



Сибирское отделение Российской Академии наук
ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ им.Г.И. Будкера

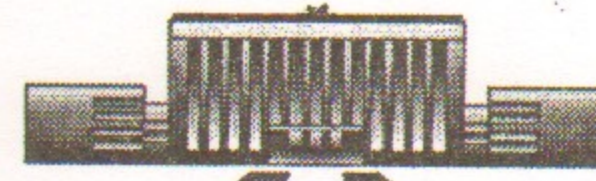
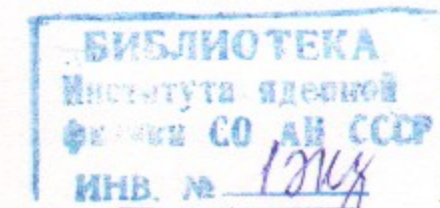
A. 86
1998

Г.А. Артин, Н.С. Бучельникова

**ВОЛНЫ БГК
И МОДУЛЯЦИОННАЯ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ
ПРИ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ ХОЛОДНОГО
ЭЛЕКТРОННОГО ПУЧКА С ПЛАЗМОЙ. I.**

ИЯФ 98-36

<http://www.inp.nsk.su/publications>



НОВОСИБИРСК

1998

**Волны БГК и модуляционная неустойчивость
при взаимодействии холодного
электронного пучка с плазмой. I.**

Г.А. Артин, Н.С. Бучельникова

Институт ядерной физики им. Г.И.Будкера СО РАН
630090 Новосибирск, Россия

Аннотация

Проведены численные эксперименты (метод частиц в ячейках) по исследованию неустойчивости холодного пучка электронов с параметрами $V_o/V_T = 15.9$; $n_b/n_o = 5 \cdot 10^{-3}$ в одномерной бесстолкновительной плазме с подвижными ионами в короткой системе $L = \lambda = 100r_d$.

Показано, что развитие пучковой неустойчивости приводит к формированию стационарной волны типа волны БГК, устойчивой относительно возбуждения неустойчивости сателлитов и модуляционной неустойчивости.

**Interaction of cold electron beam with plasma.
BGK waves and modulational instability. I.**

G.A. Artin, N.S. Buchelnikova

Budker Institute of Nuclear Physics
630090 Novosibirsk, Russia

Abstract

The instability of a cold electron beam ($V_o/V_T = 15.9$; $n_b/n_o = 5 \cdot 10^{-3}$) in onedimensional collisionless plasma with mobile ions in a "short" system ($L = \lambda = 100r_d$) was studied in numerical experiments (PIC-method).

It was shown that the evolution of the beam-plasma instability leads to the formation of stable stationary BGK-type wave. There is no sideband instability and modulational instability.

© Институт ядерной физики им. Г.И.Будкера СО РАН

В настоящей работе описаны численные эксперименты (метод частиц в ячейках) по исследованию неустойчивости холодного (монокроматического) пучка электронов большой скорости $V_o \gg V_T$ в одномерной бесстолкновительной плазме с подвижными ионами. Постановка задачи соответствует случаю холодного пучка в замагниченной плазме $\omega_{oe} \ll \omega_H$ с малым уровнем начальных шумов.

Взаимодействие холодного пучка малой плотности с плазмой такого типа исследовалось в лабораторных экспериментах [1]. Было найдено, что при развитии неустойчивости от шумов малого уровня достаточно быстро выделяется практически монокроматическая волна с длиной волны и частотой гармоники с максимальным инкрементом. На нелинейной стадии неустойчивости определяющую роль играет захват электронов пучка этой волной.

Нелинейная теория неустойчивости холодного пучка была построена в работах [2,3] для пучка малой плотности $(\frac{n_b}{n_o})^{1/3} \ll 1$. На начальной стадии развитие неустойчивости описывается линейной теорией. На этой стадии максимальный инкремент

$$\gamma/\omega_{oe} = \frac{3^{1/2}}{2^{4/3}} \left(\frac{n_b}{n_o}\right)^{1/3}$$

гармоника с максимальным инкрементом имеет частоту, волновое число и фазовую скорость

$$\omega = \omega_{oe} \left[1 - \frac{1}{2^{4/3}} \left(\frac{n_b}{n_o}\right)^{1/3}\right]; k = \frac{\omega_{oe}}{V_o}; V_\phi = V_o \left[1 - \frac{1}{2^{4/3}} \left(\frac{n_b}{n_o}\right)^{1/3}\right].$$

Для пучка конечной плотности по линейной теории [4] максимальный инкремент неустойчивости описывается рядом

$$\gamma/\omega_{oe} = \frac{3^{1/2}}{2^{4/3}} \left(\frac{n_b}{n_o}\right)^{1/3} - \frac{3^{1/2}}{2^{8/3}} \left(\frac{n_b}{n_o}\right)^{2/3} + \frac{3^{1/2}}{16} \left(\frac{n_b}{n_o}\right) - \dots$$

В этом случае существует граница неустойчивости [4]

$$k < k_{гр} = \frac{\omega_{oe}}{V_o} \left[1 + \left(\frac{n_b}{n_o}\right)^{1/3}\right]^{3/2}.$$

При развитии неустойчивости амплитуда колебаний растет. При увеличении амплитуды волна захватывает электроны пучка. Согласно теории [2,3] амплитуда достигает максимального значения в t_{max} , когда

$$\frac{e\varphi_{max}}{m} \approx \left(\frac{\gamma}{k}\right)^2 \approx V_o^2 \left(\frac{n_b}{n_o}\right)^{2/3}; V_{3max} \approx 2V_o \left(\frac{n_b}{n_o}\right)^{1/3},$$

где $V_3 = 2\sqrt{\frac{e\varphi}{m}}$. Захваченные электроны совершают фазовые колебания относительно волны, так что энергия электрического поля меняется с частотой

$$\omega_B = k\sqrt{\frac{e\varphi_{max}}{m}} \approx \gamma \approx \omega_{oe} \left(\frac{n_b}{n_o}\right)^{1/3}$$

а период колебаний

$$T_B = \frac{2\pi}{\omega_B} \approx \frac{2\pi}{k\sqrt{\frac{e\varphi_{max}}{m}}} = \frac{2\lambda}{V_{3max}}$$

Период изменения амплитуды волны E и энергии поля W_E определяется временем, за которое захваченные частицы совершают оборот на фазовой плоскости, а максимумы, минимумы кривых $E(t)$, $W_E(t)$ соответствуют определенным фазам захваченных частиц.

