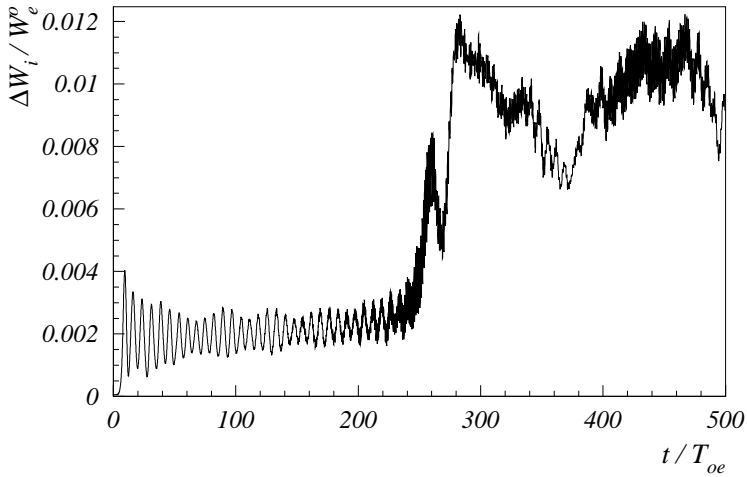


Рис. 13: Зависимость от времени энергии ионов  $\Delta W_i = W_i - W_i^0$ . Случай 4-2.

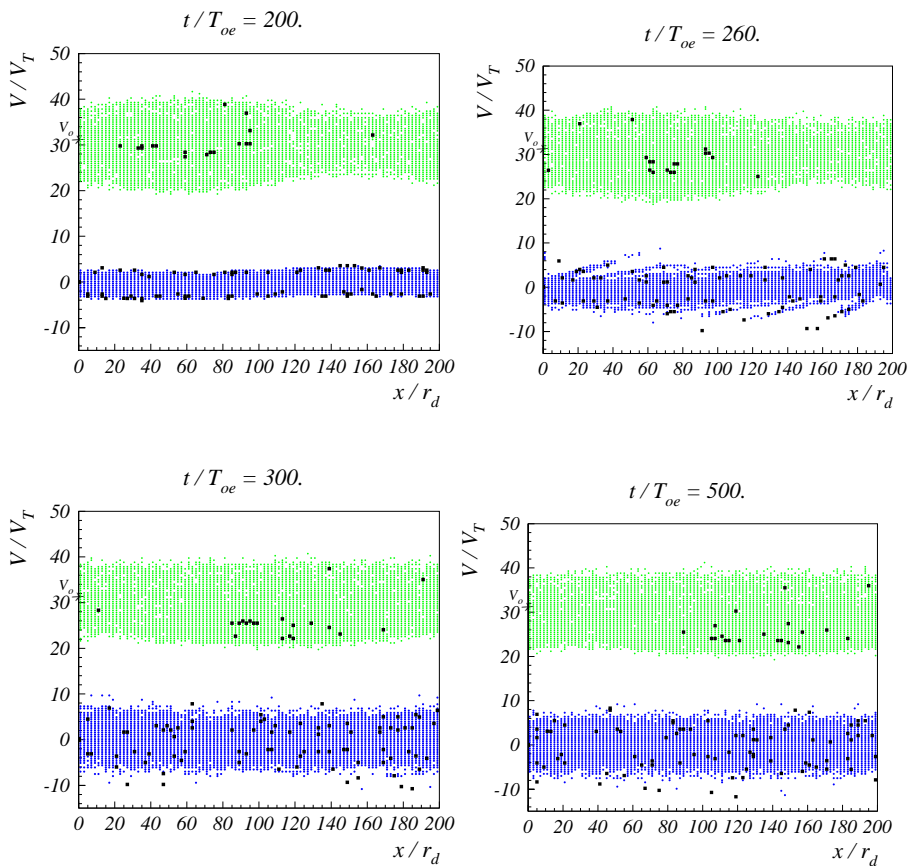


Рис. 14а: Фазовые плоскости электронов. Случай 4-2.

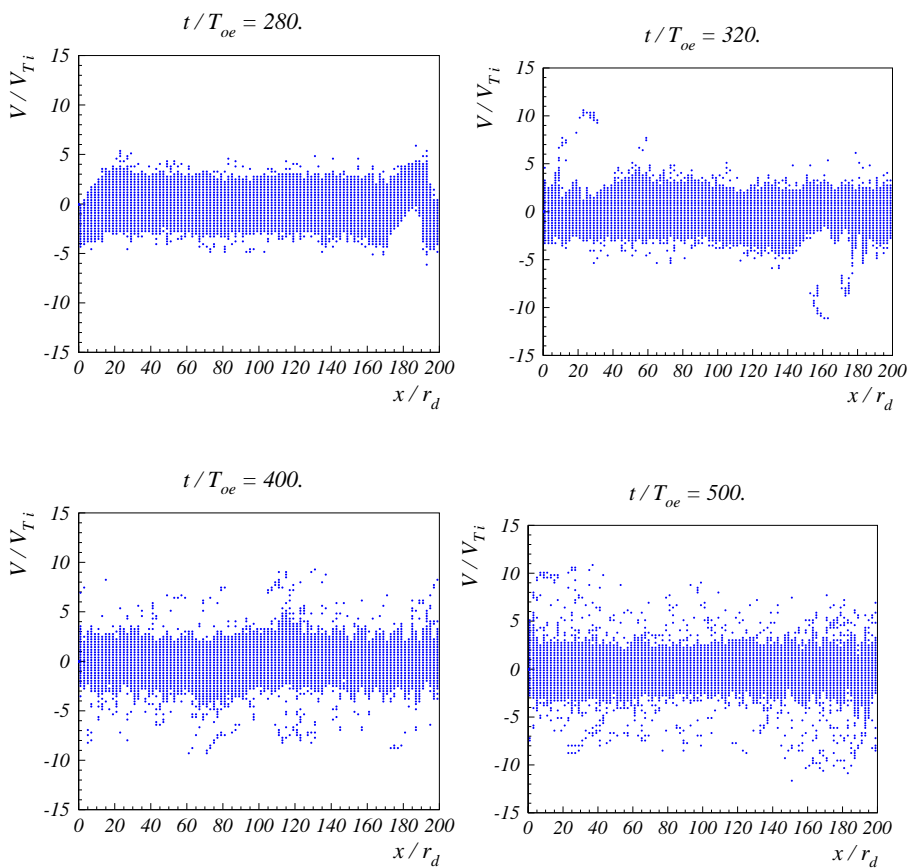


Рис. 14б: Фазовые плоскости ионов. Случай 4-2.



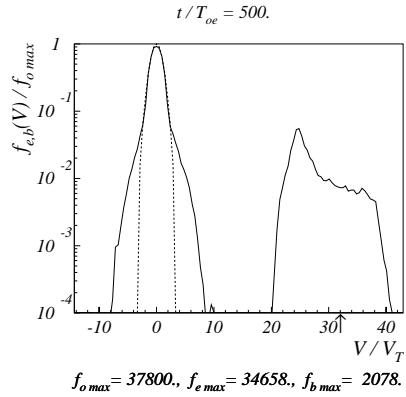
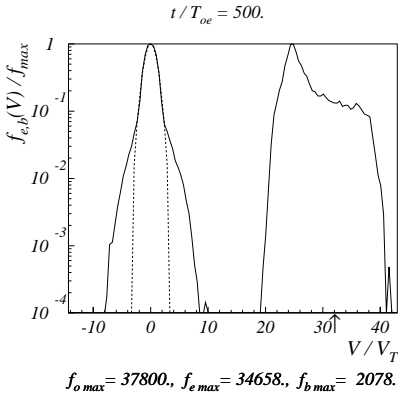
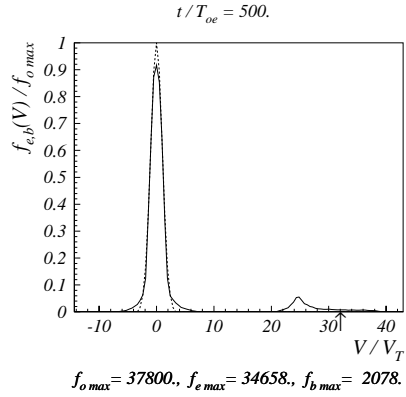
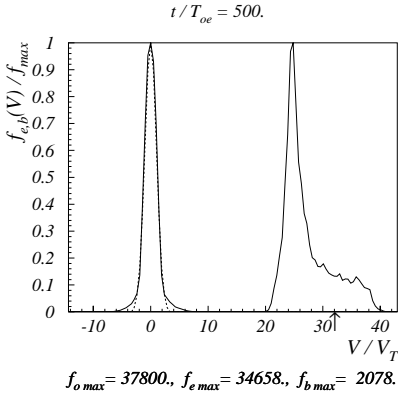


