

Институт ядерной физики
им. Г.И. Будкера СО РАН

Е. М. Балдин, И. В. Бедный, В. Е. Блинов,
А. Е. Бондарь, В. Н. Жилич, В. А. Киселев,
Г. М. Колачев, Л. М. Курдадзе, В. П. Нагаслаев,
А. И. Науменков, А. П. Онучин, С. Б. Орешкин,
С. В. Пелеганчук, С. С. Петросян, А. О. Полуэктов,
И. Я. Протопопов, Л. В. Романов, Е. А. Симонов,
А. В. Соколов, Ю. А. Тихонов, А. Г. Шамоу,
Д. Н. Шатилов, Б. А. Шварц, А. И. Шушаро, А. Н. Юшков

РЕКОНСТРУКЦИЯ СОБЫТИЙ В ВЕРШИННОЙ
КАМЕРЕ ДЕТЕКТОРА КЕДР

ИЯФ 2000–5

Новосибирск
2000

РЕКОНСТРУКЦИЯ СОБЫТИЙ В ВЕРШИННОЙ КАМЕРЕ ДЕТЕКТОРА КЕДР

*Е. М. Балдин, И. В. Бедный, В. Е. Блинов,
А. Е. Бондарь, В. Н. Жилич, В. А. Киселев,
Г. М. Колачев, Л. М. Курдадзе, В. П. Нагаслаев,
А. И. Науменков, А. П. Онучин, С. Б. Орешкин,
С. В. Пелеганчук, С. С. Петросян, А. О. Полуэктов,
И. Я. Протопопов, Л. В. Романов, Е. А. Симонов,
А. В. Соколов, Ю. А. Тихонов, А. Г. Шамоу,
Д. Н. Шатилов, Б. А. Шварц, А. И. Шушаро, А. Н. Юшков*

Институт ядерной физики им. Г.И. Будкера
630090, Новосибирск, Российская Федерация

Аннотация

Описаны процедуры реконструкции космических и пучковых событий в вершинной камере детектора КЕДР. Получены данные по координатному разрешению и эффективности дрейфовых трубок ВД с помощью космических частиц. Приведены результаты обработки событий упругого электрон-позитронного рассеяния и многоадронного рождения в области резонанса J/ψ .

©Институт ядерной физики им. Г.И. Будкера

EVENT RECONSTRUCTION IN VERTEX CHAMBER OF KEDR DETECTOR

*E. M. Baldin, I. V. Bedny, V. E. Blinov,
A. E. Bondar, V. N. Zhilich, V. A. Kiselev,
G. M. Kolachev, L. M. Kurdadze, V. P. Nagaslaev,
A. I. Naumenkov, A. P. Onuchin, S. B. Oreshkin,
S. V. Peleganchuk, S. S. Petrosyan, A. O. Poluektov,
I. Ya. Protopopov, L. V. Romanov, E. A. Simonov,
A. V. Sokolov, Yu. A. Tikhonov, A. G. Shamov,
D. N. Shatilov, B. A. Shwartz, A. I. Shusharo, A. N. Yushkov*

Budker Institute of Nuclear Physics
630090, Novosibirsk, Russian Federation

Abstract

The techniques of cosmic and beam event reconstruction in vertex detector of KEDR are described in this paper. The information on spacial resolution and registration efficiency of drift tubes was obtained using cosmic events. The results of processing of elastic electron-positron scattering events and multihadron production near J/ψ resonance are presented.

Оглавление

1. Введение	5
2. Реконструкция событий с космическими частицами	5
2.1. Получение дрейфовой кривой	5
2.2. Восстановление треков космических частиц	6
2.3. Коррекция дрейфовой кривой	10
2.4. Результаты обработки	10
3. Реконструкция пучковых событий	15
3.1. Параметризация треков	15
3.2. Выбор трека первого приближения	18
3.3. Упругое e^+e^- -рассеяние	20
3.4. Поиск вершины многоадронного события	25
3.5. Результаты обработки событий многоадронного рождения	25
4. Дисперсионная функция накопителя ВЭПП-4М и поправки к энергии пучков	27
4.1. Функция распределения электронов в пучке	29
4.2. Распределение вершин событий рождения узкого резонанса	29
4.3. Учет фоновых событий	30
4.4. Поправка к энергии	32
5. Заключение	33

1. Введение

В феврале-июне 1998 года были проведены первые эксперименты с детектором КЕДР [1] на накопителе ВЭПП-4М [2]. Проводилось сканирование в области энергий резонанса J/ψ ($2E \simeq 3$ ГэВ), а также набор событий с космическими частицами для калибровки и отладки систем детектора.

Данная работа посвящена методам и результатам обработки данных с вершинного детектора (ВД) — части координатной системы детектора КЕДР, находящейся в непосредственной близости от вакуумной камеры накопителя. Основное назначение ВД — определение координат вершины события, а также измерение импульсов заряженных частиц совместно с дрейфовой камерой.

Вершинный детектор (см. [3], [4]) состоит из 312 цилиндрических дрейфовых трубок длиной 670 мм и диаметром 10 мм, установленных в 6 концентрических слоях вокруг вакуумной камеры. Трубки изготовлены из алюминизированного лавсана толщиной 20 мкм, аноды выполнены из золоченой вольфрамовой проволоки диаметром 20 мкм. Электроника ВД позволяет измерять время дрейфа ионизации до анода; амплитуда сигнала и продольная координата не измеряются.

Эксперименты 1998 года проводились в отсутствие магнитного поля. Это сделало невозможным измерение импульса и заряда частиц, зато значительно упростило реконструкцию событий и позволило восстанавливать трек без привлечения других систем детектора.

2. Реконструкция событий с космическими частицами

2.1. Получение дрейфовой кривой

Электроника ВД работает по схеме с общим стопом. Время дрейфа измеряется относительно сигнала решения первичного триггера, который при работе с пучками стробирован сигналом "фаза" ускорителя.

В заходах 1998 года использовалась смесь $Ar + 10\%CO_2$, в которой скорость дрейфа слабо зависит от напряженности поля и составляет около 50 мкм/нс. Типичный временной спектр для этой смеси показан на рис. 1. Газовое усиление при рабочем напряжении 1700 В составляло около $2 \cdot 10^5$.

Для получения координатной информации с дрейфовых трубок необходимо произвести калибровку, которая заключается в определении вре-

менных констант каждого из каналов, а также в нахождении дрейфовой кривой, связывающей время дрейфа с координатой пролета частицы.

Из-за различной длины соединительных кабелей и задержек в тракте электроники положение границ спектра для разных каналов неодинаково. Истинное время дрейфа связано с информацией, выдаваемой времяцифровым преобразователем, следующим образом:

$$t_{dr} = t_0^{(i)} - \tau N_i + \tau_{dt} N_{dt},$$

где $t_0^{(i)}$ — временная константа для i -й трубки, τ — дискретность оцифровки времени дрейфа ($\tau = 2$ нс), N_i — номер канала ВЦП для i -й трубки. Поправка $\tau_{dt} N_{dt}$ связана с необходимостью учета неопределенности времени прихода сигнала "стоп" относительно решения первичного триггера, которая достигает 4 нс. Время между этими двумя сигналами измеряется счетчиком с временным экспандером, обладающим малой дискретностью ($\tau_{dt} = 110$ пс).

Значения величин $t_0^{(i)}$ определяются по правому краю временного спектра i -го канала, который соответствует наименьшим временам дрейфа.

Для определения зависимости расстояния дрейфа от времени $R(t)$ складываются спектры всех трубок с учетом величин t_0 . Функция $R(t)$ определяется по следующей формуле ([3]) :

$$R(t) = R_0 \frac{N(t_{dr} < t)}{N_{tot}},$$

где N_{tot} — полное число срабатываний трубок, $N(t_{dr} < t)$ — число срабатываний, при которых время дрейфа t_{dr} меньше t , $R_0 = 5$ мм — радиус трубки. Полученная зависимость $R(t)$ показана на рис. 2.

2.2. Восстановление треков космических частиц

С дрейфовой трубки поступает информация о расстоянии от трека до анодной проволоочки, т. е. трек частицы является касательной к окружности с радиусом, равным расстоянию дрейфа. Таким образом, трек, прошедший через несколько трубок, может быть построен как общая касательная ко всем полученным таким образом окружностям. При этом нужно учитывать ограниченное координатное разрешение и возможность ложного срабатывания трубки. Для восстановления треков космических частиц применялся алгоритм, являющийся модификацией процедуры, описанной в [3].