Численный расчет по теории [3] дает значения φ_{max} , ω_B , отличающиеся от приведенных формул численным коэффициентом. Результаты расчета [3] представлены в виде кривой $\varepsilon(\tau)$, где

$$\varepsilon = E / \left[4\pi n_b m V_o^2 \left(\frac{n_b}{n_o}\right)^{1/3}\right]^{1/2}; \tau = \omega_{oe} t \left(\frac{n_b}{n_o}\right)^{1/3}.$$

Было проведено сравнение кривых $\varepsilon(\tau)$, полученных в нашем численном эксперименте [5] с теоретическими кривыми [3]. Исследовался холодный пучок малой плотности $n_b/n_o \sim 3 \cdot 10^{-4}$ и $2 \cdot 10^{-3}$ с $V_o/V_T = 15.9$ в плазме с

неподвижными ионами. Было найдено, что кривые $\varepsilon(\tau)$ в первом случае практически совпадают, во втором различаются незначительно. Практически совпадают с теорией инкремент неустойчивости, период колебаний. Энергия поля, потери энергии пучка в максимумах и минимумах отличаются от теории даже во втором случае не более, чем на 10–15%.

Результаты экспериментов [1] сравнивались с теорией [2]. Было найдено, что результаты эксперимента и теории практически совпадают. Поскольку теория в работах [2] и [3] построена в одинаковых предположениях и по существу одинакова, можно утверждать, что для случая неустойчивости холодного пучка малой плотности $\left(\frac{n_b}{n_o}\right)^{1/3} \ll 1$ количественно согласуются эксперимент, теория и численный эксперимент.

Развитие неустойчивости холодного пучка в плазме с неподвижными ионами в течение длительного времени исследовалось в численных экспериментах [6,7]. Было найдено, что развитие неустойчивости пучка малой плотности в результате "размешивания" траекторий захваченных электронов на фазовой плоскости приводит к формированию волны типа волны БГК [8]. При увеличении плотности пучка и уменьшении его скорости становится существенным захват электронов плазмы развивающейся волной [5].

В настоящей работе исследуется неустойчивость холодного пучка большой скорости $V_o \gg V_T$ в плазме с подвижными ионами в широком диапазоне плотности пучка: в "короткой" системе $L = \lambda$ (λ – длина волны гармоники с максимальным инкрементом) $n_b/n_o \sim 5 \cdot 10^{-3} - 3 \cdot 10^{-1}$ и в длинной системе $L = 3\lambda - n_b/n_o \sim 5 \cdot 10^{-4} - 5 \cdot 10^{-3}$. Исследуется сравнительная роль захвата частиц пучка, сателлитной неустойчивости [9,10], модуляционной неустойчивости, стохастических эффектов, возможность формирования волны БГК, развития коллапса.

Работа разбита на несколько частей. В первой части рассматривается пучок с теми же параметрами, как в работе [7] ($V_o/V_T = 15.9; n_b/n_o = 5 \cdot 10^{-3}$) в "короткой" системе. Найдено, что развитие пучковой неустойчивости в этом случае практически не отличается от случая плазмы с неподвижными ионами [7] и приводит к формированию стационарной волны БГК-типа. Неустойчивость сателлитов и модуляционная неустойчивость в этом случае не развиваются.

Численный эксперимент выполняется методом частиц в ячейках. Рассматривается одномерная система длиной $L/r_d = 100$ или 300 с периодическими граничными условиями. Для электронов и ионов плазмы задается максвелловское распределение по скоростям с $T_e/T_i = 30$, $M/m = 10^2$, обрезанное на скорости $V \sim \pm 2.8V_T$ из-за ограниченности числа счетных частиц $N^e \sim 10^5$ на длине $100r_d$.

Задается холодный (монохроматический) пучок со скоростью, значительно превышающей тепловую, $-V_0/V_T = 15.9$. Для эффективного увеличения числа частиц пучка при сохранении отношения n_b/n_0 применяется метод "взвешивания". "Взвешивание" эквивалентно тому, что один электрон дробится на β частиц с массой m/β и зарядом e/β , но с тем же отношением e/m , как у электрона, так что движение этих частиц (назовем их b -электронами) не отличается от движения электронов.

Начальные параметры пучка в разных случаях приведены в таблицах 1 и 2.

Таблица 1. Начальные параметры пучка.

$L/r_d = 100$; $V_0/V_T = 15.9$; $N^e = 1.001 \cdot 10^5$; $N^{b'} = 1 \cdot 10^4$.

Затравочные волна: $\lambda/r_d = 100$; $N = L/\lambda = 1$; $V_\phi/V_T = 16.1$; $E_0^I = 1$.

Случай	1-0*	1-1	1-2	1-3	1-4	1-5	1-6	1-7
N^b	$5 \cdot 10^2$	$5 \cdot 10^2$	$1 \cdot 10^3$	$2 \cdot 10^3$	$4 \cdot 10^3$	$6 \cdot 10^3$	$1 \cdot 10^4$	$3 \cdot 10^4$ ($N^{b'} = 3 \cdot 10^4$)
n_b^0/n_0	$5 \cdot 10^{-3}$	$5 \cdot 10^{-3}$	$1 \cdot 10^{-2}$	$2 \cdot 10^{-2}$	$4 \cdot 10^{-2}$	$6 \cdot 10^{-2}$	$1 \cdot 10^{-1}$	$3 \cdot 10^{-1}$
W_b^0/W_e^0	1.297	1.297	2.594	5.187	10.375	15.562	25.936	77.809

Таблица 2. Начальные параметры пучка.

