

Сибирское отделение Российской Академии наук
Институт Ядерной физики им. Г.И. Будкера СО РАН

Н.С. Бучельникова, В.Э. Карлин

НЕУСТОЙЧИВОСТЬ ХОЛОДНОГО ЭЛЕКТРОННОГО
ПУЧКА В НЕОДНОРОДНОЙ ПЛАЗМЕ. II.

ИЯФ 99-22

НОВОСИБИРСК

1999

Неустойчивость холодного электронного пучка в неоднородной плазме. II.

Н.С. Бучельникова, В.Э. Карлин

Институт ядерной физики им. Г.И.Будкера
630090 Новосибирск, Россия

Аннотация

Проведены численные эксперименты (метод частиц в ячейках) по исследованию неустойчивости холодного пучка электронов с параметрами $V_o/V_T = 15, 9$; $n_b/n_o \sim 5 \cdot 10^{-3}$ в неоднородной плазме. Параметры возмущения плотности $\lambda_i/r_d = 33, 3$; $N_i = L/\lambda_i = 3$; $\tilde{n}/n_o \sim 0, 10 - 0, 40$; $L/r_d = 100$. Ионы неподвижные.

Показано, что развитие пучковой неустойчивости сопровождается развитием конверсии волны на возмущении плотности, которая приводит к возбуждению гармоник $N = N_e \pm \beta N_i$, $\beta = 1, 2, 3, \dots$. Развитие сильной стохастической неустойчивости движения электронов плазмы в районе областей захвата гармоник конверсии приводит к затуханию электрического поля. После сброса части энергии затухание становится малым. Параллельно формируется волна БГК и области стохастического движения в плазме.

The instability of cold electron beam in inhomogeneous plasma. II.

N.S. Buchelnikova, V.E. Carlin

Budker Institute of Nuclear Physics, 630090 Novosibirsk, Russia

Abstract

The instability of a cold electron beam ($V_o/V_T = 15, 9$; $n_b/n_o \sim 5 \cdot 10^{-3}$) in inhomogeneous plasma with immobile ions was studied in numerical experiments (PIC – method). The parameters of the density perturbation: $\lambda_i/r_d = 33, 3$; $N_i = L/\lambda_i = 3$; $\tilde{n}/n_o \sim 0, 10 - 0, 40$; $L/r_d = 100$.

It was shown that the evolution of the beam-plasma instability is followed by the conversion of the wave on the density perturbation, which leads to the excitation of the conversion modes $N = N_e \pm \beta N_i$, $\beta = 1, 2, 3, \dots$. The evolution of the large scale stochasticity of the plasma electrons motion in the region of the trapping regions of the conversion modes leads to the damping of the electric field. When a part of the energy is absorbed, the damping becomes small. In parallel the quasistationary BGK-wave and the regions of the stochastic motion in the plasma are formed.

© Институт ядерной физики им. Г.И.Будкера

В настоящей работе описаны численные эксперименты (метод частиц в ячейках) по исследованию неустойчивости холодного пучка электронов в плазме с возмущением плотности.

Работа является продолжением работ [1,2], в которых исследовалась неустойчивость пучка электронов ($V_o/V_T = 15.9$; $n_b/n_o \sim 5 \cdot 10^{-3}$) в однородной плазме [1] и в слабонеоднородной плазме с возмущением плотности $\tilde{n}/n_o \sim 0.01 - 0.05$ [2]. В работе [1] показано, что начальная стадия взаимодействия пучок-плазма определяется пучковой неустойчивостью, которая приводит к возбуждению ленгмюровской волны – гармоники с максимальным инкрементом. Нелинейная стадия пучковой неустойчивости определяется захватом электронов пучка возбуждающейся волной. ”Размешивание” захваченных электронов на фазовой плоскости приводит к формированию квазистационарной волны БГК.

В работе [2] показано, что в неоднородной плазме параллельно с пучковой неустойчивостью развивается конверсия волны на возмущении плотности [3 ÷ 5]. Конверсия приводит к генерации гармоник – прямых и обратных ленгмюровских волн с волновыми векторами $k_N = k_e \pm \beta k_i$ и номерами гармоник $N = N_e \pm \beta N_i$, $\beta = 1, 2, 3, \dots$. При параметрах пучка и возмущения плотности, рассмотренных в работе [2], возбуждаются только гармоники с $\beta = 1$ $N = N_e \pm N_i$ и скорость развития этих гармоник меньше скорости развития захвата электронов основной волной. Движение захваченных электронов стабилизирует волну и приводит к подавлению конверсии. В результате амплитуды гармоник конверсии невелики и конверсия практически не влияет на развитие пучковой неустойчивости и формирование волны БГК.

В настоящей работе исследуется неустойчивость пучка с теми же параметрами, что и в работах [1,2], в неоднородной плазме с возмущениями

плотности $\tilde{n}/n_o \sim 0.1 - 0.4$. Найдено, что с ростом \tilde{n}/n_o растет скорость развития и амплитуды гармоник конверсии. Конверсия приобретает каскадный характер и приводит к возбуждению широкого спектра гармоник $N = N_e \pm \beta N_i$. В районе областей захвата гармоник конверсии развивается сильная стохастическая неустойчивость движения электронов плазмы, что приводит к затуханию поля. Параллельно идет "размешивание" захваченных электронов пучка, формирование волны БГК и изменение ее фазовой скорости. При $\tilde{n}/n_o \sim 0.1$ после сброса части энергии формируется практически стационарная, а при $\tilde{n}/n_o \sim 0.2 - 0.4$ - медленно затухающая волна БГК. Параметры волны БГК (амплитуда, фазовая скорость) в этих случаях значительно отличаются от случая однородной и слабонеоднородной плазмы [1,2].

Численный эксперимент выполняется методом частиц в ячейках. Рассматривается одномерная система длиной $L/r_d = 100$ с периодически граничными условиями. Для электронов и ионов плазмы задается максвелловское распределение с $T_e/T_i = 30$, обрезанное на скорости $V \sim \pm 2.8V_T$ из-за ограниченности числа счетных частиц ($N^e \sim 10^5$). Ионы неподвижные ($\frac{M}{m} = 10^{10}$).

Задается холодный (монохроматический) пучок со скоростью $V_o/V_T = 15.9$, с числом частиц $N^b = 5 \cdot 10^2$, плотностью $n_b/n_o \sim 5 \cdot 10^{-3}$, и энергией $W_b^o/W_e^o = 1.297$.

Для эффективного увеличения числа частиц пучка применяется метод "взвешивания", эквивалентный тому, что один электрон дробится на α частиц (b-электронов) с массой m/α и зарядом e/α , но с тем же отношением e/m как у электрона. В рассматриваемых случаях $\alpha = 20$ и число b-электронов $N^{b'} = 1 \cdot 10^4$.

Для сокращения времени счета в начальный момент задается затравочная ленгмюровская волна малой амплитуды $E_o/(\frac{mr_d}{eT_{oe}^2}) = 1$ с длиной волны $\lambda/r_d = 100$, соответствующей гармонике с максимальным инкрементом, и фазовой скоростью $V_\phi/V_T = 16.1$.

Задается синусоидальное возмущение плотности ионов и электронов плазмы с длиной волны $\lambda/r_d = 33.3$ и номером гармоники $N_i = L/\lambda_i = 3$. Положение впадин плотности $x/r_d \sim 16.7; 50.0; 83.3$. Амплитуда возмущения различна в разных случаях: случай 3 $\tilde{n}/n_o \sim 0.10$; случай 4 $\tilde{n}/n_o \sim 0.20$; случай 5 $\tilde{n}/n_o \sim 0.40$.

В начальный момент задается 100 пробных частиц ($e = m = 0$. e/m то же, что у электрона). Прослеживается 18 траекторий пробных

частиц на фазовой плоскости. Рассматриваются разные распределения пробных частиц по начальным координатам x_N^o, V_N^o . Фазовые плоскости приводятся для типичного распределения: 20 частиц с $V_N^o = 15.9 = V_o$, равномерно распределенные по x_N^o в интервале $x/r_d \sim 20 - 60$; по 40 частиц с $V_N^o/V_T = 2.84$ (верхняя граница плазмы) и $V_N^o/V_T = -2.84$ (нижняя граница плазмы), равномерно распределенные по x_N^o в интервале $x/r_d \sim 0 - 100$.

Подробности постановки и описания численного эксперимента приведены в работах [1,2].

Отметим, что в тексте и на рисунках E нормируется на mr_d/eT_{oe}^2 .

Рассмотрим случай 3, 4 и 5. В этих случаях задан пучок с $V_o/V_T = 15.9$, $n_b/n_o \sim 5 \cdot 10^{-3}$ и возмущение плотности $N_i = 3$ с амплитудой $\tilde{n}/n_o \sim 0.10$ (случай 3), $\tilde{n}/n_o \sim 0.20$ (случай 4) и $\tilde{n}/n_o \sim 0.40$ (случай 5).

На рис.1,11,21 показана зависимость от времени энергии электрического поля W_E , энергии электронов плазмы $\Delta W_e = (W_e - W_e^o)$ и потерь энергии электронов пучка $\Delta W_b = -(W_b - W_b^o)$; рис.2,3,12,13,22,23 – зависимость от времени амплитуды гармоник E^N ; на рис.4,14,24 – фазовые плоскости электронов; на рис.5,15,25 функции распределения по скорости электронов пучка и плазмы; на рис.6,16,26 – распределение поля $E(x)$ и возмущения плотности электронов пучка $\tilde{n}_b(x)$; на рис.7 ÷ 10, 17 ÷ 20, 27 ÷ 29 – траектории электронов (пробных частиц) на фазовой плоскости для случая 3 (рис.1 ÷ 10), случая 4 (рис.11 ÷ 20) и случая 5 (рис.21 ÷ 29).

В работах [1,2] исследовалась неустойчивость пучка с теми же параметрами, что и в случаях 3,4 и 5, в однородной плазме (случай 1-1 [1]) и в слабонеоднородной плазме (случай 1,2 [2]). Было найдено, что эти случаи практически не различаются. На начальной стадии пучковая неустойчивость приводит к возбуждению гармоник с максимальным инкрементом $N = 1$. Нелинейная стадия неустойчивости определяется захватом электронов пучка, что приводит к изменению амплитуды волны $E^I(t)$ с периодом оборота захваченных электронов.

Сравнение кривых $W(t)$ (рис.1,11,21), $E^I(t)$ (рис.2,12,22) и фазовых плоскостей в $t/T_{oe} \sim 20$ (рис.4,14,24) в случаях 3 ÷ 5 показывает, что в этих случаях начальная стадия определяется пучковой неустойчивостью и захватом электронов пучка. Действительно из рис.2,12,22 видно, что во всех случаях возбуждается основная волна $N = 1$. Амплитуда волны проходит через максимум в $t = t_{\max}^I$, а далее меняется с периодом $T/T_{oe} \sim$

6, соответствующим периоду оборота захваченных частиц (случай 3) или затухает (случай 4,5). В таблице 1 приведены значения t_{\max}^I , амплитуда волны $N = 1$ в $t = t_{\max}^I$ E_{\max}^I и соответствующее ей $V_{3\max}^I$ ($V_3 = 2\sqrt{\frac{e\phi}{m}} = 2\sqrt{\frac{eE\lambda}{m2\pi}}$), а также максимальные значения ΔW_b , W_E , ΔW_e в $t \sim t_{\max}$ (отметим что t , когда достигаются максимумы кривых $W(t)$, немного отличаются от t_{\max}^I и различаются между собой, если есть затухание).

В таблице 1 приведены данные для случаев 1-1 [1]; 1, 2 [2] и 3, 4, 5.

Таблица 1.

Амплитуда волны $N = 1$ и энергии ΔW_b , W_E , ΔW_e в первом максимуме кривой $E^I(t)$ или $W(t)$.

Случаи 1-1 [1], 1, 2 [2], 3, 4 и 5.

Случай	1-1 [1]	1 [2]	2 [2]	3	4	5
\tilde{n}/n_o	–	0.01	0.05	0.10	0.20	0.40
t_{\max}^I/T_{oe}	7.5	7.4	7.4	7.4	7.8	9.5
E_{\max}^I	22.2	22.6	22.6	22.2	21.4	18.6
$V_{3\max}^I/V_T$	5.98	6.04	6.04	5.98	5.87	5.48
$\Delta W_b/W_e^o$	0.36	0.37	0.37	0.39	0.44	0.57
W_E/W_e^o	0.17	0.17	0.17	0.18	0.21	0.21
$\Delta W_e/W_e^o$	0.19	0.20	0.20	0.21	0.23	0.39
$\Delta W_b/W_b^o$	0.28	0.29	0.29	0.30	0.34	0.44
W_E/W_b^o	0.13	0.13	0.13	0.14	0.16	0.16
$\Delta W_e/W_b^o$	0.15	0.16	0.16	0.16	0.18	0.30

E_{\max}^I , $V_{3\max}^I$ – амплитуда волны $N = 1$ в $t = t_{\max}^I$; E нормировано на mr_d/eT_{oe}^2 ; $V_3 = 2\sqrt{\frac{e\phi}{m}}$; $\Delta W_b = -(W_b - W_b^o)$ – потери энергии электронов пучка; W_E – энергия электрического поля; $\Delta W_e = W_e - W_e^o$ – энергия электронов плазмы; W_e^o – тепловая энергия электронов плазмы; $W_b^o/W_e^o = 1.297$ – начальная энергия электронов пучка; ΔW_b , W_E , ΔW_e взяты в первом максимуме своих кривых $W(t)$ в $t \sim t_{\max}^I$.

Из таблицы 1 видно, что случай 3 ($\tilde{n}/n_o \sim 0.10$) практически не отличается от случаев 1-1 [1] и 1, 2 [2]. Это показывает, что в интервале времени $t \sim 0 - t_{\max}$ определяющую роль играет пучковая неустойчивость и захват электронов пучка волной $N = 1$. В случаях 4 и 5 появляются заметные отличия – максимальная амплитуда волны E_{\max}^I уменьшается, а потери энергии ΔW_b и энергия электронов плазмы ΔW_e растут. Это показывает, что в случаях 4 и 5 уже в $t \leq t_{\max}$ становятся существенными новые процессы, хотя развитие захвата электронов основной волной

практически не различается (рис.4,14,24, $t/T_{oe} = 20$).

В работе [2] показано, что в случаях 1 и 2 параллельно с пучковой неустойчивостью происходит конверсия основной волны на возмущении плотности, которая приводит к возбуждению гармоник $N = N_e \pm N_i$ $N = 4$ и $N = -2$ (знаком минус будем обозначать обратные волны). Из рис.2,3,12,13,22,23 видно, что эти гармоники возбуждаются и в случаях 3,4,5. Таким образом конверсия развивается и в этих случаях.

Если задается ленгмюровская волна определенной амплитуды, то при ее конверсии амплитуды гармоник $N = N_e \pm \beta N_i$ меняются как функции Бесселя порядка β $E_\beta^N/E_o = |J_\beta(\frac{1}{2}\frac{\tilde{n}}{n_o} \omega_{oe}t)|$. При этом расчетное положение максимумов $E^N(t)$ $t_{расч}^N$ зависит только от \tilde{n}/n_o и β , а амплитуда в максимуме $E_{расч}^N/E_o$ зависит только от β [3, 4], так что для $\beta = 1$ $E_{расч}^N/E_o = 0.582$. В работе [2] рассматривались случаи, когда $t_{расч}^N > t_{max}^I$, в настоящей работе случаи, когда $t_{расч}^N < t_{max}^I$ для $N = -2$ и $N = 4$ (таблица 2). Отметим, что уменьшение $t_{расч}^N$ с ростом \tilde{n}/n_o показывает, что скорость развития конверсии растет.

При развитии пучковой неустойчивости амплитуда волны меняется во времени. Из рис.2,12,22 видно, что амплитуда гармоник $N = 4$ и $N = -2$ растет одновременно с ростом амплитуды основной волны и достигает максимума в t_m^N несколько большее, чем t_{max}^I . В случае 3 в $t > t_m^N$ амплитуда $E^N(t)$ меняется с тем же периодом, что и $E^I(t)$, а $E^{IV}(t)$ кроме того промодулирована с периодом $T_{oe} \sim 25 - 30$. В случаях 4 и 5 в $t > t_m^N$ гармоники конверсии начинают затухать.

В таблице 2 для случаев 1, 2 [2] и 3, 4, 5 приведены значения t_m^N , E_m^N – время достижения максимума и максимальная амплитуда основных гармоник конверсии $N = -2$ и $N = 4$ в первом максимуме $E^N(t)$ и t_{max}^{IV} , $E_{max}^{IV}(t)$ – в первом максимуме промодулированной кривой $E^{IV}(t)$. В таблице 2 приведены также отношения E_m^N/E_{max}^I . Отметим что значения t_m^N , t_{max}^N , E_m^N , E_{max}^N не являются точными, так как максимумы $E^N(t)$ размыты. Кроме того в таблице 2 приведены $V_3^N = 2\sqrt{\frac{e\phi^N}{m}}$ в $t = t_m^N$, t_{max}^N , верхняя $V_\phi^N + V_3^N$ (при $V_\phi^N < 0$) и нижняя $V_\phi^N - V_3^N$ (при $V_\phi^N > 0$) границы областей захвата гармоник конверсии.

Таблица 2.

Амплитуды гармоник конверсии $N = -2$ и $N = 4$ в первом максимуме огибающей кривых $E^N(t)$. Случаи 1, 2 [2], 3 ÷ 5. $V_{\Phi}^{II}/V_T = -8.14$; $V_{\Phi}^{IV}/V_T = 4.34$.

Случай	1 [2]	2 [2]	3	4	5
\tilde{n}/n_o	0.01	0.05	0.10	0.20	0.40
$t_{\text{расч}}^N/T_{oe}$	60	12	6	3	1.5
t_{max}^I/T_{oe}	7.4	7.4	7.4	7.8	9.5
E_{max}^I	22.6	22.6	22.2	21.4	18.6
t_m^{II}/T_{oe}	7–10	9.7	9.1	9.2	10.2
E_m^{II}	4.0	6.9	10.4	15.6	17.4
$V_{\text{эм}}^{II}/V_T$	1.80	2.36	2.89	3.55	3.74
$\frac{V_{\Phi}^{II} + V_{\text{эм}}^{II}}{V_T}$	-6.34	-5.78	-5.25	-4.59	-4.40
$E_m^{II}/E_{\text{max}}^I$	0.18	0.31	0.47	0.73	0.93
t_m^{IV}/T_{oe}	7–10	8.8	8.3	8.3	8.3
E_m^{IV}	1.1	2.3	3.8	5.4	6.4
$V_{\text{эм}}^{IV}/V_T$	0.67	0.96	1.24	1.48	1.61
$\frac{V_{\Phi}^{IV} - V_{\text{эм}}^{IV}}{V_T}$	3.67	3.38	3.10	2.86	2.73
$E_m^{IV}/E_{\text{max}}^I$	0.05	0.10	0.17	0.25	0.34
$t_{\text{max}}^{IV}/T_{oe}$	25.9	18.9	13.8	13.0	15.5
E_{max}^{IV}	1.3	4.1	6.5	7.2	6.5
$V_{\text{эм}}^{IV}/V_T$	0.72	1.29	1.62	1.70	1.62
$\frac{V_{\Phi}^{IV} - V_{\text{эм}}^{IV}}{V_T}$	3.62	3.05	2.72	2.64	2.72
$E_{\text{max}}^{IV}/E_{\text{max}}^I$	0.06	0.18	0.29	0.34	0.35

$t_{\text{расч}}^N$ – момент первого максимума функции Бесселя $J_{\beta}(\frac{1}{2} \frac{\tilde{n}}{n_o} \omega_{oe} t)$ при $\beta = 1$;
 $t_{\text{max}}^I, t_m^{II}, t_m^{IV}$ – момент первого максимума кривых $E^N(t)$ для $N = 1, -2, 4$
соответственно; t_{max}^{IV} момент первого максимума огибающей кривой $E^{IV}(t)$;
 E_{max}^N, E_m^N – максимальные амплитуды в соответствующее t_{max}^N, t_m^N ; E нормиро-
вано на mrd/eT_{oe}^2 ; $V_{\text{эм}}^N = 2\sqrt{\frac{e\phi^N}{m}} = 2\sqrt{\frac{eE^N\lambda^N}{m2\pi}}$.

Из таблицы 2 видно, что максимальные амплитуды $E_m^N, E_{\text{max}}^{IV}$ и отношения $E_m^N/E_{\text{max}}^I, E_{\text{max}}^{IV}/E_{\text{max}}^I$ растут с ростом \tilde{n}/n_o . В случаях 4 и 5 максимальная амплитуда гармоники $N = -2$ сравнима с максимальной амплитудой основной волны. Поскольку t_m^N практически не зависит от \tilde{n}/n_o , рост E_m^N показывает, что с ростом \tilde{n}/n_o растет скорость развития конверсии.

В случаях 1, 2 [2] возбуждаются только гармоники $N = 4$ и $N = -2$.

При увеличении \tilde{n}/n_o в случаях 3, 4 и 5 конверсия приобретает каскадный характер и приводит к возбуждению широкого спектра гармоник $N = N_e \pm \beta N_i$, $\beta = 2, 3 \dots$. В таблице 3 приведены номера возбуждающихся гармоник, их длина волны λ^N и фазовая скорость V_ϕ^N , принятая равной фазовой скорости ленгмюровских волн с $\lambda = \lambda^N$, и максимальные амплитуды гармоник E_{\max}^N в случаях 3, 4 и 5. Отметим, что уровень шумов в этих случаях (максимальные амплитуды гармоник с $N > 15 - 20$, не являющихся гармониками конверсии) не превышает величины $E^N \sim 0.2 - 0.3$. Из таблицы 3 видно, что E_{\max}^N гармоник конверсии заметно превышает уровень шумов.

Таблица 3.
 Параметры гармоник конверсии
 $N = N_e \pm \beta N_i$; $N_e = 1$; $N_i = 3$; $\beta = 1 \div 4$.
 Случаи 3, 4 и 5.

	$N = N_e + \beta N_i$				$N = N_e - \beta N_i$				
β	1	2	3	4	1	2	3	4	5
N	4	7	10	13	-2	-5	-8	-11	-14
λ^N/r_d	25.0	14.29	10.00	7.69	50.0	20.0	12.5	9.09	7.14
V_ϕ^N/V_T	4.34	2.86	2.35	2.12	-8.14	-3.62	-2.64	-2.26	-2.07
E_{\max}^N									
Случай 3	6.5	1.4	0.6	0.5	10.4	1.9	0.8	0.6	0.4
Случай 4	7.2	1.7	0.9	0.6	15.6	6.5	1.7	0.7	0.5
Случай 5	6.5	2.7	1.5	0.9	17.4	6.8	2.6	1.4	0.7

$N = L/\lambda^N$ – номер гармоники конверсии; $\lambda^N, V_\phi^N, E_{\max}^N$ – длина волны, фазовая скорость ленгмюровской волны с $\lambda = \lambda^N$ и максимальная амплитуда гармоники конверсии; E нормировано на mr_d/eT_{oe}^2 .

В таблице 2 приведены границы области захвата ($V_\phi^N \pm V_{zm}^N$) в $t = t_m^N$ – верхняя для гармоники $N = -2$ и нижняя для гармоники $N = 4$. Видно, что из-за большой фазовой скорости гармоники $N = -2$ верхняя граница ее области захвата $(V_\phi^{II} + V_{zm}^{II})/V_T \sim -4.40$ во всех случаях $1 \div 5$ заметно отличается от границы возмущенной плазмы $V_{гр}/V_T = -2.8$. Это показывает, что гармоника не должна захватывать электроны плазмы (р-электроны). Действительно, по фазовым плоскостям рис.4,14,24 видно, что захвата р-электронов гармоникой $N = -2$ нет – в район области захвата и фазовой скорости этой гармоники р-электроны не попадают.

Фазовая скорость гармоники $N = 4$ заметно больше, чем $V_{\text{гр}}/V_T = 2.8$, но $(V_{\text{ф}}^{IV} - V_{3\text{max}}^{IV})/V_T \sim 3.05 - 2.64$ в случаях $2 \div 5$ сравнима или меньше $V_{\text{гр}}$. Это показывает, что возможен захват р-электронов. Действительно, по фазовым плоскостям в $t/T_{oe} = 20$ в случаях 2 [2], $3 \div 5$ (рис.4,14,24) видно образование "хвостов", свидетельствующее о захвате р-электронов гармоникой $N = 4$.

У гармоники $N = -5$ также фазовая скорость отличается от $V_{\text{гр}}$, но $(V_{\text{ф}}^V + V_{3\text{max}}^V)/V_T \sim (-2.84) - (-2.14)$ в случаях $3 \div 5$ меньше $V_{\text{гр}}$. По фазовым плоскостям видно, что и эта гармоника захватывает р-электроны. У гармоник $N_e + \beta N_i \geq 7$ и $N_e - \beta N_i \geq |-8|$ фазовые скорости меньше $V_{\text{гр}}$ (таблица 3), так что эти гармоники с самого начала сильно взаимодействуют с электронами плазмы.

Рассмотрим развитие неустойчивости в случаях $3 \div 5$ более подробно.

Случай 3. Возмущение плотности $N_i = 3$, $\tilde{n}/n_o \sim 0.10$.

По кривым $W(t)$ (рис.1) видно, что в $t/T_{oe} > 15 - 20$ начинается затухание поля – энергия поля начинает уменьшаться, а энергия электронов плазмы растет. При этом потери энергии пучка в среднем остаются постоянными.

Анализ фазовых плоскостей (рис.4) показывает, что в $t/T_{oe} \leq 15 - 20$ начинается захват электронов плазмы гармониками конверсии $N = 4$ и $N = -5$. Захват является начальной стадией стохастической неустойчивости движения электронов плазмы, что подтверждается видом фазовых плоскостей в $t/T_{oe} \geq 40$ и видом траекторий электронов на фазовой плоскости (см ниже). Ускорение р-электронов при развитии стохастической неустойчивости и приводит к затуханию поля.

Однако, в $t/T_{oe} > 100$ затухание практически прекращается – средняя энергия поля и средняя энергия р-электронов становятся постоянными. Остаются постоянными и потери энергии электронов пучка ΔW_b (рис.1). По кривой $E^I(t)$ (рис.2) видно, что в это время становится постоянной средняя амплитуда основной волны. Сохраняется и ее средняя фазовая скорость. Сохранение средней амплитуды и фазовой скорости показывает, что волна $N = 1$ в $t/T_{oe} > 100$ имеет стационарный характер.