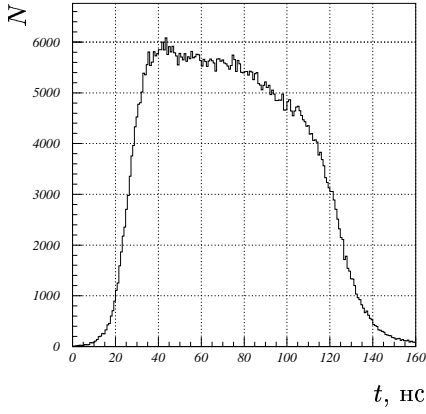


Рис. 1. Временной спектр в смеси $Ar + 10\%CO_2$.

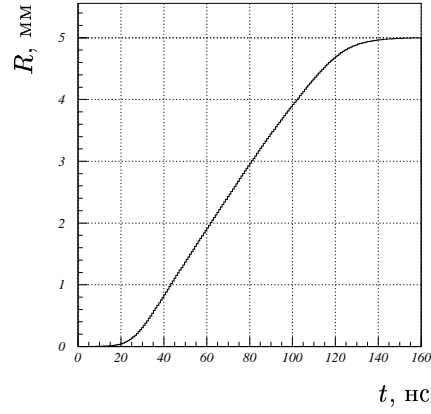


Рис. 2. Экспериментальная дрейфовая кривая $R(t)$.

Удобно параметризовать трек частицы его расстоянием a до оси ВД и углом ϕ между направлением трека и горизонталью (см. рис. 3):

$$\begin{aligned} x(\xi) &= a \sin \phi + \xi \cos \phi, \\ y(\xi) &= a \cos \phi - \xi \sin \phi, \end{aligned} \quad (1)$$

где ξ — свободный параметр. Заметим, что наборы параметров (a, ϕ) и $(-a, \phi + \pi)$ описывают один и тот же трек. Для определенности положим $a > 0$, $0 < \phi < 2\pi$.

Первый этап реконструкции состоит в выборе трека первого приближения, поиске трубок, через которые он проходит, и знаков отклонения трека от центра каждой из трубок. Для этого производится перебор по всем парам сработавших трубок; через каждую пару трубок проводится 4 касательных трека (см. рис. 4). Уравнения для параметров трека, проходящего через две трубки, имеют вид:

$$\begin{aligned} \phi' &= -\arctg \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} + \arcsin \frac{\mp h_1 \pm h_2}{\sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}}, \\ a' &= x_1 \sin \phi' + y_1 \cos \phi' + h_1 = x_2 \sin \phi' + y_2 \cos \phi' + h_2, \end{aligned}$$

где x_i, y_i — координаты трубок, h_i — пути дрейфа.

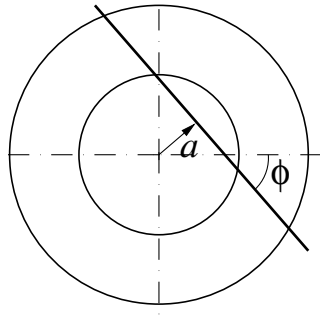


Рис. 3. Параметризация трека.

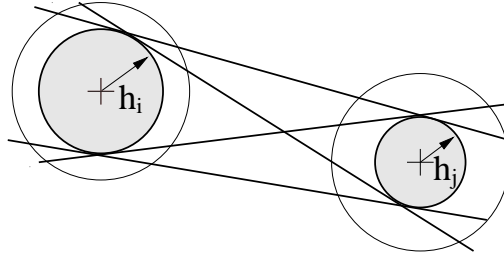


Рис. 4. Варианты проведения трека.

”Качество” каждого проведенного трека характеризуется функцией

$$Q(a', \phi') = \sum_{i=1}^n \exp\left(-\frac{[r_i(a', \phi') - h_i]^2}{2\sigma^2}\right), \quad (2)$$

где суммирование производится по всем сработавшим трубкам, лежащим на треке, $r_i(a, \phi) = x_i \sin \phi + y_i \cos \phi - a$ — расстояние от трека до центра i -й трубки, n — число сработавших трубок, σ — параметр, который разумно выбрать равным координатному разрешению дрейфовой трубки. Значения $r_i > 0$ соответствуют случаю, когда ось ВД и центр i -й трубки находятся с разных сторон трека, $r_i < 0$ — с одной стороны.

Максимум функции $Q(a', \phi')$ достигается на треке, проходящем через максимальное число сработавших трубок. Кроме того, значение $Q(a', \phi')$ тем больше, чем точнее расстояние от трека до центра i -й трубки соответствует измеренному в этой трубке расстоянию дрейфа. При этом трубки, отстоящие достаточно далеко от трека, не влияют на его ”качество”, их вклад в $Q(a', \phi')$ равен нулю. Это позволяет искать треки в событиях, содержащих ложно сработавшие трубки.

Итак, в качестве первого приближения нужно выбрать трек с максимальным значением функции $Q(a', \phi')$. Однако полный перебор всех сработавших трубок занимает значительное время, поэтому он прерывается при нахождении трека с $Q(a', \phi') \geq Q_0$ (значение Q_0 выбиралось равным 4 – 5). Для ускорения нахождения трека с большим значением Q в качестве первой пары берется самая верхняя и самая нижняя сработавшие трубки, затем верхняя и 2-я снизу, нижняя и 2-я сверху и т. д.

При этом в большинстве случаев перебор обрывается на 3-й — 4-й паре трубок.

После нахождения трека первого приближения для каждой трубки, через которую он проходит, вычисляются координаты точек, ближайших к этому треку и находящихся на расстоянии h_i от центра трубки:

$$\begin{aligned}x'_i &= x_i + s_i h_i \sin \phi', \\y'_i &= y_i + s_i h_i \cos \phi',\end{aligned}$$

где

$$s_i = \begin{cases} -1, & \text{если } |r_i(a', \phi') - h_i| < |r_i(a', \phi') + h_i| \\ 1, & \text{если } |r_i(a', \phi') + h_i| < |r_i(a', \phi') - h_i| \end{cases}.$$

Через полученные точки методом наименьших квадратов проводится уточненный трек, причем учитываются только те точки, расстояние от которых до трека первого приближения не превышает некоторого максимального расстояния d_{max} . Использовалось значение $d_{max} = 1$ мм.

Параметры уточненного трека получаются из условия минимальности функции

$$\chi^2(a, \phi) = \sum_{i=1}^n \frac{(x'_i \sin \phi + y'_i \cos \phi - a)^2}{2\sigma^2}$$

и удовлетворяют следующим уравнениям:

$$\begin{aligned}\operatorname{tg} 2\phi &= -2 \frac{\langle x'y' \rangle - \langle x' \rangle \langle y' \rangle}{\langle x'^2 \rangle - \langle x' \rangle^2 - \langle y'^2 \rangle + \langle y' \rangle^2}, \\ a &= \langle x' \rangle \sin \phi + \langle y' \rangle \cos \phi.\end{aligned}\tag{3}$$

Угловые скобки обозначают здесь усреднение по всем точкам, попадающим в "корridor" $\pm d_{max}$. Поскольку уравнения (3) являются условиями экстремума, им удовлетворяют два взаимно перпендикулярных трека, соответствующие минимуму и максимуму функции χ^2 , и нужно выбрать тот, для которого χ^2 принимает меньшее значение.

Элементы ковариационной матрицы для полученных параметров трека имеют вид:

$$V_{aa} = \sigma_a^2 = \frac{M_{\phi\phi}}{|M|}, \quad V_{a\phi} = -\frac{M_{a\phi}}{|M|}, \quad V_{\phi\phi} = \sigma_\phi^2 = \frac{M_{aa}}{|M|},$$

где

$$|M| = M_{aa}M_{\phi\phi} - M_{a\phi}^2,$$

$$M_{aa} = \frac{n}{\sigma^2},$$

$$M_{a\phi} = -\frac{n}{\sigma^2} (\langle x' \rangle \cos \phi - \langle y' \rangle \sin \phi),$$

$$M_{\phi\phi} = \frac{n}{\sigma^2} [(\langle x'^2 \rangle - \langle y'^2 \rangle)(\cos^2 \phi - \sin^2 \phi) - 4\langle x'y' \rangle \cos \phi \sin \phi + a^2].$$

Значение σ_a используется затем при восстановлении вершины пучкового события.

2.3. Коррекция дрейфовой кривой

Точность определения временных констант t_0 вносит значительный вклад в пространственное разрешение, поэтому после определения величин t_0 по краям временного спектра их значения уточняются с помощью реконструкции космических треков. Поправка к временной константе t_0 вычисляется следующим образом:

$$\delta t_0^{(i)} = \frac{\langle |r_i| - h_i \rangle}{v_{dr}},$$

где r_i — расстояние от восстановленного трека до оси i -й трубки, h_i — измеренный путь дрейфа, v_{dr} — скорость дрейфа. После уточнения временных констант необходимо вычислить дрейфовую кривую $R(t)$ еще раз, пользуясь новыми значениями величин t_0 .