$L/r_d = 300$; $V_0/V_T = 15.9$; $N^e = 3.003 \cdot 10^5$; $N^{b'} = 3 \cdot 10^4$;

Затравочные волны: $\lambda/r_d = 100$; $N = 3$; $V_\phi/V_T = 16.1$; $E_0^{III} = 1$ и $\lambda/r_d = 75$; $N = 4$; $V_\phi/V_T = 12.1$; $E_0^V = 0.7$.

Случай	2-1**	2-2	2-3	2-4	2-5	2-5-0*
N^b	$1.5 \cdot 10^2$	$1.5 \cdot 10^2$	$3 \cdot 10^2$	$9 \cdot 10^2$	$1.5 \cdot 10^3$	$1.5 \cdot 10^3$
n_b^0/n_0	$5 \cdot 10^{-4}$	$5 \cdot 10^{-4}$	$1 \cdot 10^{-3}$	$3 \cdot 10^{-3}$	$5 \cdot 10^{-3}$	$5 \cdot 10^{-3}$
W_b^0/W_e^0	0.130	0.130	0.259	0.778	1.297	1.297

* - без затравочной волны $N = 1$ (1-0) или $N = 3$ и 4 (2-5-0); ** - без затравочной волны $N = 4$; L - длина системы; V_0 - скорость пучка; N^e , N^b , $N^{b'}$ - число электронов плазмы, электронов пучка, "взвешенных" - электронов на длине L ; n_b^0 , n_0 - плотность электронов пучка и плазмы; W_b^0 - энергия электронов пучка; W_e^0 - тепловая энергия электронов плазмы; E - нормировано на $\frac{mr_d}{eT_{oe}}$.

Для сокращения времени счета во всех случаях, кроме случаев 1-0 и 2-5-0, в начальный момент времени задается затравочная ленгмюровская волна малой амплитуды $E_0/(\frac{mr_d}{eT_{oe}}) = 1$ с длиной волны $\lambda/r_d = 100$, соответствующей гармонике с максимальным инкрементом, и фазовой скоростью $V_\phi/V_T = 16.1$. Малое паразитное возмущение плотности ионов, возникающее на стадии установления волны, компенсируется заданием возмущения с противоположной фазой [11a]. Проверочные численные эксперименты 1-0, 2-5-0 без затравочной волны показывают, что задание затравочной волны сокращает начальную стадию неустойчивости, но не меняет ее дальнейшее развитие. В случаях 2-2÷2-5 кроме затравочной волны с $\lambda/r_d = 100$, $N = 3$ задается затравочная волна с $\lambda/r_d = 75$, $N = 4$.

Работа разбита на несколько частей. В настоящей работе I рассматриваются случаи 1-0 и 1-1, в работе II - случаи 1-2 и 1-3, в работе III - случаи 1-4÷1-7, в работе IV - случаи 2-1 и 2-2, в работе V - случаи 2-3, 2-4, 2-5 и 2-5-0.

Отметим, что в системе с периодическими граничными условиями возможно возбуждение только ограниченного числа гармоник с номерами $N = L/\lambda^N = 1, 2, 3, \dots$. Как уже говорилось, для пучка конечной плотности согласно линейной теории [4] существует граница неустойчивости

$$k < k_{гр} = \frac{\omega_{oe}}{V_0} \left[1 + \left(\frac{n_b}{n_0} \right)^{1/3} \right]^{3/2},$$

что эквивалентно условию

$$V_\phi^N > V_{\phi гр} = V_0 / \left[1 + \left(\frac{n_b}{n_0} \right)^{1/3} \right]^{3/2}.$$

При длине системы $L/r_d = 100$ во всех рассмотренных случаях, кроме случая 1-7, это условие разрешает на линейной стадии возбуждение только основной гармоники $N = 1$, остальные гармоники имеют фазовые скорости меньше граничной. При длине $L/r_d = 300$ разрешено возбуждение гармоник $N \leq 3$. Параметры пучка выбраны так, чтобы гармоника с $\lambda/r_d = 100$ ($N = 1$ или $N = 3$) была гармоникой с максимальным инкрементом.

Следует отметить, что возможности численного эксперимента (метод частиц в ячейках) ограничены шумами. Для снижения начального уровня шумов используется метод "спокойного старта" [12], позволяющий снизить уровень шумов на несколько порядков. Однако, этот метод не обеспечивает постоянного снижения уровня шумов - с течением времени уровень нарастает.

Для описания развития неустойчивости сравниваются различные кривые:

Зависимость от времени потерь энергии электронов пучка (b -электронов) $\Delta W_b = -(W_b - W_b^0)$ (W_b^0 — начальная энергия электронов пучка), энергии электрического поля W_E , энергии электронов плазмы $\Delta W_e = W_e - W_e^0$ (W_e^0 — тепловая энергия электронов плазмы). W нормируется на W_e^0 или W_b^0 .

Зависимость от времени амплитуды $E^N(t)$ основной волны $N = 1$ или $N = 3$ и гармоник. На рисунках и в тексте E нормируется на $\frac{mr_d}{eT_{oe}^2}$.

Зависимость от времени амплитуды гармоник возмущения плотности ионов $\tilde{n}^N/n_o(t)$.

Распределение поля $E(x)$, распределение возмущения плотности ионов (плотности плазмы) $\tilde{n}(x)$ ($\tilde{n} = n - n_o$) и возмущение плотности электронов пучка $\tilde{n}_b(x)$ ($\tilde{n}_b = n_b - n_b^0$) в разные моменты времени. $E(x)$, $\tilde{n}(x)$, $\tilde{n}_b(x)$ нормируются на E_m , \tilde{n}_m , \tilde{n}_{bm} — максимальные значения $|E(x)|$, $|\tilde{n}(x)|$, $|\tilde{n}_b(x)|$ приведенных на данном рисунке, или на заданные E_m , \tilde{n}_m , \tilde{n}_{bm} .