Средние величины $V_{\text{фср}}^I, E_{\text{ср}}^I, V_{\text{зср}}^I, \Delta W_{b\text{ср}}, W_{E\text{ср}}, \Delta W_{e\text{ср}}$ для интервала $t/T_{oe} \sim 150 - 200$ для случаев 1, 2[2], $3 \div 5$, а также случая однородной плазмы 1-1 [1] приведены в таблице 4.

Таблица 4.

Средняя фазовая скорость, средняя амплитуда волны $N = 1$ и средние энергии ΔW_b , W_E , ΔW_e в $t/T_{oe} \sim 150 - 200$.

Случай	1 – 1[1]*	1[2]*	2 [2]	3	4	5
\tilde{n}/n_o	–	0.01	0.05	0.10	0.20	0.40
$V_{\text{фср}}^I/V_T$	14.55	14.54	14.53	14.27	13.46	11.01
$E_{\text{ср}}^I$	13.5	14.5	14.5	12.2	8.0	1.0
$V_{\text{зср}}^I/V_T$	4.75	4.83	4.83	4.44	3.59	1.27
$\Delta W_{\text{бср}}/W_e^\circ$	0.16	0.15	0.17	0.21	0.34	0.674
$W_{E\text{ср}}/W_e^\circ$	0.064	0.072	0.070	0.056	0.020	0.005
$\Delta W_{e\text{ср}}/W_e^\circ$		0.086	0.094	0.16	0.32	0.673
$\Delta W_{\text{бср}}/W_b^\circ$	0.13	0.12	0.13	0.16	0.26	0.520
$W_{E\text{ср}}/W_b^\circ$	0.050	0.056	0.054	0.043	0.015	0.004
$\Delta W_{e\text{ср}}/W_b^\circ$		0.066	0.072	0.12	0.25	0.519

* интервал $t/T_{oe} \sim 400 - 600$. Пояснения – см таблицу 1.

По фазовым плоскостям (рис.4) видно, что в области захвата волны $N = 1$ происходит ”размешивание” захваченных в-электронов – к $t/T_{oe} \sim 100$ вся область захвата заполняется электронами. В $t/T_{oe} \sim 100 - 200$ вид фазовой плоскости практически не меняется, а попавшие к $t/T_{oe} \sim 20$ в центральную область пробные частицы (черные кружки на рис.4) остаются в центре и не разбрасываются по фазовой плоскости.

По функциям распределения в-электронов $f_b(x)$ (рис.5) и распределению плотности $\tilde{n}_b(x)$ (рис.6) видно, что в $t/T_{oe} \sim 100 - 200$ вид $f_b(V)$ и $\tilde{n}_b(x)$ практически не меняется. $f_b(V)$ и $\tilde{n}_b(x)$ имеют вид пиков, причем максимум $f_b(V)$ находится вблизи от скорости $V \sim V_{\text{фср}}^I$. Максимум $\tilde{n}_b(x)$ находится вблизи точки, где $E^I(x) = 0$, соответствующей $x = x_m$ – максимуму сепаратрисы. Это показывает, что основная часть захваченных электронов сосредоточена вблизи центра области захвата волны $N = 1 - x = x_m$, $V = V_{\text{фср}}^I$.

Сохранение распределения в-электронов на фазовой плоскости (рис.4), функции распределения $f_b(V)$ (рис.5), распределения $\tilde{n}_b(x)$ (рис.6), постоянство средней амплитуды волны (рис.2) и средней фазовой скорости показывает, что развитие пучковой неустойчивости в случае 3 после сброса части энергии приводит к формированию квазистационарной волны БГК-типа.

Это подтверждается и анализом траекторий на фазовой плоскости пробных частиц в-электронов с начальными скоростями $V_N^\circ = 15.9 = V_o$.

Действительно, значительная часть этих частиц является захваченной и их траектории имеют замкнутый характер. Мы не приводим траектории b -электронов, так как характерные типы траекторий не отличаются от наблюдавшихся в случае 1-1 ([1] рис.16,17).

Известно [6,7], что в волне с переменной амплитудой вблизи сепаратрисы формируется область стохастического движения – стохастический слой. Образуется стохастический слой и в рассматриваемом случае 3. Действительно, анализ траекторий показывает, что часть b -электронов участвует в стохастическом движении. Эти частицы то захватываются, то выходят из захвата волны $N = 1$ через случайные промежутки времени. Характерные траектории не отличаются от наблюдавшихся в случае 1-1 ([1] рис.18,19).

Анализ траекторий захваченных и ”стохастических” частиц позволяет оценить границы стохастического слоя на фазовой плоскости. Определялись некоторые точки на границе слоя – внутренние и внешние границы по скорости в районе максимума сепаратрисы $x \sim x_m$ и внутренние границы по x в районе $V \sim V_\phi$. Анализ траекторий проводился в интервале $t/T_{oe} \sim 150 - 200$.

Чтобы оценить внешние границы стохастического слоя на $x = x_m$ сравнивались максимальные скорости ”стохастических” траекторий V_{\max} и для верхней границы выбиралось максимальное V_{\max} . Для оценки нижней внешней границы сравнивались минимальные скорости ”стохастических” траекторий V_{\min} и выбиралось минимальное V_{\min} . В случае 3 $V_{\max}/V_T \sim 18.59$, $V_{\min}/V_T \sim 9.42$. В работе [1] для оценки внешних границ слоя в случае 1-1 использовались также максимальные V_{\max}^b/V_T и минимальные V_{\min}^b/V_T скорости b -электронов в предположении, что все незахваченные b -электроны двигаются стохастически. Это предположение для случая 1-1 [1] подтверждается совпадением двух оценок. В случае 3 в $t/T_{oe} \sim 200$ $V_{\max}^b/V_T \sim 20.92$, $V_{\min}^b/V_T \sim 8.53$. Различие двух оценок может быть связано с небольшим числом анализированных траекторий. Но не исключено, что из-за уменьшения амплитуды волны некоторая часть b -электронов с максимальными и минимальными скоростями становятся пролетными.

Внутренние границы стохастического слоя на $x \sim x_m$ также оценивались по ”стохастическим” траекториям. Для оценки верхней внутренней границы сравнивались V_{\max} ”стохастических” траекторий и выбиралось минимальное из них. Для оценки нижней внутренней границы сравнивались V_{\min} и выбиралось максимальное из них. В случае 3 эта оценка дает для верхней и нижней внутренней границы $V_{\text{гр}}/V_T \sim 17.51$ и 10.97 соответственно.

Внутренние границы стохастического слоя совпадают с границами области захваченных частиц, так что размер этой области на $x \sim x_m$ $\Delta V \sim (17.51 - 10.97) \cdot V_T \sim 6.54 \cdot V_T \sim 0.73 \cdot (2V_{3\text{cp}}^I)$. Эта оценка незначительно отличается от оценки ΔV по траекториям захваченных частиц.

По траекториям захваченных и "стохастических" частиц можно оценить размеры области захваченных частиц по x на $V \sim V_\phi$. В случае 3 две оценки различаются незначительно и дают $\delta x \sim 60r_d \sim 0.60\lambda$. Предполагая, что внутренние границы стохастического слоя симметричны относительно $x \sim x_m$, получаем для границ по x на $V \sim V_\phi$ $x_{\text{гр}} \sim x_m \pm \frac{\Delta x}{2} \sim x_m \pm 30r_d$.

Границы и ширина стохастического слоя по V на $x \sim x_m$ и по x на $V \sim V_\phi$ приведены в таблице 5. Для внешних границ слоя приведена оценка (1) по $V_{\text{max}}, V_{\text{min}}$ "стохастических" траекторий и оценка (2) по $V_{\text{max}}^b, V_{\text{min}}^b$ b-электронов.

Из таблицы 5 видно, что стохастический слой захватывает заметную часть области захвата: на $x \sim x_m$ $\delta V/V_{3\text{cp}}^I \sim 0.26 - 0.27$, на $V \sim V_\phi$ $\delta x/\frac{\lambda}{2} \sim 0.4$. Внешняя часть слоя несколько больше – на $x \sim x_m$ $\delta V/V_{3\text{cp}}^I \sim 0.3 - 0.5$.

Таким образом, в случае 3 в результате развития пучковой неустойчивости и сброса части энергии при развитии конверсии и стохастической неустойчивости р-электронов формируется квазистационарная волна БГК. Волна БГК содержит ядро захваченных основной волной электронов, окруженное стохастическим слоем. Формирование волны БГК такого же типа наблюдалось в работе [1] при развитии пучковой неустойчивости в однородной плазме.

Рассмотрим более подробно развитие конверсии в случае 3. На рис.3 а-г показана зависимость от времени амплитуды гармоник конверсии $N = (-2), 4, (-5)$ и 7. Уже отмечалось, что гармоника $N = -2$ из-за большой фазовой скорости не захватывает электроны плазмы и соответственно не затухает. Из рис.2 и 3а видно, что амплитуда гармоники $N = -2$ следует за амплитудой основной волны $N = 1$, повторяя ее колебания. Средняя амплитуда $E^{II}(t)$ немного уменьшается из-за передачи части энергии в гармоники $N = (-5), (-8)$, но в $t/T_{oe} > 130$ становится постоянной, так же как средняя амплитуда основной волны.

В отличие от $N = -2$ гармоники $N=4, (-5), 7$ активно захватывают электроны, что видно по фазовым плоскостям рис.4. В районе их областей захвата развивается сильная стохастическая неустойчивость движения электронов плазмы, так что амплитуда этих гармоник (рис.3 б, в, г) зависит от многих параметров. Однако, и у этих

Таблица 5.

Границы и ширина стохастического слоя волны $N = 1$. Случай 3.

$$t/T_{oe} \sim 150 - 200. E_{cp}^I \approx 12.2; V_{з\ cp}^I \approx 4.44V_T; V_{ф\ cp}^I \approx 14.27V_T.$$

$$\Delta V \sim 6.54V_T \sim 0.73(2V_{з\ cp}^I); \Delta x \sim 60r_d \sim 0.60\lambda.$$

Границы	$V_{гр}^{(1)}/V_T$	$\delta V^{(1)}/V_T$	$\delta V^{(1)}/V_{з\ cp}$	$V_{гр}^{(2)}/V_T$	$\delta V^{(2)}/V_T$	$\delta V^{(2)}/V_{з\ cp}$
<u>Верхняя</u>		$x \sim x_m$				
Внешняя	18.59			20.92		
		-0.12	-0.03		2.21	0.50
$V_{ф\ cp}^I + V_{з\ cp}^I$	18.71	1.20	0.27	18.71	1.20	0.27
Внутренняя	17.51			17.51		
Ширина слоя		1.08	0.24		3.40	0.77
<u>Нижняя</u>						
Внешняя	9.42			8.53		
		0.42	0.10		1.31	0.30
$V_{ф\ cp}^I - V_{з\ cp}^I$	9.84	1.13	0.26	9.84	1.13	0.26
Внутренняя	10.97			10.97		
Ширина слоя		1.55	0.36		2.44	0.56
		$V \sim V_{ф}$				
	$\frac{ x_{гр} - x_m }{r_d}$	$\frac{\delta x}{r_d} =$	$\frac{ x_{гр} - x_o }{r_d}$	$\frac{\delta x}{\lambda/2}$		
Правая	30		20	0.40		
Левая	30		20	0.40		

E нормировано на $\frac{mr_d}{eT_{oe}^2}$, $V_з = 2\sqrt{\frac{e\varphi}{m}}$; ΔV и Δx – ширина сгустка захваченных частиц на $x \sim x_m$ и $V \sim V_{ф}$ ($x = x_m$, $V = V_{ф}$ – центр области захвата); δV , δx – ширина стохастического слоя; $x = x_o$ – узел сепаратрисы. (1) – внешние границы по V_{max} , V_{min} траекторий в $t/T_{oe} \sim 150 - 200$. (2) – внешние границы по V_{max}^b , V_{min}^b b-электронов в $t = 200$.

гармоник в $t/T_{oe} > 130 - 150$ средняя амплитуда становится постоянной. Это показывает, что устанавливается квазистационарное состояние.

Средние и максимальные амплитуды основной волны $N = 1$ и гармоник конверсии в $t/T_{oe} \sim 150 - 200$ в случаях 1, 2 [2], 3 ÷ 5 приведены в таблице 6.

Таблица 6.

Средние и максимальные амплитуды волны $N = 1$ и гармоник конверсии $N = 4, 7, (-2), (-5)$ в $t/T_{oe} \sim 150 - 200$. Случаи 1 ÷ 5.

Случай	1 [2]	2 [2]	3	4	5
$E_{\text{ср}}^I$	14.5	14.5	12.2	8.0	1.0
E_{max}^I	17.0	17.0	13.2	10.0	2.5
$E_{\text{ср}}^{IV}$	0.5	1.0	1.4	1.9	0.6
E_{max}^{IV}	1.3	2.3	3.3	2.9	1.9
$E_{\text{max}}^{IV}/E_{\text{ср}}^I$	0.09	0.16	0.27	0.36	1.9(0.76)
$E_{\text{ср}}^{VII}$	0.15	0.28	0.3	0.5	0.4
E_{max}^{VII}	0.6	0.67	1.0	1.4	1.1
$E_{\text{max}}^{VII}/E_{\text{ср}}^I$	0.04	0.05	0.08	0.18	1.1(0.44)
$E_{\text{ср}}^{II}$	1.9	2.7	2.6	2.4	1.0
E_{max}^{II}	3.5	5.6	5.7	5.1	2.5
$E_{\text{max}}^{II}/E_{\text{ср}}^I$	0.24	0.39	0.47	0.64	2.5(1.0)
$E_{\text{ср}}^V$	0.25	0.45	0.5	0.9	0.5
E_{max}^V	0.6	1.0	1.4	1.9	1.6
$E_{\text{max}}^V/E_{\text{ср}}^I$	0.04	0.07	0.11	0.24	1.6(0.64)

E нормировано на mr_d/eT_{oe}^2 . Для случая 5 в скобках приведены соотношения $E_{\text{max}}^N/E_{\text{max}}^I$.

Для описания стохастических эффектов рассмотрим траектории электронов на фазовой плоскости. На рис.7 ÷ 10 показаны характерные траектории пробных частиц (электронов плазмы) в системе волны той или иной гармоники. Видно, что траектории имеют стохастический характер. Так частицы рис.7а,б находятся в сфере влияния гармоники $N = 4$ - частица то захватывается, то выходит из захвата и становится пролетной, то захватывается снова. Частица рис.8а находится в сфере влияния гармоники $N = 7$, частица рис.9а - гармоники $N = -5$, а частица рис.9б - гармоники $N = -8$. Более сложный характер имеет траектория частицы рис.7в,г. Эта частица то захватывается гармоникой $N = 4$, то переходит в захват гармоникой $N = 7$, то снова захватывается гармоникой $N = 4$ и т.д. Частица рис.8б,в,г вначале захвачена гармоникой $N = 7$, а затем переходит в захват то $N = 10$, то $N = 13$. Частица рис.9в,г сначала находится в сфере влияния гармоники $N = -8$, становится пролетной, а затем захватывается гармоникой $N = -5$. В сфере влияния этих же гармоник $N = -5$ и $N = -8$ находится и частица рис.10а,б, а частица рис.10в,г попадает в сферу влияния гармоник $N = -11$ и $N = -14$. Тра-

ектории такого типа показывают, что развивается сильная стохастическая неустойчивость движения электронов плазмы.

Анализ траекторий показывает, что в районе областей захвата гармоник конверсии с $V_{\phi}^N > 0$ и $V_{\phi}^N < 0$ образуются две непересекающихся области стохастического движения р-электронов. Сохранение гармоник – волн конечной амплитуды с примерно постоянной средней амплитудой (рис.3, таблица 6) показывает, что эти области на фазовой плоскости имеют характер многоволновых структур БГК-типа.

Квазистационарные (долгоживущие) двухволновые или многоволновые структуры БГК-типа наблюдались нами ранее при исследовании сателлитной неустойчивости волны БГК [8,9]. Было показано, что постоянная средняя амплитуда гармоник в этих случаях поддерживается сильной стохастической неустойчивостью движения в-электронов в районе областей захвата основной волны и гармоник - сателлитов, при которой число ускоряющихся и тормозящихся в-электронов примерно одинаково. При этом функция распределения в-электронов $f_b(V)$ имеет вид плато.

В рассматриваемом случае 3 в районе областей стохастического движения р-электронов сохраняется градиент функции распределения $f_e(V)$, плато видно только в районе области захвата гармоники $N = 4$ (рис.5). Сохранение градиента $f_e(V)$ показывает, что число ускоряющихся (поглощающих энергию) р-электронов в этих областях больше числа тормозящихся (отдающих энергию), так что затухание гармоник должно продолжаться. К сохранению средней амплитуды гармоник конверсии, по-видимому, приводит совместное действие каскадной перекачки энергии по гармоникам и сильной стохастической неустойчивости движения р-электронов.

Развитие областей стохастического движения в случае 3 можно видеть по фазовым плоскостям рис.4. На этих рисунках черными кружками отмечены пробные частицы, которые в $t = 0$ равномерно распределены в интервале $x \sim 0 - 100$ вдоль верхней ($V_N^o/V_T = 2.84$) и нижней ($V_N^o/V_T = -2.84$) границы плазмы. Видно, что к $t/T_{oe} \sim 100 - 200$ эти частицы занимают некоторые области с $V > 0$ и $V < 0$. Границы стохастических областей можно определить по максимальным и минимальным скоростям пробных частиц со скоростями $V > 0$ и $V < 0$ в $t = 200$. Эти границы и ширина областей стохастического движения электронов плазмы приведены в таблице 7. В таблице 7 приведены также внешние границы, определенные по максимальной и минимальной скорости р-электронов, которые несколько отличаются от оценки по пробным частицам из-за большего числа р-электронов.

Таблица 7.

Границы и ширина областей стохастического движения в плазме $t/T_{oe} \sim 200$.

Случай	2 [2]	3	4	5
Границы		<u>$V > 0 \quad V_N^o = 2.84$</u>		
Верхняя				
V_N^{\max}/V_T	5.46	5.26	6.15	7.22
V_{\max}^e/V_T	5.32	6.77	6.70	8.08
Нижняя				
V_N^{\min}/V_T	1.83	1.62	1.13	0.57
Ширина области				
$\delta V_N/V_T$	3.63	3.64	5.02	6.65
$\delta V_e/V_T$	3.49	5.15	5.57	7.51
Границы		<u>$V < 0 \quad V_N^o = -2.84$</u>		
Верхняя				
V_N^{\max}/V_T	-1.86	-1.80	-1.57	-1.48
Нижняя				
V_N^{\min}/V_T	-3.61	-3.94	-5.81	-6.13
V_{\min}^e/V_T	-3.62	-4.37	-7.68	-6.92
Ширина области				
$\delta V_N/V_T$	1.75	2.14	4.24	4.65
$\delta V_e/V_T$	1.76	2.57	6.11	5.44
$\Delta V/V_T$	3.69	3.42	2.70	2.05

V_N^o – начальная скорость пробных частиц; V_N^{\max}, V_N^{\min} – максимальная и минимальная скорость пробных частиц; V_{\max}^e, V_{\min}^e – максимальная и минимальная скорость электронов плазмы; ΔV – ширина ”нестохастической” области.

Из таблицы 7 видно, что в случае 3 области стохастического движения не пересекаются – ”зазор” между ними составляет $\Delta V/V_T \sim 3.42$. Это согласуется с анализом функций распределения по скоростям р-электронов (рис.5). Действительно, из рис.5 видно, что в $t/T_{oe} \sim 100 - 200$ центральная часть функции распределения $f_e(V)/f_{e\max} > 0.13$ ($V/V_T < |\pm 2|$) практически не меняется.

Случаи 4 и 5. Возмущение плотности $N_i = 3, \tilde{n}/n_o \sim 0.20$ и 0.40 .

На рис.11,21 приведены кривые $W(t)$, на рис.12,22 – кривые $E^I(t)$, а в таблице 1 – время достижения t_{\max}^I и амплитуда E_{\max}^I в первом максимуме кривой $E^I(t)$. Из рис.11,12,21,22 видно, что уже в $t \leq t_{\max}^I$ в

случаях 4 и 5 начинается затухание поля и волны $N = 1$, а энергия поля поглощается электронами плазмы.

Анализ фазовых плоскостей (рис.14,24) показывает, что затухание, так же, как в случае 3, связано с захватом электронов плазмы гармониками конверсии $N = 4$ и $N = -5$ и развитием сильной стохастической неустойчивости движения р-электронов в районе областей захвата этих и более коротковолновых гармоник конверсии.

Из рис.11,21 видно, что поле быстро затухает, а энергия р-электронов быстро растёт до $t/T_{oe} \sim 50$ в случае 4 и до $t/T_{oe} \sim 30$ в случае 5, после чего скорость затухания W_E и роста ΔW_e значительно уменьшается. При этом энергия, поглощённая р-электронами, в случае 4 приближается к потерям энергии пучка ΔW_b , а в случае 5 практически равна им (рис.11,21, таблица 4). Сами потери энергии ΔW_b растут с ростом \tilde{n}/n_o (таблица 1, 4).

По кривым $E^I(t)$ (рис.12,22) видно, что средняя амплитуда волны $N = 1$ в $t > t_{\max}^I$ довольно быстро падает до $t/T_{oe} \sim 70 - 100$, после чего скорость затухания заметно уменьшается. В $t/T_{oe} \sim 150 - 200$ средняя амплитуда меняется незначительно, хотя и продолжает очень медленно уменьшаться. Значения $E_{\text{ср}}^I$ приведены в таблице 4.

Средняя фазовая скорость волны $N = 1$ заметно меняется до $t/T_{oe} \sim 50 - 70$ после чего остаётся практически постоянной. В случае 4 $V_{\text{ф ср}}^I/V_T \sim 13.46$, в случае 5 $V_{\text{ф ср}}^I/V_T \sim 11.01$.

Средние величины $E_{\text{ср}}^I$, $V_{\text{ф ср}}^I$, а также $W_{E\text{ср}}^I$, $\Delta W_{e\text{ср}}$, $\Delta W_{b\text{ср}}$ в интервале времени $t/T_{oe} \sim 150 - 200$ для случаев 1-1 [1], 1 [2] (интервал $t/T_{oe} \sim 400 - 600$), 2 [2], 3, 4 и 5 приведены в таблице 4. Из таблицы 4 видно, что с ростом возмущения плотности \tilde{n}/n_o , начиная со случая 3, средняя энергия поля и средняя амплитуда волны $N = 1$ быстро уменьшаются. Это связано с ростом скорости развития конверсии и затухания (см ниже). Уменьшается и средняя фазовая скорость волны $N = 1$. Уменьшение фазовой скорости волны в плазме с возмущением плотности наблюдалось ранее для волны БГК [10]. В рассматриваемых случаях это происходит на стадии "размешивания" захваченных в-электронов на фазовой плоскости.

Действительно, по фазовым плоскостям рис.14,24 видно, что "размешивание" в-электронов к $t/T_{oe} \sim 100$ приводит к заполнению области захвата волны $N = 1$. В случае 4 вид фазовых плоскостей в-электронов в $t/T_{oe} \sim 100 - 200$ практически не меняется. При этом группа пробных частиц, попавшая в центр области захвата волны $N = 1$ на начальной стадии, сохраняется в виде группы до $t/T_{oe} \sim 200$ (рис.14), что указы-

вает на формирование волны БГК-типа. В случае 5 значительная часть пробных частиц с такими же начальными координатами, как в случае 4, разбрасывается по фазовой плоскости (рис.24).

Однако анализ функций распределения (рис.15,25) показывает, что в случае 5, так же, как в случае 4, на функции распределения имеется пик, максимум которого находится на скорости $V \sim V_{\text{ф ср}}^I$. Вид функции распределения в $t/T_{oe} \sim 100 - 200$ меняется незначительно. Это показывает, что и в случае 4, и в случае 5 формируется волна БГК-типа.

Подтверждается это и распределением плотности в-электронов $\tilde{n}_b(x)$ (рис.16,26). Действительно, в случае 4 $\tilde{n}_b(x)$ имеет вид четко выраженного пика, максимум которого находится вблизи точки, где $E^I(x) = 0$, соответствующей максимуму сепаратрисы $x \sim x_m$ (рис.16). В случае 5 распределение $\tilde{n}_b(x)$ более размыто, а поле $E(x)$ сильно промодулировано (рис.26).

То, что максимум $f_b(V)$ находится вблизи от $V \sim V_{\text{ф ср}}^I$, а максимум $\tilde{n}_b(x)$ – вблизи от $x \sim x_m$ показывает, что заметная часть захваченных в-электронов сосредоточена вблизи центра области захвата волны $N = 1$.

Сохранение функции распределения в-электронов (рис.15), распределения $\tilde{n}_b(x)$ (рис.16), постоянство средней фазовой скорости и малое изменение средней амплитуды волны $N = 1$ (рис.12) в $t/T_{oe} \sim 150 - 200$ в случае 4 показывает, что после сброса значительной части энергии в этом случае формируется волна БГК, которая продолжает очень медленно затухать.

В случае 5 картина выражена менее четко. Но и в этом случае в $t/T_{oe} \sim 150 - 200$ средняя амплитуда волны $N = 1$ меняется мало (рис.22), а функция распределения имеет четко выраженный пик (рис.25). Это показывает, что и в этом случае, несмотря на сильное затухание и малую амплитуду волны $N = 1$, до $t/T_{oe} \sim 200$ сохраняется структура типа волны БГК.

Это подтверждается анализом траекторий пробных частиц – в-электронов с начальными скоростями $V_N^o = 15.9 = V_o$. В случае 4 траектории имеют тот же характер, что и в случае 1-1 ([1] рис.16 ÷ 19) – часть траекторий относится к захваченным частицам, часть к движущимся стохастически.

В случае 5 рассмотрено 15 траекторий. Среди них нет траекторий, относящихся к захваченным частицам (это не означает, что таких частиц нет). Все эти траектории относятся к частицам, движущимся стохастически, причем часть из них в $t/T_{oe} \sim 150 - 170$ становится пролетными.

Следует отметить, что в случаях 3 и 4 при построении траекторий в системе волны $N = 1$ используется средняя фазовая скорость $V_{\text{ф ср}}^I$.

Траектории захваченных частиц и стохастических частиц на стадиях захвата при этом оказываются симметричными относительно $V = V_{\phi \text{ ср}}^I$. Это показывает, что фазовая скорость волны все время близка к средней. В случае 5 в $t/T_{oe} > 150$ траектории оказываются симметричными относительно $V = V_{\phi}^I$, если брать $V_{\phi}^I/V_T = 10.4$, меньшее, чем средняя $V_{\phi \text{ ср}}^I/V_T = 11.01$.