Рис. 15: Функции распределения по скоростям электронов плазмы и пучка. Стрелкой отмечена начальная скорость пучка  $V_o/V_T = 31.8$ . Пунктир – начальная функция распределения. Случай 4-2.

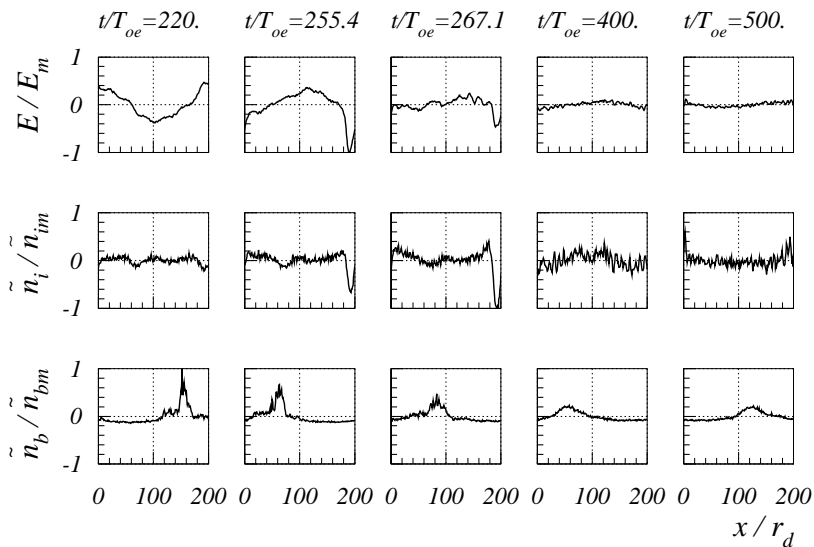


Рис. 16: Распределение поля  $E(x)$ , возмущения плотности плазмы  $\tilde{n}(x)$  и возмущения плотности электронов пучка  $\tilde{n}_b(x)$ . Случай 4-2.  $E_m = 67.39$ ,  $\tilde{n}_{im}/n_o = 0.53$ ,  $\tilde{n}_{bm}/n_b^o = 6.05$ ;  $n_b^o/n_o = 3.0 \cdot 10^{-3}$ .

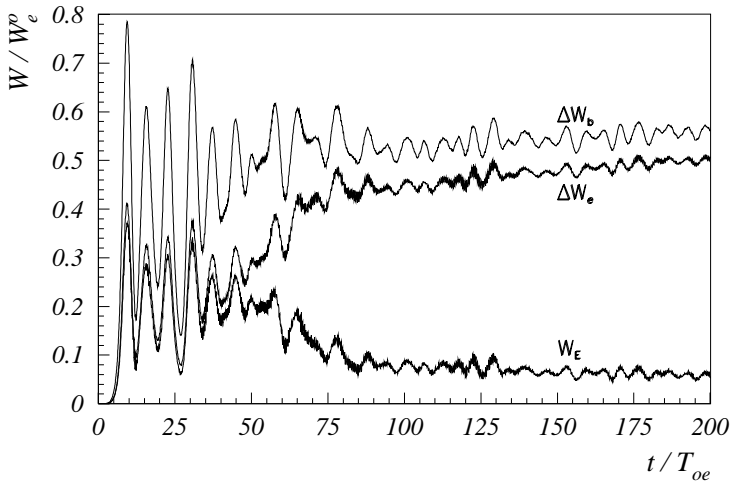


Рис. 17: Зависимость от времени энергии электрического поля  $W_E$ , энергии электронов плазмы  $\Delta W_e = W_e - W_e^0$  и потерь энергии электронов пучка  $\Delta W_b = -(W_b - W_b^0)$ . Случай 4-3.

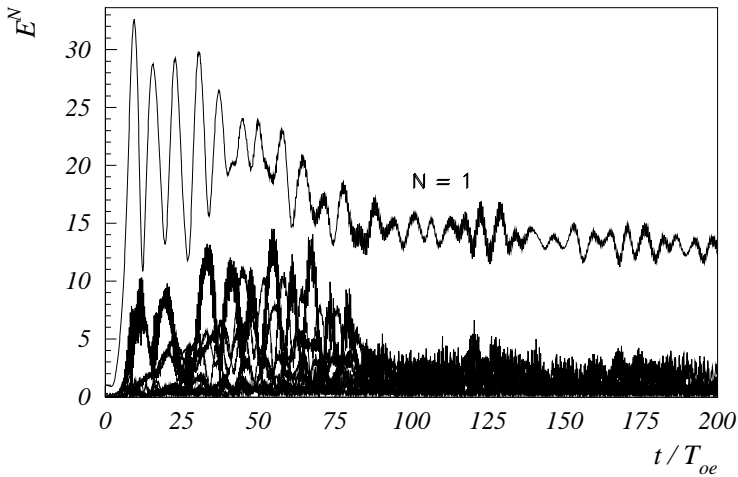


Рис. 18: Зависимость от времени амплитуды волны  $N_e = 1$  и гармоник  $N_e = 2 \div 10$ . Случай 4-3.

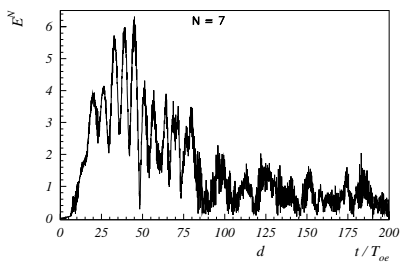
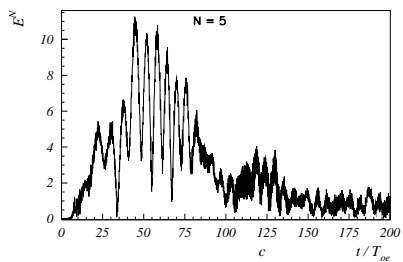
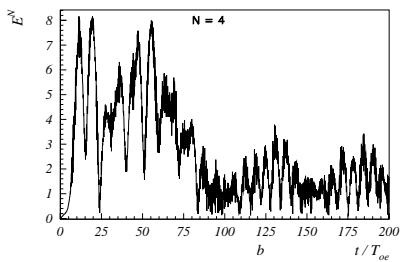
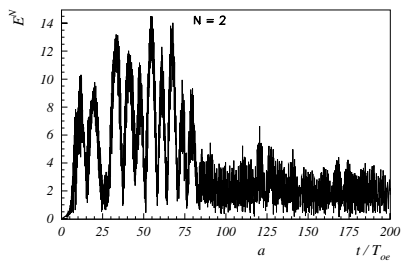


Рис. 19: Зависимость от времени амплитуды гармоник. Случай 4-3.