Поправки на геометрическое положение трубок не учитывались, поскольку в работе [3] было показано, что отклонение истинного положения трубок от проектного составляет не более 20 мкм, что значительно меньше координатного разрешения.

Поправка формы кривой $R(t)$ с помощью нахождения зависимости $\langle |r_i| - h_i \rangle(t)$ также не дает заметного улучшения разрешения.

2.4. Результаты обработки

Типичное событие с треком космической частицы, восстановленным с помощью описанного выше алгоритма, показано на рис.5.

Координатное разрешение дрейфовой трубки определялось как среднеквадратичное отклонение разности пути дрейфа и расстояния от восстановленного трека до оси соответствующей трубки $|r_i| - h_i$. При этом

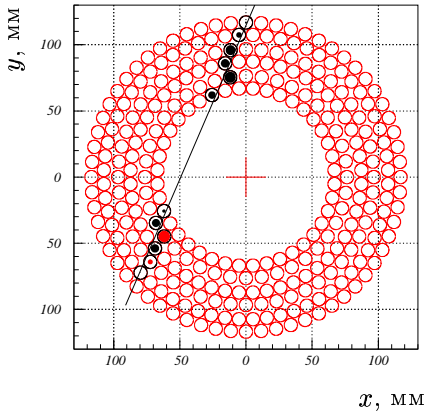


Рис. 5. Пример события с космической частицей.

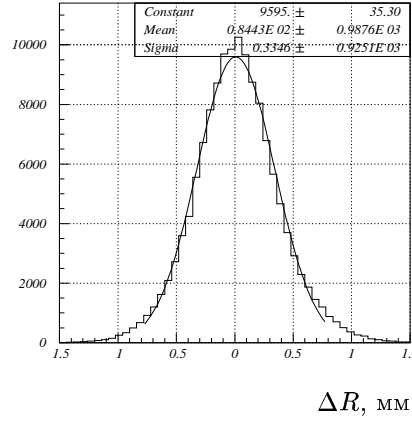


Рис. 6. Пространственное разрешение дрейфовой трубки.

трубка, для которой определяется разрешение, не учитывалась в реконструкции. На рис. 6 показано распределение величины $|r_i| - h_i$ для всех трубок ВД. Подгонка нормальным распределением дает значение $\sigma = 0.33$ мм. Понятно, что такой метод оценки разрешения дает несколько худшее значение, чем в реальности, из-за неточности определения параметров трека. В нашем случае вклад ошибки в параметрах трека должен составлять около 5%, то есть реальное разрешение $\sigma \simeq 0.32$ мм.

Зависимость разрешения от пути дрейфа показана на рис. 7. Для данной газовой смеси координатное разрешение во всем объеме дрейфовой трубки приблизительно одинаково. Небольшое ухудшение разрешения вблизи анода может быть связано с кластер-эффектом и зависимостью времени срабатывания дискриминатора от амплитуды сигнала. Из распределения трубок по разрешению (рис. 8) можно заключить, что в большей части трубок координатное разрешение составляет около 0.3 мм, но имеется около 20 трубок с худшим разрешением, предположительно, из-за их нецилиндричности.

Реальное координатное разрешение в смеси $Ar + 10\%CO_2$ должно составлять около 0.25 мм. Основной вклад в разрешение вносит диффузия (180–200 мкм). Кроме того, поскольку в данной смеси невозможно получить достаточно высокий коэффициент газового усиления (больше $3 \cdot 10^5$), большой вклад вносит и зависимость времени срабатывания дис-

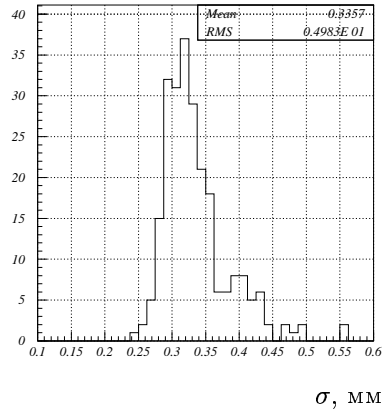
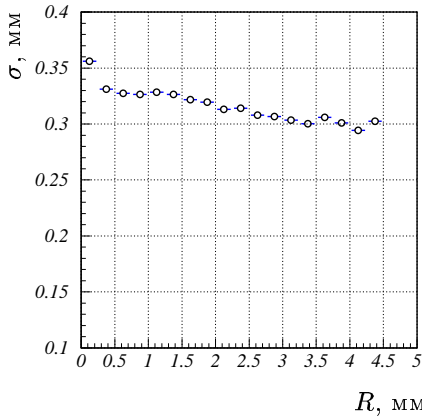


Рис. 7. Зависимость пространственного разрешения от расстояния трека до анода (усреднено по всем трубкам).

Рис. 8. Распределение трубок по пространственному разрешению.

криминатора от амплитуды сигнала. Худшее, по сравнению с расчетным, разрешение может объясняться следующими причинами:

- При уменьшении концентрации CO_2 ниже 10% в смеси $Ar - CO_2$ быстро увеличивается диффузия. Точного измерения концентрации CO_2 не было, поэтому небольшое ее уменьшение могло привести к сильному ухудшению разрешения.
- При разборке была обнаружена небольшая непараллельность фланцев ВД. Это могло привести к отклонению формы трубки от цилиндрической. При последующей постановке ВД параллельность фланцев была обеспечена.

Результаты измерений эффективности дрейфовых трубок ВД приведены на рис. 9—11. Эффективность в данном случае определялась для каждой трубки как отношение числа событий, в которых она использовалась при восстановлении трека, к числу событий, в которых трек проходит через эту трубку. Эффективность значительно падает на краю трубки (рис. 10) из-за ее нецилиндричности, а также из-за ошибок восстановления трека (трек может быть ошибочно проведен внутри трубки, тогда как на самом деле он через нее не проходит).

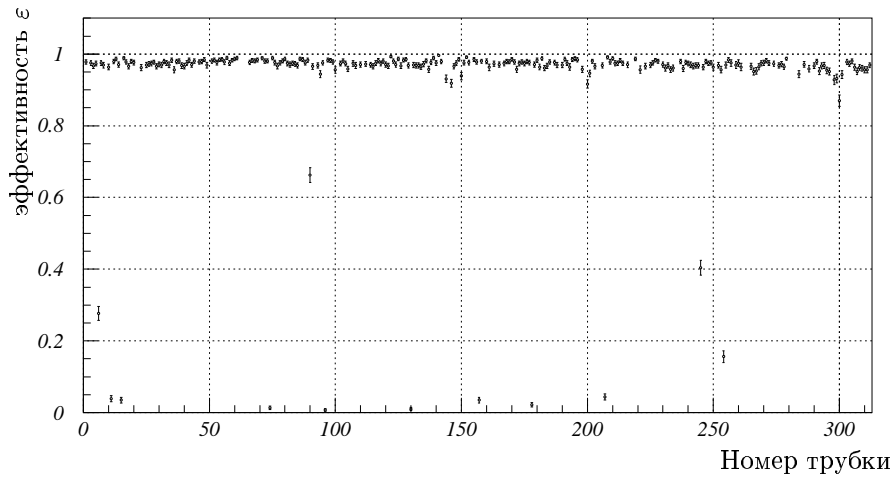


Рис. 9. Эффективность регистрации дрейфовых трубок ВД.

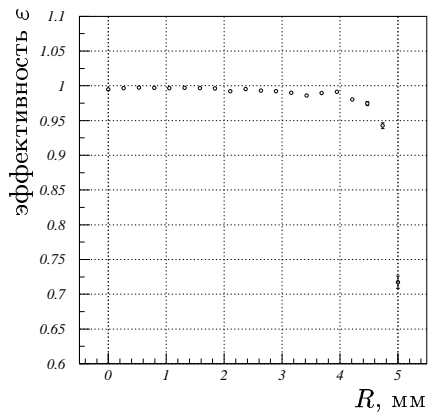


Рис. 10. Зависимость эффективности от расстояния трека до анода.

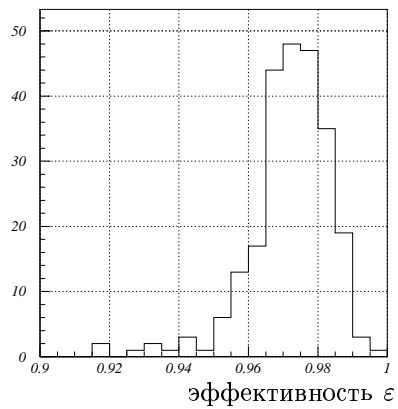


Рис. 11. Распределение трубок по эффективности.