Анализ траекторий позволяет оценить границы стохастического слоя в $t/T_{oe} \sim 150 - 200$ подобно тому, как это делалось в случае 3. Отметим, что в случае 5 за V_{ϕ}^I принята $V_{\phi}^I/V_T = 10.4$, определенная по траекториям. От величины V_{ϕ}^I зависит оценка ширины внутреннего и внешнего относительно $V_{\phi} \pm V_3$ слоя, но не зависит оценка полной ширины слоя.

Таблица 8.

Границы и ширина стохастического слоя волны $N = 1$. Случай 4.

$$t/T_{oe} \sim 150 - 200. E_{\text{ср}}^I \approx 8.0; V_3^I \approx 3.59V_T; V_{\phi \text{ ср}}^I \approx 13.46V_T.$$

$$\Delta V \sim 3.67V_T \sim 0.51(2V_3^I \text{ср}); \Delta x \sim 40r_d \sim 0.40\lambda.$$

Границы	$V_{\text{гр}}/V_T$	$\delta V/V_T$	$\delta V/V_3 \text{ ср}$
<u>Верхняя</u>		<u>$x \sim x_m$</u>	
Внешняя	17.65	0.59	0.16
$V_{\phi \text{ ср}}^I + V_3^I \text{ср}$	17.06	1.99	0.55
Внутренняя	15.07	2.58	0.71
Ширина слоя			
<u>Нижняя</u>			
Внешняя	9.06	0.81	0.23
$V_{\phi \text{ ср}}^I - V_3^I \text{ср}$	9.87	1.53	0.43
Внутренняя	11.40	2.34	0.66
Ширина слоя			
		<u>$V \sim V_{\phi}$</u>	
	$\frac{ x_{\text{гр}} - x_m }{r_d}$	$\frac{\delta x}{r_d} = \frac{ x_{\text{гр}} - x_o }{r_d}$	$\frac{\delta x}{\lambda/2}$
Правая	20	30	0.60
Левая	20	30	0.60

E нормировано на $\frac{mr_d}{eT_{oe}^2}$, $V_3 = 2\sqrt{\frac{e\varphi}{m}}$; ΔV и Δx – ширина сгустка захваченных частиц на $x \sim x_m$ и $V \sim V_{\phi}$ ($x = x_m$, $V = V_{\phi}$ – центр области захвата); δV , δx – ширина стохастического слоя; $x = x_o$ – узел сепаратрисы.

Отметим также, что в случае 3 (таблица 5) приведена оценка внешних границ стохастического слоя по "стохастическим" траекториям и по максимальным и минимальным скоростям б-электронов в предположении, что все незахваченные б-электроны двигаются стохастически. В случаях 4 и 5 оценка по б-электронам не имеет смысла. В этих случаях заметно уменьшается амплитуда и фазовая скорость волны $N = 1$, так что значительная часть б-электронов заведомо становится чисто пролетными.

Границы и ширина стохастического слоя на $x \sim x_m$ и $V \sim V_\phi$ для случаев 4 и 5 приведены в таблицах 8 и 9, сравнение случаев 1-1 [1], 3, 4 и 5 – в таблице 10.

Таблица 9.

Границы и ширина стохастического слоя волны $N = 1$. Случай 5.
 $t/T_{oe} \sim 150 - 200$. $E_{cp}^I \approx 1.0$; $V_{з\text{ ср}}^I \approx 1.27V_T$; $V_\phi^I \approx 10.4V_T$. $V_{\phi\text{ ср}}^I \approx 11.01V_T$.
 $\Delta V \sim 0.5V_T \sim 0.2(2V_{з\text{ ср}}^I)$; $\Delta x \sim 8r_d \sim 0.08\lambda$.

Границы	$V_{гр}/V_T$	$\delta V/V_T$	$\delta V/V_{з\text{ ср}}$
<u>Верхняя</u>		<u>$x \sim x_m$</u>	
Внешняя	12.29	0.62	0.49
$V_\phi^I + V_{з\text{ ср}}^I$	11.67	1.07	0.84
Внутренняя	10.6	1.69	1.33
Ширина слоя			
<u>Нижняя</u>			
Внешняя	7.28	1.85	1.46
$V_\phi^I - V_{з\text{ ср}}^I$	9.13	0.97	0.76
Внутренняя	10.1	2.82	2.22
Ширина слоя			
	$\frac{V \sim V_\phi}{r_d}$	$\frac{\delta x}{r_d} = \frac{ x_{гр} - x_o }{r_d}$	$\frac{\delta x}{\lambda/2}$
Правая	4	46	0.92
Левая	4	46	0.92

E нормировано на $\frac{mr_d}{eT_{oe}^2}$, $V_{з} = 2\sqrt{\frac{e\varphi}{m}}$; V_ϕ^I , $V_{\phi\text{ ср}}^I$ – фазовая скорость волны $N = 1$, определенная по траекториям б-электронов, и средняя; ΔV и Δx – ширина сгустка захваченных частиц на $x \sim x_m$ и $V \sim V_\phi$ ($x = x_m$, $V = V_\phi$ – центр области захвата); δV , δx – ширина стохастического слоя; $x = x_o$ – узел сепаратрисы.

Таблица 10.

Параметры волны $N = 1$ и ширина стохастического слоя в $t/T_{oe} \sim 150 - 200$.
Случаи 1-1 [1] ($t/T_{oe} \sim 400 - 600$), 3, 4 и 5.

Случай	1-1 [1]	3	4	5
$E_{\text{ср}}^I$	13.5	12.2	8.0	1.0
$V_{\text{з ср}}^I/V_T$	4.66	4.44	3.59	1.27
$V_{\text{ф ср}}^I/V_T$	14.56	14.27	13.46	11.01(10.04)
$\Delta V/V_T$	8.0	6.54	3.67	0.50
$\Delta V/2V_{\text{з ср}}^I$	0.86	0.73	0.51	0.20
$\Delta x/\lambda$	0.60	0.60	0.40	0.08
Ширина внутреннего слоя				
$\delta V^{(1)}/V_{\text{з ср}}^I$ верхний	0.14	0.27	0.55	0.84
$\delta V^{(1)}/V_{\text{з ср}}^I$ нижний	0.14	0.26	0.43	0.76
Полная ширина слоя				
$\delta V^{(1)}/V_{\text{з ср}}^I$ верхний	0.76	0.24	0.71	1.33
$\delta V^{(2)}/V_{\text{з ср}}^I$ верхний	0.76	0.77	–	–
$\delta V^{(1)}/V_{\text{з ср}}^I$ нижний	0.66	0.36	0.66	2.22
$\delta V^{(2)}/V_{\text{з ср}}^I$ нижний	0.66	0.56	–	–
$\delta x/\frac{\lambda}{2}$	0.40	0.40	0.60	0.92
Ширина области стохастического движения				
$\Delta V^{b(1)}/V_T$	14.64	9.17	8.59	5.01
$\Delta V^{b(2)}/V_T$	14.64	12.39	–	–
$\Delta V^{b(1)}/V_{\text{з ср}}^I$	3.14	2.06	2.39	3.94
$\Delta V^{b(2)}/V_{\text{з ср}}^I$	3.14	2.79	–	–

E нормировано на mr_d/eT_{oe}^2 ; ΔV и Δx – ширина сгустка захваченных частиц на $x \sim x_m$ и $V \sim V_{\text{ф}}$; δV , δx – ширина стохастического слоя по V на $x \sim x_m$ и по x на $V \sim V_{\text{ф}}$; (1) внешние границы слоя по V_{max} , V_{min} траекторий; (2) внешние границы слоя по V_{max}^b , V_{min}^b б-электронов; ΔV^b – ширина области стохастического движения б-электронов (разность верхней и нижней внешних границ стохастического слоя на $x \sim x_m$).

Из таблиц 5, 8, 9, 10 видно, что с ростом \tilde{n}/n_o размеры сгустка (ядра) захваченных б-электронов уменьшаются. Ширина сгустка по V уменьшается от $\Delta V/2V_{\text{з ср}}^I \sim 0.86$ в однородной плазме до ~ 0.20 в случае 5 при $\tilde{n}/n_o \sim 0.4$; ширина сгустка по x уменьшается от $\Delta x/\lambda \sim 0.60$ до ~ 0.08 . Соответственно растет ширина внутренней части стохастического слоя

от $\delta V/V_{\text{ср}}^I \sim 0.14$ до $\sim 0.76 - 0.84$ и от $\delta x/\frac{\lambda}{2} \sim 0.40$ до ~ 0.92 . Растет и полная ширина стохастического слоя по V по сравнению с $V_{\text{ср}}^I$ – от $\delta V/V_{\text{ср}}^I \sim 0.66 - 0.76$ в однородной плазме до $\delta V/V_{\text{ср}}^I \sim 1.33 - 2.22$ в случае 5. В случае 5 стохастический слой занимает большую часть области захвата, а сгусток захваченных b -электронов совсем мал – $\Delta V/V_T \sim 0.5$.

Таким образом, во всех рассмотренных случаях формируется волна БГК, содержащая ядро захваченных b -электронов, окруженное стохастическим слоем. С ростом возмущения плотности уменьшается фазовая скорость и амплитуда волны БГК, уменьшается ширина области стохастического движения, уменьшаются размеры ядра на фазовой плоскости, а стохастический слой растет по сравнению с $V_{\text{ср}}^I$ (таблица 10).

Рассмотрим развитие конверсии в случаях 4 и 5. Выше было показано, что с ростом возмущения плотности \tilde{n}/n_o растет скорость конверсии, возрастают максимальные амплитуды гармоник конверсии в первом максимуме и отношения E_m^N/E_{max}^I (таблица 2), растет число возбуждающихся гармоник конверсии (таблица 3). На рис.13 а-г, 23 а-г показана зависимость от времени амплитуды гармоник конверсии $N = (-2), 4, (-5)$ и 7 в случаях 4 и 5. Из рис.13,23 видно что в $t/T_{oe} < 50 - 100$ амплитуда всех гармоник сильно меняется (растет, проходит через максимум, падает) но в $t/T_{oe} > 100 - 130$ средние и максимальные амплитуды становятся практически постоянными. Эти величины и отношения $E_{\text{max}}^N/E_{\text{ср}}^I$ для интервала $t/T_{oe} > 150 - 200$ приведены в таблице 6.

Анализ фазовых плоскостей (рис.14,24) показывает, что гармоника $N = -2$ в случаях 4 и 5, так же, как в случае 3, не захватывает электроны плазмы – r -электронов со скоростями, большими ее фазовой скорости, нет. Зависимость амплитуды $E^{II}(t)$ определяется изменением амплитуды основной волны и передачей энергии от гармоники $N = -2$ в гармоники $N = (-5), (-8)$

Гармоники $N = 4, (-5)$... уже в $t/T_{oe} > 5 - 10$ начинают захватывать r -электроны. По фазовым плоскостям (рис.14,24) видно, что с течением времени процесс приобретает стохастический характер. Постоянство средних амплитуд гармоник конверсии в $t/T_{oe} > 100 - 130$ показывает, что устанавливается квазистационарное состояние.

На рис.17 ÷ 20, 27 ÷ 29 показаны характерные траектории на фазовой плоскости пробных частиц – r -электронов для случаев 4 и 5. В каждом из этих случаев проанализировано около 30 траекторий, но частиц, постоянно захваченных какой-либо гармоникой, не обнаружено. Все рассмотренные траектории соответствуют частицам, движение которых имеет стохастический характер. Так частицы рис.17а, 27а,б находятся в сфере

влияния гармоник $N = 4$, частица рис.17б – гармоник $N = 7$, частицы рис.19а,29а – гармоник $N = -5$, частицы рис.19б,29б – гармоник $N = -8$. Эти частицы, то захватываются соответствующей гармоникой, то выходят из захвата и становятся пролетными, то захватываются снова. Остальные траектории свидетельствуют, что развивается сильная стохастическая неустойчивость, при которой частица находится в сфере влияния двух или нескольких гармоник и захватывается то одной из них, то другой, дрейфуя в довольно широкой области скоростей. Так частицы рис.17в,г находятся в сфере влияния гармоник $N = 4$ и 7 , частицы рис.18а,б; 27в,г – гармоник $N = 7$ и 10 , частица рис.18в,г – гармоник $N = 10$ и 13 , а частица рис.28а-г – гармоник $N = 4, 7, 10$ и 13 . Траектория частицы рис.28а-г показывает, что сильная стохастическая неустойчивость развивается в районе областей захвата всех гармоник конверсии в области $V > 0$. Это справедливо и для области $V < 0$. Действительно, частица рис.19в,г находится в сфере влияния гармоник $N = -5$ и -8 , частица рис.29в,г – гармоник $N = -8$ и -11 , а частицы рис.20а,б; 20в,г – гармоник $N = -11$ и -14 .

Анализ траекторий показывает, что в районе областей захвата гармоник конверсии с $V_{\phi}^N > 0$ и $V_{\phi}^N < 0$ образуются две непересекающихся области стохастического движения р-электронов. Сохранение средней амплитуды гармоник конверсии показывает, что эти области, так же, как в случае 3, представляют собой структуры БГК-типа.

Развитие областей стохастического движения можно видеть по фазовым плоскостям рис.14,24, где черными кружками показаны пробные частицы, которые в $t = 0$ равномерно распределены вдоль верхней и нижней границы плазмы. Из рис.14,24 видно, что с течением времени ширина областей занятых этими пробными частицами расширяется, но в $t/T_{oe} \sim 150 - 200$ остается примерно постоянной. Границы, определенные по максимальным и минимальным скоростям пробных частиц и р-электронов, и ширина областей стохастического движения приведены в таблице 7.

Из таблицы 7 видно, что с ростом возмущения плотности \tilde{n}/n_o ширина областей стохастического движения растет, но во всех случаях, включая случаи 4 и 5, эти области не пересекаются. "Зазор" между ними, хотя и уменьшается с ростом \tilde{n}/n_o , но и в случаях 4 и 5 составляет $\Delta V/V_T \sim 2.64$ и 2.05 соответственно. Это показывает, что электроны с малыми начальными скоростями (центральная часть функции распределения $f_e(V)$) не участвуют в сильной стохастической неустойчивости и не поглощают энергию поля. Это подтверждается видом функций распределения р-электронов (рис.15,25). Действительно, из рис.15,25 видно,

что в обоих случаях 4 и 5 центральная часть функции распределения практически не меняется.

Следует отметить, что, хотя центральная часть $f_e(V)$ практически не меняется, движение р-электронов с малыми начальными скоростями имеет непростой характер. Действительно, ионное возмущение (ионно-звуковая волна с фазовой скоростью $V_\phi^i \sim 0$) в случаях 3 ÷ 5 имеет достаточно большую область захвата для электронов. Анализ в каждом случае нескольких траекторий пробных частиц – р-электронов с малыми начальными скоростями показывает, что наблюдаются захваченные ионно-звуковой волной частицы и частицы, которые двигаются стохастически. Это показывает, что в районе сепаратрисы ионно-звуковой волны образуется стохастический слой. Границы сгустка захваченных р-электронов и границы стохастического слоя можно оценить по траекториям пробных частиц.

В таблице 11 приведена оценка величины $V_3^i = 2\sqrt{\frac{e\phi_i}{m}} \approx 2\left(\frac{\tilde{n}}{n_o}\right)^{\frac{1}{2}}V_T$ (в предположении, что $\frac{e\phi_i}{T} \approx \frac{\tilde{n}}{n_o}$), ширина сгустка захваченных р-электронов ΔV_p (по V_N^{\max} , V_N^{\min} траекторий захваченных частиц), внешние границы стохастического слоя $V_{\text{ГР}}$ (по V_N^{\max} , V_N^{\min} стохастических траекторий), ширина области стохастического движения ΔV^i (разность верхней и нижней границ), а также ширина ”зазора” между областями стохастического движения, рассмотренными выше.

Таблица 11.

Случай	3	4	5
\tilde{n}/n_o	0.10	0.20	0.40
V_3^i/V_T	0.63	0.89	1.26
$2V_3^i/V_T$	1.26	1.78	2.52
$\Delta V_p/V_T$	~ 1.0	~ 1.8	~ 2.5
$\frac{V_{\text{ГР}}}{V_T}$ верхняя	1.2	1.4	2.1
$\frac{V_{\text{ГР}}}{V_T}$ нижняя	-0.9	-1.4	-1.8
$\Delta V^i/V_T$	2.1	2.8	3.9
$\Delta V/V_T$	3.42	2.70	2.05

Из таблицы 11 видно, что в случае 3 ширина области захвата $2V_3^i$ и ширина стохастической области ΔV^i заметно меньше ”зазора” ΔV . В случае 4 $2V_3^i < \Delta V$, но $\Delta V^i \sim \Delta V$, а в случае 5 и $2V_3^i$, и ΔV^i больше, чем ΔV . Таким образом, при развитии стохастической неустойчивости движения р-электронов в разных областях в случаях 4 и 5 все три обла-

сти объединяются, что должно привести к ”перемешиванию” частиц на фазовой плоскости и росту затухания. Сохранение центральной части $f_e(v)$ показывает, что к $t/T_{oe} \sim 200$ даже в случае 5 этот процесс только начинает развиваться.

Следует также отметить, что верхняя граница стохастической области с $V > 0$ и нижняя граница стохастического слоя основной волны $N = 1$ с ростом \tilde{n}/n_o сближаются. Это можно видеть, сравнивая максимальные скорости р-электронов и минимальные скорости б-электронов по функциям распределения б- и р-электронов (рис.5,15,25). В таблице 12 приведены максимальные и минимальные скорости б- и р-электронов в $t/T_{oe} \sim 200$ для случаев 1-1 [1], 1 ÷ 5.

Из таблицы 12 видно, что в случаях 1-1 [1] и 1 [2] V_{\max}^e много меньше V_{\min}^b . В этих случаях стохастические области в плазме не образуются [1,2], максимальные и минимальные скорости р-электронов определяются возмущением скорости полем волны и гармоник. В случаях 2 [2] и 3 стохастическая область в плазме и стохастический слой волны $N = 1$ разделены – $V_{\max}^e < V_{\min}^b$ (рис.5, таблица 12). В случае 4 в $t/T_{oe} \sim 100$ стохастическая область и стохастический слой разделены – $V_{\max}^e < V_{\min}^b$, но к $t/T_{oe} \sim 200$ они смыкаются и $V_{\max}^e \sim V_{\min}^b$ (рис.15, таблица 12). В случае 5 стохастическая область и стохастический слой смыкаются уже к $t/T_{oe} \sim 100$, а в $t/T_{oe} \sim 200$ $V_{\max}^e > V_{\min}^b$ (рис.25, таблица 12).

Таблица 12.

Минимальные и максимальные скорости электронов пучка и плазмы в $t/T_{oe} = 200$. Случаи 1-1 [1], 1 ÷ 5.

Случай	1-1 [1]	1 [2]	2 [2]	3	4	5
V_{\max}^b/V_T	21.32	21.52	21.59	20.92	20.30	19.38
V_{\min}^b/V_T	8.43	8.67	8.49	8.53	7.10	5.10
V_{\max}^e/V_T	3.53	3.55	5.32	6.77	6.70	8.08
V_{\min}^e/V_T	-3.30	-3.33	-3.62	-4.37	-7.68	-6.92

Выше отмечалось, что оценка внешних границ стохастического слоя волны $N = 1$ по максимальным и минимальным скоростям б-электронов и стохастических траекторий различаются. При оценке нижней границы слоя по траекториям – $V_{\text{Гр}}/V_T \sim 9.42; 9.06; 7.28$ в случаях 3, 4 и 5 соответственно (таблицы 5,8 и 9). При этом оказывается, что в случае 4 $V_{\max}^e < V_{\text{Гр}}$ и в $t/T_{oe} \sim 200$, но в случае 5 $V_{\max}^e > V_{\text{Гр}}$, так что обе оценки показывают, что в случае 5 стохастическая область и стохастический слой пересекаются.

Таким образом, при развитии стохастических неустойчивостей в случае 5 и, возможно, в случае 4 образуется общая область стохастического движения b- и p-электронов, что ведет к ”перемешиванию” этих частиц на фазовой плоскости и росту затухания. Отметим, что в случае 5 пересекаются не только области стохастического движения b- и p-электронов, но и три области стохастического движения p-электронов.

В работе [2] и настоящей работе исследуется неустойчивость холодного электронного пучка с параметрами $V_o/V_T = 15.9$; $n_b/n_o \sim 5 \cdot 10^{-3}$ в неоднородной плазме с возмущением плотности $N_i = 3$, $\lambda_i/r_d = 33.3$. Амплитуда возмущения плотности в случаях 1 и 2 [2] $\tilde{n}/n_o \sim 0.01$ и 0.05 , в случаях 3, 4 и 5 $\tilde{n}/n_o \sim 0.10$; 0.20 и 0.40 соответственно.

Сравнение случаев 1 ÷ 5 показывает, что начальная стадия взаимодействия пучок-плазма во всех случаях определяется пучковой неустойчивостью, которая приводит к возбуждению ленгмюровской волны – гармоники с максимальным инкрементом $N = 1$. Нелинейная стадия этой неустойчивости определяется захватом электронов пучка. Параллельно развивается конверсия основной волны на возмущении плотности, которая приводит к возбуждению прямых и обратных ленгмюровских волн с номерами гармоник $N = N_e \pm \beta N_i$, $\beta = 1, 2, 3, \dots$

Дальнейшее развитие неустойчивости определяется сравнительной скоростью развития различных процессов. Основную роль играют ”размешивание” захваченных b-электронов на фазовой плоскости и формирование волны БГК-типа, уменьшение фазовой скорости из-за возмущения плотности и перестройка формирующейся волны БГК, развитие конверсии, захват электронов плазмы гармониками конверсии и развитие сильной стохастической неустойчивости движения p-электронов, затухание электрического поля при этой неустойчивости, формирование областей стохастического движения p-электронов имеющих характер многоволновых структур БГК-типа.

В случаях 1, 2 [2] при малом возмущении плотности скорость развития захвата и ”размешивания” b-электронов больше скорости развития конверсии. В результате конверсия подавлена – амплитуды гармоник конверсии невелики и захвата p-электронов нет (случай 1) или он мал (случай 2). В результате развитие неустойчивости приводит к формированию квазистационарной волны БГК и практически не отличается от случая однородной плазмы 1-1 [1]. В работе [1] показано, что формирующаяся при этом волна БГК содержит ядро захваченных основной волной электронов, окруженное стохастическим слоем.

В случае 3 скорость развития конверсии возрастает, растут амплитуды гармоник конверсии. В результате становится существенным захват р-электронов гармониками конверсии, развитие сильной стохастической неустойчивости движения р-электронов и затухание поля. Однако, в случае 3 скорость "размешивания" b-электронов сравнима со скоростью затухания поля, так что после сброса части энергии затухание прекращается и формируется квазистационарная волна БГК. Одновременно в плазме формируются области стохастического движения р-электронов – квазистационарные, многоволновые структуры БГК-типа.

В случаях 4 и 5 скорость развития конверсии и соответственно скорость затухания поля возрастают еще больше. В результате амплитуды гармоник конверсии и основной волны, пройдя через максимум, быстро уменьшаются. Однако "размешивание" b-электронов и формирование областей стохастического движения в плазме продолжается. В результате формируется медленно затухающая волна БГК, а в плазме образуются многоволновые структуры БГК-типа.

Во всех рассмотренных случаях волна БГК содержит ядро захваченных электронов, окруженное стохастическим слоем. С ростом возмущения скорости уменьшается фазовая скорость и амплитуда волны БГК, так что в случаях 4 и 5 параметры волны БГК существенно отличаются от случая однородной плазмы [1]. С ростом \tilde{n}/n_o меняется и структура волны БГК – размеры ядра захваченных частиц на фазовой плоскости уменьшаются, а область стохастического слоя по отношению к области захвата растет. В случае 5 к $t/T_{oe} \sim 200$ стохастический слой занимает значительную часть области захвата.

Рассмотрим подробнее как формируются в плазме многоволновые структуры БГК-типа. При развитии конверсии возбуждаются гармоники с номерами $N = N_e \pm \beta N_i$ и фазовыми скоростями $V_{\phi}^N > 0$ и $V_{\phi}^N < 0$. При достаточно больших амплитудах этих гармоник в случаях 3, 4 и 5 в районе их областей захвата развивается сильная стохастическая неустойчивость движения р-электронов и на фазовой плоскости формируется две непересекающихся области стохастического движения в районе скоростей $V_{\phi}^N > 0$ и $V_{\phi}^N < 0$. После некоторого затухания гармоник процесс приобретает квазистационарный характер. Действительно средние амплитуды гармоник конверсии остаются почти постоянными, а движение р-электронов сохраняет стохастический характер.

Таким образом, в плазме в районе областей захвата гармоник конверсии с $V_{\phi}^N > 0$ и $V_{\phi}^N < 0$ на фазовой плоскости формируются многоволновые структуры БГК-типа, в которых средние амплитуды волн поддерживаются практически постоянными в результате совместного действия

каскадной перекачки энергии по гармоникам конверсии и сильной стохастической неустойчивости движения р-электронов.

Двухволновые и многоволновые структуры БГК-типа, поддерживаемые сильной стохастической неустойчивостью движения b-электронов, наблюдались нами ранее при исследовании сателлитной неустойчивости волны БГК [8,9] и при исследовании пучковой неустойчивости в однородной плазме, когда параметры пучка и системы позволяют развитие сателлитной неустойчивости [11]. В работе [11] отмечено, что вывод о существовании подобных структур можно сделать также на основании данных численных экспериментов [12,13]. В этих работах исследовалась пучковая неустойчивость в длинной системе ($L/r_d = 2000$), когда возможно возбуждение большого числа гармоник [12], и неустойчивость размытого пучка в системе с инъекцией пучка [13]. Отметим, что в теоретических работах [14,15] показана возможность существования в плазме стационарных двух- или многоволновых структур БГК-типа, представляющих собой систему волн БГК с такими параметрами, что сильной стохастической неустойчивости нет.

Существенная роль волн БГК в различных процессах была показана в ряде работ [14 ÷ 23], в частности, в связи с дискуссией о нелинейном затухании Ландау [22 ÷ 26]. Так формирование волн БГК-типа при неустойчивости размытого пучка и при двухпучковой неустойчивости наблюдалось в численных экспериментах [17]. В теоретических работах [16,18,20,21] и численном эксперименте [19] показана возможность существования стационарных волн БГК, включая волны произвольно малой амплитуды, в плазме с максвелловским распределением по скоростям. В численных экспериментах [17,25] и теоретических работах [14,15,22] показано, что нелинейное затухание Ландау периодического возмущения в максвелловской плазме может привести к формированию стационарной волны или системы волн БГК, а полное затухание Ландау [24,27,28] возможно только при определенных начальных условиях [22].