Отметим, что $\tilde{n}_b(x)$ представляет плотность b -электронов на фазовой плоскости, интегральную по скорости — каждая точка $\tilde{n}_b(x) = \frac{\Delta N_b}{\Delta x}$ соответствует числу b -электронов в интервале скоростей от $V = V_{b \min}(x)$ до $V = V_{b \max}(x)$.

Фазовые плоскости электронов в координатах $x/r_d - V/V_T$. Темными кружками обозначены пробные частицы (см. ниже).

Фазовые плоскости ионов в координатах $x/r_d - V/V_{Ti}$.

Функции распределения электронов плазмы $f_e(V)$ и электронов пучка (b -электронов) $f_b(V)$. На одном рисунке приводятся обе функции распределения, причем каждая нормируется на свой максимум f_{\max} . В некоторых случаях, чтобы показать хвосты функции распределения, кривые $f(V)$ приводятся в логарифмическом масштабе $-\lg(f_e(V)/f_{e \max})$ и $\lg(f_b(V)/f_{b \max})$.

Отметим, что функции распределения представляют распределение по скорости на фазовой плоскости интегральное по x — каждая точка $f(V) = \frac{\Delta N}{\Delta V}$ соответствует числу частиц в интервале от $x = 0$ до $x = L$.

Для исследования стохастических эффектов в начальный момент времени задаются пробные частицы с $e = m = 0$, но e/m тем же, что у электрона. Задается 100 пробных частиц с скоростью равной скорости пучка $V_o/V_T = 15.9$. Частицы равномерно распределяются по длине системы. Анализируется распределение пробных частиц на фазовой плоскости в разные моменты времени, а также траектории частиц на фазовой

плоскости. Обычно используется 18 траекторий частиц с x_o , примерно равномерно распределенными по длине системы.

Траектории электронов на фазовой плоскости. Приводятся траектории в лабораторной системе координат и в системе координат волны (например, гармоники $N = 1$). Отметим некоторые особенности построения траекторий. При построении траектории в лабораторной системе в координатах $x/r_d - V/V_T$ координата x рассчитывается как $x + \alpha L$, $\alpha = 1, 2, 3, \dots$ (из-за периодических граничных условий). Если траектория приводится в каком-то интервале времени, то за начальное значение x принимается $x = 0$. При построении траектории в системе координат волны — координаты $(x - V_\phi^N t)/r_d - (V - V_\phi^N)/V_T$. Если траектория в системе волны приводится в каком-то интервале времени, то за начальное значение x принимается x в лабораторной системе в начальный для этого интервала момент времени, а за начальное t принимается $t = 0$. Поскольку фазовая скорость гармоник при развитии неустойчивости может меняться, при построении траектории в каком-то интервале времени берется средняя фазовая скорость для этого интервала.

Фазовая скорость основной волны определяется по сдвигу фазы x_{\max} максимума кривой $E(x)$ этой волны $V_\phi(t) = \frac{\Delta x_{\max}(t)}{\Delta t}$ с малым шагом $\Delta t/T_{oe} = 0.05$ и усредняется в нужном интервале.

При построении траекторий в системе основной волны используется средняя фазовая скорость $V_{\phi \text{ ср}}$. Иногда средняя фазовая скорость подбирается по траектории захваченной частицы, а для траекторий в системе гармоник $N \geq 2$ иногда берется V_ϕ^N ленгмюровской волны.

Отметим, что ранее нами был выполнен цикл численных экспериментов по исследованию неустойчивости холодного пучка в плазме с неподвижными ионами [5,7,13,14]. Было проведено и несколько численных экспериментов с плазмой с подвижными ионами. Численные эксперименты проводились на вычислительной машине БЭСМ. Настоящие численные эксперименты проводятся на вычислительной машине Чэллендж фирмы Силикон Графикс по несколько усовершенствованной программе. Сравнение результатов, полученных на разных машинах, в частности, в случаях 1-1, 1-3, 1-5, 1-6 показывает, что они различаются только незначительными деталями.

Рассмотрим случаи 1-1 и 1-0. В обоих случаях $L/r_d = 100$; $V_o/V_T = 15.9$; $n_b/n_o = 5 \cdot 10^{-3}$; $\frac{W_b^o}{W_e^o} = 1.3$. В случае 1-1 задается затравочная ленгмюровская волна с параметрами $\lambda/r_d = 100$; $N = L/\lambda = 1$; $V_\phi/V_T = 16.1$; $E_o = 1$ (здесь и далее E нормируется на $m\gamma_d/eT_{oe}^2$). В случае 1-0 затравочная волна не задается.

На рис. 1 ÷ 8 показаны зависимости от времени энергии $W(t)$ (рис. 1,3,7), амплитуды гармоник поля E^N (рис. 2,4,8), амплитуды гармоник возмущения плотности \tilde{n}^N (рис. 5) и $\lg E^N(t)$ (рис. 6) для случая 1-1 (рис. 1 ÷ 5) и 1-0 (рис. 6 ÷ 8).

В случае 1-0 затравкой волн, развивающихся при пучковой неустойчивости, служат шумовые возмущения. Из рис. 6,8 видно, что с самого начала выделяется гармоника $N = 1$ с длиной волны $\lambda/r_d = 100$. Амплитуда гармоники $N = 1$ нарастает экспоненциально (рис. 6). Инкремент нарастания $\gamma/\omega_{oe} = 0.110$ совпадает с расчетным инкрементом для пучка конечной плотности [4]

$$\gamma/\omega_{oe} = \frac{3^{1/2}}{2^{4/3}} \left(\frac{n_b}{n_o}\right)^{1/3} - \frac{3^{1/2}}{2^{8/3}} \left(\frac{n_b}{n_o}\right)^{2/3} + \frac{3^{1/2}}{16} \left(\frac{n_b}{n_o}\right) = 0.1101$$

и незначительно отличается от случая пучка малой плотности [2,3]

$$\gamma/\omega_{oe} = \frac{3^{1/2}}{2^{4/3}} \left(\frac{n_b}{n_o}\right)^{1/3} = 0.1175.$$

Из рис. 8 видно, что амплитуда гармоник $N \geq 2$ остается малой, $E^N(t)$ имеет шумовой характер.