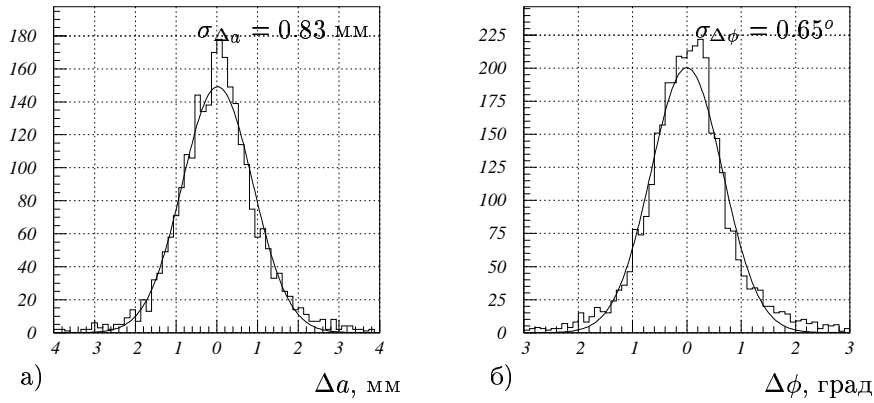


Рис. 12. Точность восстановления параметров трека: а) Δa б) $\Delta \phi$.

Точность восстановления трека в ВД зависит как от координатного разрешения дрейфовой трубки, так и от количества трубок, использованных при восстановлении. Контроль точности реконструкции треков проводился следующим образом. Трек космической частицы делился пополам (в точке, ближайшей к центру ВД), затем каждая часть трека восстанавливалась отдельно. Это осуществлялось с помощью алгоритма реконструкции пучковых событий, описанного в разделе 3.1. В предположении, что угол многократного рассеяния на вакуумной камере ускорителя мал, величины $\Delta a = a_1 - a_2$ и $\Delta \phi = \phi_1 - \phi_2$ характеризуют точность восстановления параметров трека.

Чтобы приблизить условия реконструкции к пучковым событиям, для контроля точности отбирались треки, прошедшие достаточно близко к оси ВД. Распределения величин Δa и $\Delta \phi$ для таких треков показаны на рис. 12. Из-за того, что около 50 трубок не работало, среднее число трубок, по которым восстанавливался трек, было равно 5. Зависимость точности реконструкции от числа сработавших трубок приведена в табл. 1. Здесь предполагалось, что $\sigma_{a,\phi} = \sigma_{\Delta a, \Delta \phi} / \sqrt{2}$.

Значения σ_a для треков, не проходящих через вакуумную камеру, значительно (в 2-3 раза) меньше из-за уменьшения корреляции ошибок восстановления величин a и ϕ этих треков.

Космические мюоны, проходя через вещество вакуумной камеры, могут выбить из него энергичный δ -электрон, который может быть зарегистрирован. Пример такого события показан на рис. 13. События с δ -

Таблица 1. Точность восстановления параметров трека в зависимости от количества трубок, использованных при реконструкции.

Число трубок	σ_a , мм	σ_ϕ , град
4	0.64 ± 0.04	0.57 ± 0.03
5	0.57 ± 0.01	0.46 ± 0.01
6	0.44 ± 0.02	0.43 ± 0.01

электроном составляют около 2% от общего числа частиц, проходящих через детектор. Пренебрегая многократным рассеянием, можно считать, что δ -электрон вылетает из точки пересечения его трека с треком первичной космической частицы. Распределение точек вылета δ -электронов в плоскости, перпендикулярной оси ВД, приведено на рис. 14. Точки концентрируются на окружности внутри ВД с радиусом около 60 мм, что соответствует радиусу внешней вакуумной камеры. Видны также δ -электроны, выбиваемые из верхней части внутренней стенки дрейфовой камеры на расстоянии около 125 мм от оси детектора. Для наглядности на рис. 15 показано распределение расстояний точек вылета δ -электронов до оси ВД. Отчетливо видны два пика на радиусах 60 и 125 мм, соответствующих радиусам внешней вакуумной камеры и внутренней стенки дрейфовой камеры.

3. Реконструкция пучковых событий

3.1. Параметризация треков

Треки частиц в пучковых событиях не проходят целиком через детектор, а начинаются, чаще всего, внутри вакуумной камеры. Поэтому параметризация трека в виде (a, ϕ) , как она была определена для космических треков, оказывается неприменимой. Можно, однако, скорректировать параметризацию так, что описанный выше алгоритм реконструкции будет применим и к пучковым событиям.

Вспомним, что наборы параметров (a, ϕ) и $(-a, \phi + \pi)$ описывали один и тот же трек, поскольку он однозначно определялся координатами точки, ближайшей к оси ВД. Для пучковых событий удобно определить трек как луч, начинающийся в точке, ближайшей к оси ВД, т. е. в парамет-

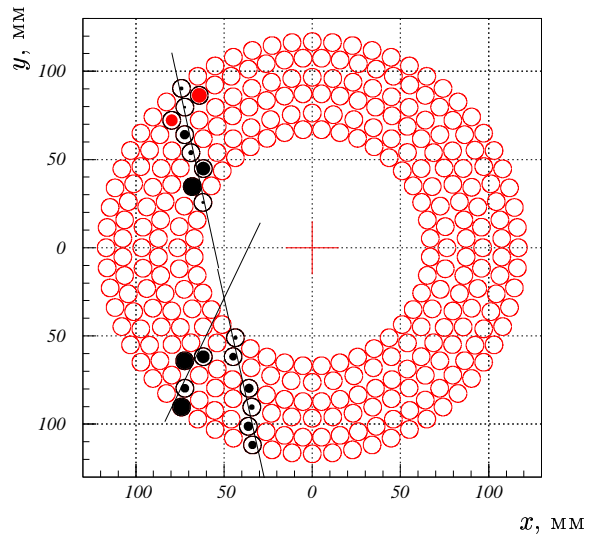


Рис. 13. Пример трека с вылетевшим из вакуумной камеры δ -электроном.

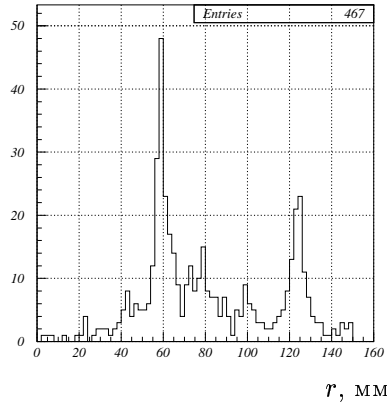
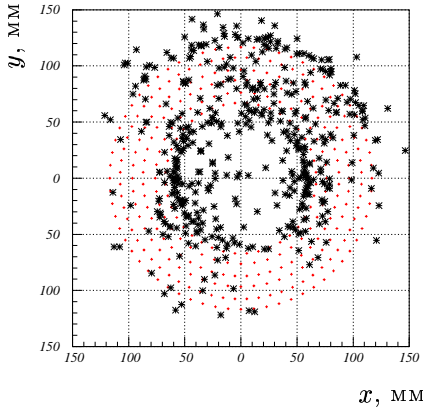


Рис. 14. Распределение точек вылета δ -электронов в плоскости, перпендикулярной оси ВД.

Рис. 15. Распределение расстояний точек вылета δ -электронов до оси ВД.

ризации (1) нужно положить $\xi > 0$. Тогда параметры (a, ϕ) и $(-a, \phi + \pi)$ будут описывать два трека, выходящие из одной точки, но в противоположных направлениях.

Естественно, выбранное ограничение на параметр ξ не означает, что частица "обязана" рождаться в точке с $\xi = 0$; такое определение необходимо только для того, чтобы алгоритм реконструкции не пытался искать продолжение трека там, где его не может быть — на противоположной стороне ВД.

После такой коррекции все описанные выше формулы для реконструкции остаются верны с единственной поправкой — при вычислении функций Q и χ^2 нужно использовать только те трубки, для которых $\xi = x_i \cos \phi - y_i \sin \phi > 0$. Кроме того, для ускорения перебора треков, трубки нужно сортировать не по вертикали, а по расстоянию до оси детектора.

После нахождения одного трека в пучковом событии трубки, через которые он прошел, помечаются как уже "использованные", и процедура поиска повторяется, пока не останется треков с необходимым минимальным числом трубок.

3.2. Выбор трека первого приближения

Описанный выше способ последовательного поиска треков в пучковом событии не всегда корректно работает в условиях большого количества шумовых срабатываний трубок, что приводит к снижению эффективности реконструкции. Это связано с тем, что при выборе трека первого приближения используется "нефизическая" функция качества, не использующая, в частности, информацию о несработавших трубках, лежащих на треке.

Более правильным решением было бы использовать для нахождения треков метод максимального правдоподобия, т. е. выбирать такую комбинацию треков, для которой вероятность срабатывания данного набора трубок максимальна. Такой подход, однако, оказывается неприменим из-за необходимости варьировать сразу большое число параметров. Ниже описан компромиссный способ поиска треков, основанный на методе максимального правдоподобия, который имеет достаточно большую эффективность, но позволяющий находить треки последовательно с использованием функции качества, как было описано выше.