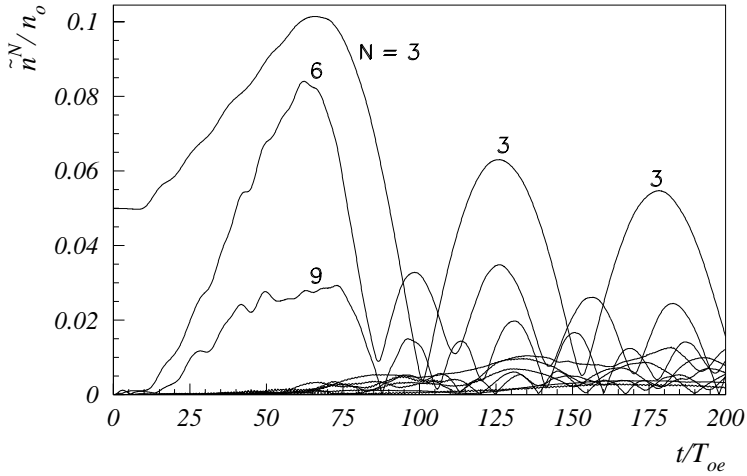


Рис. 20: Зависимость от времени амплитуды гармоник плотности ионов  $N_i = 1 \div 10$ . Случай 4-3.

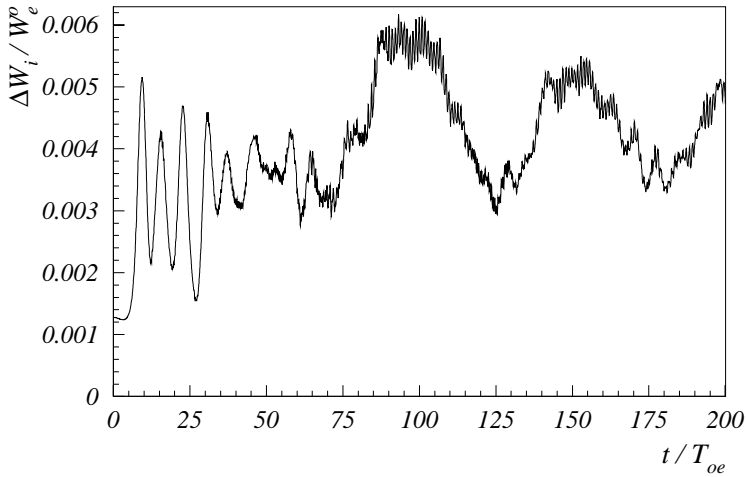


Рис. 21: Зависимость от времени энергии ионов  $\Delta W_i = W_i - W_i^o$ . Случай 4-3.

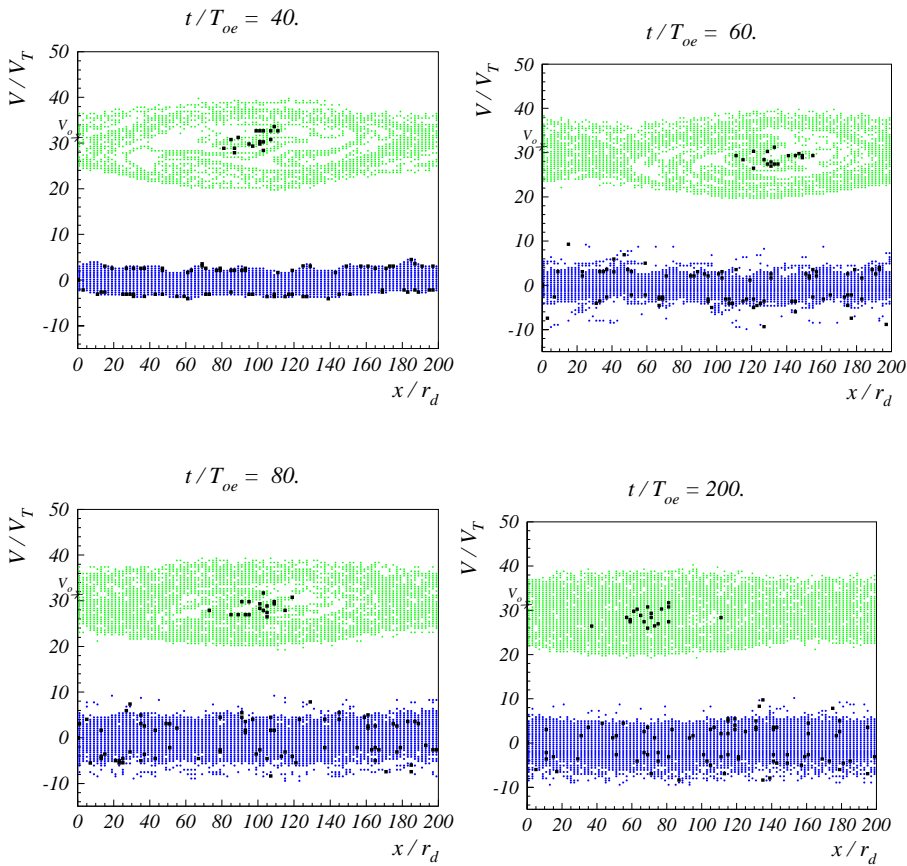


Рис. 22а: Фазовые плоскости электронов. Случай 4-3.

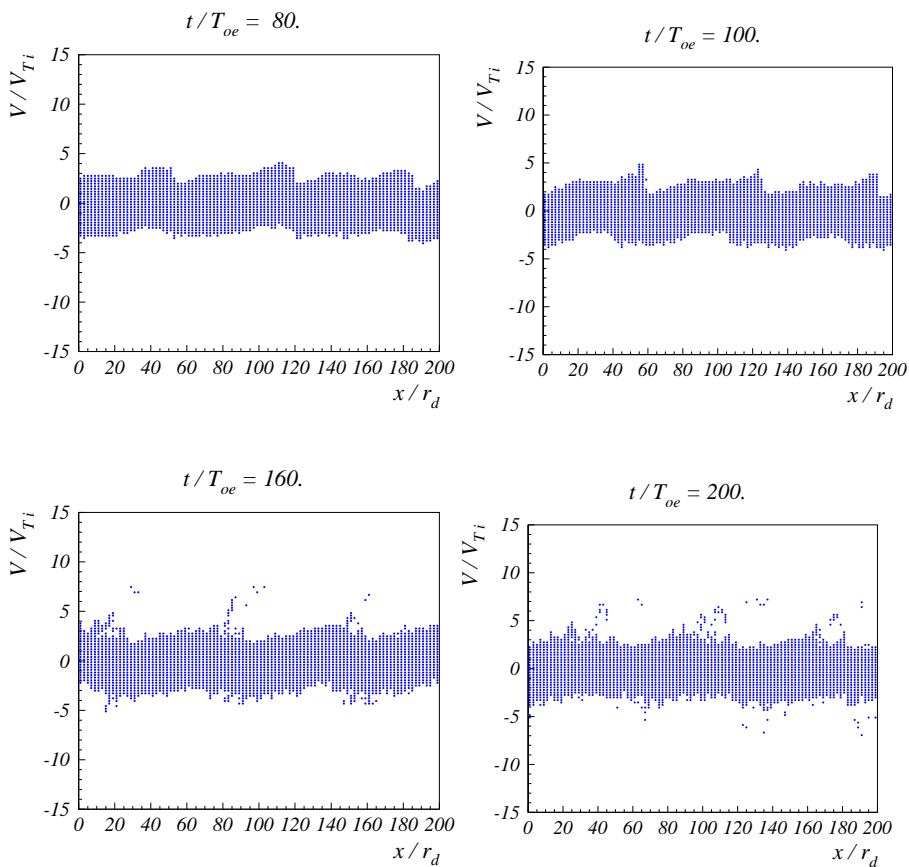


Рис. 22б: Фазовые плоскости ионов. Случай 4-3.