В случае 1-1 в начальный момент времени задается затравочная волна $N = 1$ с амплитудой $E_o = 1$, соответствующей амплитуде E^I в случае 1-0 в $t/T_{oe} \sim 40$ (рис. 8). На рис. 1,2 показаны кривые $W(t)$ и $E^N(t)$ для случая 1-1 в интервале $t/T_{oe} \sim 0 - 20$. Сравнение этих кривых с соответствующими кривыми в случае 1-0 (рис. 7,8) показывает, что они практически совпадают, если в случае 1-0 взять интервал $t/T_{oe} \sim 40 - 60$. Таким образом, задание затравочной волны в случае 1-1 переносит начальную стадию неустойчивости на $\sim 40T_{oe}$, но не меняет ее дальнейшее развитие.

Нелинейная стадия неустойчивости определяется захватом электронов пучка. Это видно по фазовым плоскостям электронов (рис. 9) и по кривым $W(t)$, $E^N(t)$ (рис. 1,2) случая 1-1. Развитие захвата практически

не отличается от случая неустойчивости пучка в плазме с неподвижными ионами [7] и расчета по теории [2,3]. Из рис. 1,2 видно, что первый максимум кривых $W(t)$ и $E^I(t)$ достигается в $t/T_{oe} \sim 7.5$ (в работе [7] $t/T_{oe} \sim 7.3$). При этом потери энергии пучка $\Delta W_b \max \sim 0.36W_e^o \sim 0.28W_b^o$ (в работе [7] $\Delta W_b \sim 0.29W_b^o$). Эта энергия делится почти поровну между электрическим полем $W_E \max \sim 0.17W_e^o \sim 0.13W_b^o$ (в работе [7] $W_E \sim 0.13W_b^o$) и возмущением электронов плазмы $W_e \max \sim 0.19W_e^o \sim 0.15W_b^o$. Амплитуда гармоники $N = 1$ в первом максимуме $E^I \max \sim 22.2$. Этой амплитуде соответствует область захвата с $V_s = 2\sqrt{\frac{e\varphi_{\max}}{m}} \sim 5.98V_T$. Отметим, что эта величина незначительно отличается от оценки по теории [2,3] $- 2\sqrt{\frac{e\varphi_{\max}}{m}} \sim 2V_o \left(\frac{n_b}{n_o}\right)^{1/3} \sim 5.44V_T$.

Из рис. 1,2 видно, что $W(t)$ и $E^I(t)$ меняются с периодом $T \sim 6T_{oe}$, соответствующим периоду оборота захваченных электронов. Максимумы и минимумы этих кривых соответствуют определенным фазам захваченных частиц. Это видно из рис. 9, где показаны фазовые плоскости в моменты времени, соответствующие первому максимуму и минимуму, второму и третьему максимуму кривых $W(t)$ и $E^I(t)$. Вид фазовых плоскостей практически не отличается от случая плазмы с неподвижными ионами [7] и расчета по теории [9].

Целью настоящей работы является исследование развития неустойчивости в течение длительного времени $t/T_{oe} \sim 0 - 600$ ($\omega_{oe}t \sim 3800$) порядка 100 оборотов захваченных частиц. На рис. 3,4 показаны кривые $W(t)$ и $E^N(t)$ случая 1-1 в этом интервале времени. Из рис. 4 видно, что гармоника $N = 1$ остается основной волной. Гармоники $N \geq 2$ имеют шумовой характер и их максимальные амплитуды меньше средней амплитуды E^I более, чем в 3 раза.

Из рис. 3,4 видно, что колебания $W(t)$, $E^I(t)$, обусловленные захваченными частицами, сохраняются, но их амплитуда постепенно уменьшается. Наблюдается модуляция $W(t)$, $E^I(t)$ с периодом порядка нескольких периодов захваченных частиц. Амплитуда огибающей этих колебаний также уменьшается. Сравнение кривых $W(t)$, $E^I(t)$ в интервале $t/T_{oe} \sim 0 - 200$ и $\sim 40 - 200$ в случаях 1-1 и 1-0 (рис. 3,4 и рис. 7,8) показывает, что они практически не различаются. Таким образом, различие начальных условий в случаях 1-1 и 1-0 не сказывается на развитии неустойчивости и в течение достаточно длительного времени.

Из рис. 3 видно, что средняя величина потерь энергии ΔW_b сохраняется $\Delta W_b \text{ ср} \sim 0.16W_e^o \sim 0.13W_b^o$. Из рис. 3,4 видно, что практически сохраняются и средние величины W_E и E^I . В интервале $t/T_{oe} \sim 200 - 400$

средняя энергия поля $W_{E\text{cp}} \sim 0.068W_e^o \sim 0.052W_b^o$, а средняя амплитуда волны $E_{\text{cp}}^I \sim 14$, $V_{3\text{cp}} \sim 4.75V_T$. В интервале $t/T_{oe} \sim 500 - 600$ — $W_{E\text{cp}} \sim 0.064W_e^o \sim 0.050W_b^o$; $E_{\text{cp}}^I \sim 13.5$, $V_{3\text{cp}} \sim 4.66V_T$. Небольшому уменьшению W_E в $t/T_{oe} > 400$ соответствует небольшой рост энергии электронов плазмы ΔW_e (ΔW_e не показано на рис. 3), что указывает на начало паразитного затухания на шумах [116].