Плотность вероятности срабатывания заданного набора трубок по N трекам с параметрами (a_i, ϕ_i) можно записать следующим образом:

$$dP(a_1 \dots a_{N_{tr}}; \phi_1 \dots \phi_{N_{tr}}) = \prod_{j=1}^{N_{tr}} \left[\prod_{k=1}^{n_j} \varepsilon_k f_k(r_{jk}, h_k) dh_k \prod_{k=1}^{n'_j} (1 - \varepsilon_k) \right] \times \prod_{l=1}^m (\eta_l g_l(h_l) dh_l), \quad (4)$$

где N_{tr} — количество треков, n_j — количество сработавших трубок на j -м треке, n'_j — количество несработавших трубок на j -м треке, m — количество ложно сработавших трубок, $r_{jk} = x_k \sin \phi_j + y_k \cos \phi_j - a_j$ — расстояние от центра k -й трубки до j -го трека, $\varepsilon_k = \varepsilon_k(r)$ — вероятность срабатывания k -й трубки при прохождении трека на расстоянии r от ее центра (эффективность k -й трубки), $f_k(r, h)$ — плотность вероятности получения пути дрейфа h при прохождении трека на расстоянии r от центра трубки, η_l — вероятность ложного срабатывания l -й трубки, $g_l(h)$ — плотность вероятности получения пути дрейфа h при ложном срабатывании l -й трубки.

Положим

$$f(r, h) = (1 - \eta) \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(r-h)^2}{2\sigma^2}} + \eta \frac{1}{R_0},$$

$$g(h) = \frac{1}{R_0} = Const.$$

Втрое слагаемое в формуле для $f(r, h)$ учитывает ложное срабатывание трубки с измеренным путем дрейфа, попадающим, тем не менее, в корридор для "правильных" значений h . Величина η считалась постоянной и одинаковой для всех трубок, и выбиралась из соображений максимальной эффективности реконструкции.

Разделив выражение (4) на не зависящую от конфигурации треков величину $\prod_{i=1}^n \eta_i g_i(h_i) dh_i$, где n — общее количество сработавших трубок, получим функцию, пропорциональную плотности вероятности

$$Q(a_1 \dots a_{N_{tr}}; \phi_1 \dots \phi_{N_{tr}}) = \prod_{j=1}^{N_{tr}} Q_j(a_j, \phi_j), \quad (5)$$

где

$$Q_j(a_j, \phi_j) = \prod_{k=1}^{n_j} \frac{\varepsilon_k}{\eta_k} R_0 f(r_{jk}, h_k) \prod_{k=1}^{n'_j} (1 - \varepsilon_k). \quad (6)$$

Функция (5) представляет собой произведение величин, каждая из которых зависит только от параметров одного трека и трубок, через которые он проходит. Вид функции (5) позволяет искать ее максимум, максимизируя последовательно каждую из функций $Q_j(a_j, \phi_j)$, то есть можно использовать алгоритм поиска треков, описанный в разделе 3.1, используя выражение (6) как функцию качества для пробных пар трубок.

Вообще такой метод не обязательно должен приводить к нахождению глобального максимума. Кроме того, не обрабатываются более подробно случаи прохождения нескольких треков через одну трубку. Однако измерения эффективности реконструкции треков (см. раздел 3.3) показывают, что при использовании такого алгоритма эффективность заметно возрастает.

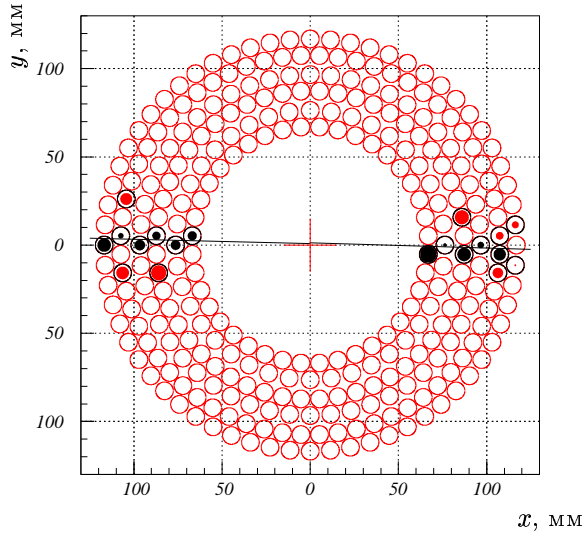


Рис. 16. Пример события упругого e^+e^- -рассеяния.

3.3. Упругое e^+e^- -рассеяние

Наблюдение событий упругого рассеяния позволяет получить важную информацию об эффективности детектора. Причем, поскольку треки рассеянных частиц коллинеарны (см. рис. 16), при их реконструкции можно наряду с модифицированным алгоритмом обработки многочастичных событий использовать алгоритм для обработки космических событий. Более того, такой алгоритм обеспечивает максимальную эффективность отбора, таким образом, упругое рассеяние можно использовать для отладки алгоритмов реконструкции, предназначенных для обработки многоадронных событий.

Для регистрации e^+e^- рассеяния используется торцевой сцинтилляционный калориметр на основе кристаллов CsI (см. рис. 17). Он позволяет восстанавливать координаты точки попадания частицы с точностью около 2 см. Диапазон полярных углов вылета конечных частиц, перекрываемый калориметром — $13.5^\circ < \Theta < 35^\circ$. В этот диапазон входят треки, пересекающие от 3 до 6 слоев вершинного детектора.

Для сравнения эффективности реконструкции треков в ВД использо-

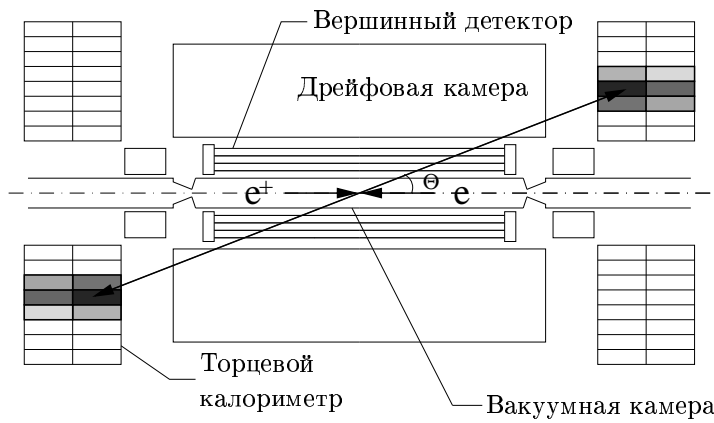


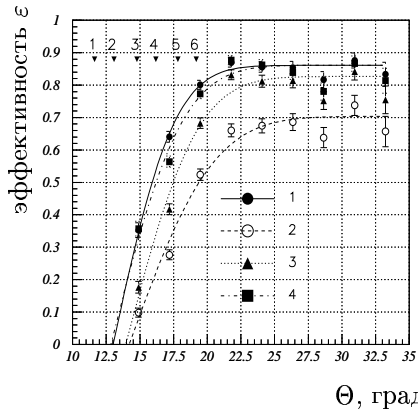
Рис. 17. Регистрация события e^+e^- -рассеяния в детекторе КЕДР.

вались 4 алгоритма:

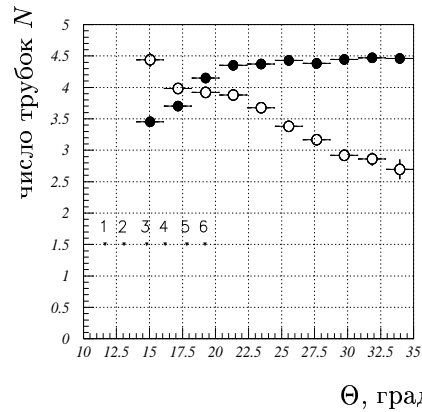
- 1) Алгоритм восстановления треков космических частиц, в котором оба трека рассеянных электронов подгонялись одной прямой.
- 2) Алгоритм реконструкции пучковых событий (см. раздел 3.1) с функцией качества (2).
- 3) Алгоритм реконструкции пучковых событий с модифицированной функцией качества (6).
- 4) То же, но с ограничением расстояния до оси детектора $|a| < 15$ мм для пробных треков.

Измеренная на событиях упругого рассеяния эффективность реконструкции треков в ВД для четырех приведенных алгоритмов в зависимости от угла Θ показана на рис. 18. Эффективность определялась как отношение числа событий, в которых были найдены два трека, согласующихся с координатами точек попадания частиц в торцевой калориметр, к общему числу событий, попадающих в заданный диапазон углов Θ . На графике цифрами 1–6 отмечены углы, при которых трек рассеянной частицы пересекает соответствующее число слоев ВД.