Литература

- [1] *Г.А.Артин, Н.С.Бучельникова.* — Препринт ИЯФ N98-36, Новосибирск, 1998.
- [2] *Н.С.Бучельникова, В.Э.Карлин* — Препринт ИЯФ N99-21, Новосибирск, 1999.
- [3] *Р.К.Кaw, А.Т.Лin, J.М.Дawson.* — Phys. Fluids 16, 1967, 1973.
- [4] *N.S.Buchelnikova, E.P.Matochkin.* — Physica Scripta 24, 566, 1981.
- [5] *Н.С.Бучельникова, Е.П.Маточкин.* Препринты ИЯФ N 80-192, Новосибирск, 1980; N 81-04, N 81-40, N 81-43, N 81-88, N 81-89, Новосибирск, 1981; N 82-53, Новосибирск, 1982;
- [6] *Г.П.Бергман, Г.М.Заславский.* — Физика плазмы 3, N6, 1338, 1977.
- [7] *А.Murakami, J.Nomura, H.Momota.* — J. Phys. Soc. Japan 51, 4053, 1982.
- [8] *Г.А.Артин, Н.С.Бучельникова, Б.Н.Лазеев.* — Препринты ИЯФ N 95-23, N 95-24, Новосибирск, 1995.
- [9] *Г.А.Артин, Н.С.Бучельникова.* — Препринт ИЯФ N98-79, Новосибирск, 1998.
- [10] *Н.С.Бучельникова, Б.Н.Лазеев.* Препринты ИЯФ N 94-48, N 94-49, N 94-50, N 94-51, Новосибирск, 1994.
- [11] *Г.А.Артин, Н.С.Бучельникова.* — Препринты ИЯФ N98-79, N98-80, Новосибирск, 1998.
- [12] *К.Аkimoto, Y.Omura, H.Matsumoto.* — Phys. Plasmas 3, 2559, 1996.
- [13] *Ю.С.Сизов, В.Д.Левченко.* — Физика плазмы 23, 325, 1997.
- [14] *M.Buchanan, J.J.Dorning.* — Phys. Rev. Lett. 70, 3732, 1993.
- [15] *M.Buchanan, J.J.Dorning.* — Phys. Rev. E50, 1465, 1994.
- [16] *J.P.Holloway, J.J.Dorning.* — Phys. Rev. Lett. A138, 279, 1989.
- [17] *L.Demeio, P.F.Zweifel.* — Phys. Fluids B2, 1252, 1990.
- [18] *J.P.Holloway, J.J.Dorning.* — Phys. Rev. A44, 3856, 1991.
- [19] *L.Demeio, J.P.Holloway.* — J. Plasma Physics 46, part1, 63, 1991.
- [20] *M.Buchanan, J.J.Dorning.* — Phys. Lett. A179, 306, 1993.
- [21] *M.Buchanan, J.J.Dorning.* — Phys. Rev. E52, 3015, 1995.
- [22] *C.Lancelotti, J.J.Dorning.* — Phys. Rev. Lett. 81, 5137, 1998.
- [23] *G.Brodin.* — Phys. Rev. Lett. 78, 1263, 1997.
- [24] *M.B.Isichenko.* — Phys. Rev. Lett. 78, 2369, 1997.
- [25] *G.Manfredi.* — Phys. Rev. Lett. 79, 2815, 1997.
- [26] *C.Lancelotti, J.J.Dorning.* — Phys. Rev. Lett. 80, 5236, 1998.
- [27] *D.Sagan.* — Am.J. Phys. 62, 450, 1994.
- [28] *G.Brodin.* — Am.J. Phys. 65, 66, 1997.

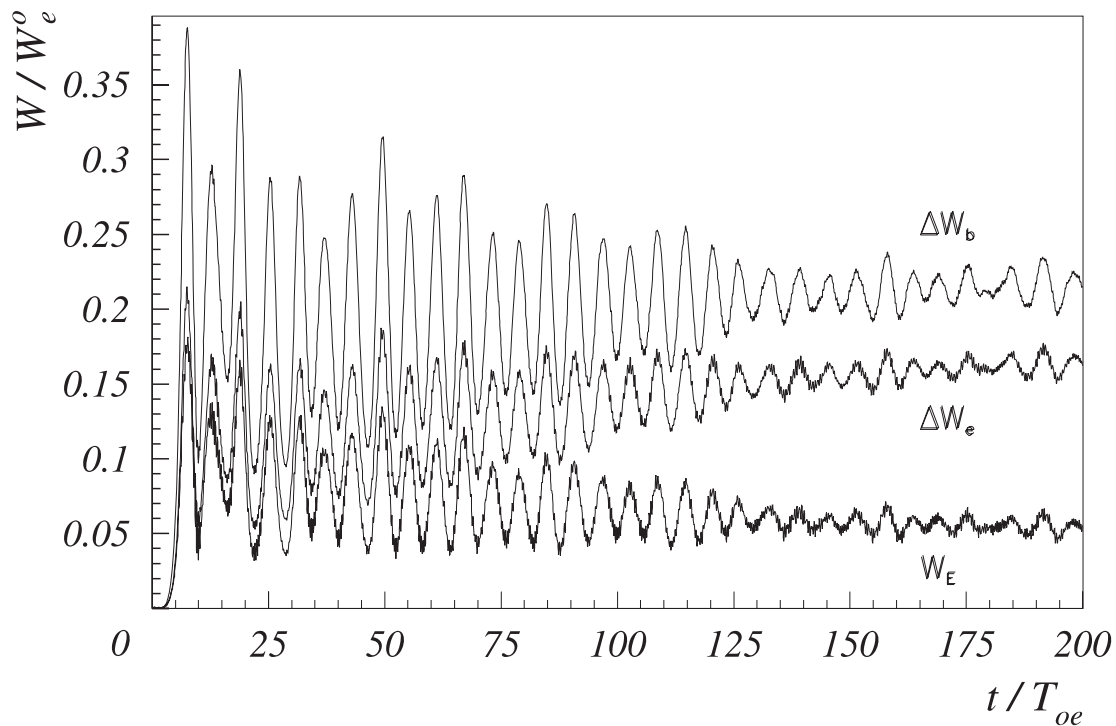


Рис. 1: Зависимость от времени энергии поля W_E , энергии электронов плазмы $\Delta W_e = W_e - W_e^o$ и потерь энергии электронов пучка $\Delta W_b = -(W_b - W_b^o)$. Случай 3.

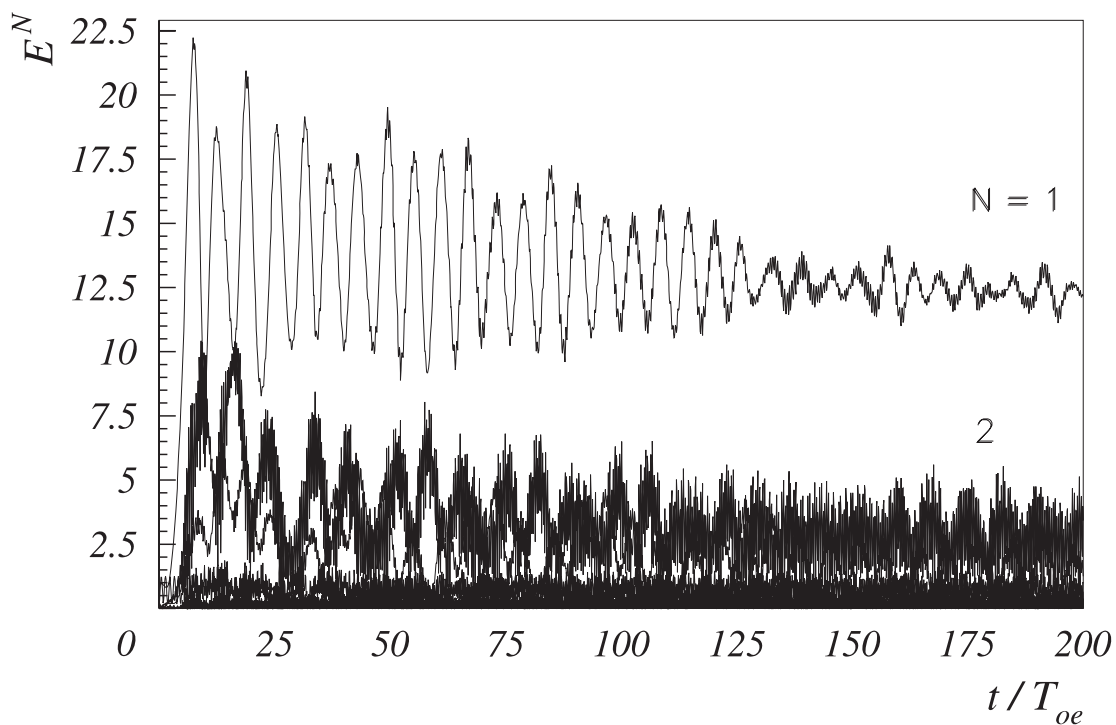


Рис. 2: Зависимость от времени амплитуды волны $N = 1$ и гармоник $N = 2 \div 10$. Случай 3.

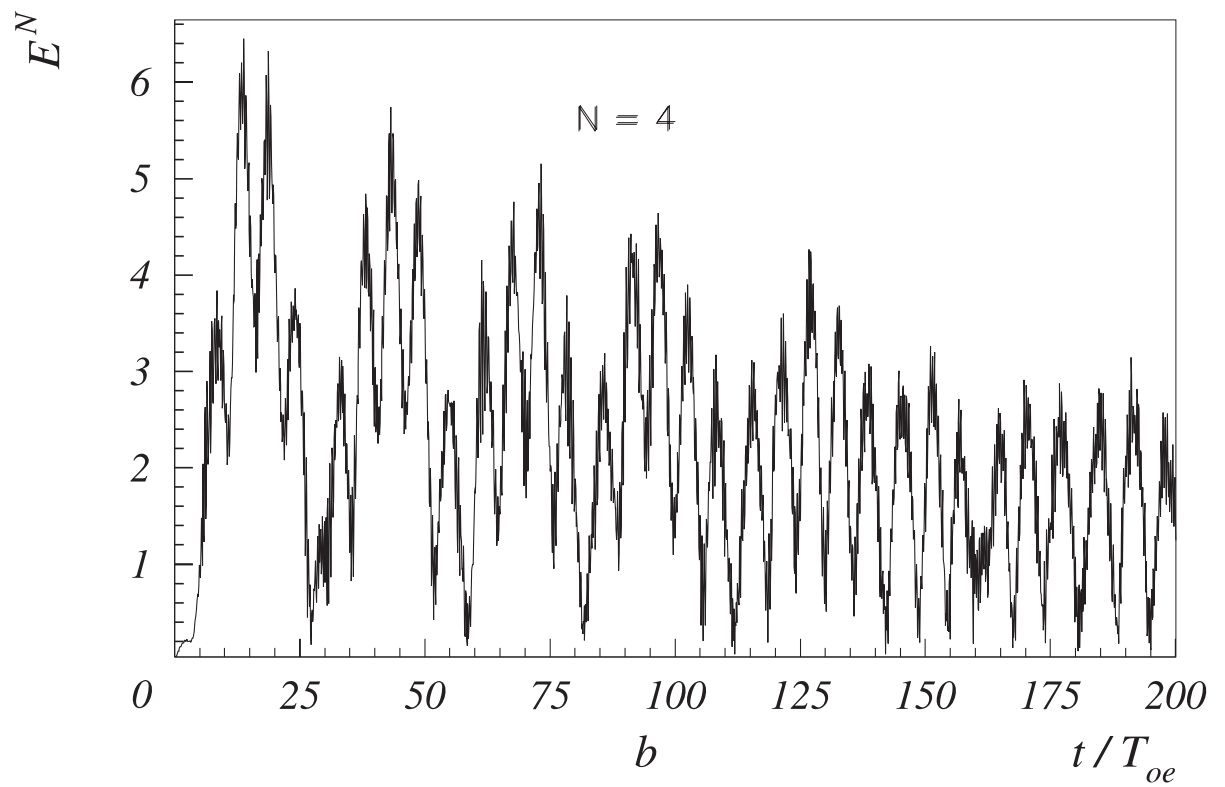
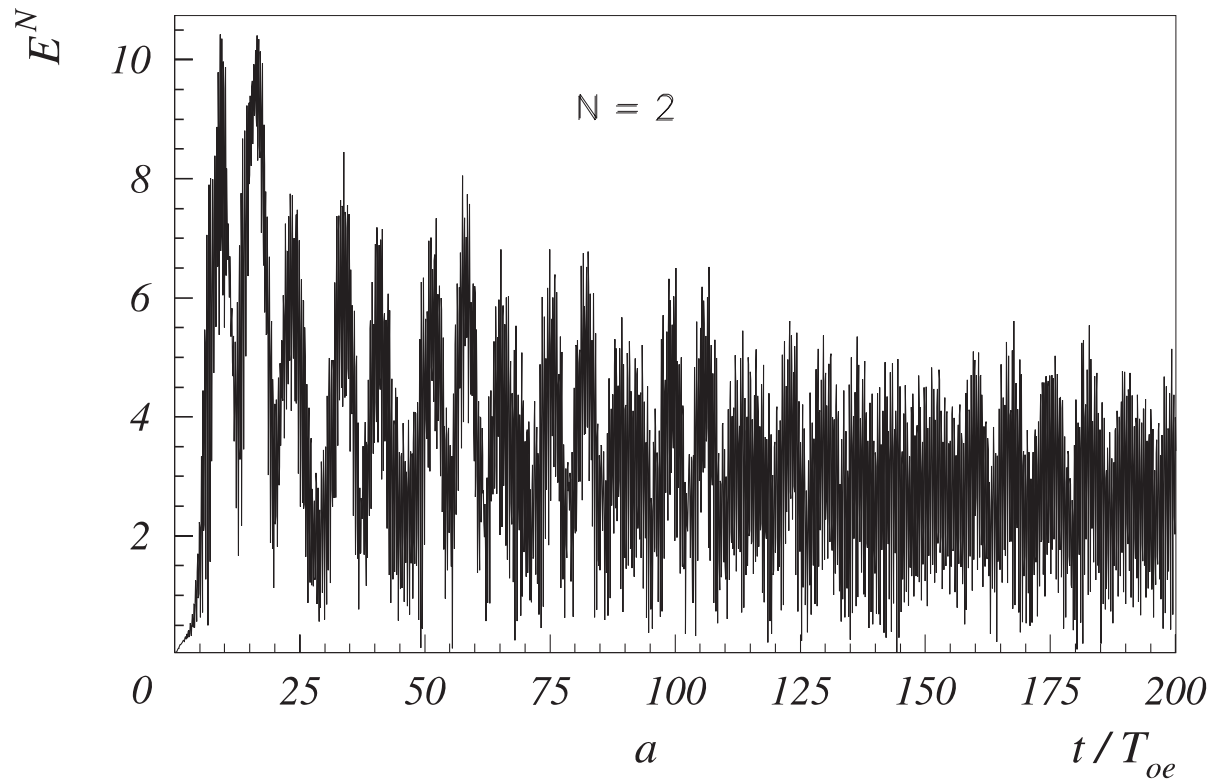


Рис. 3: (а,б) Зависимость от времени амплитуды гармоник: а – $N = 2$ и б – $N = 4$. Случай 3.

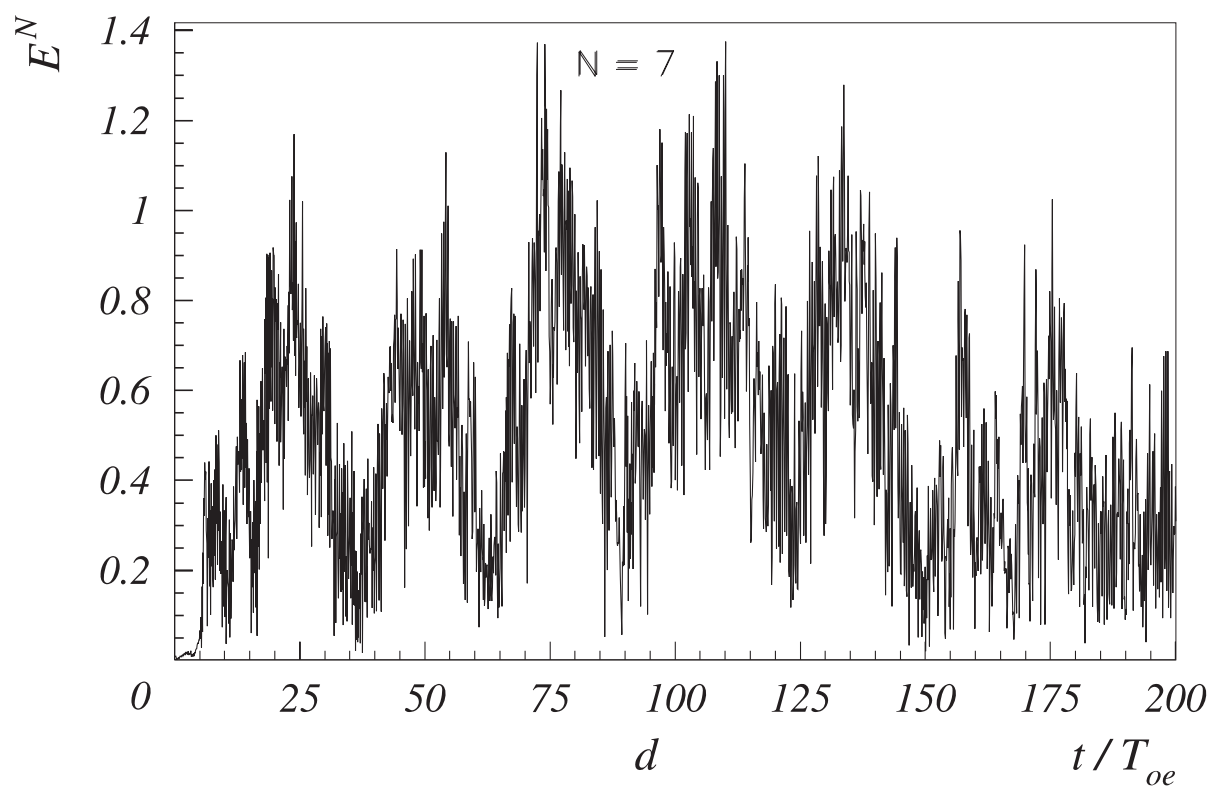
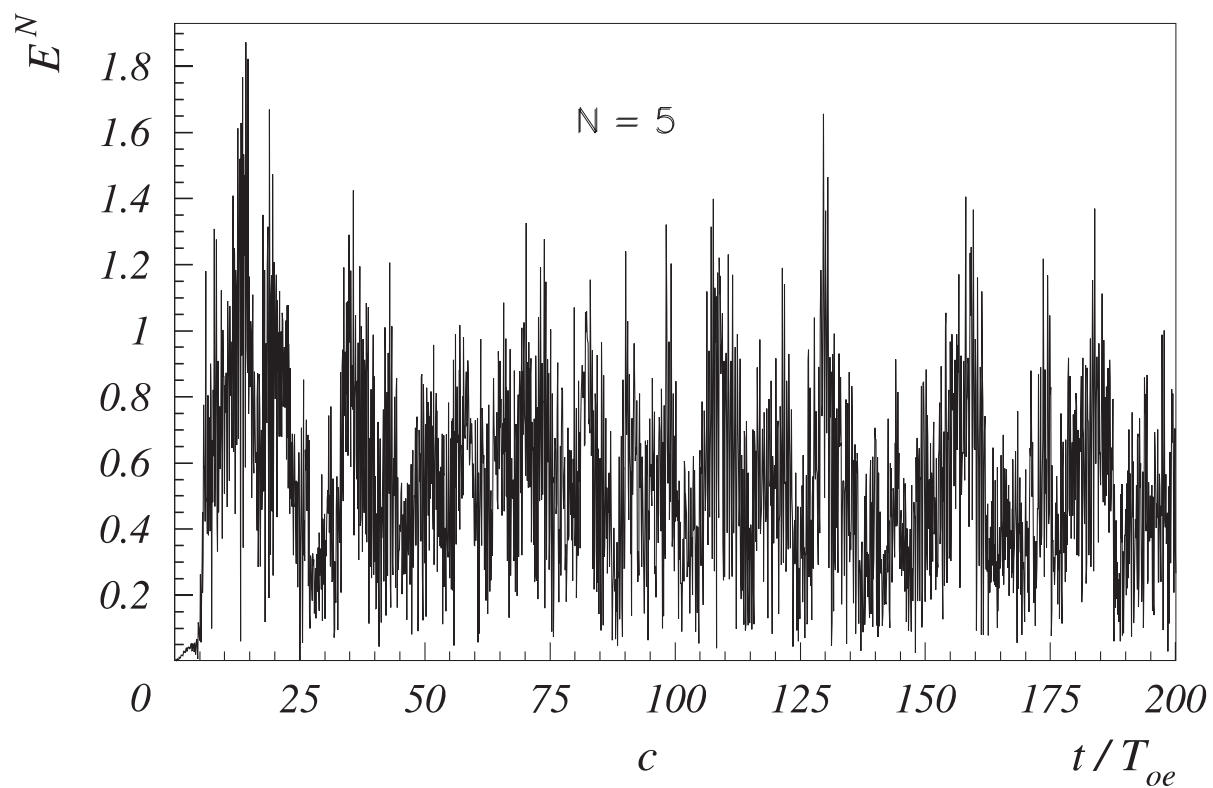


Fig. 3: (a, b) Dependence on time of the amplitude of harmonics: a - $N = 5$ and b - $N = 7$. Case 3.

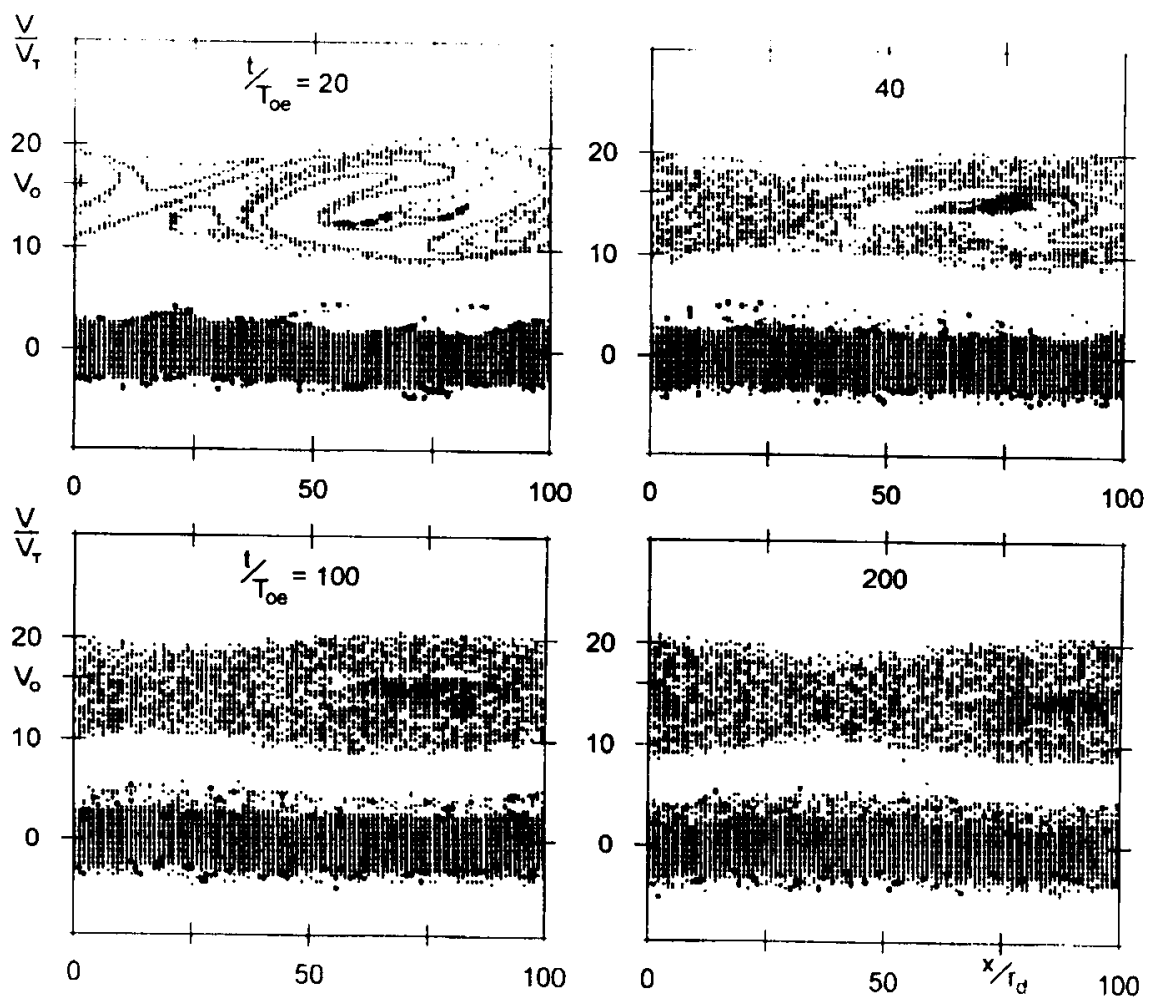


Рис. 4: Фазовые плоскости электронов. Случай 3.