Средняя фазовая скорость волны также практически сохраняется. В интервале $t/T_{oe} \sim 200 - 400$ — $V_{\phi\text{cp}} \sim 14.57V_T$, в интервале $t/T_{oe} \sim 400 - 600$ — $V_{\phi\text{cp}} \sim 14.55V_T$.

Сохранение средней амплитуды и средней фазовой скорости показывает, что волна $N = 1$ имеет стационарный характер.

По фазовым плоскостям рис. 9,10 видно, что происходит "размешивание" захваченных частиц на фазовой плоскости — к $t/T_{oe} \sim 100$ область захвата почти равномерно заполняется электронами. В $t/T_{oe} \sim 100 - 600$ вид фазовой плоскости практически не меняется. Отметим, что такая же картина наблюдалась в плазме с неподвижными ионами в интервале времени $t/T_{oe} \sim 0 - 200$ [7].

На рис. 11 показано распределение поля $E(x)$ и распределение возмущения плотности электронов пучка (b -электронов) $\tilde{n}_b(x)$ в разные моменты времени в интервале $t/T_{oe} \sim 200 - 600$. Моменты времени выбраны по кривой $E^I(t)$ в максимумах в течение периода колебаний захваченных частиц и в максимумах огибающей. Из рис. 11 видно, что распределение $E(x)$ во всем интервале имеет вид синусоиды с медленно меняющейся амплитудой. Распределение плотности b -электронов практически не меняется.

Сохранение распределения b -электронов на фазовой плоскости (рис. 10), распределения плотности b -электронов (рис. 11), распределение поля $E(x)$ (рис. 11), постоянство средней амплитуды волны (рис. 4) и средней фазовой скорости показывает, что развитие пучковой неустойчивости в случае 1-1 приводит к формированию волны типа волны БГК.

Более детальное рассмотрение показывает некоторые особенности этой волны.

На рис. 12,14 показаны функции распределения по скорости электронов плазмы $f_e(V)$ и b -электронов $f_b(V)$, на рис. 13,15 — распределение поля $E(x)$ и плотности b -электронов $\tilde{n}_b(x)$ в $t/T_{oe} \sim 220 - 230$ (рис. 12,13) и в $t/T_{oe} \sim 630 - 640$ (рис. 14,15). Напомним, что приводятся функции распределения интегральные по x (в интервале от $x = 0$ до $x = L$) и $\tilde{n}_b(x)$ интегральные по V (интервале от $V = V_{\text{min}}^b$ до $V = V_{\text{max}}^b$). $f(V)$ и $E(x)$, $\tilde{n}_b(x)$ приводятся в одинаковые моменты времени, соответствующие

щие характерным точкам на кривой $E^I(t)$ в течение периода колебаний захваченных частиц T_B в районе максимума огибающей $E^I(t)$. Так на рис. 12,13 взяты моменты времени, соответствующие минимуму — средней точке — максимуму — средней точке — минимуму (рис. 13) кривой $E^I(t)$ в $t/T_{oe} \sim 223.4 - 230.0$, на рис. 14,15 такие же точки по кривой $E^I(t)$ в $t/T_{oe} \sim 634.5 - 641.8$.

По функциям распределения $f_b(V)$ и распределению $\tilde{n}_b(x)$ рис. 12,13 видно, что на обеих кривых в некоторые моменты времени выделяются два максимума, различающихся по величине. Максимумы $f_b(V)$ разделены в $t \sim t_{\text{max}}$ и t_{min} и сливаются в $t \sim t_{\text{cp}}$. Наоборот, максимумы $\tilde{n}_b(x)$ разделены в $t \sim t_{\text{cp}}$ и сливаются в $t \sim t_{\text{max}}$ и t_{min} . Это показывает, что существует два сгустка захваченных частиц, движущихся в противофазе. Действительно, такие сгустки должны двигаться по фазовой плоскости вокруг центра области захвата $x = x_m$, $V = V_{\phi}$. В $t \sim t_{\text{max}}$ и t_{min} , когда сгустки находятся на $x = x_m$ с максимальной и минимальной скоростью, на функции распределения должно быть два максимума, а на кривой $\tilde{n}_b(x)$ — один. В $t \sim t_{\text{cp}}$, когда оба сгустка имеют скорость $V \sim V_{\phi}$, но разные x ($x_1 < x_m$, $x_2 > x_m$ или наоборот), максимумы $f_b(V)$ должны сливаться, а максимумы на $\tilde{n}_b(x)$ должны быть разделены. Именно это и наблюдается на рис. 12,13.

Анализ $f_b(V)$ в разные моменты времени (более подробно, чем на рис. 12) показывает, что положение обоих максимумов по V меняется в противофазе симметрично относительно $V_{\phi} \sim 14.57V_T$. Максимальное различие положения максимума в разные t в течение $\Delta t \sim T_B - \Delta V_{\text{max}} = V_{\text{max}} - V_{\text{min}}$. Для первого (бóльшего) максимума $\Delta V_{\text{max}} \sim 0.95V_T \sim 0.10 \cdot (2V_{3\text{cp}})$, для второго максимума $\Delta V_{\text{max}} \sim 5.1V_T \sim 0.55 \cdot (2V_{3\text{cp}})$ ($V_3 = V_{3\text{cp}} \sim 4.75V_T$).

Анализ $\tilde{n}_b(x)$ в разные моменты времени показывает, что положение обоих максимумов по x меняется в противофазе симметрично относительно фазы $E(x) = 0$, соответствующей в системе волны координате $x = x_m$. Максимальное различие положения максимума в разные t в течение $\Delta t \sim T_B - \Delta x_{\text{max}} = x_{\text{max}} - x_{\text{min}}$. Для первого максимума $\Delta x_{\text{max}} \sim 12r_d \sim 0.12\lambda$, для второго максимума $\Delta x_{\text{max}} \sim 48.5r_d \sim 0.49\lambda$.