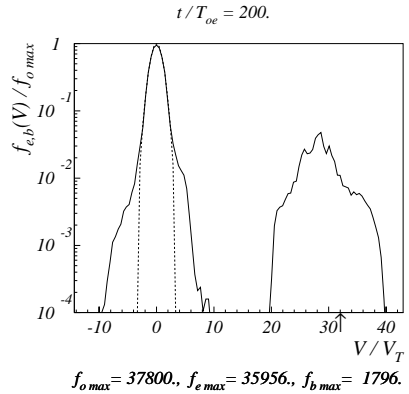
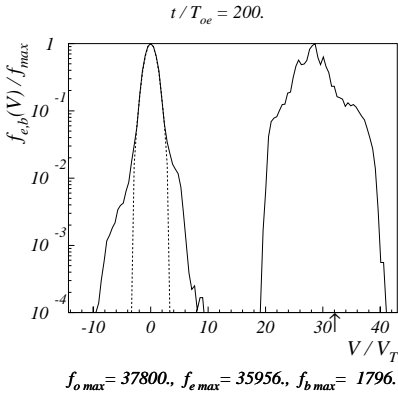
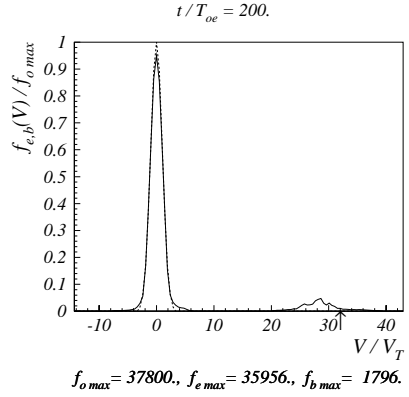
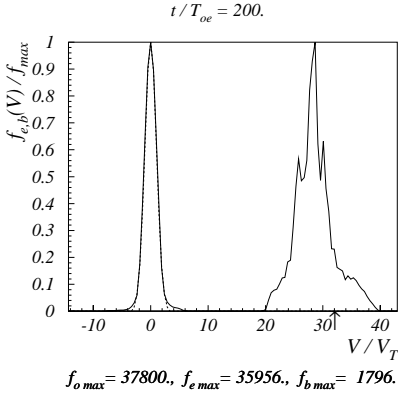


Рис. 23: Функции распределения по скоростям электронов плазмы и пучка. Стрелкой отмечена начальная скорость пучка  $V_o/V_T = 31.8$ . Пунктир – начальная функция распределения. Случай 4-3.



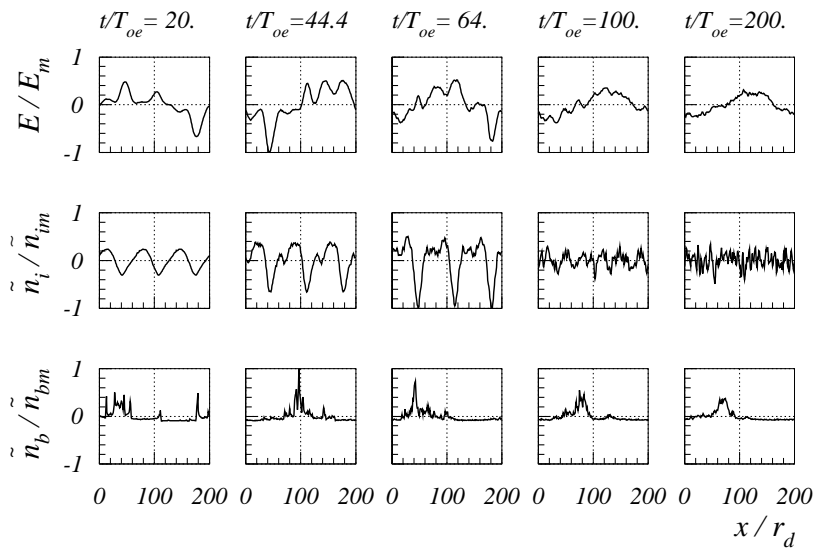


Рис. 24: Распределение поля  $E(x)$ , возмущения плотности плазмы  $\tilde{n}(x)$  и возмущения плотности электронов пучка  $\tilde{n}_b(x)$ . Случай 4-3.  $E_m = 55.06$ ,  $\tilde{n}_{im}/n_o = 0.24$ ,  $\tilde{n}_{bm}/n_b^o = 9.55$ ;  $n_b^o/n_o = 3.0 \cdot 10^{-3}$ .

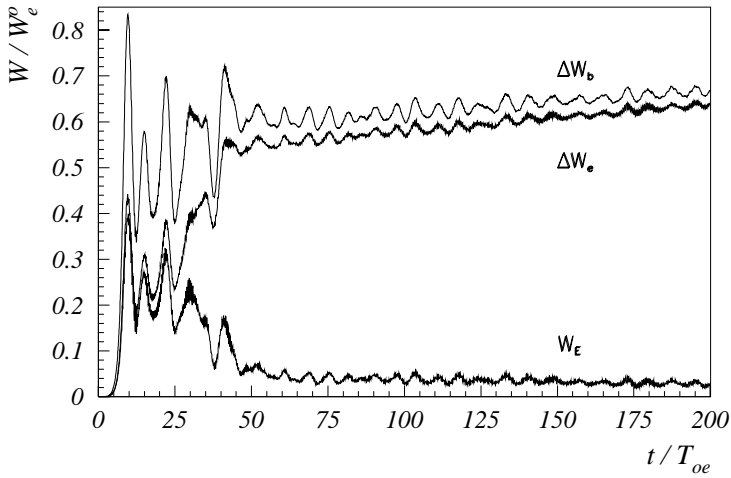


Рис. 25: Зависимость от времени энергии электрического поля  $W_E$ , энергии электронов плазмы  $\Delta W_e = W_e - W_e^0$  и потерь энергии электронов пучка  $\Delta W_b = -(W_b - W_b^0)$ . Случай 4-4.

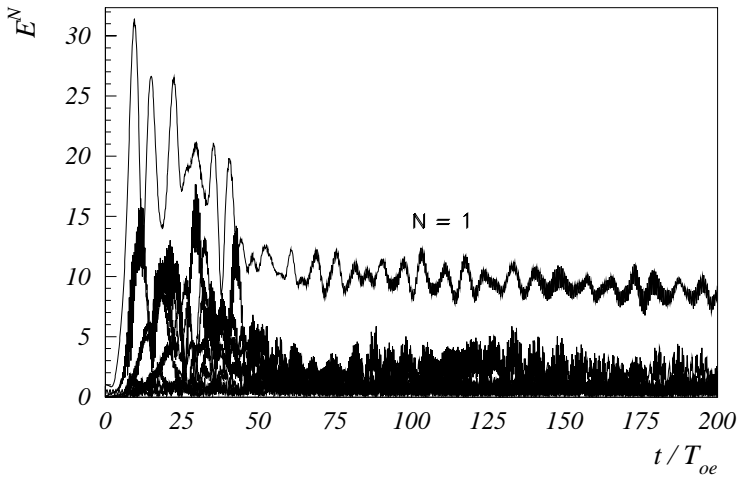


Рис. 26: Зависимость от времени амплитуды волны  $N_e = 1$  и гармоник  $N_e = 2 \div 10$ . Случай 4-4.