Четыре кривых соответствуют четырем использовавшимся алгоритмам реконструкции. Максимальная эффективность (закрашенные кружки) получена с алгоритмом реконструкции треков космических частиц. При этом использовалась коллинеарность рассеянных частиц и оба трека



Θ, град



Θ, град

Рис. 18. Эффективность реконструкции треков в ВД на событиях e^+e^- -рассеяния.

Рис. 19. Среднее количество сработавших трубок на треке.

подгонялись одной прямой. Рассматривались только те треки, которые содержали как минимум по 3 сработавших трубки с обеих сторон вакуумной камеры. Такой отбор проводился для того, чтобы можно было сравнивать этот алгоритм с другими, в которых не предполагалась коллинеарность треков и для реконструкции требовалось срабатывание не менее 3 трубок для каждой частицы. Полученная эффективность (около 87%) полностью может быть объяснена неработавшими каналами, которых в использованном заходе было около 50.

Остальные алгоритмы реконструкции не использовали информацию о коллинеарности треков рассеянных частиц. Наименьшая эффективность (незакрашенные кружки на рис. 18) получается при использовании для выбора трека первого приближения функции качества Q по формуле (2) для космических треков. Использование более корректной формулы (6) для функции качества (закрашенные треугольники) позволяет увеличить эффективность на 10%. Дополнительное увеличение эффективности (особенно в области малых углов Θ , что соответствует большому количеству ложно сработавших трубок, см. ниже) может быть получено, если для отбора треков первого приближения использовать только треки, проходящие достаточно близко к оси ВД. При построении кривой, отмеченной закрашенными квадратами, не рассматривались заведомо ложные

треки с $a > 15$ мм.

Напомним, что на рис. 18 приведена эффективность реконструкции *двух* треков, таким образом, эффективность реконструкции *одного* трека составляет около 90%.

Анализ событий, дающих вклад в неэффективность, показывает, что ошибки при реконструкции возникают из-за достаточно большого количества шумовых срабатываний трубок вблизи трека. На рис. 19 закрашенными кружками показано среднее количество трубок, по которым восстанавливался трек, незакрашенными — среднее количество ложно сработавших трубок на 1 трек в зависимости от полярного угла Θ . Оно определялось как половина количества трубок, которые были отброшены в процессе выбора трека первого приближения. Видно, что тогда как число правильно сработавших трубок для треков, проходящих через все 6 слоев, не зависит от угла, количество шумовых срабатываний монотонно уменьшается.

Шумовые срабатывания объясняются в основном перекрестными наводками в тракте электроники. Он состоит из установленных на камере предварительных усилителей, к которым подключены аноды дрейфовых трубок, усилителей-формирователей и оцифровывающей электроники. Предусилители объединены в блоки по 8 каналов. Наводки возникают между разными каналами в одном блоке предусилителей. Вероятность наводки возрастает для малых углов Θ из-за роста величины ионизации и, следовательно, амплитуды сигнала как $1/\sin \Theta$. Корреляция пути дрейфа для ложно сработавшей трубки и трубки, лежащей на треке показана на рис. 20. Разница координат около 1 мм, соответствующая задержке срабатывания ~ 20 нс. объясняется меньшей амплитудой наведенного сигнала. Для сравнения на рис. 21 показана корреляция времен для двух трубок, лежащих на треке.

Вероятность наводки между каналами предусилителей в зависимости от полярного угла Θ приведена на рис. 22. Видно, что при малых углах Θ существует заметная вероятность ложного срабатывания трубки, которую нельзя объяснить наводками в электронике (трубка на треке и ложно сработавшая трубка принадлежат разным блокам предусилителей). По-видимому, этот эффект связан с выбиванием энергичных δ -электронов из вещества вакуумной камеры.

Реконструкция событий упругого рассеяния позволяет получить информацию о координатах места встречи пучков. Их значения могут быть затем использованы при отборе многоадронных событий, а также для контроля стабильности положения пучков (см. раздел 4). Зависимость $a(\phi)$ (расстояния трека до оси ВД от азимутального угла) имеет вид си-

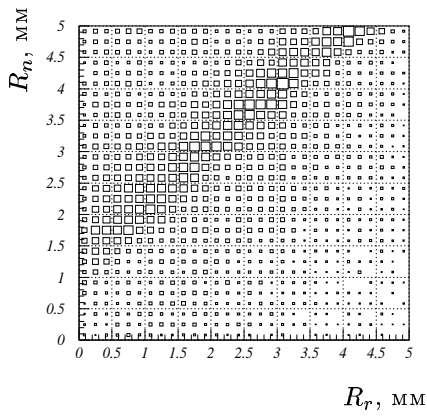


Рис. 20. Корреляция дрейфовых расстояний в двух каналах одного блока предусилителей — ложно сработавшей трубки (R_n) и трубки, лежащей на треке (R_r).

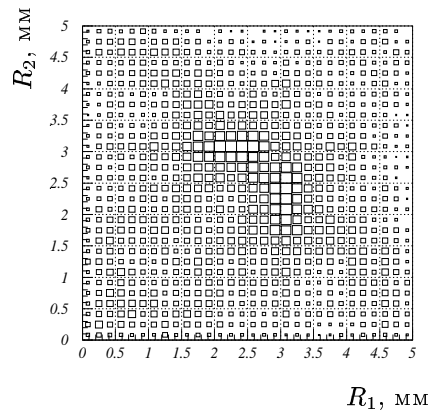


Рис. 21. То же — для двух трубок, лежащих на треке (R_1 и R_2).

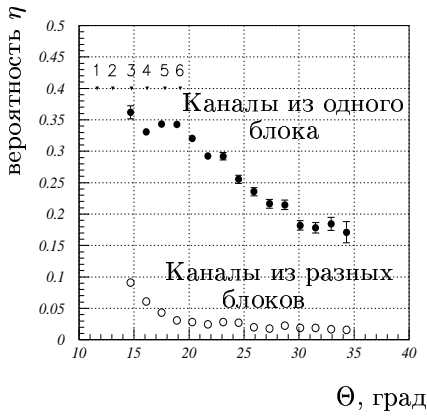


Рис. 22. Вероятность перекрестной наводки в зависимости от полярного угла Θ .

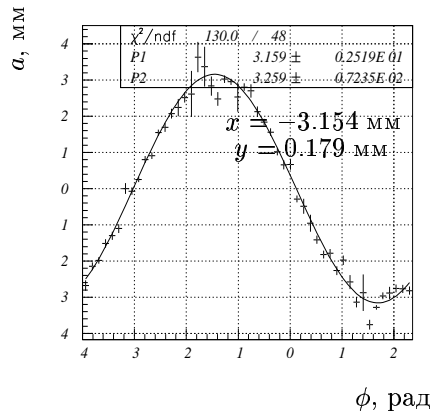


Рис. 23. К определению координат места встречи пучков.

нусоиды, ее амплитуда и фаза дают полярные координаты точки встречи (рис. 23).

3.4. Поиск вершины многоадронного события

Для нахождения вершины многоадронного события необходимо сначала определить треки отдельных частиц, по которым она будет восстанавливаться, поскольку не все найденные треки могут выходить из вершины. Для этого вычисляются координаты точек пересечения каждой пары треков, затем в качестве первого приближения выбирается такая точка, в окрестности которой на расстоянии $R < R_{max} = 2.5$ мм находится максимальное число других точек пересечения. Для восстановления вершины выбираются треки, которые проходят внутри этой окружности.

Координаты вершины получаются из условия минимальности суммы квадратов расстояний до каждого используемого в ее реконструкции трека

$$F(x, y) = \sum_{i=1}^{N_{tr}} \frac{(x \sin \phi_i + y \cos \phi_i - a_i)^2}{2\sigma_{a_i}^2}$$

и вычисляются по следующим формулам:

$$x = \frac{\left\langle \frac{a \sin \phi}{\sigma_a^2} \right\rangle \left\langle \frac{\cos^2 \phi}{\sigma_a^2} \right\rangle - \left\langle \frac{a \cos \phi}{\sigma_a^2} \right\rangle \left\langle \frac{\sin \phi \cos \phi}{\sigma_a^2} \right\rangle}{\left\langle \frac{\sin^2 \phi}{\sigma_a^2} \right\rangle \left\langle \frac{\cos^2 \phi}{\sigma_a^2} \right\rangle - \left\langle \frac{\sin \phi \cos \phi}{\sigma_a^2} \right\rangle^2},$$

$$y = \frac{\left\langle \frac{a \cos \phi}{\sigma_a^2} \right\rangle \left\langle \frac{\sin^2 \phi}{\sigma_a^2} \right\rangle - \left\langle \frac{a \sin \phi}{\sigma_a^2} \right\rangle \left\langle \frac{\sin \phi \cos \phi}{\sigma_a^2} \right\rangle}{\left\langle \frac{\sin^2 \phi}{\sigma_a^2} \right\rangle \left\langle \frac{\cos^2 \phi}{\sigma_a^2} \right\rangle - \left\langle \frac{\sin \phi \cos \phi}{\sigma_a^2} \right\rangle^2}.$$

Здесь σ_{a_i} — ожидаемая ошибка восстановления расстояния i -го трека до оси ВД, получаемая из ковариационной матрицы при проведении трека методом наименьших квадратов. Угловые скобки обозначают усреднение по всем участвующим в реконструкции вершины трекам.