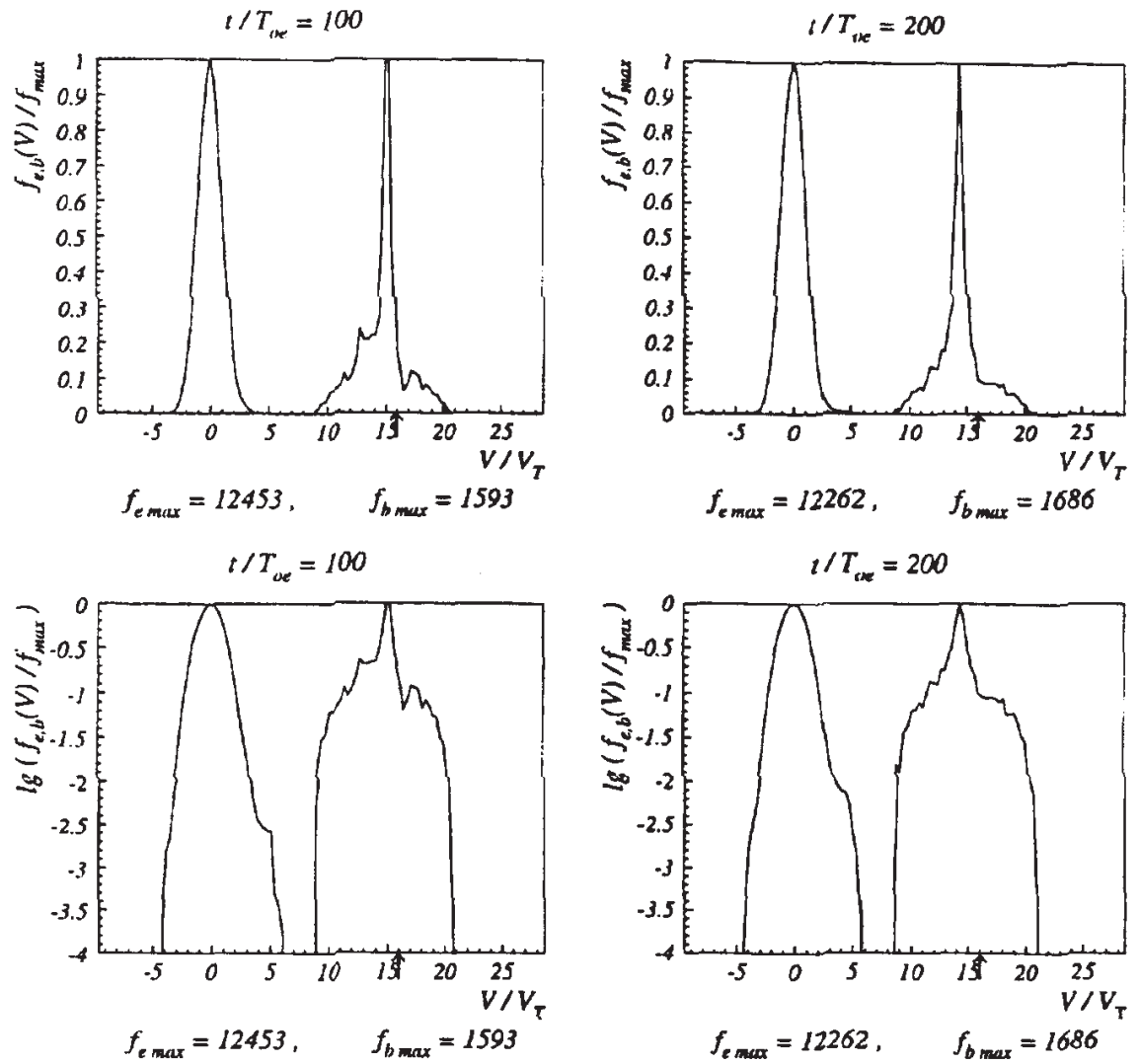


Рис. 5: Функции распределения по скоростям электронов плазмы и пучка. Случай 3. Стрелкой отмечена скорость пучка $V_o/V_T = 15.9$.

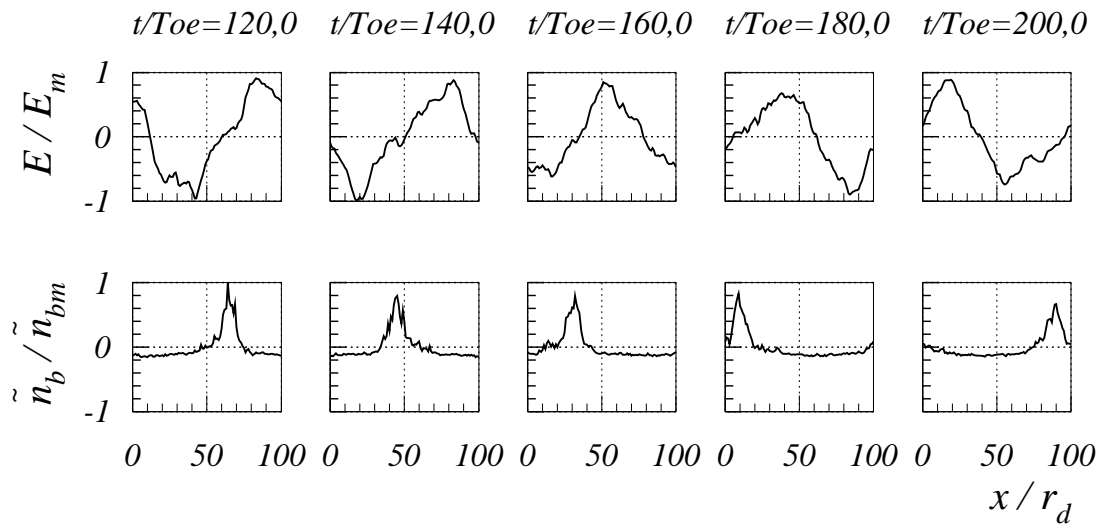


Рис. 6: Распределение поля $E(x)$ и возмущения плотности электронов пучка $\tilde{n}_b(x)$. Случай 3. $E_m = 18.77$, $\tilde{n}_{bm}/n_b^o = 5.33$.

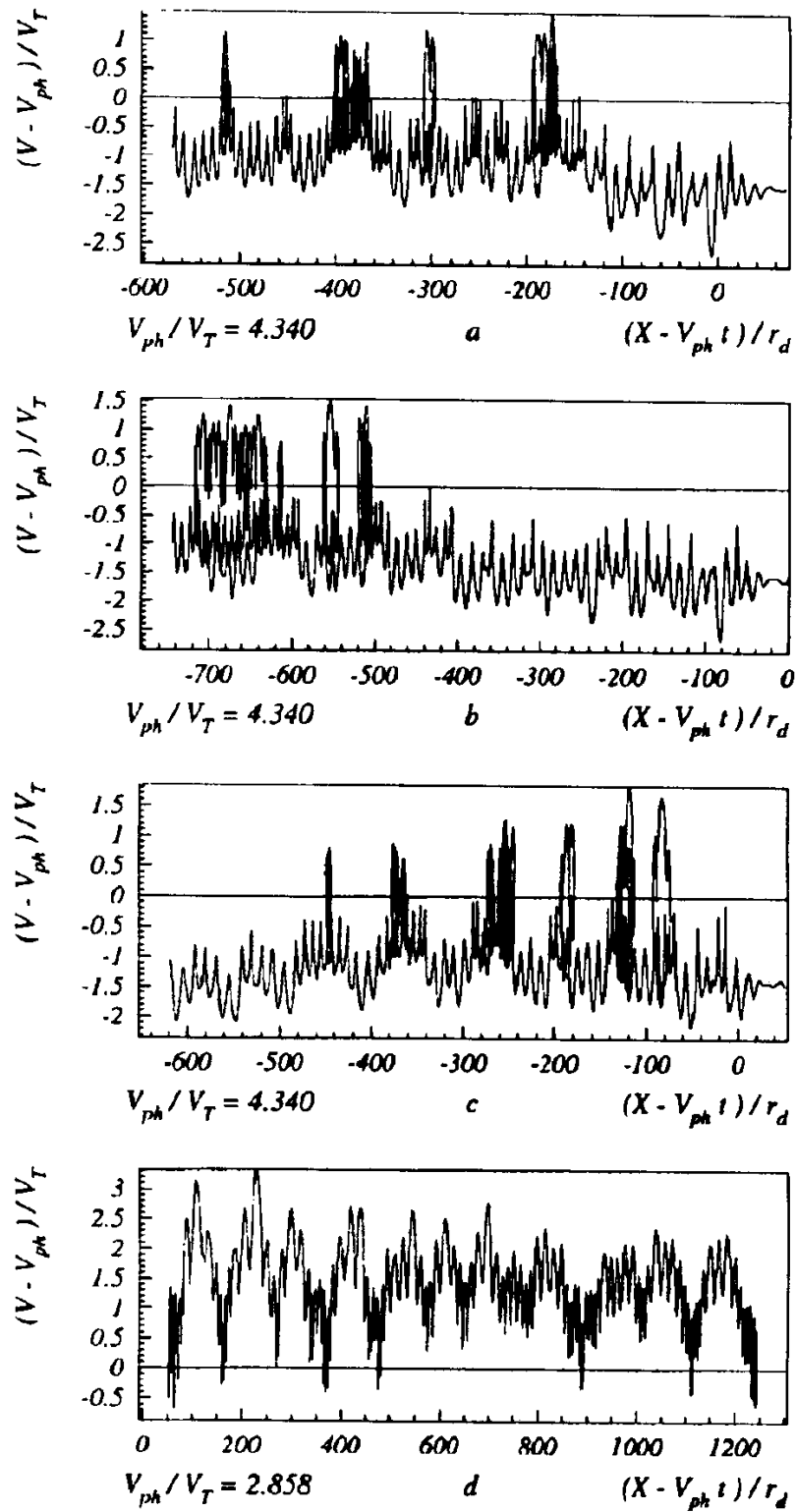


Рис. 7: Траектории электронов плазмы на фазовой плоскости в системе гармоник: *a* – $N = 4$, частица 7; *b* – $N = 4$, частица 1; *c* – $N = 4$, частица 5; *d* – $N = 7$, частица 5. $V_N^0/V_T = 2.84$. $t/T_{oe} \sim 0 - 200$. Случай 3.

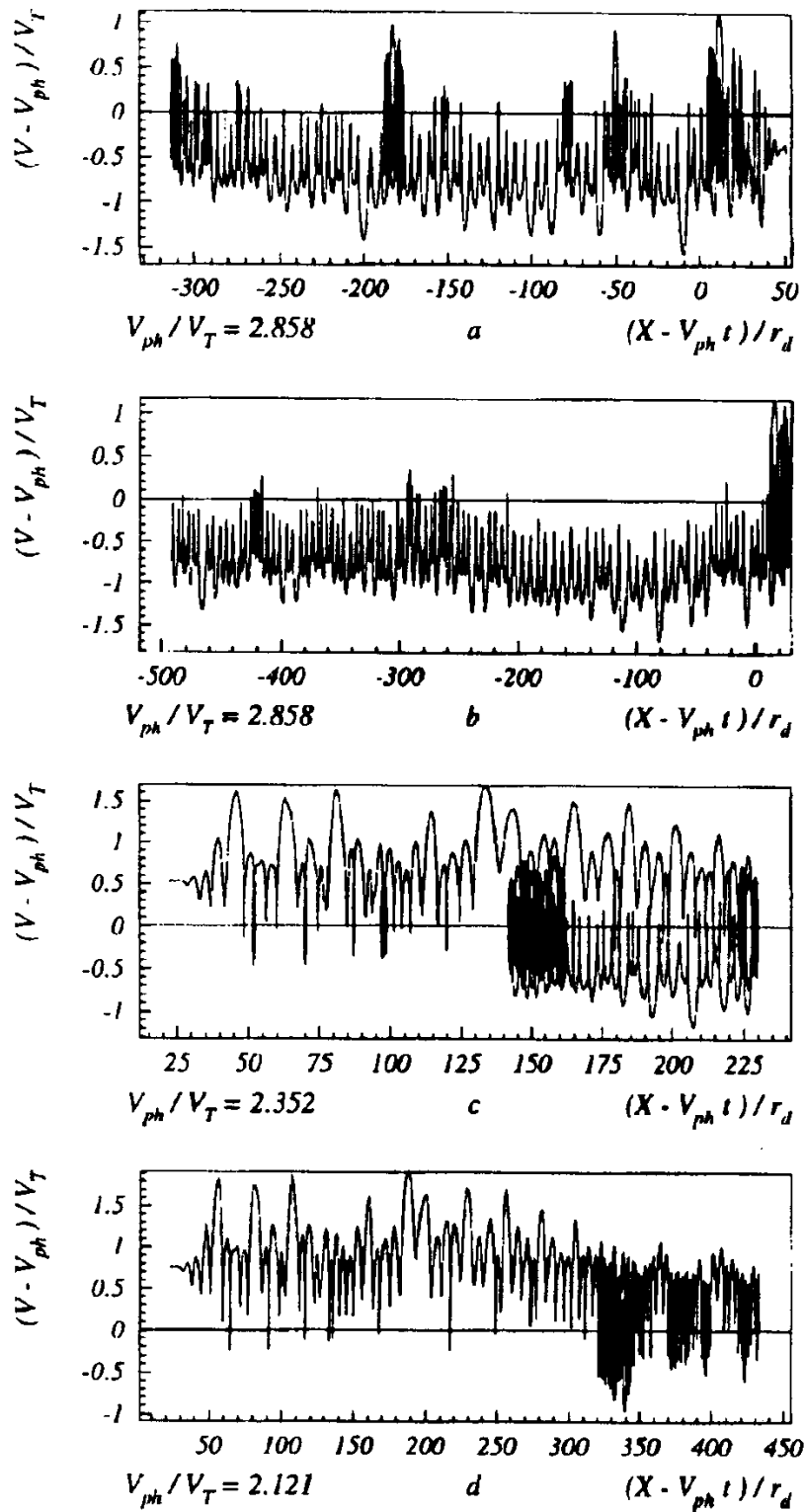


Рис. 8: Траектории электронов плазмы на фазовой плоскости в системе гармоник: *a* – $N = 7$, частица 3; *б* – $N = 7$, частица 2; *в* – $N = 10$, частица 2; *г* – $N = 13$, частица 2. $V_N^0/V_T = 2.84$. $t/T_{oe} \sim 0 - 200$. Случай 3.

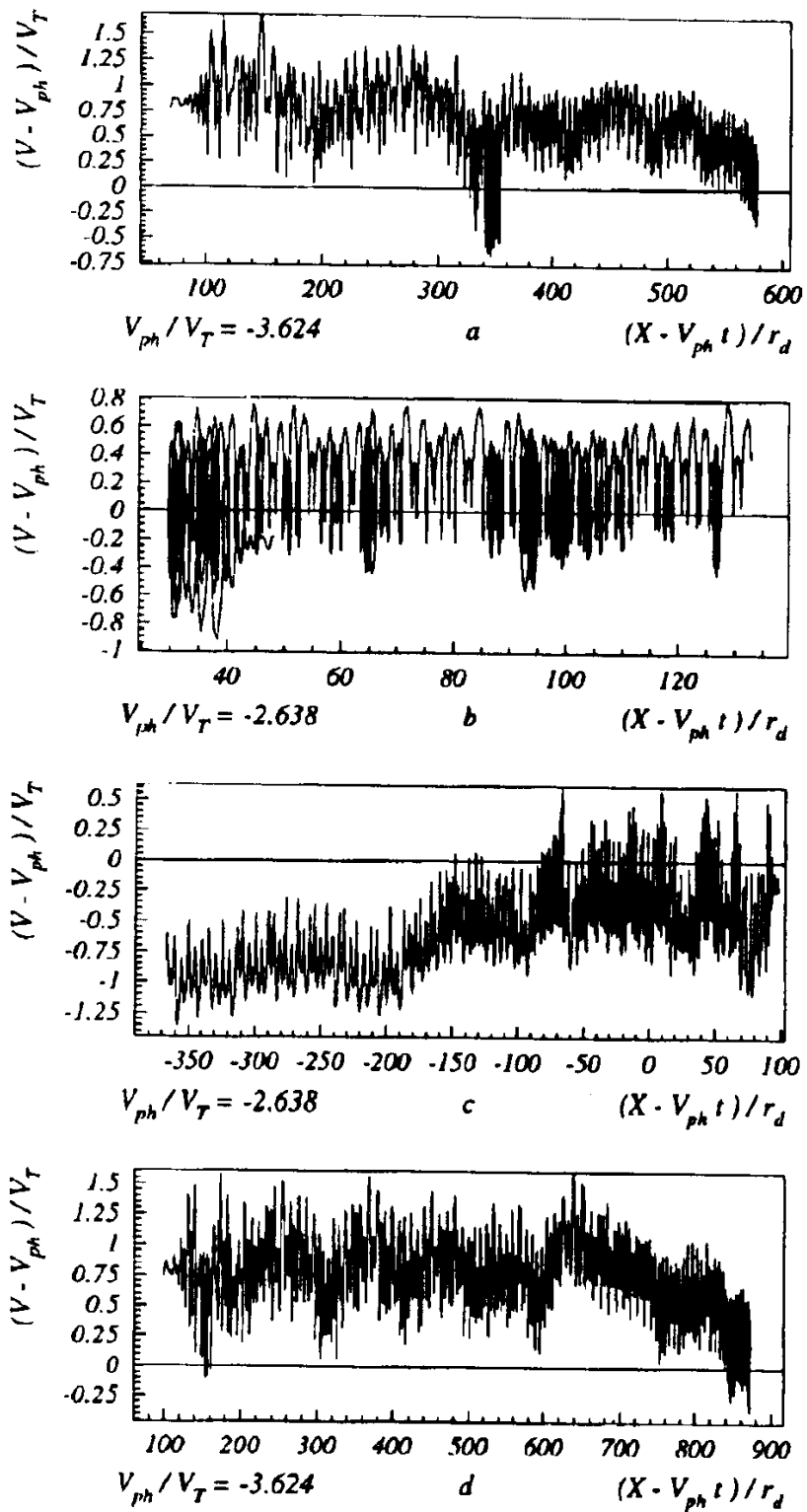


Рис. 9: Траектории электронов плазмы на фазовой плоскости в системе гармоник: *a* – $N = -5$, частица 16; *б* – $N = -8$, частица 14; *в* – $N = -8$, частица 10; *г* – $N = -5$, частица 10. $V_N^0/V_T = -2.84$. $t/T_{oe} \sim 0 - 200$. Случай 3.

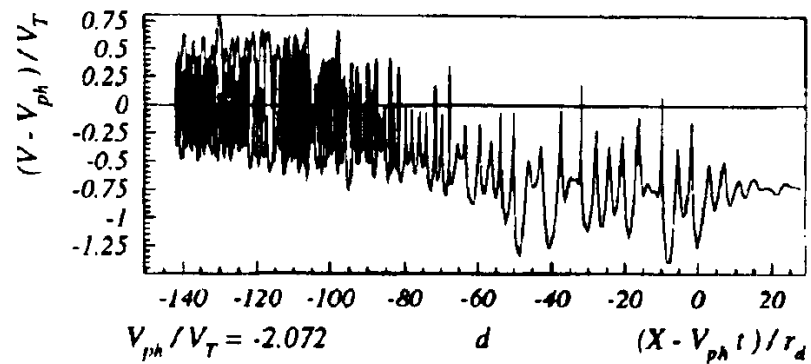
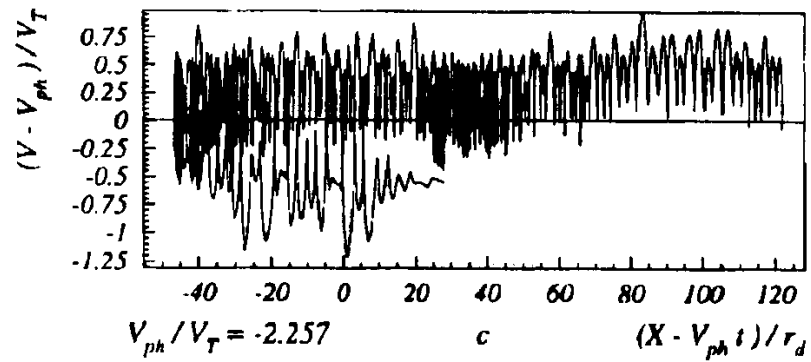
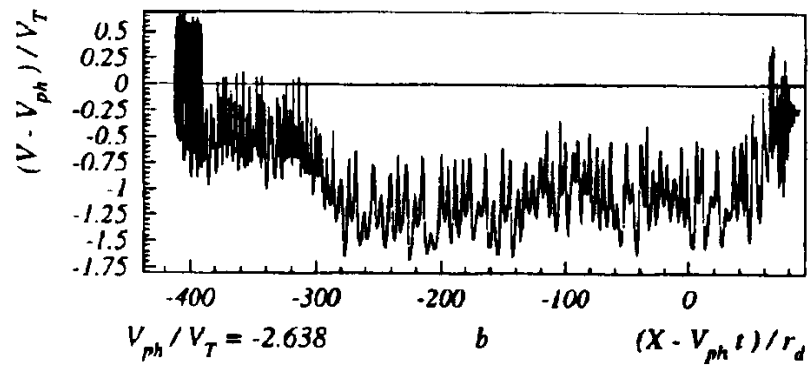
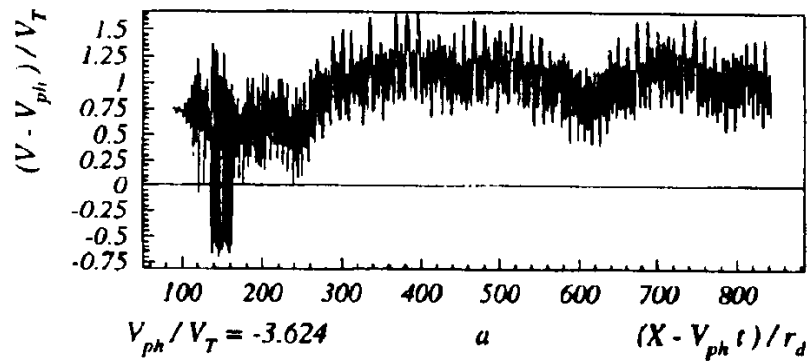


Рис. 10: Траектории электронов плазмы на фазовой плоскости в системе гармоник: *a* – $N = -5$, частица 18; *б* – $N = -8$, частица 18; *в* – $N = -11$, частица 12; *г* – $N = -14$, частица 12. $V_N^0 / V_T = -2.84$. $t / T_{oe} \sim 0 - 200$. Случай 3.

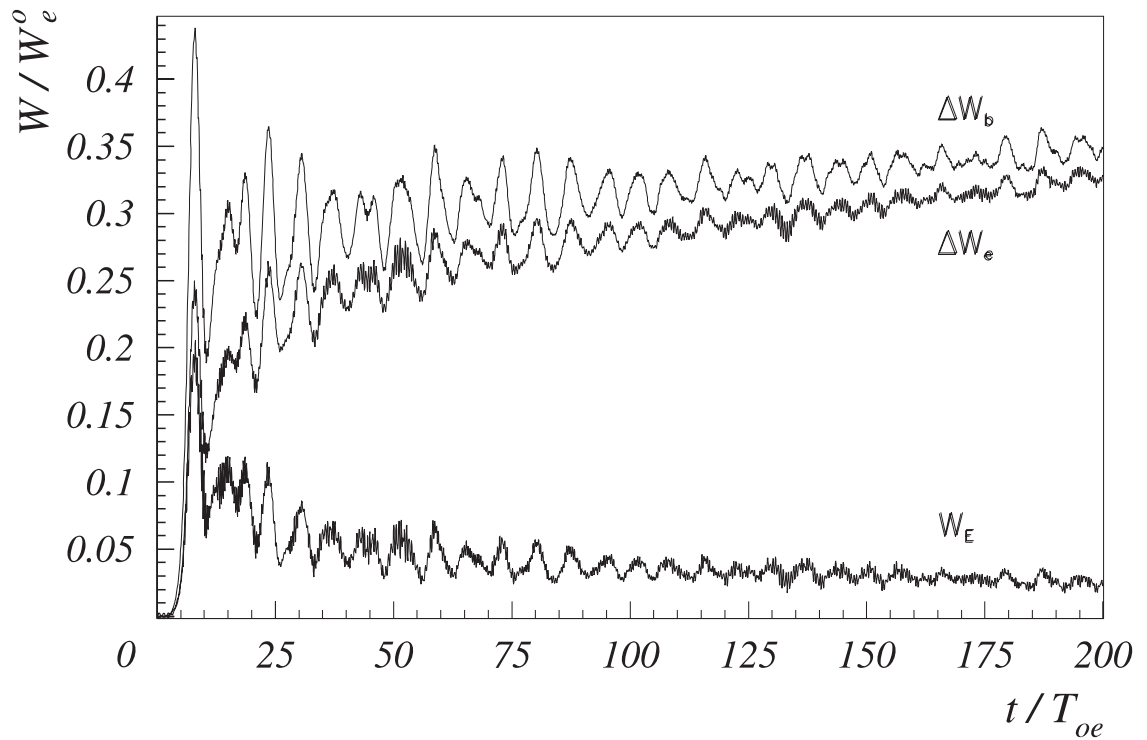


Рис. 11: Зависимость от времени энергии поля W_E , энергии электронов плазмы ΔW_e и потерь энергии электронов пучка ΔW_b . Случай 4.

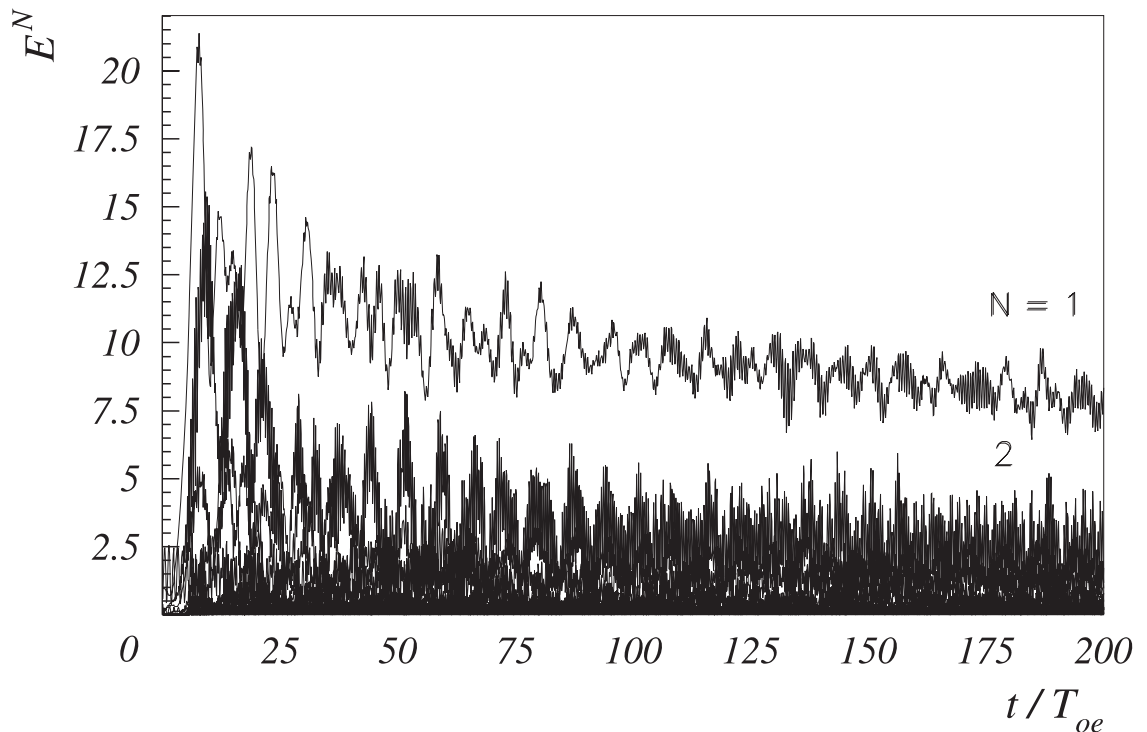


Рис. 12: Зависимость от времени амплитуды волны $N = 1$ и гармоник $N = 2 \div 10$. Случай 4.