Таким образом, первый сгусток движется на фазовой плоскости по орбите с $\Delta x_{\text{max}}/\lambda = 0.12$, $\Delta V_{\text{max}}/2V_3 = 0.10$, близкой к центру области захвата (дну потенциальной ямы) с координатами $x = x_m$, $V = V_{\phi}$. Второй сгусток дальше от центра — на орбите с $\Delta x_{\text{max}}/\lambda = 0.49$; $\Delta V_{\text{max}}/2V_3 = 0.55$.

Движение сгустков на фазовой плоскости приводит к колебаниям амплитуды волны с периодом порядка T_B (рис. 4). В $t/T_{oe} \sim 220 - 230$

(максимум огибающей $E^I(t)$) $E^I(t)$ определяется, в основном, вторым сгустком. Действительно, когда его скорость уменьшается, т.е. он отдает энергию волне, амплитуда E^I растет, когда его скорость минимальна — E^I максимальна и наоборот.

Орбита первого сгустка заметно меняется во времени. Так в $t/T_{oe} \sim 200 - 210$ (минимум огибающей $E^I(t)$) ΔV_{\max} больше, чем в $t/T_{oe} \sim 220 - 230 - \Delta V_{\max} \sim 2.55V_T \sim 0.27 \cdot (2V_3)$. У второго сгустка ΔV_{\max} уменьшается и орбита меняется меньше, чем у первого. В $t/T_{oe} \sim 200 - 210$ у второго сгустка $\Delta V_{\max} \sim 4.13V_T \sim 0.44 \cdot (2V_3)$. В это время $E^I(t)$ определяется, в основном, первым сгустком — когда его скорость минимальна — E^I максимально и наоборот.

Таким образом, относительное движение сгустков на фазовой плоскости и изменение их орбит приводит к изменению амплитуды волны с периодом $\sim T_B$ и к появлению огибающей колебаний амплитуды $E^I(t)$.

С течением времени продолжается медленное “размешивание” на фазовой плоскости. В результате ширина сгустков растет, а промежуток между ними заполняется. Это видно из сравнения функций распределения по скоростям и распределений $\tilde{n}_b(x)$ в $t/T_{oe} \sim 220 - 230$ (рис. 12,13) и $t/T_{oe} \sim 630 - 640$ (рис. 14,15). Из рис. 12,14 видно, что ширина максимумов растет, а уровень минимума между ними возрастает от $f_b(V)/f_{\max} \sim 0.25$ до ~ 0.4 . Однако оба сгустка сохраняются и в $t/T_{oe} \sim 630 - 640$. Орбиты сгустков к этому времени немного сближаются: у первого сгустка $\Delta x_{\max} \sim 10.6r_d \sim 0.11\lambda$, $\Delta V_{\max} \sim 1.27V_T \sim 0.13 \cdot (2V_3)$, у второго $\Delta x_{\max} \sim 30r_d \sim 0.30\lambda$, $\Delta V_{\max} \sim 3.82V_T \sim 0.41 \cdot (2V_3)$ ($V_3 = V_{3\text{cp}} \sim 4.66V_T$). Движение сгустков на фазовой плоскости приводит к колебаниям амплитуды $E^I(t)$ с периодом $\sim T_B$, но амплитуда этих колебаний уменьшается по сравнению с $t/T_{oe} \sim 200$ (рис. 4).

Отметим, что возможность образования долгоживущего сгустка захваченных частиц (“макрочастицы”) вблизи дна потенциальной ямы (центра области захвата) была показана ранее в теоретической работе [15]. Второй сгусток, наблюдающийся в рассматриваемом случае, образуется в результате особенностей захвата электронов пучка при развитии неустойчивости.

В $t/T_{oe} \sim 630 - 640$ “основание” функции распределения — $f_b(V)/f_{\max} < 0.4$ — практически не меняется во времени. В этой области функция распределения симметрична относительно фазовой скорости волны $V_{\text{фcp}} \sim 14.55V_T$ (рис. 14). То же относится и к распределению $\tilde{n}_b(x)$ (рис. 15) — его “основание” симметрично относительно точки $E(x) = 0$ ($x = x_m$ в системе волны) и практически не меняется во времени. Это показывает, что “размешивание” приводит к равномерному

заполнению области захвата на фазовой плоскости.

Рассмотрим траектории электронов пучка (пробных частиц) на фазовой плоскости. Анализ траекторий показывает, что значительная часть частиц остается захваченной. На рис. 16,17 показаны характерные траектории захваченных частиц. На обоих рисунках показаны траектории в лабораторной системе координат в $t/T_{oe} \sim 0 - 400$ (а) и $400 - 600$ (б) и в системе координат волны $N = 1$ — на рис. 17 в интервалах $t/T_{oe} \sim 0 - 400$ (в) и $400 - 600$ (г), на рис. 16 — $t/T_{oe} \sim 200 - 400$ (в) и $400 - 600$ (г). Видно, что в обоих случаях частицы в интервале времени $t/T_{oe} \sim 0 - 600$ остаются захваченными.

Однако, траектории захваченных частиц имеют довольно сложный характер. По траекториям в лабораторной системе видно, что скорость частиц сильно промодулирована. Характер модуляции различен для частиц с разной начальной координатой x_0 и, следовательно, разной фазой захвата на стадии роста волны. По траекториям в системе волны видно, что модуляция скорости частицы приводит к периодическому изменению ее орбиты — Δx_{\max} , ΔV_{\max} ее траектории то увеличивается, то уменьшается. Так у частицы 1 (рис. 16) в $t/T_{oe} \sim 400 - 600$ $\Delta x_{\max}/\lambda \sim 0.2 - \Delta x_{\min}/\lambda \sim 0.04$; $\Delta V_{\max}/2V_3 \sim 0.28 - \Delta V_{\min}/2V_3 \sim 0.06$. У частицы 2 (рис. 17) в $t/T_{oe} \sim 400 - 600$ $\Delta x_{\max}/\lambda \sim 0.47 - \Delta x_{\min}/\lambda \sim 0.17$; $\Delta V_{\max}/2V_3 \sim 0.64 - \Delta V_{\min}/2V_3 \sim 0.21$. Таким образом, частица 1 имеет траекторию более близкую к центру области захвата, чем частица 2. Можно отметить, что наблюдающийся по функции распределения $f_b(V)$ и по $\tilde{n}_b(x)$ первый сгусток образуется частицами типа частицы 1, а второй сгусток — частицами типа частицы 2.