3.5. Результаты обработки событий многоадронного рождения

На рис. 24 приведен пример многоадронного события в вершинном детекторе. Распределение координат вершин многоадронных событий показано на рис. 25. Значения $x < 0$ соответствуют направлению внутрь кольца ускорителя, ось y направлена вертикально вверх.

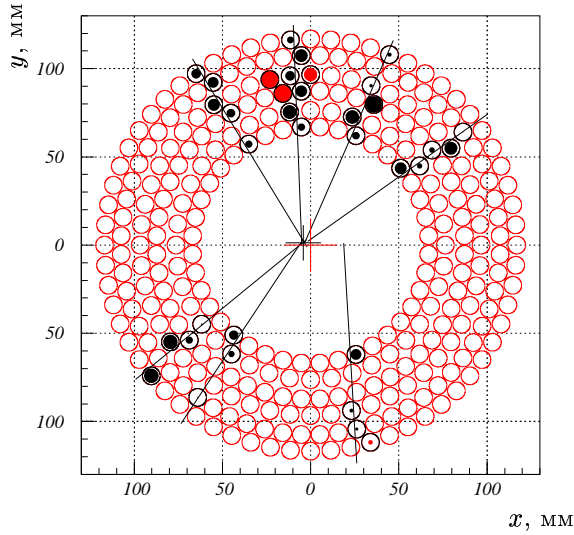


Рис. 24. Пример многоадронного события в ВД.

Зависимость сечения многоадронных событий от энергии пучков (резонансная кривая J/ψ) для двух разных сканирований показана на рис. 26. Условия отбора событий, по которым строилось сечение, были следующими:

- каждый трек содержит не менее 3 сработавших трубок,
- не менее 3 треков выходят из вершины,
- вершина находится на расстоянии ≤ 3 мм от точки встречи пучков (внутри окружности на рис.25).

При таком отборе число фоновых событий составляет 0–2 для интеграла светимости 0.1 нб^{-1} . Сечение фоновых событий показано на рис. 26 незакрашенными кружками. Оно измерялось по наборам событий, для которых электронный и позитронный пучки были разведены.

Как видно из графика, максимальное сечение в пике составляет 600 – 900 нб, тогда как расчетное сечение — 3000 нб, что дает эффективность регистрации многоадронных событий около 25%. При этом наибольший вклад в неэффективность вносит, вероятно, использовавшийся триггер,

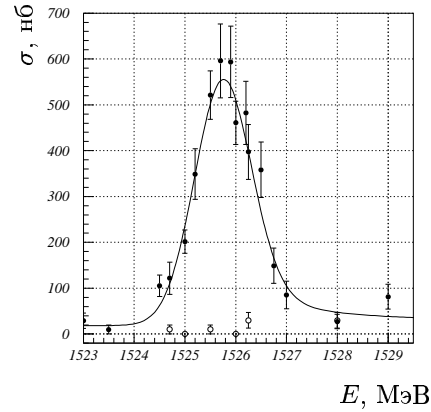
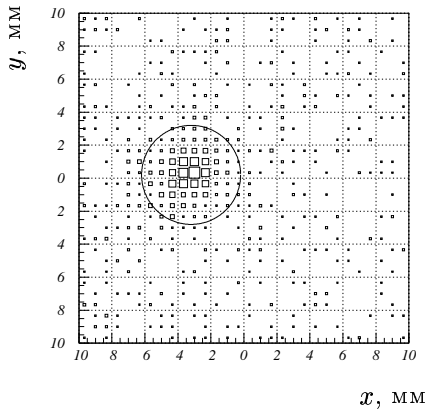


Рис. 25. Распределение вершин событий в плоскости, перпендикулярной оси пучков.

Рис. 26. Измеренное сечение $e^+e^- \rightarrow J/\psi \rightarrow$ адроны.

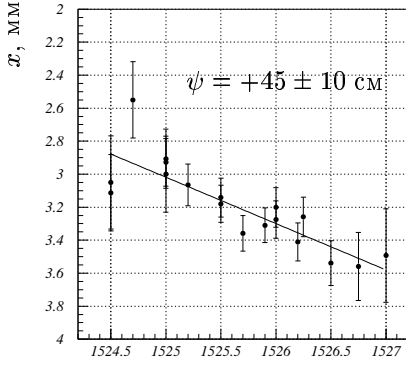
поскольку просмотр событий показывает, что программа реконструкции отбирает практически все события, видимые глазом.

4. Дисперсионная функция накопителя ВЭПП-4М и поправки к энергии пучков

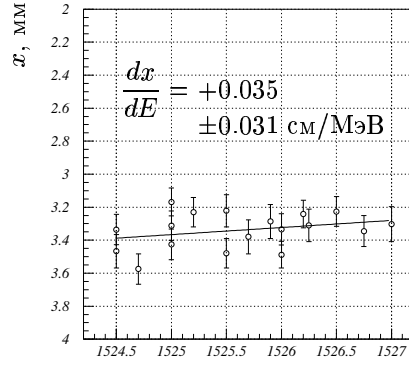
Особенностью резонанса J/ψ является его малая ширина $\Gamma = 87$ кэВ, по сравнению с характерным разбросом энергий электронов в пучке $\sigma_E = 0.6$ МэВ. Поэтому вид резонансной кривой (рис. 26) практически полностью определяется энергетическим разбросом пучков. Возможно, однако, улучшить точность определения энергии, внося поправку на координату вершины события. Это возможно благодаря большому значению дисперсионной функции накопителя ВЭПП-4М ([2]) в месте встречи.

Известно, что связь между смещением равновесной орбиты электрона Δx в плоскости движения пучков и отклонением его энергии от средней энергии пучка ΔE дается дисперсионной функцией ψ :

$$\Delta x = \psi \frac{\Delta E}{E}.$$



E , МэВ



E , МэВ

Рис. 27. Зависимость горизонтальной координаты вершины многоадронного события от энергии пучков.

Рис. 28. Зависимость горизонтальной координаты вершины события e^+e^- -рассеяния от энергии пучков.

Если положение пучков не меняется с изменением энергии, горизонтальная координата вершины зависит от средней энергии пучков:

$$x = \psi \frac{M/2 - E}{M/2}. \quad (7)$$

Полученная зависимость изображена на рис. 27. Стабильность положения пучков контролировалась по событиям e^+e^- -рассеяния (рис. 28). Их сечение не имеет резкой зависимости от энергии, поэтому средняя координата вершины e^+e^- -события определяется только положением пучка.

Пользуясь известным значением ψ -функции для каждого события можно внести поправку на энергию, равную $E_{\text{corr}} = E\Delta x/\psi$. Однако, чтобы такая поправка была оправдана, необходимо получить координатное разрешение по вершине $\sigma_x \lesssim \psi\sigma_E/E \simeq 0.3$ мм, которое пока недостижимо.

Ниже приведено более подробное вычисление зависимости $x(E)$ и величины поправки к энергии, учитывающее бетатронный разброс в пучке и примесь фоновых событий.