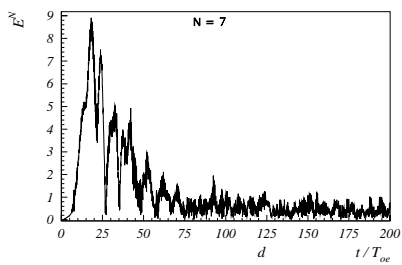
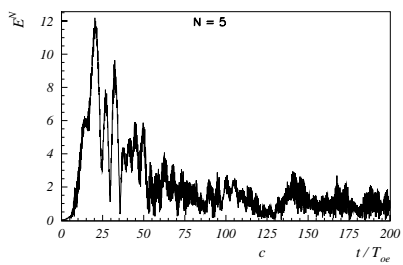
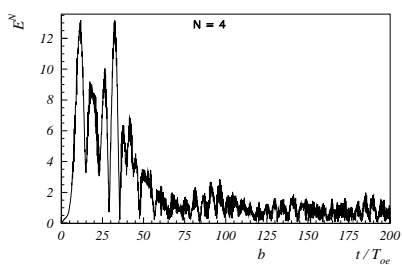
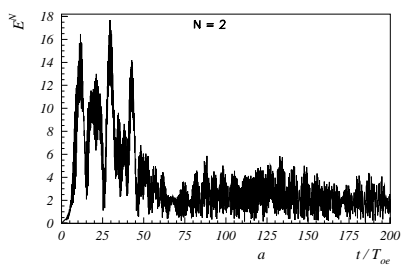


Рис. 27: Зависимость от времени амплитуды гармоник. Случай 4-4.

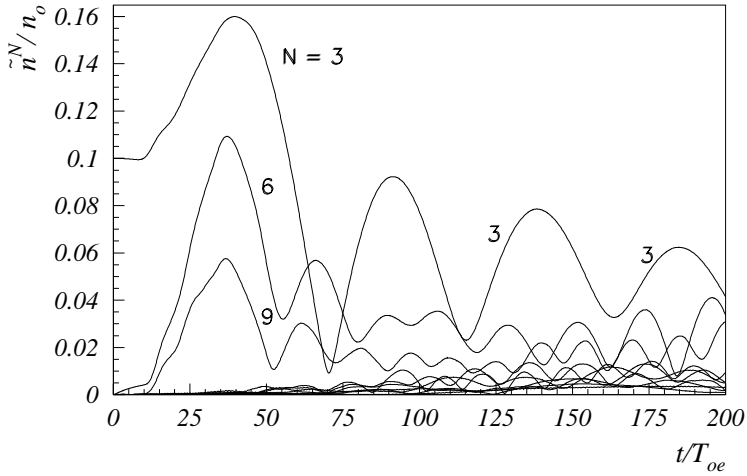


Рис. 28: Зависимость от времени амплитуды гармоник плотности ионов  $N_i = 1 \div 10$ . Случай 4-4.

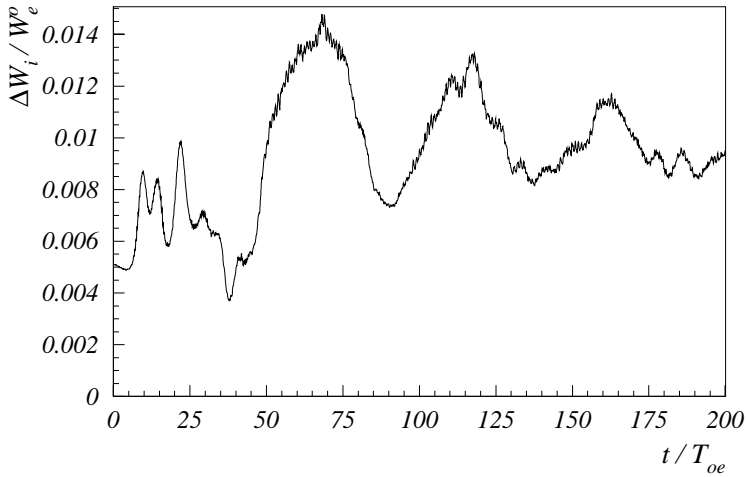


Рис. 29: Зависимость от времени энергии ионов  $\Delta W_i = W_i - W_i^o$ . Случай 4-4.

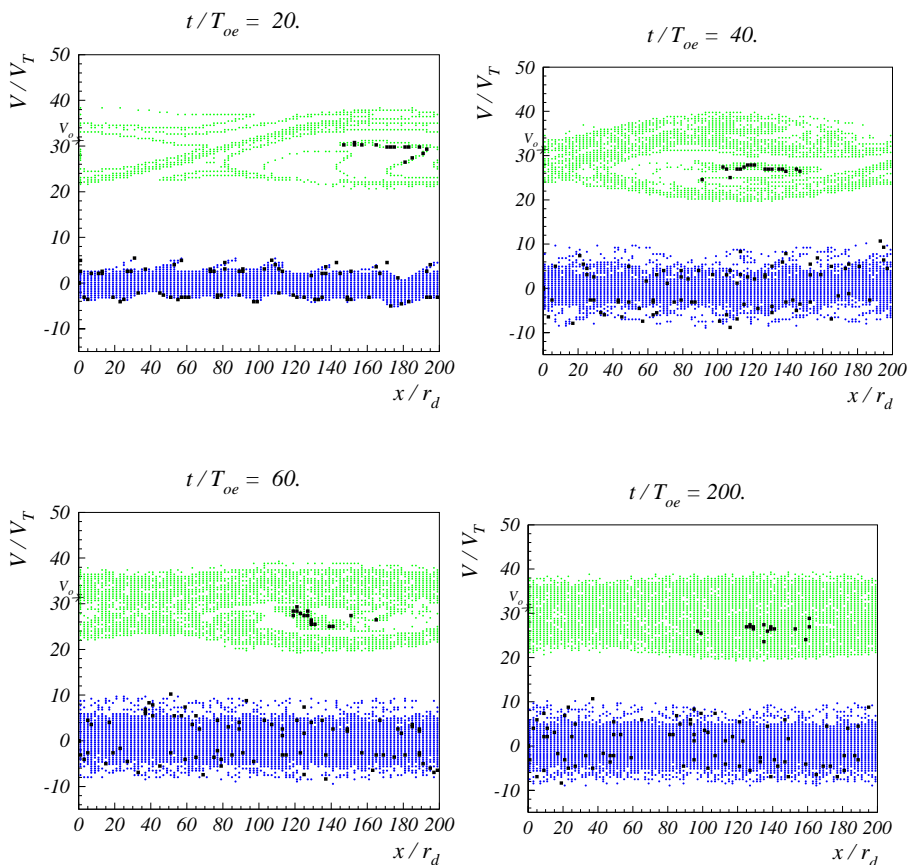


Рис. 30а: Фазовые плоскости электронов. Случай 4-4.