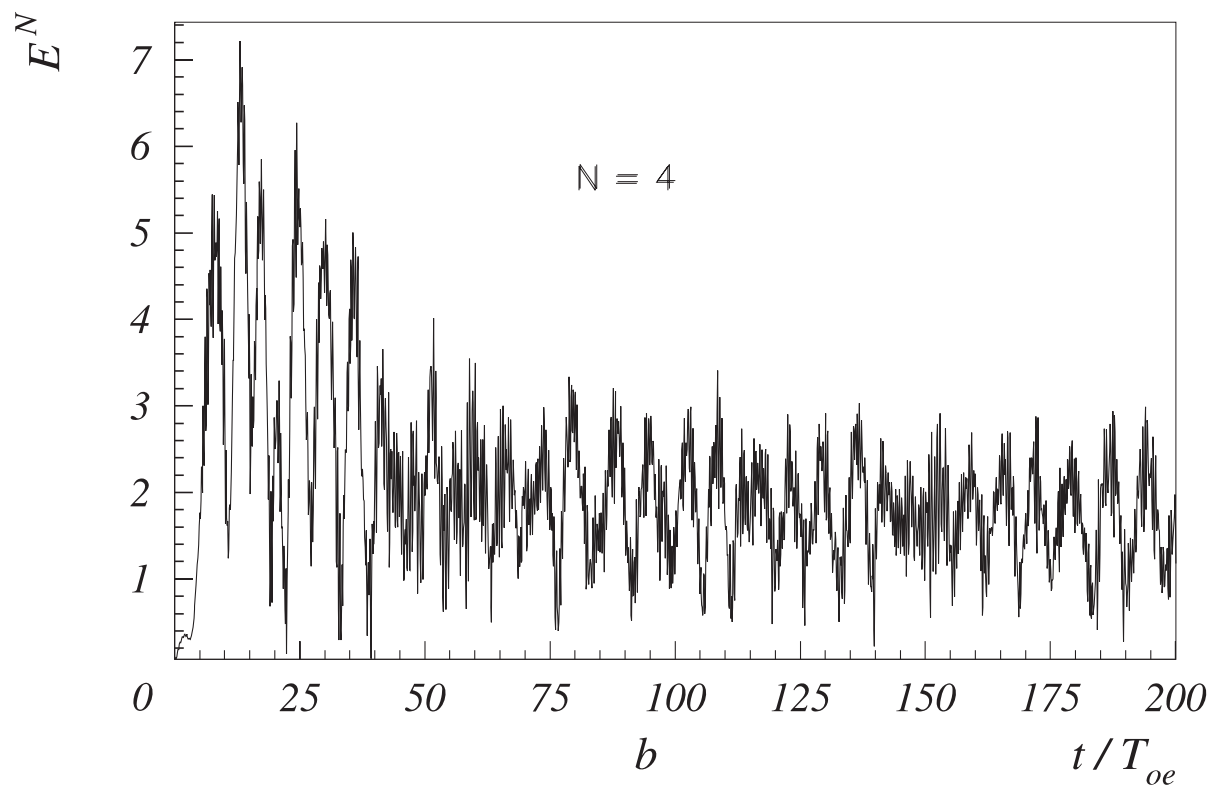
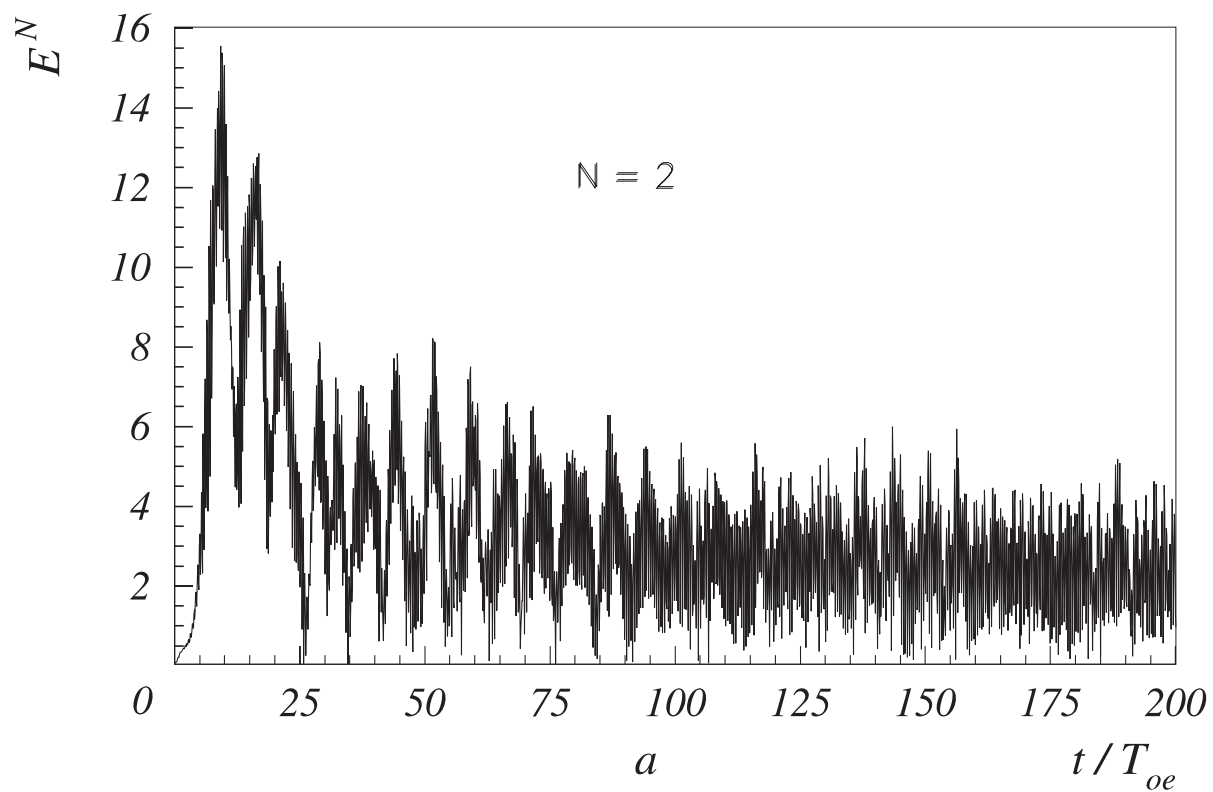


Рис. 13: (а, б) Зависимость от времени амплитуды гармоник: а – $N = 2$ и б – $N = 4$. Случай 4.

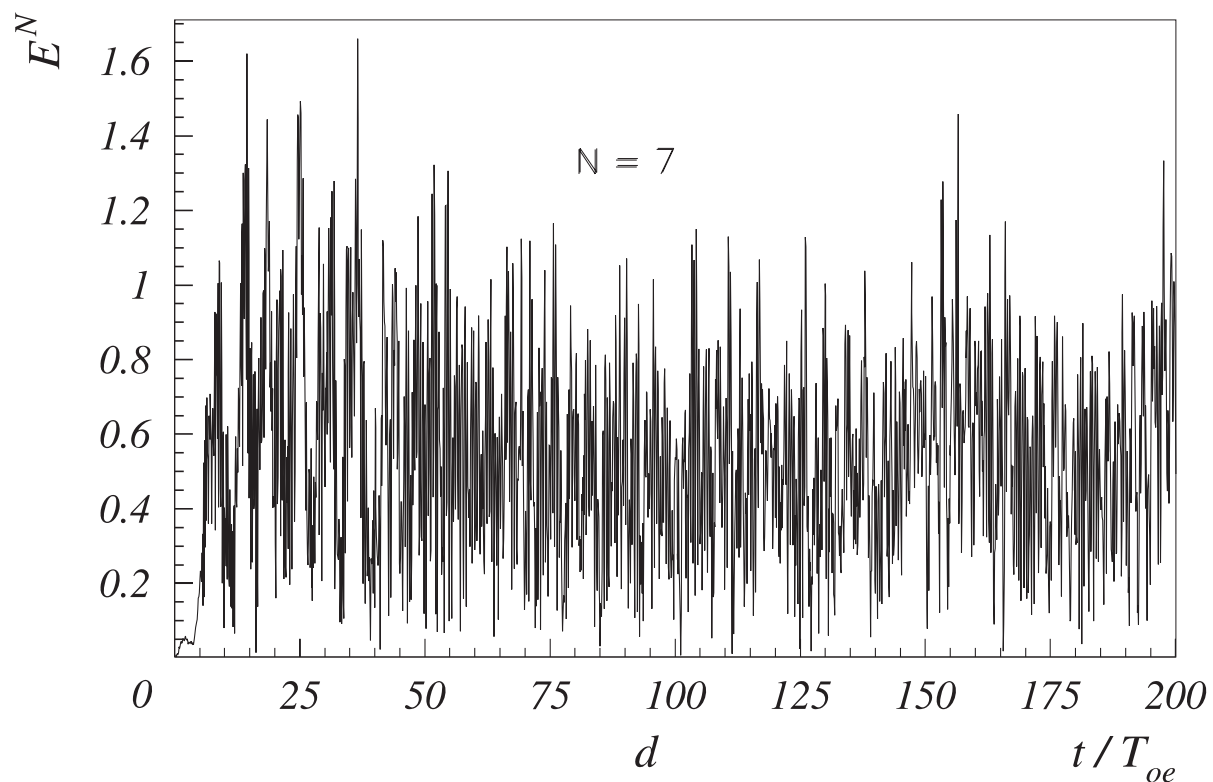
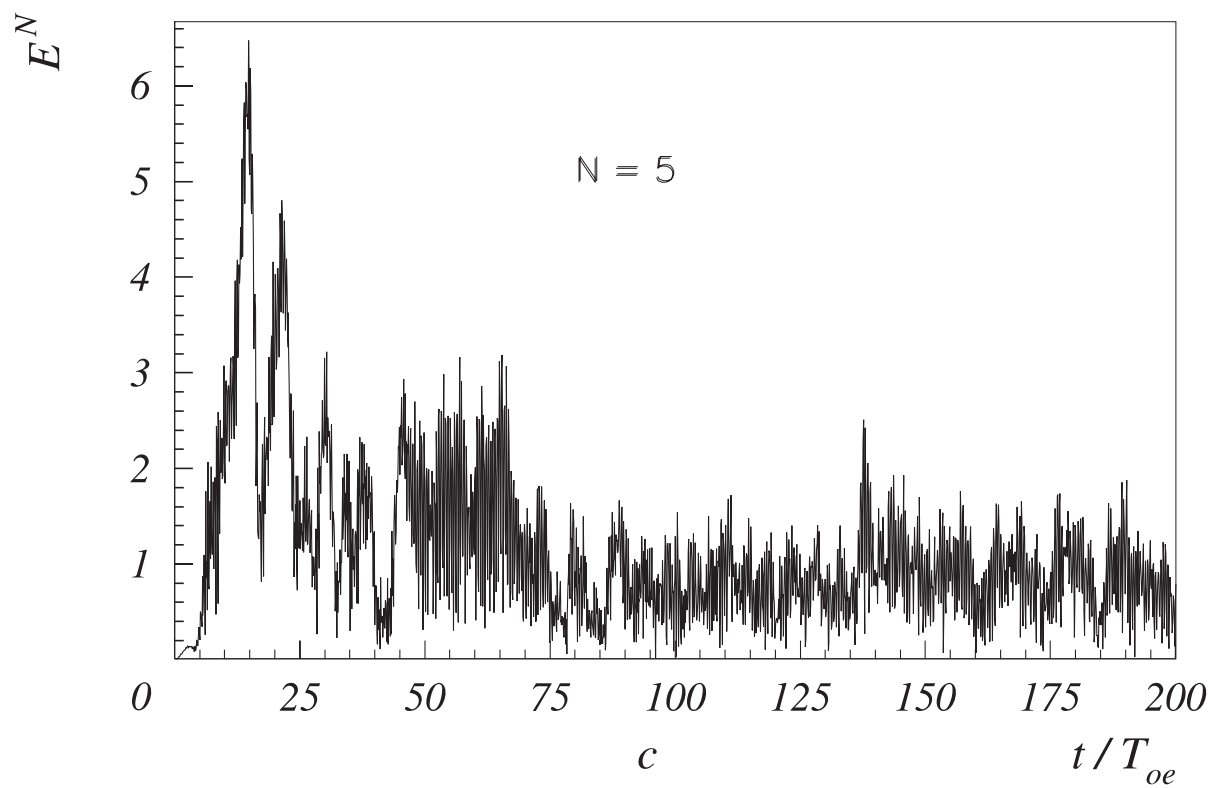


Рис. 13: (в,г). Зависимость от времени амплитуды гармоник: в – $N = 5$ и г – $N = 7$. Случай 4.

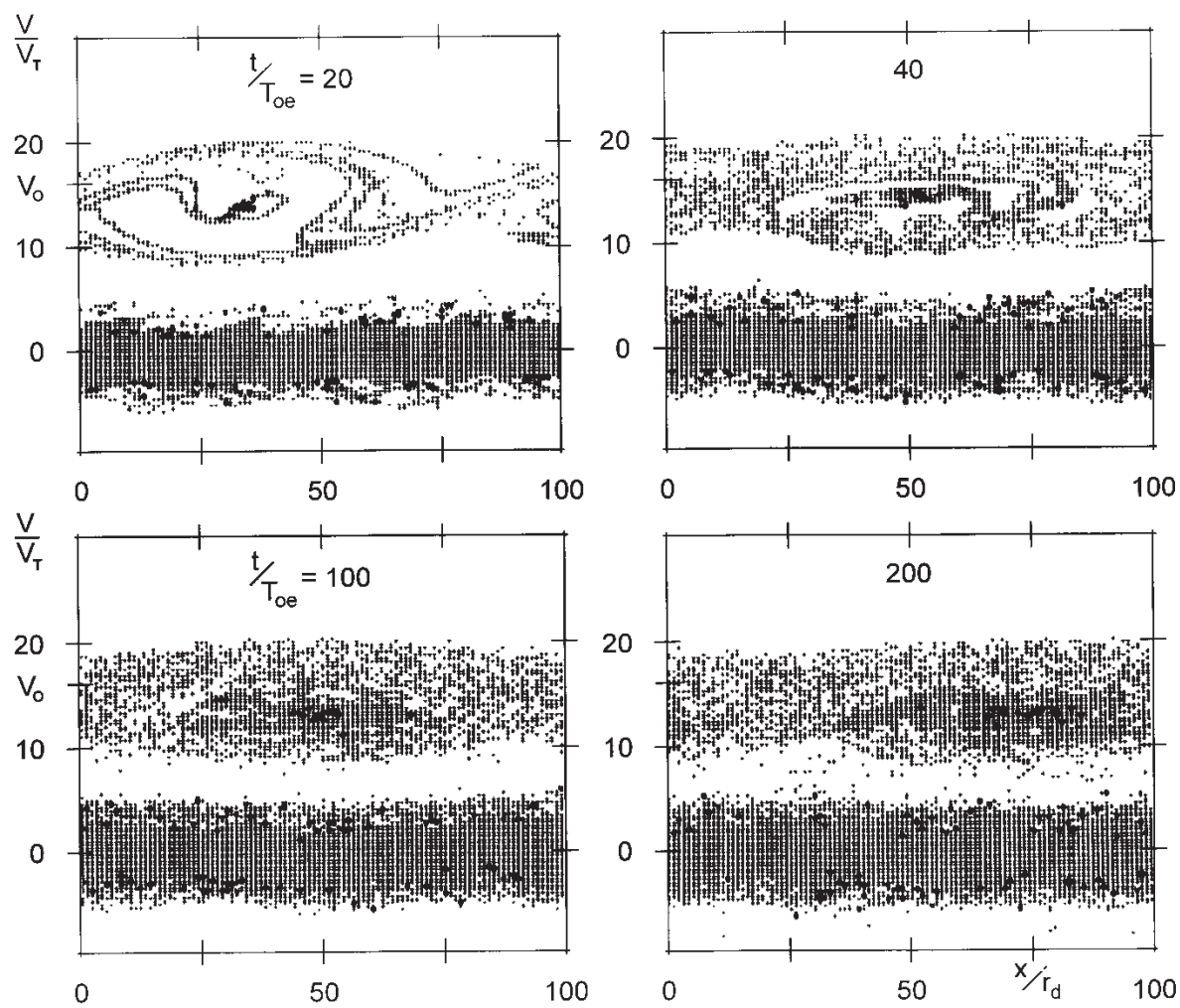


Рис. 14: Фазовые плоскости электронов. Случай 4

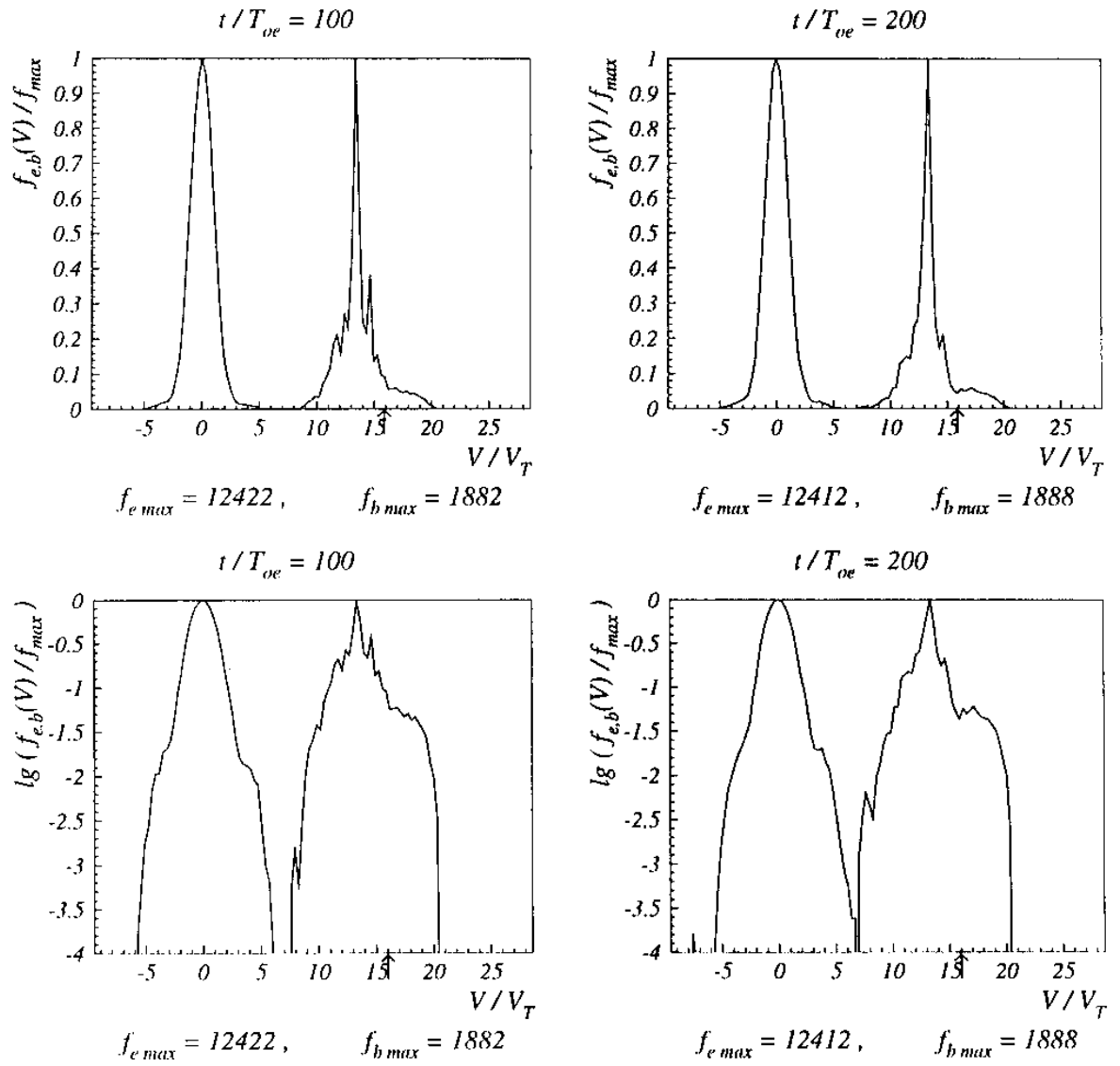


Рис. 15: Функции распределения по скоростям электронов плазмы и пучка. Случай 4. Стрелкой отмечена скорость пучка $V_o/V_T = 15.9$.

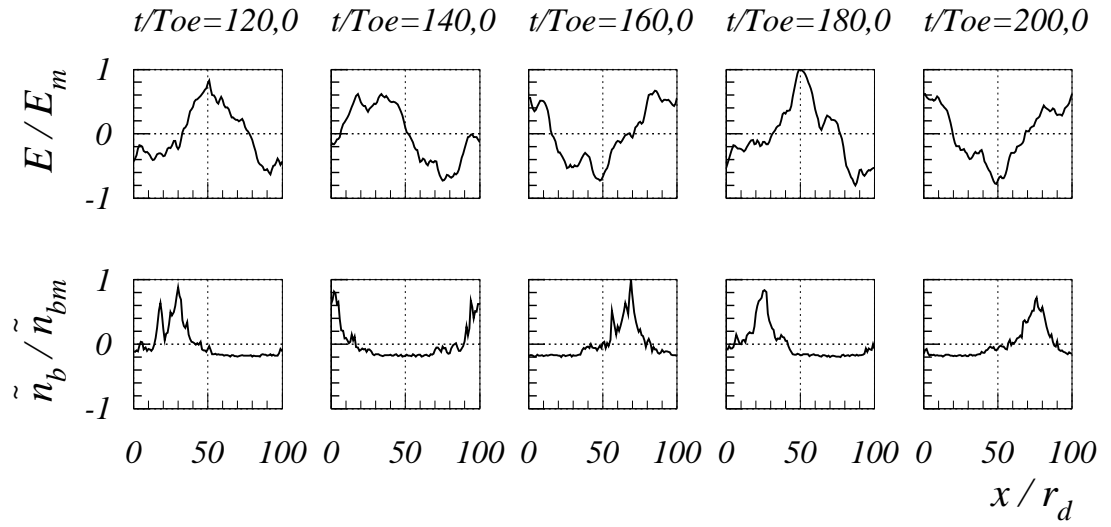


Рис. 16: Распределение поля $E(x)$ и возмущения плотности электронов пучка $\tilde{n}_b(x)$. Случай 4. $E_m = 14.97$, $\tilde{n}_{bm}/n_b^o = 4.22$.

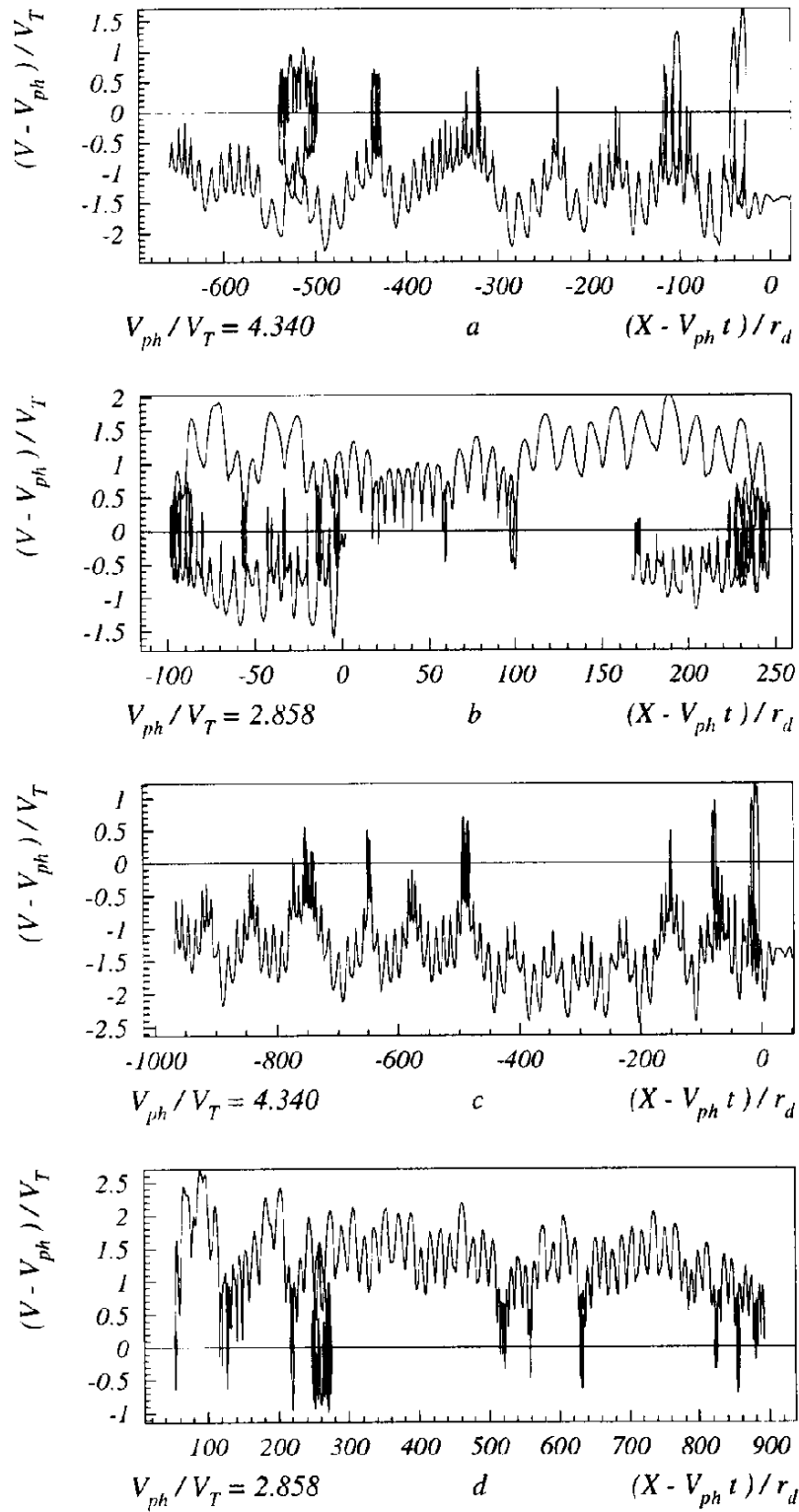


Рис. 17: Траектории электронов плазмы на фазовой плоскости в системе гармоник: *a* – $N = 4$, частица 2; *b* – $N = 7$, частица 1; *в* – $N = 4$, частица 5; *г* – $N = 7$, частица 5. $V_N^0/V_T = 2.84$, $t/T_{oe} \sim 0 - 200$. Случай 4.