4.1. Функция распределения электронов в пучке

Пусть E — средняя энергия пучков, σ_E — энергетический разброс в пучке, σ_x — горизонтальный бетатронный размер пучка, ψ — дисперсионная функция накопителя. Тогда распределение электронов в пучке по горизонтальной координате x и отклонению энергии электрона δE от средней энергии в пучке можно записать следующим образом¹:

$$f(x, \delta E) = \exp\left(-\frac{\delta E^2}{2\sigma_E^2}\right) \exp\left(-\frac{\left(x - \psi \frac{\delta E}{E}\right)^2}{2\sigma_x^2}\right).$$

Перегруппировав слагаемые в показателе экспоненты можно получить эквивалентное выражение:

$$f(x, \delta E) = \exp\left(-\frac{x^2}{2\tilde{\sigma}_x^2} - \frac{\left(\delta E - E \frac{x}{\tilde{\psi}}\right)^2}{2\tilde{\sigma}_E^2}\right), \quad (8)$$

где $\tilde{\sigma}_x^2 = \sigma_x^2 + \psi^2 \frac{\sigma_E^2}{E^2}$, $\frac{1}{\tilde{\sigma}_E^2} = \frac{1}{\sigma_E^2} + \frac{\psi}{\sigma_x^2 E^2}$, $\tilde{\psi} = \psi \left(1 + \frac{\sigma_x^2 E^2}{\sigma_E^2 \psi^2}\right)$. Отсюда после интегрирования по δE получаем, что полный поперечный размер пучка (с учетом бетатронных колебаний и связи горизонтального отклонения орбиты с синхротронными колебаниями) равен, как и следовало ожидать,

$$\sigma_{x,tot}^2 = \tilde{\sigma}_x^2 = \sigma_x^2 + \psi^2 \frac{\sigma_E^2}{E^2}.$$

4.2. Распределение вершин событий рождения узкого резонанса

Для рождения узкого ($\Gamma \ll \sigma_E$) резонанса нужно, чтобы инвариантная масса взаимодействующих электрона и позитрона W равнялась его массе M :

$$W = \sqrt{(p_+ + p_-)^2} \simeq \sqrt{4E_+ E_-} \simeq 2E + \delta E_+ + \delta E_- = M.$$

Распределение событий рождения резонанса по горизонтальной координате x и средней энергии пучков E равно

$$F(x, E) = \iint f(x, \delta E_+) f(x, \delta E_-) \delta(2E + \delta E_+ + \delta E_- - M) d\delta E_+ d\delta E_-.$$

¹О нормировке этого и остальных распределений заботиться не будем

Интегрируя, получаем

$$F(x, \Delta E) = \exp \left(-\frac{\Delta E^2}{\sigma_E^2} - \frac{(x + \psi \frac{\Delta E}{E})^2}{\sigma_x^2} \right), \quad (9)$$

где введено обозначение $\Delta E = E - M/2$.

Зависимость средней горизонтальной координаты $\langle x \rangle$ от ΔE имеет вид:

$$\langle x \rangle(\Delta E) = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} x F(x, \Delta E) dx}{\int_{-\infty}^{+\infty} F(x, \Delta E) dx} = -\psi \frac{\Delta E}{E}. \quad (10)$$

Это выражение совпадает с (7). Таким образом, учет бетатронного размера пучка не влияет на вид зависимости $\langle x \rangle(\Delta E)$.

4.3. Учет фоновых событий

Примесь фоновых событий, равномерно распределенных по координате x , искажает зависимость (10). Пусть в i -й точке по энергии имеется N_i событий процесса и M_i фоновых событий, для которых $\langle x \rangle = 0$. Тогда

$$\langle x \rangle_i = -\psi \frac{\Delta E_i}{E} \frac{N_i}{N_i + M_i}.$$

Считая, что $N(E) \sim \exp \left(-\frac{\Delta E^2}{\sigma_E^2} \right)$, получим:

$$\langle x \rangle(\Delta E) = -\psi \frac{\Delta E}{E} \frac{1}{1 + A \exp \left(\frac{\Delta E^2}{\sigma_E^2} \right)}, \quad (11)$$

где $A = (M/N)_{max}$ — отношение числа фоновых событий к числу событий эффекта в максимуме резонанса. Экспериментальную зависимость $\langle x \rangle(\Delta E)$ можно подгонять функцией (11) минимизируя по обоим параметрам ψ и A , но лучше вычислить A из других соображений (при разведенных пучках или по области, достаточно далекой от пучков). При этом точность определения параметра ψ значительно улучшается.

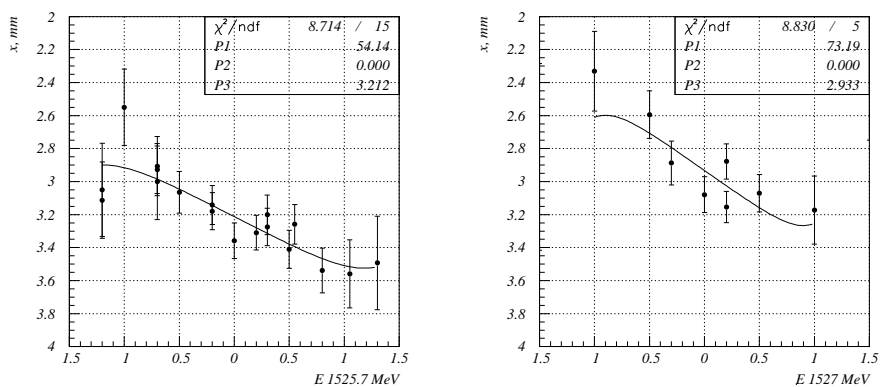


Рис. 29. Зависимость $\langle x \rangle(\Delta E)$: а) заходы 844–876 б) заходы 1090–1106.

Таблица 2. Результаты подгонки зависимости $\langle x \rangle(\Delta E)$.

Номера заходов	M	N_{max}	A	ψ , см.
844–876	2.16	58	0.037	54 ± 10
1090–1106	2.36	72	0.03	73 ± 19

Для вычисления ψ были обработаны два сканирования. Зависимость $\langle x \rangle(\Delta E)$ и подгонка функцией (11) приведена на рис. 29. Результаты подгонки приведены в табл. 2. Количество фоновых событий M определялось подсчетом числа событий в области, далекой от пучка (вне окружности на рис. 25).

Усредненное значение ψ -функции по двум сканированиям равно $\psi = 58 \pm 9$ см. Расчетная величина дисперсионной функции в месте встречи составляет 80 см ([5]).

4.4. Поправка к энергии

Для оптимизации энергетического разрешения необходимо найти такую поправку к средней энергии пучков вида αx , чтобы дисперсия величины $E + \alpha x$ была минимальна. Ее можно получить, переписав (9) в виде:

$$F(x, \Delta E) = \exp \left(-\frac{x^2}{\tilde{\sigma}_x^2} - \frac{(\Delta E + E \frac{x}{\psi})}{\tilde{\sigma}_E^2} \right),$$

где $\tilde{\sigma}_E$, $\tilde{\sigma}_x$ и $\tilde{\psi}$ — такие же, как и в (8). Величина $\Delta E + E \frac{x}{\psi}$ и есть искомое выражение с минимальной дисперсией. Это видно, например, из того, что ее полная дисперсия (после интегрирования по x) и дисперсия при фиксированном x совпадают.

Таким образом, поправка имеет вид

$$E_{\text{corr}} = E \frac{x}{\psi \left(1 + \frac{\sigma_x^2 E^2}{\sigma_E^2 \psi^2} \right)},$$

и энергетическое разрешение с ее учетом равно

$$\sigma_{E, \text{corr}} = \frac{\tilde{\sigma}_E}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{\sigma_E^2} + \frac{\psi}{\sigma_x^2 E^2}}}.$$

Для учета конечного пространственного разрешения необходимо в приведенных выше формулах заменить σ_x^2 на $\sigma_x^2 + \sigma_{vert}^2$, где σ_{vert} — точность определения координаты вершины.

Понятно, что для уменьшения энергетического разброса необходимо иметь $\sigma_{vert} \lesssim \psi \sigma_E / E \simeq 0.3$ мм. С другой стороны, нет смысла улучшать разрешение по вершине меньше величины бетатронного разброса в пучке σ_x , который для энергий вблизи J/ψ составляет (см. [5]) около 90 мкм. Предельное энергетическое разрешение, ограниченное бетатронным разбросом, равно $\sigma_x E / \sqrt{2} \psi \simeq 0.12$ МэВ.

5. Заключение

Основным результатом работы стала разработка и отладка на реальных экспериментальных данных процедур реконструкции космических и пучковых событий. Получена информация о координатном разрешении ВД, которое составляет около 320 мкм. Исследована причина возникновения шумов, приводящих к снижению эффективности реконструкции треков. На событиях упругого e^+e^- -рассеяния достигнута эффективность реконструкции трека около 90%. Измерена кривая возбуждения J/ψ -мезона с помощью реконструкции событий многоадронного рождения. Показана принципиальная возможность уточнения энергии взаимодействия электронов с помощью определения координат вершины события.

Авторы выражают благодарность дирекции института, А. Н. Скринскому и В. А. Сидорову за всестороннюю и постоянную поддержку работ на детекторе КЕДР. Мы благодарны всем сотрудникам, участвующим в сооружении детектора КЕДР, а также команде ВЭПП-4М, обеспечившей работу накопителя в течение эксперимента.

Список литературы

- [1] *V. Anashin et al.* KEDR Status Report RX-1308, Novosibirsk, 1990.
- [2] Труды 13-го Совещания по ускорителям заряженных частиц. т. 1, стр. 369, Дубна, 13 – 15 октября 1992 г.
- [3] *В. П. Нагаслаев.* Кандидатская диссертация. ИЯФ, 1997.
- [4] *Б. О. Байбусинов и др.* Препринт ИЯФ 97-68.
- [5] *С. И. Мишнев.* Светимость на ВЭПП-4М при низкой энергии. Меморандум. 1997.