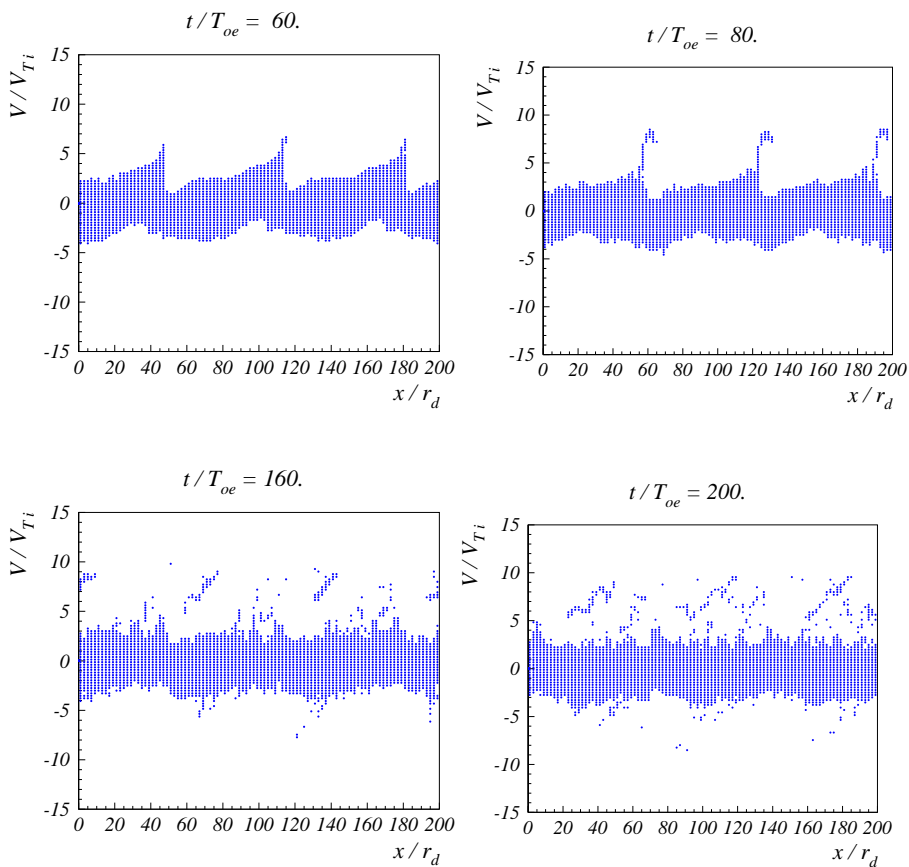


Рис. 306: Фазовые плоскости ионов. Случай 4-4.

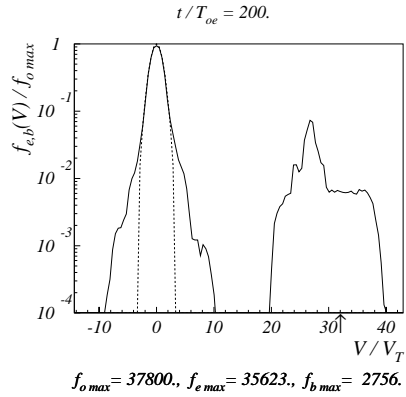
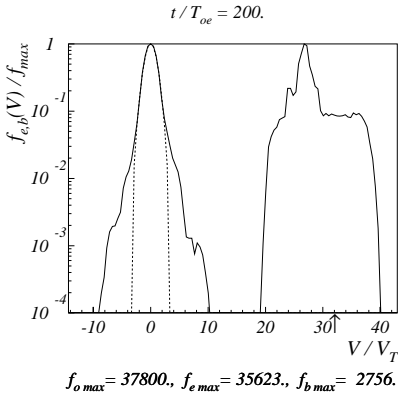
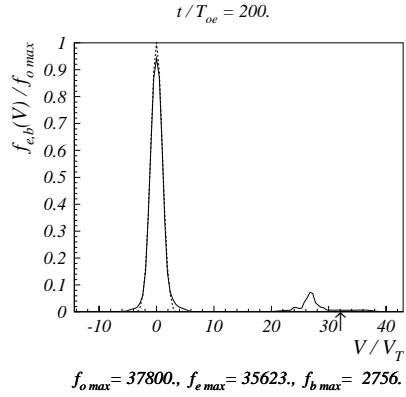
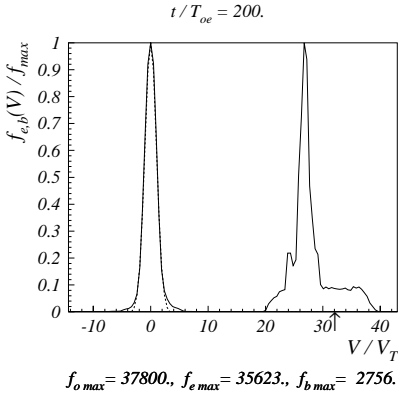


Рис. 31: Функции распределения по скоростям электронов плазмы и пучка. Стрелкой отмечена начальная скорость пучка  $V_o/V_T = 31.8$ . Пунктир – начальная функция распределения. Случай 4-4.

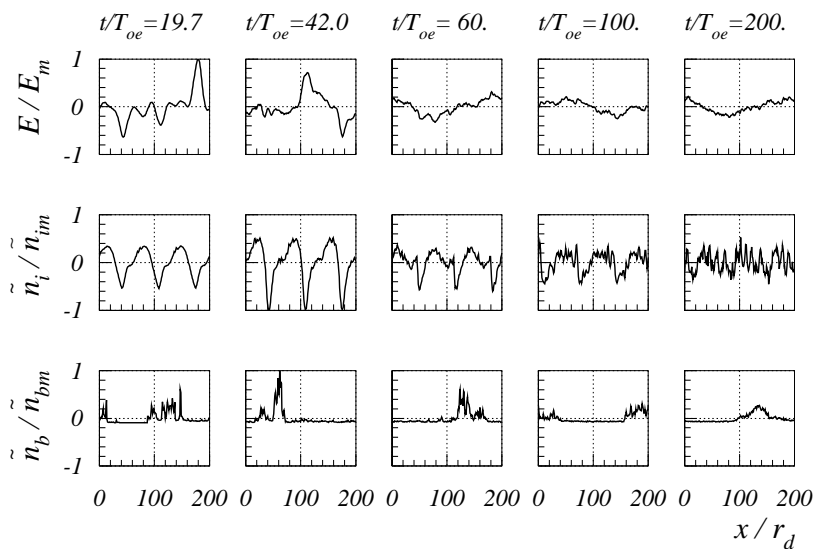


Рис. 32: Распределение поля  $E(x)$ , возмущения плотности плазмы  $\tilde{n}(x)$  и возмущения плотности электронов пучка  $\tilde{n}_b(x)$ . Случай 4-4.  $E_m = 58.41$ ,  $\tilde{n}_{im}/n_o = 0.33$ ,  $\tilde{n}_{bm}/n_b^o = 9.59$ ;  $n_b^o/n_o = 3.0 \cdot 10^{-3}$ .



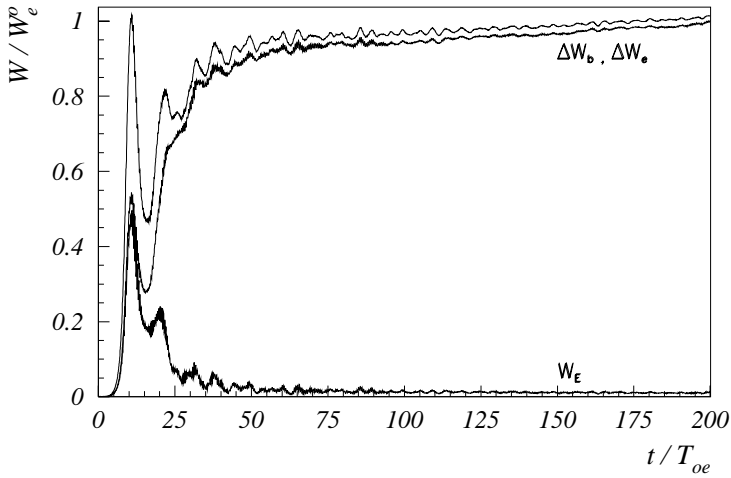


Рис. 33: Зависимость от времени энергии электрического поля  $W_E$ , энергии электронов плазмы  $\Delta W_e = W_e - W_e^0$  и потерь энергии электронов пучка  $\Delta W_b = -(W_b - W_b^0)$ . Случай 4-5.