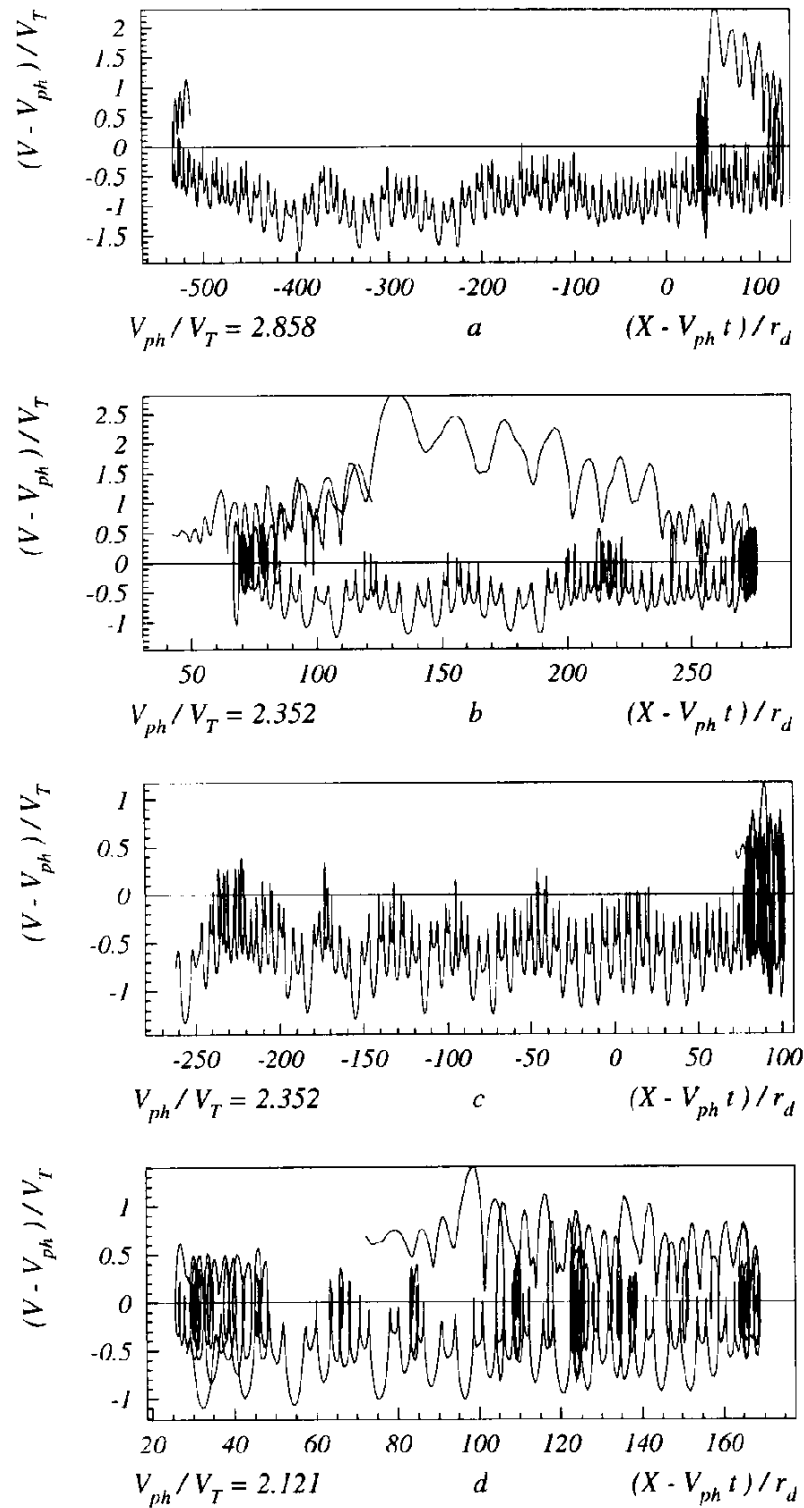


Рис. 18: Траектории электронов плазмы на фазовой плоскости в системе гармоник: *a* – $N = 7$, частица 4; *b* – $N = 10$, частица 4; *c* – $N = 10$, частица 7; *d* – $N = 13$, частица 7. $V_N^0 / V_T = 2.84$, $t / T_{oe} \sim 0 - 200$.
Случай 4.

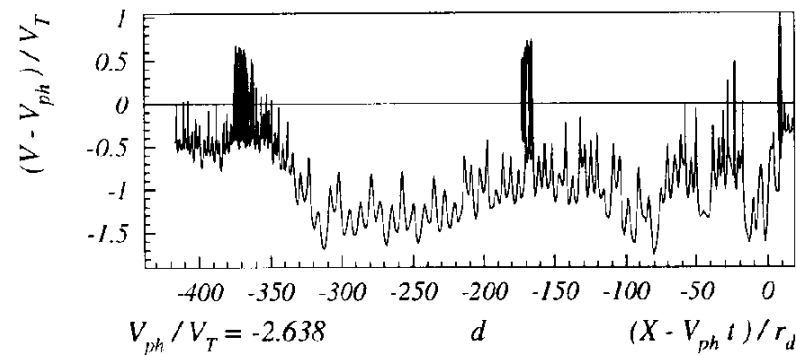
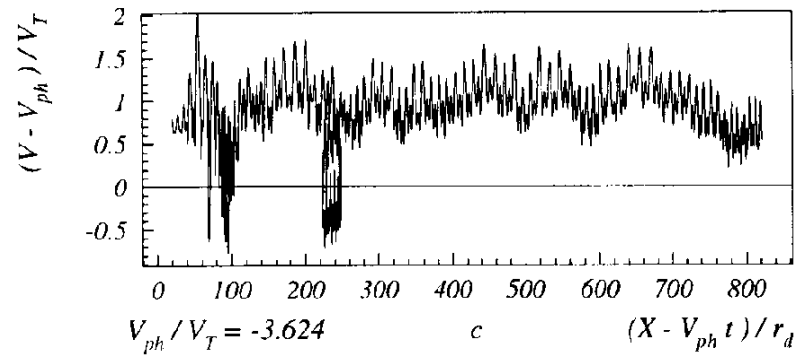
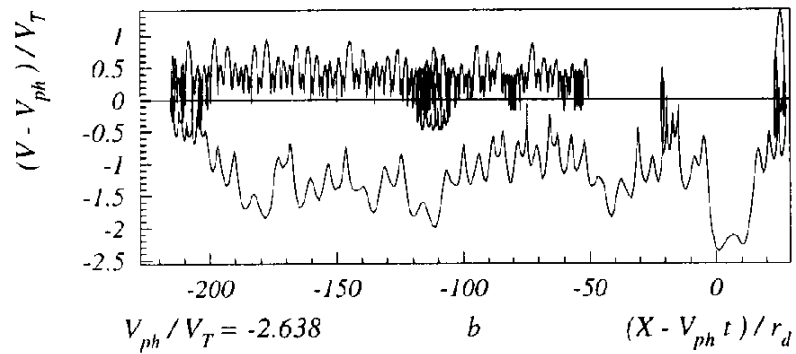
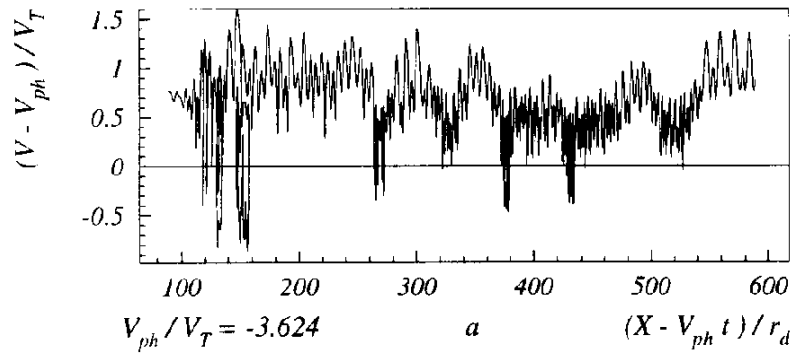


Рис. 19: Траектории электронов плазмы на фазовой плоскости в системе гармоник: *a* – $N = -5$, частица 18; *б* – $N = -8$, частица 12; *в* – $N = -5$, частица 11; *г* – $N = -8$, частица 11. $V_N^o / V_T = -2.84$, $t / T_{oe} \sim 0 - 200$.
Случай 4.

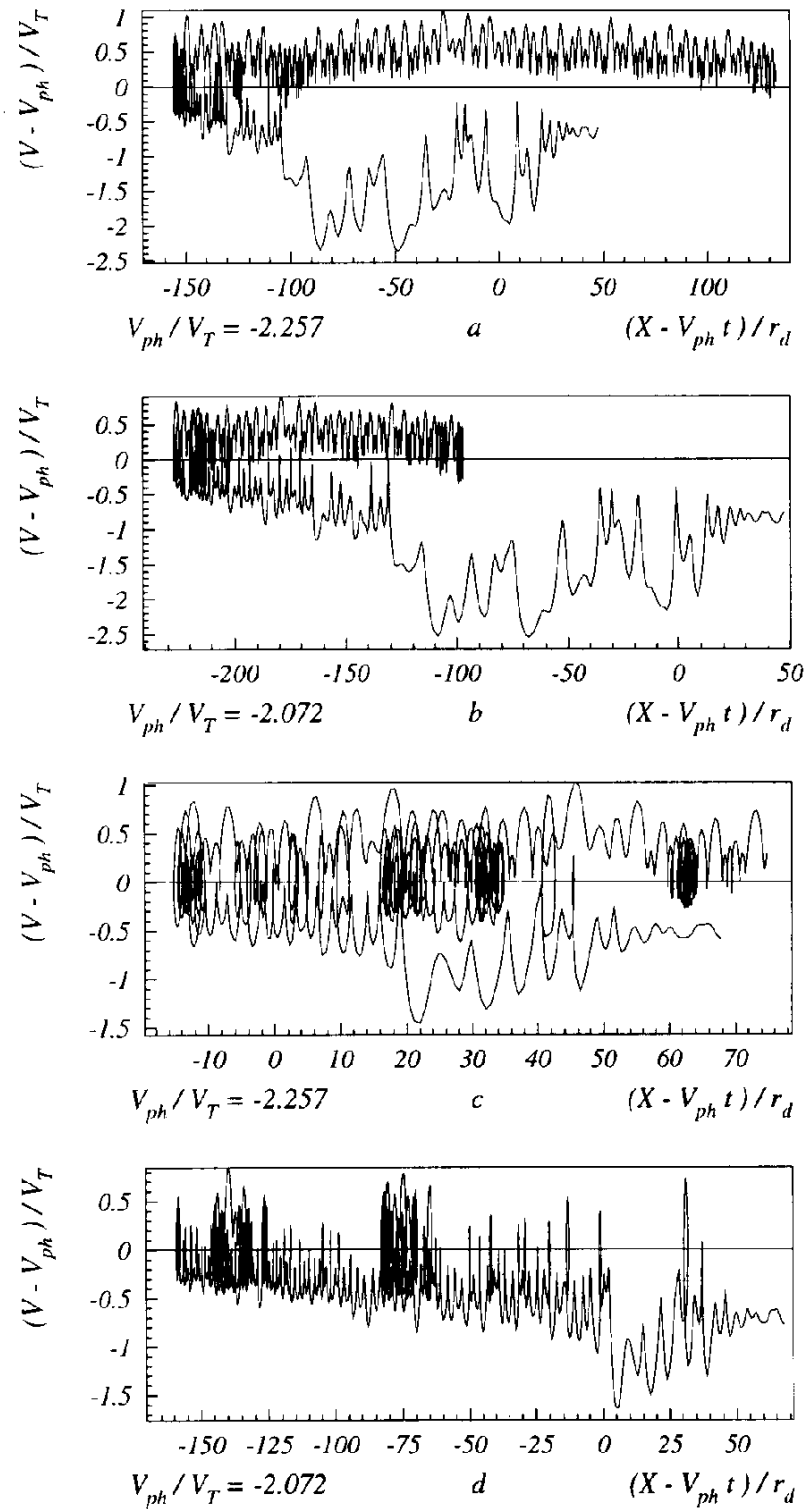


Рис. 20: Траектории электронов плазмы на фазовой плоскости в системе гармоник: *a* – $N = -11$, частица 14; *б* $N = -14$, частица 14; *в* – $N = -11$, частица 16; *г* – $N = -14$, частица 16. $V_N^0/V_T = -2.84$, $t/T_{oe} \sim 0 - 200$. Случай 4.

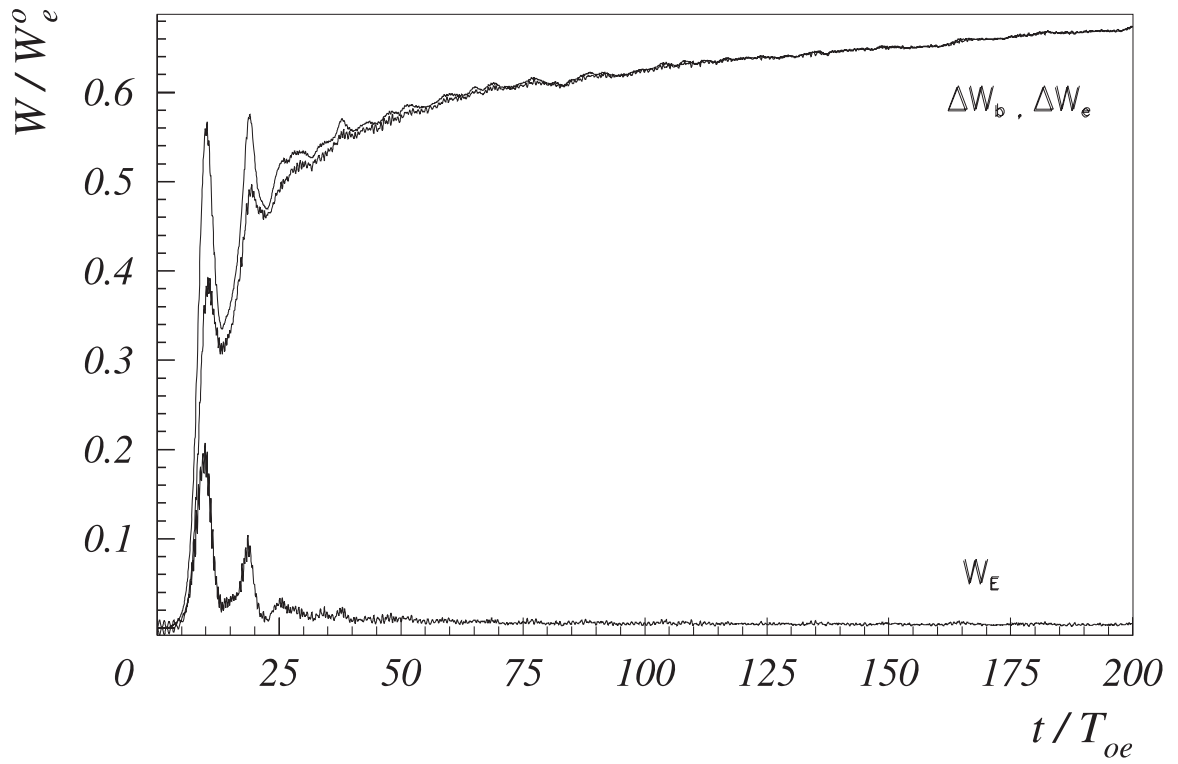


Рис. 21: Зависимость от времени энергии поля W_E , энергии электронов плазмы ΔW_e и потерь энергии электронов пучка ΔW_b . Случай 5.

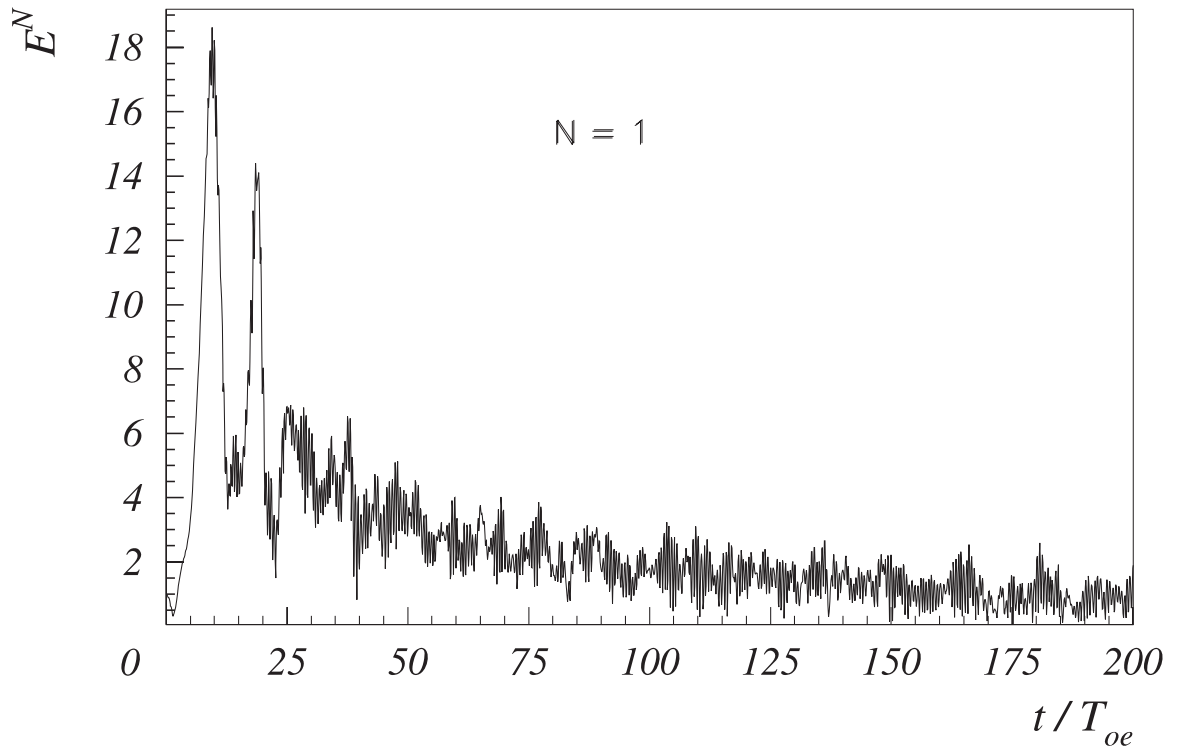


Рис. 22: Зависимость от времени амплитуды волны $N = 1$. Случай 5.

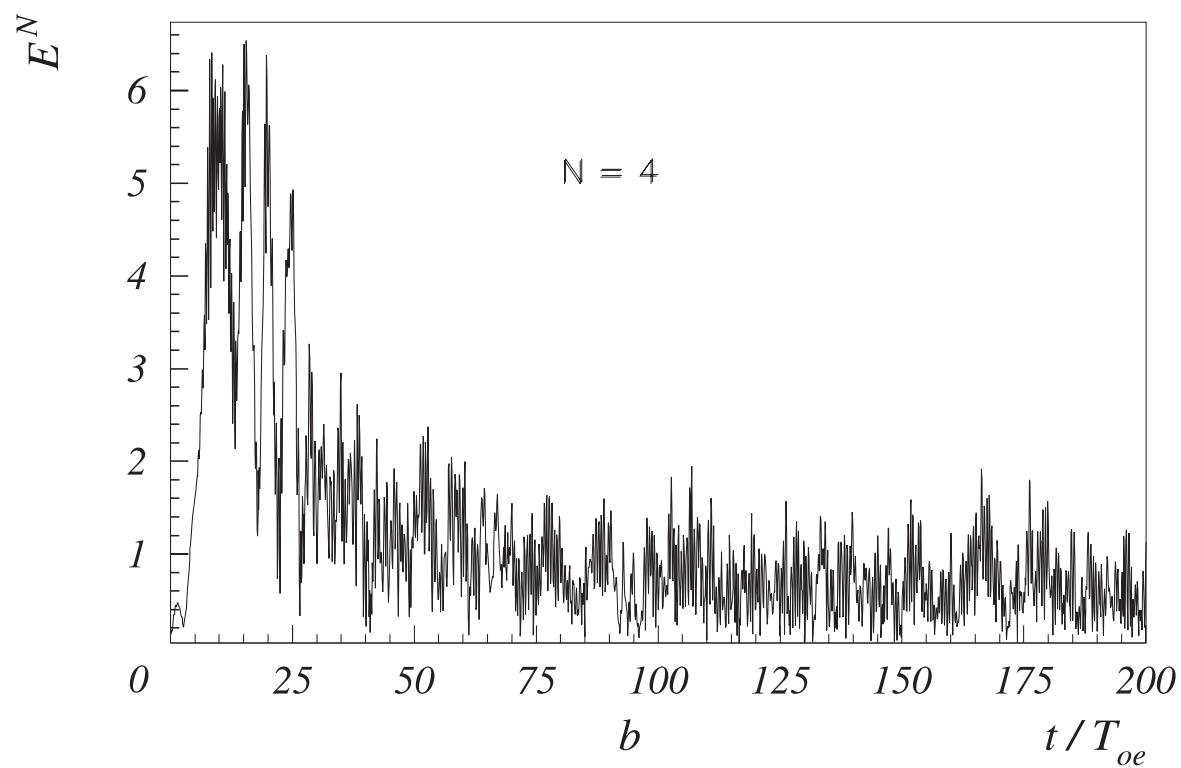
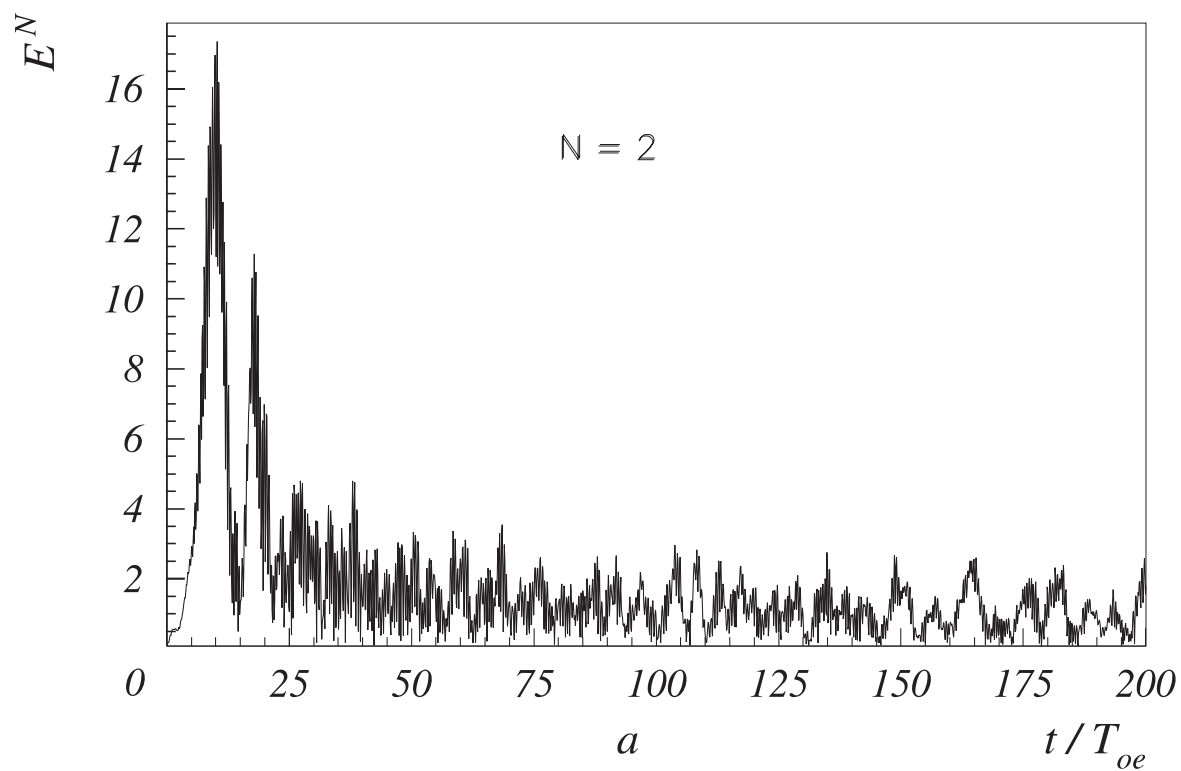


Рис. 23: (а, б). Зависимость от времени амплитуды гармоник: а – $N = 2$ и б – $N = 4$. Случай 5.

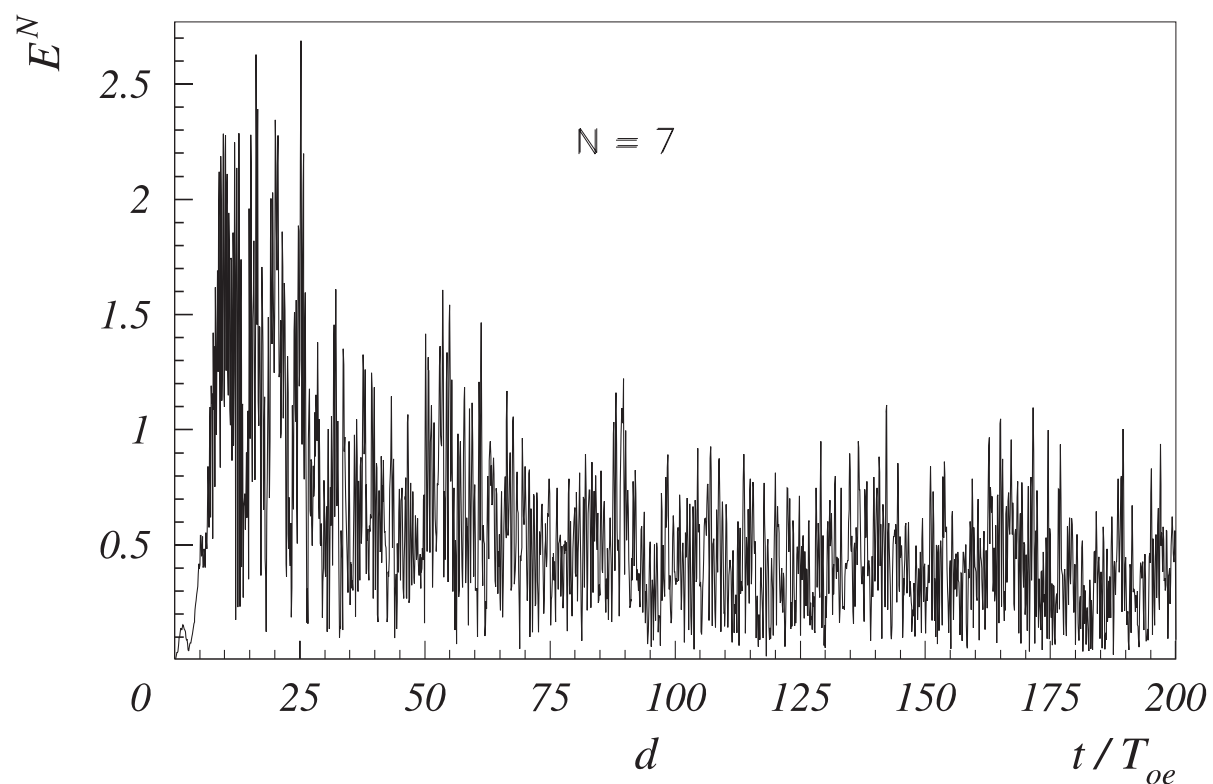
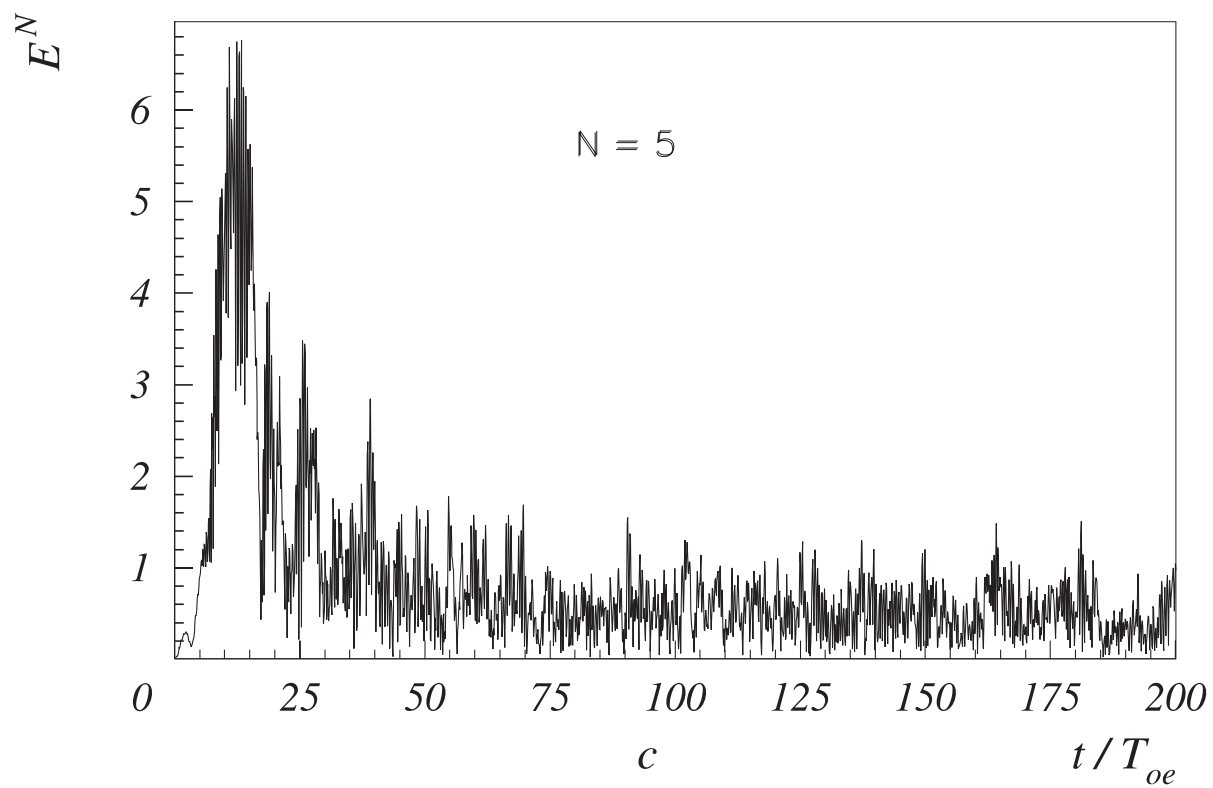


Рис. 23: (а, б). Зависимость от времени амплитуды гармоник: а – $N = 5$ и б – $N = 7$. Случай 5.

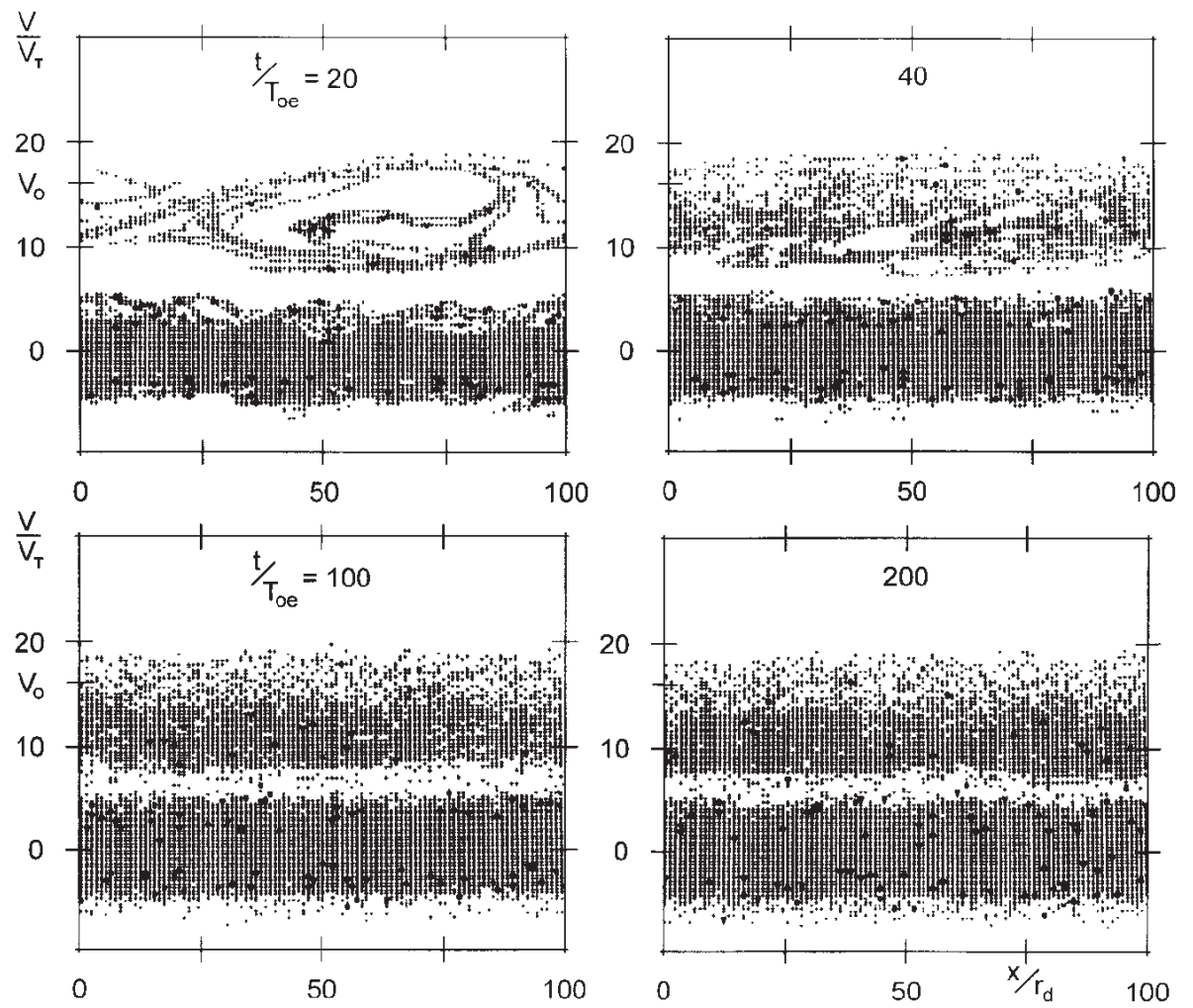


Рис. 24: Фазовые плоскости электронов. Случай 5.

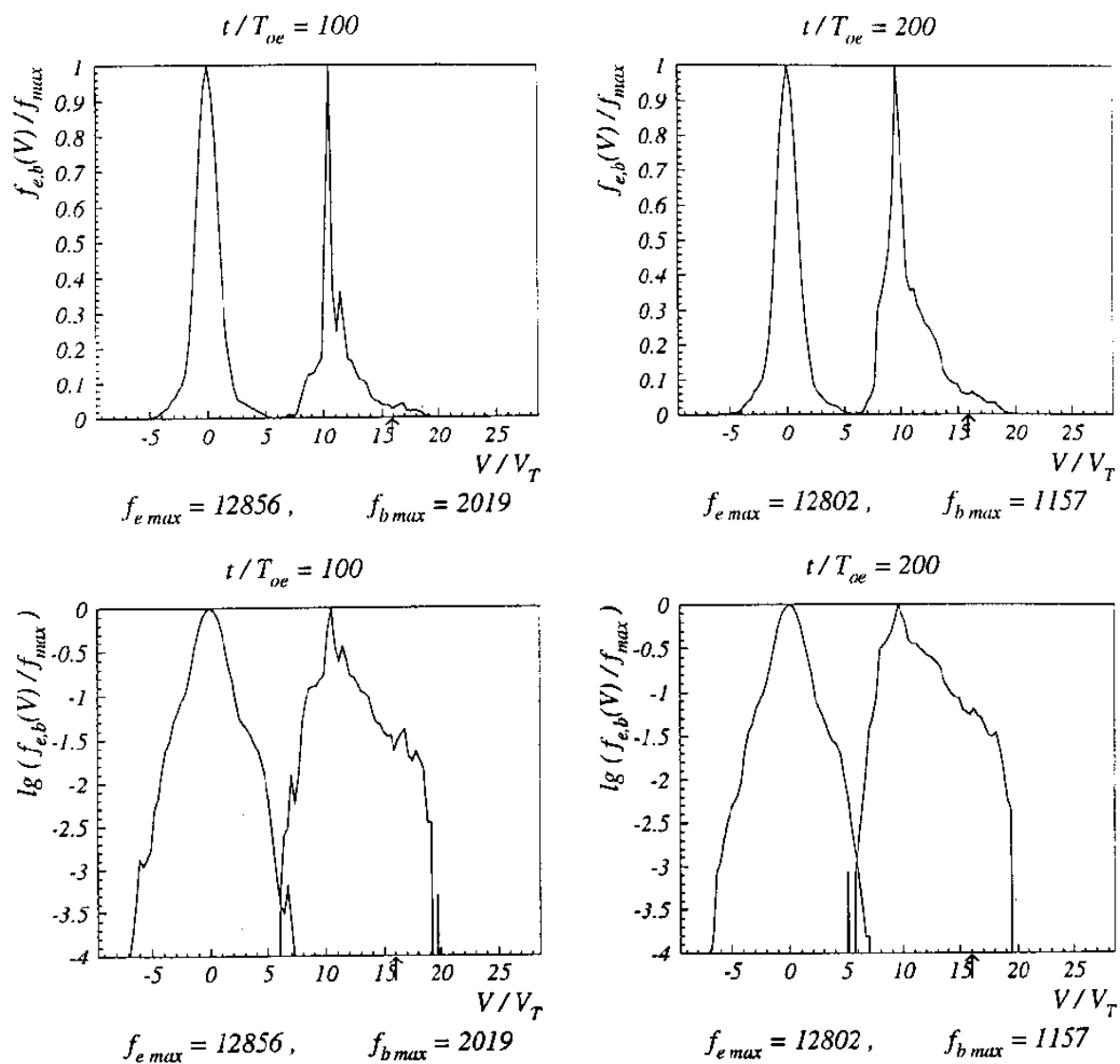


Рис. 25: Функции распределения по скоростям электронов плазмы и пучка. Случай 5. Стрелкой отмечена скорость пучка $V_0/V_T = 15.9$.

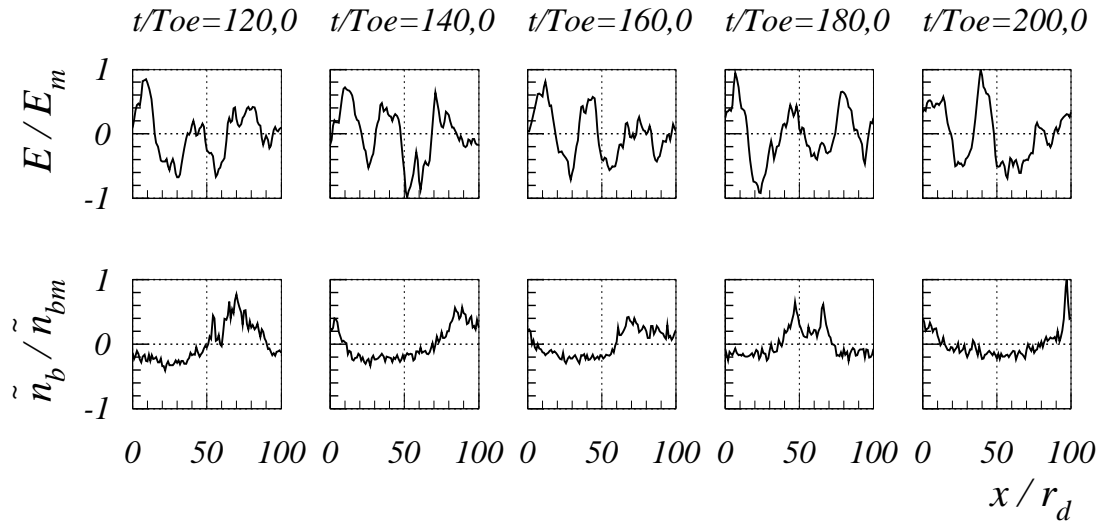


Рис. 26: Распределение поля $E(x)$ и возмущения плотности электронов пучка $\tilde{n}_b(x)$. Случай 5. $E_m = 6.77$, $\tilde{n}_{bm}/n_b^o = 1.53$.

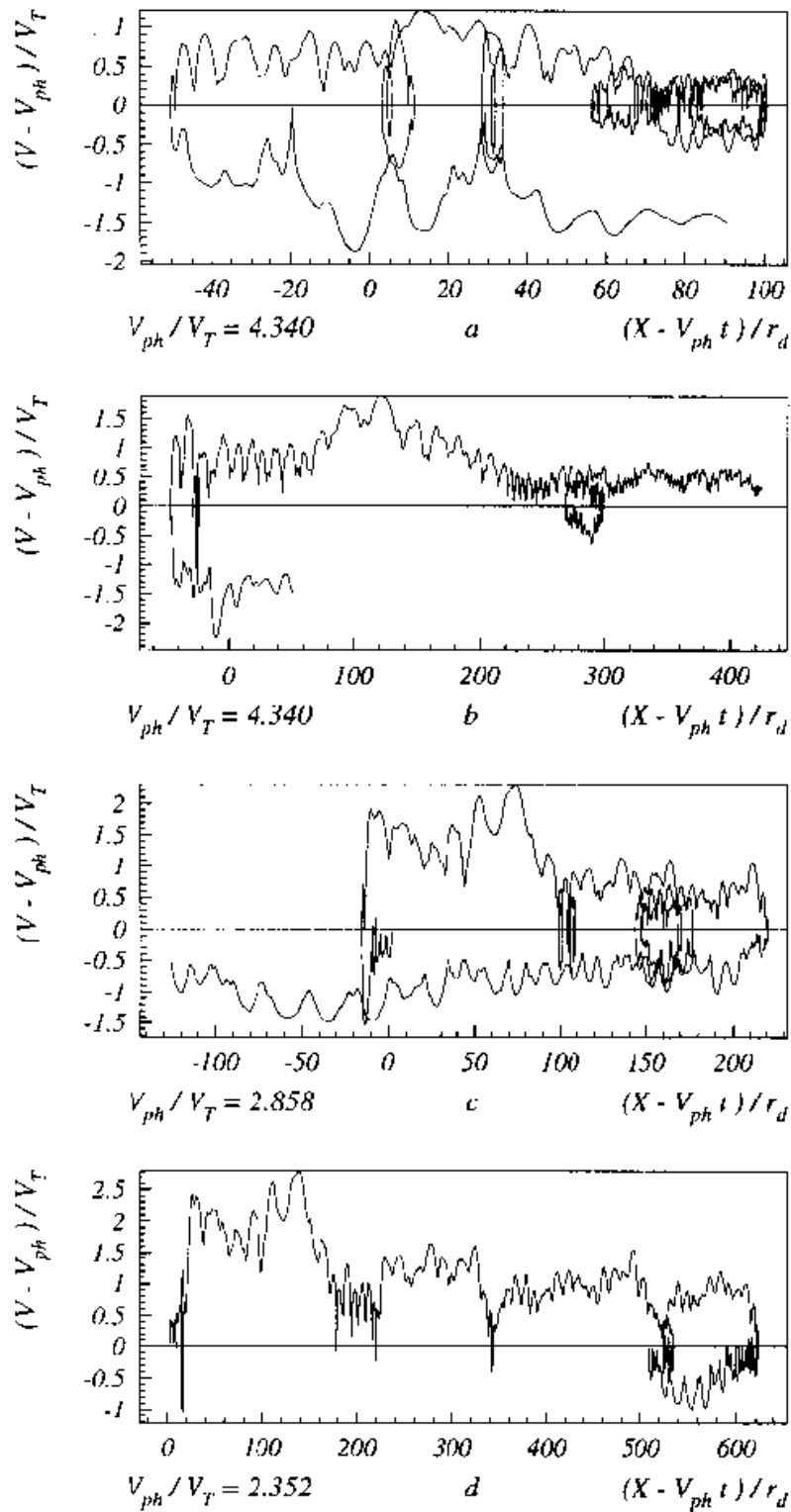


Рис. 27: Траектории электронов плазмы на фазовой плоскости в системе гармоник: *a* – $N = 4$, частица 9; *б* – $N = 4$, частица 5; *в* – $N = 7$, частица 1; *г* – $N = 10$, частица 1. $V_N^0/V_T = 2.84$, $t/T_{oe} \sim 0 - 200$. Случай 5.

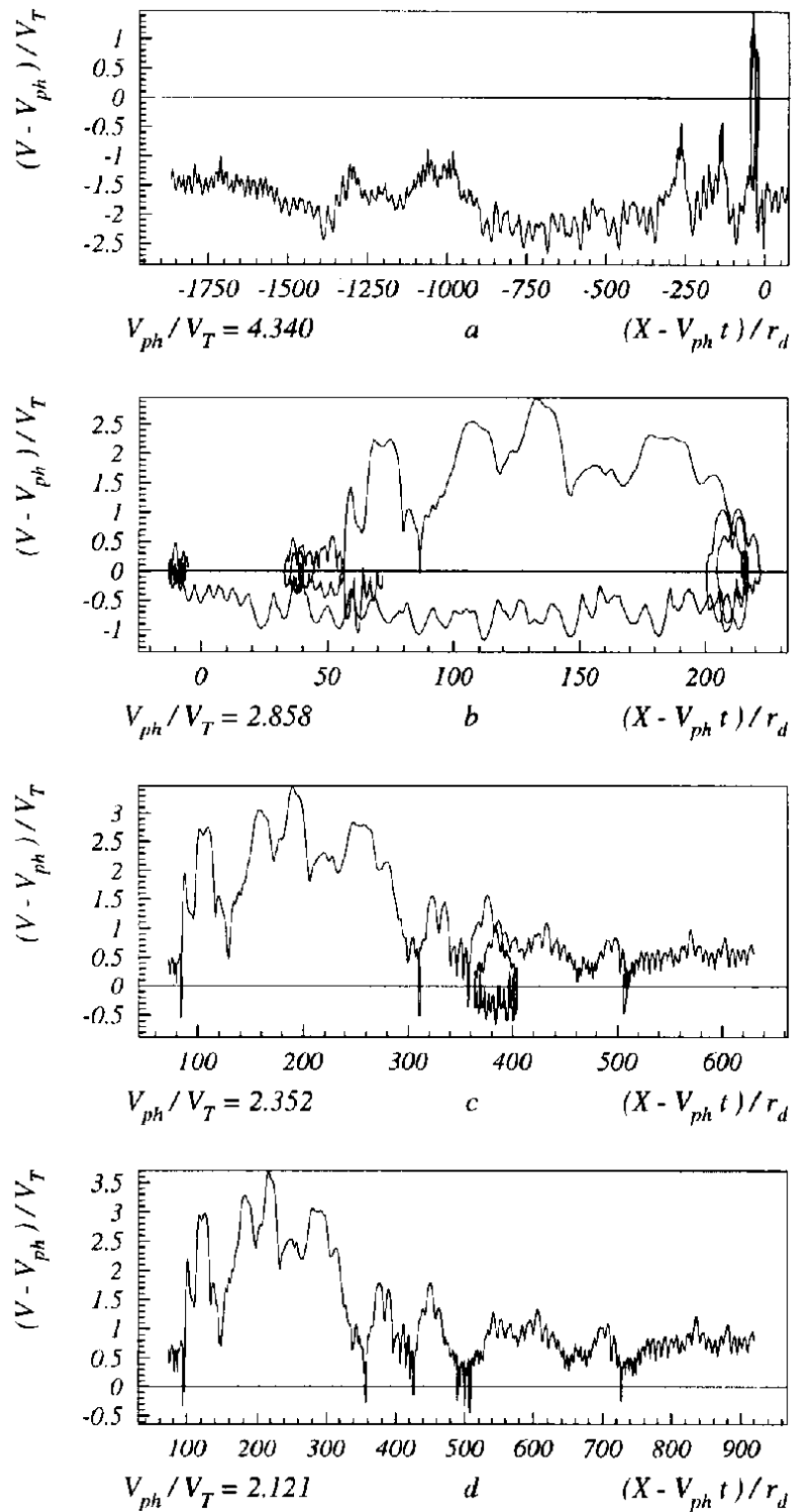


Рис. 28: Траектории электронов плазмы на фазовой плоскости в системе гармоник: *a* $N = 4$, частица 7; *b* – $N = 7$, частица 7; *c* – $N = 10$, частица 7; *d* – $N = 13$, частица 7. $V_N^0 / V_T = 2.84$, $t / T_{oe} \sim 0 - 200$. Случай 5.

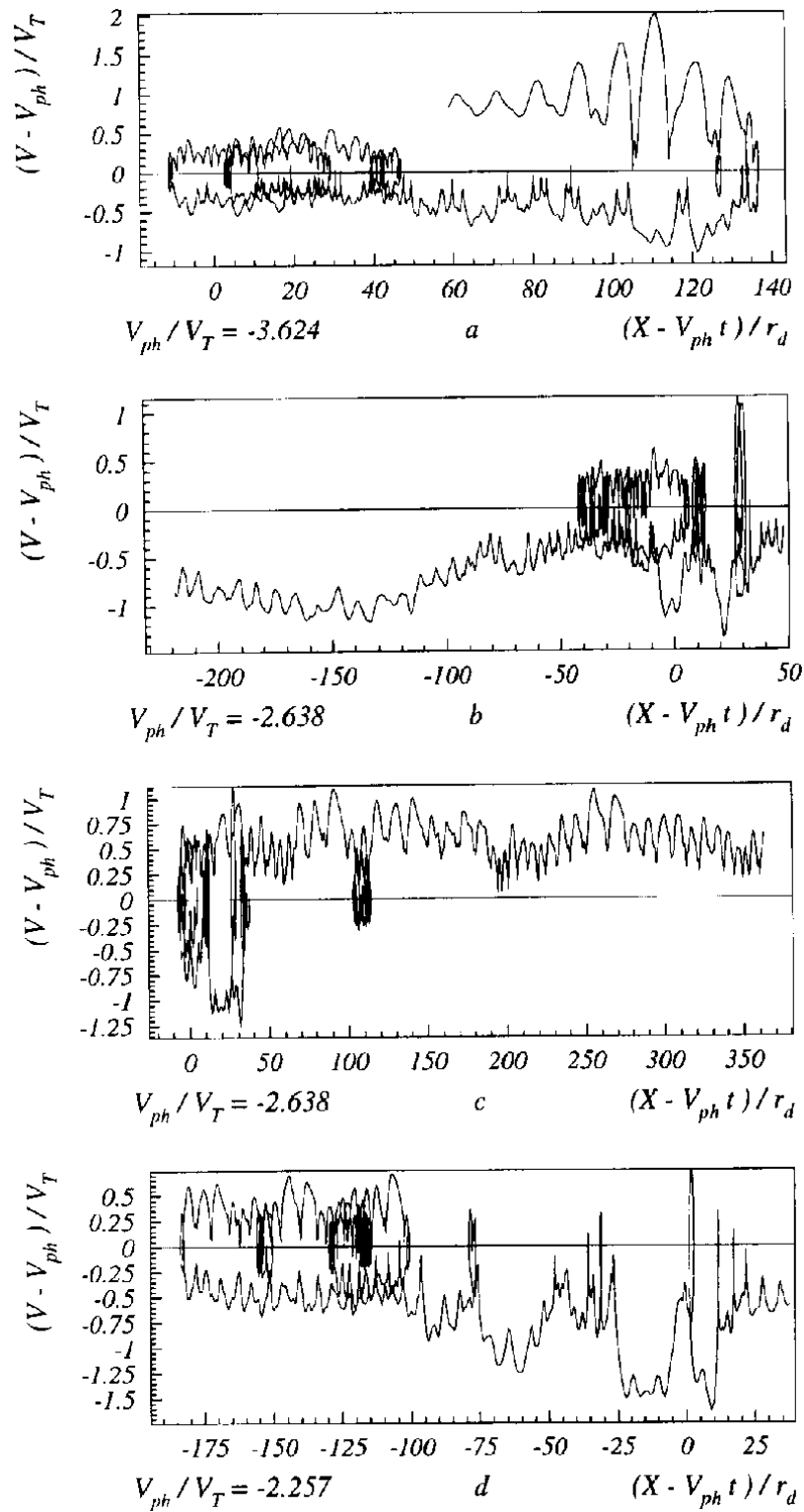


Рис. 29: Траектории электронов плазмы на фазовой плоскости в системе гармоник: *a* – $N = -5$, частица 15; *б* – $N = -8$, частица 14; *в* – $N = -8$, частица 13; *г* – $N = -11$, частица 13. $V_N^0/V_T = -2.84$, $t/T_{oe} \sim 0 - 200$. Случай 5.