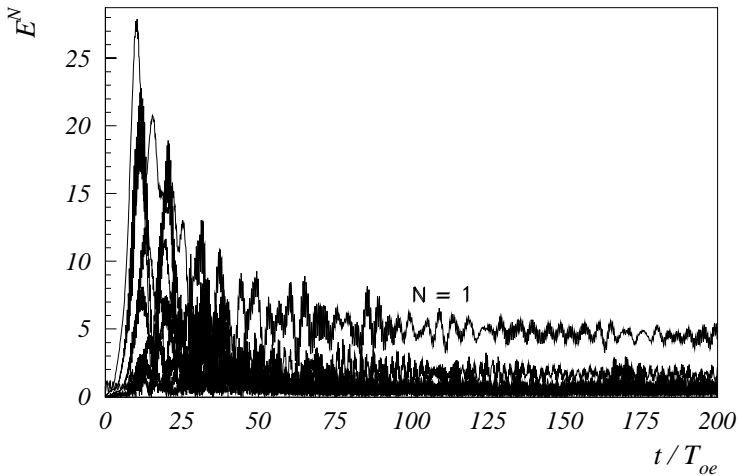


Рис. 34: Зависимость от времени амплитуды волны  $N_e = 1$  и гармоник  $N_e = 2 \div 10$ . Случай 4-5.

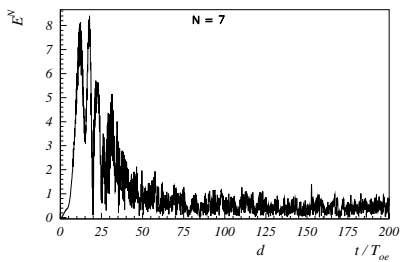
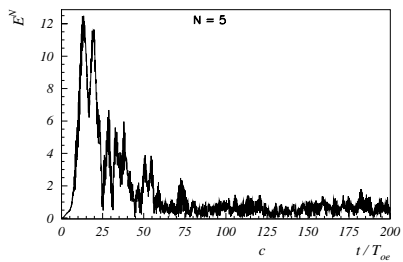
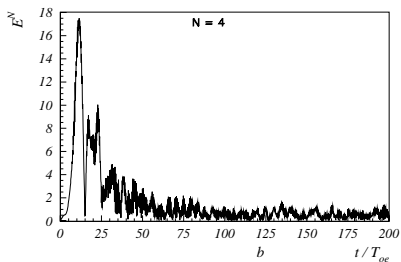
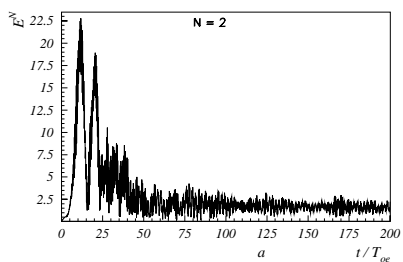


Рис. 35: Зависимость от времени амплитуды гармоник. Случай 4-5.

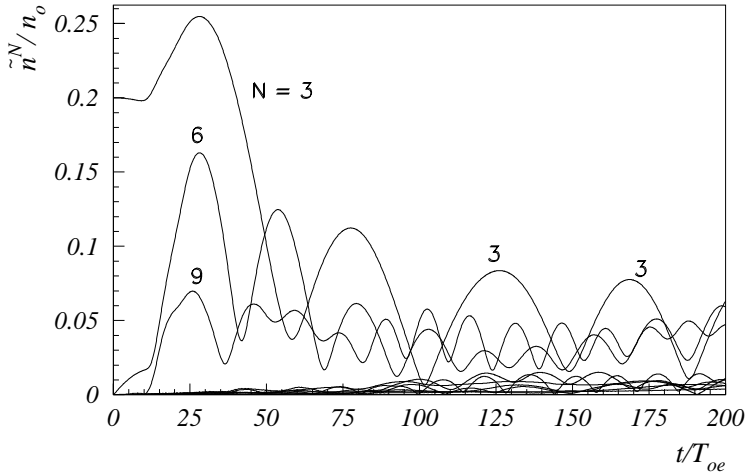


Рис. 36: Зависимость от времени амплитуды гармоник плотности ионов  $N_i = 1 \div 10$ . Случай 4-5.

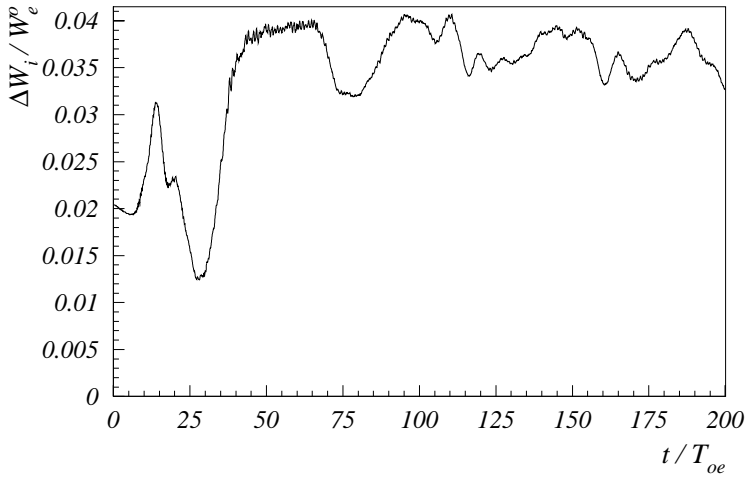


Рис. 37: Зависимость от времени энергии ионов  $\Delta W_i = W_i - W_i^o$ . Случай 4-5.

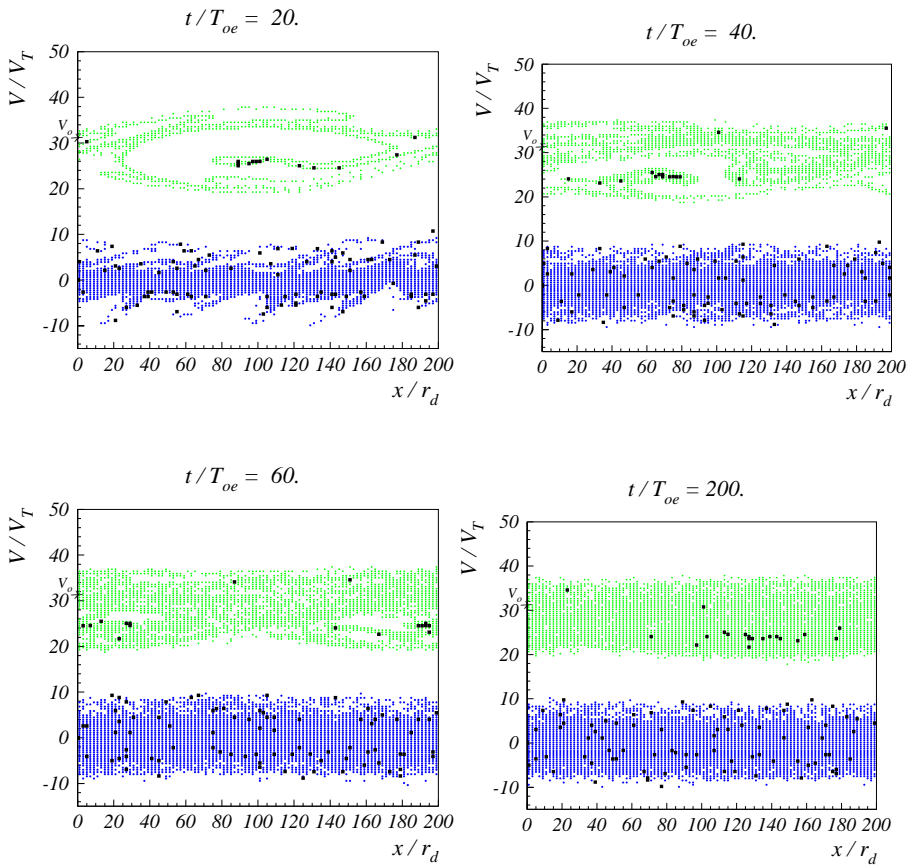


Рис. 38а: Фазовые плоскости электронов. Случай 4-5.

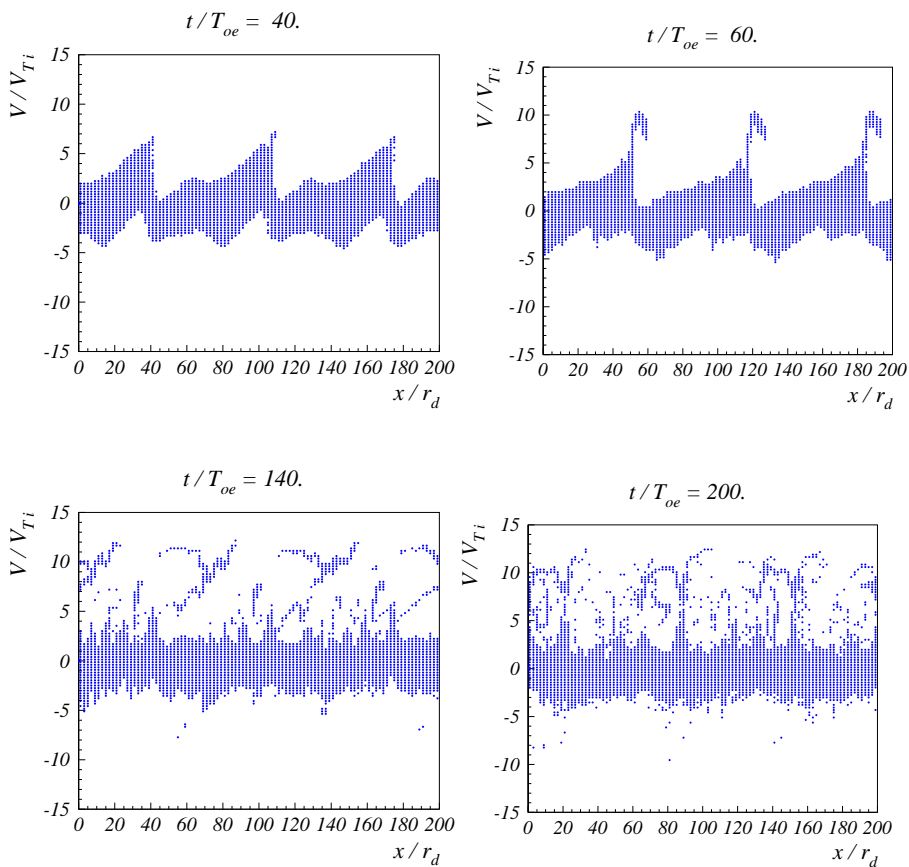


Рис. 386: Фазовые плоскости ионов. Случай 4-5.

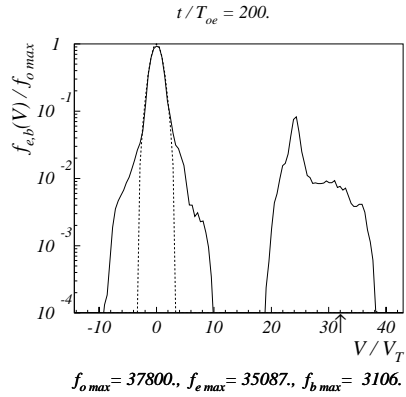
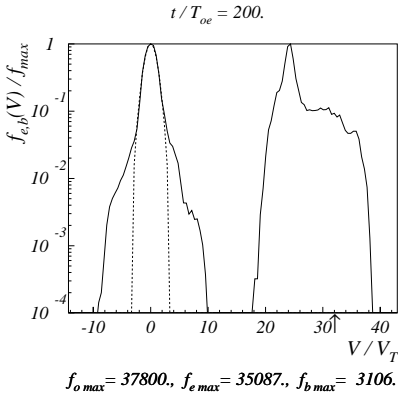
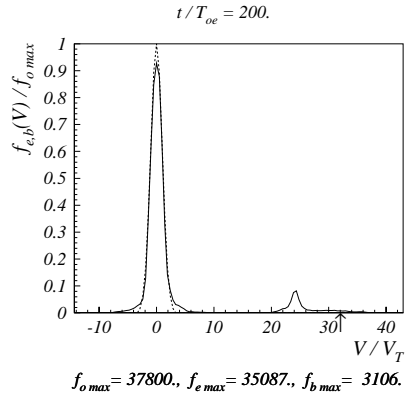
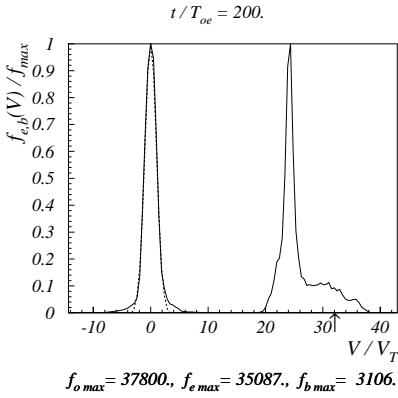


Рис. 39: Функции распределения по скоростям электронов плазмы и пучка. Стрелкой отмечена начальная скорость пучка  $V_o/V_T = 31.8$ . Пунктир – начальная функция распределения. Случай 4-5.

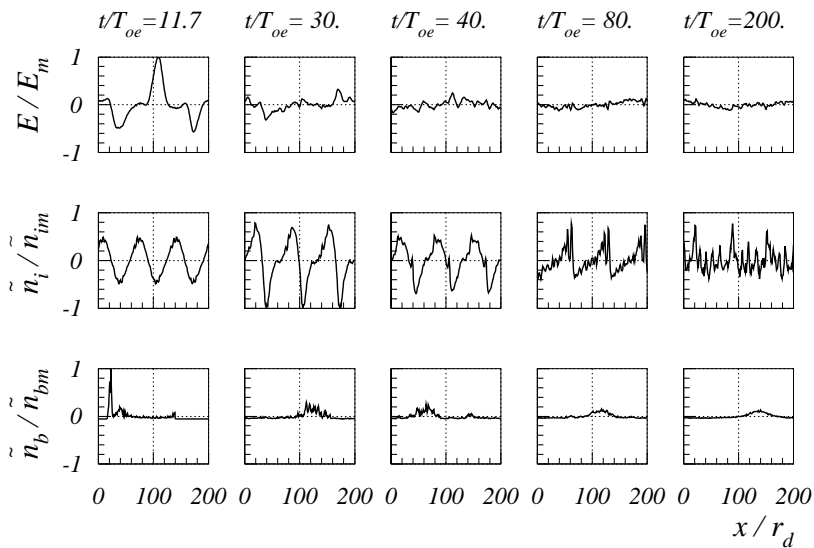


Рис. 40: Распределение поля  $E(x)$ , возмущения плотности плазмы  $\tilde{n}(x)$  и возмущения плотности электронов пучка  $\tilde{n}_b(x)$ . Случай 4-5.  $E_m = 78.29$ ,  $\tilde{n}_{im}/n_o = 0.46$ ,  $\tilde{n}_{bm}/n_b^o = 17.23$ ;  $n_b^o/n_o = 3.0 \cdot 10^{-3}$ .

*Н.С. Бучельникова, В.Э. Карлин*

**Волны БГК и модуляционная неустойчивость  
при взаимодействии холодного  
электронного пучка с плазмой. VIII**

*N.S. Buchelnikova, V.E. Carlin*

**Interaction of cold electron beam with plasma.  
BGK waves and modulational instability. VIII**

ИЯФ 2003-4

Ответственный за выпуск А.М. Кудрявцев  
Работа поступила 16.01.2003 г.

---

Сдано в набор 17.01.2003 г.

Подписано в печать 20.01.2003 г.

Формат бумаги 60×90 1/16 Объем 3.7 печ.л., 3.0 уч.-издл.

Тираж 105 экз. Бесплатно. Заказ № 6

---

Обработано на IBM PC и отпечатано на  
ротапринте ИЯФ им. Г.И. Будкера СО РАН  
*Новосибирск, 630090, пр. академика Лаврентьева, 11.*