Известно [15,16], что в волне с переменной амплитудой вблизи сепаратрисы формируется область стохастического движения — стохастический слой. Образуется стохастический слой и в рассматриваемом случае. Действительно, часть частиц выходит из захвата и движется стохастически, то захватывается вновь, то становясь пролетными через случайные промежутки времени. Характерные “стохастические” траектории приведены на рис. 18,19. На обоих рисунках показаны траектории в лабораторной системе в $t/T_{oe} \sim 0 - 400$ (а) и $400 - 600$ (б) и в системе волны $N = 1$ — на рис. 18 в $t/T_{oe} \sim 200 - 400$ (в) и $400 - 600$ (г), на рис. 19 в $t/T_{oe} \sim 0 - 400$ (в) и $400 - 600$ (г).

Из рис. 18 видно, что частица 3 остается захваченной до $t/T_{oe} \sim 520$, но ее орбита близка к сепаратрисе. Действительно, у частицы 3 в $t/T_{oe} \sim 200 - 400$ $\Delta x_{\max}/\lambda \sim 0.85$, $\Delta V_{\max}/2V_3 \sim 0.91$. Отметим, что модуляция скорости частицы в этом случае незначительна (кроме начального интервала). В $t/T_{oe} \sim 520$ частица 3 выходит из захвата, затем

снова захватывается и совершает несколько оборотов, опять выходит из захвата, становится пролетной и опять захватывается.

Частица 4 (рис. 19) захвачена только в самом начале. Уже в $t/T_{oe} \sim 30$ она выходит из захвата, становится пролетной, а далее то захватывается, то выходит из захвата.

Анализ траекторий захваченных и "стохастических" частиц позволяет оценить границы стохастического слоя на фазовой плоскости. Определялись некоторые точки на границе слоя — внутренние и внешние границы по скорости в районе максимума сепаратрисы $x \sim x_m$, внешние границы по скорости в районе узла сепаратрисы $x \sim x_0$, внутренние границы по x в районе $V \sim V_\phi$. Анализ траекторий проводился в интервале времени $t/T_{oe} \sim 400 - 600$.

Чтобы оценить внутренние границы слоя по скорости на $x \sim x_m$ сравнивались ΔV_{\max} "стохастических" траекторий перед выходом из захвата и выбиралось минимальное ΔV_{\max} . Граница стохастического слоя совпадает с границей области захваченных частиц. Чтобы оценить эту границу, сравнивались ΔV_{\max} траекторий захваченных частиц и выбиралось максимальное ΔV_{\max} . Оказалось, что две оценки хорошо согласуются и дают для границ области захваченных частиц и соответственно внутренних границ стохастического слоя по скорости на $x \sim x_m$ — $\Delta V \sim 8V_T \sim 0.86 \cdot (2V_s)$.

Аналогичная оценка по траекториям "стохастических" и захваченных частиц величины Δx_{\max} дает границы области захваченных частиц и соответственно внутренние границы стохастического слоя по x на $V \sim V_\phi$ — $\Delta x_{\max} \sim 60r_d \sim 0.60\lambda$.

Предполагая, что внутренние границы стохастического слоя по V симметричны относительно $V = V_\phi$, а границы по x симметричны относительно $x = x_m$ (это предположение подтверждается симметрией траекторий захваченных частиц) получаем для границ слоя по $V - V_{rp} \sim V_{\phi cp} \pm \frac{\Delta V}{2} \sim 18.55$ и 10.55 , а для границ слоя по $x - x_{rp} \sim x_m \pm \frac{\Delta x}{2} \sim x_m \pm 30r_d$.

Внешние границы стохастического слоя по скорости на $x \sim x_m$ определялись по максимальным и минимальным скоростям "стохастических" траекторий и всех b -электронов. Было найдено, что $V_{\max}/V_T \sim 22.12$; $V_{\min}/V_T \sim 7.48$.

Внешние границы стохастического слоя по скорости в районе узлов сепаратрисы $x \sim x_0$ определялись по максимальным и минимальным скоростям b -электронов, когда они находятся на $x \sim x_0$. Было найдено, что $V_{\max}/V_T \sim 20.05$; $V_{\min}/V_T \sim 10.18$.

Отметим, что внешние границы стохастического слоя хорошо видны по фазовым плоскостям (рис. 10).

Границы и ширина стохастического слоя в некоторых точках приведены в таблице 3.

Таблица 3. Границы и ширина стохастического слоя. Случай 1-1.

$t/T_{oe} \sim 600$
 $E_{cp}^I \approx 13.5$; $V_{s cp} \approx 4.66V_T$; $V_{\phi cp} \approx 14.55V_T$;
 $\Delta V \sim 8V_T \sim 0.86(2V_s)$ $\Delta x \sim 60r_d \sim 0.60\lambda$.

Границы	V_{rp}/V_T	$\delta V/V_T$	$\delta V/V_{s cp}$
<u>$x \sim x_m$</u>			
Верхняя			
Внешняя	22.12	2.91	0.62
$V_{\phi cp} + V_{s cp}$	19.21	0.66	0.14
Внутренняя	18.55		
Ширина слоя		3.57	0.76
<u>Нижняя</u>			
Внешняя	7.48	2.41	0.52
$V_{\phi cp} - V_{s cp}$	9.89	0.66	0.14
Внутренняя	10.55		
Ширина слоя		3.07	0.66
<u>$x \sim x_0$</u>			
Верхняя	20.05	5.50	1.18
$V_{\phi cp}$	14.55	4.37	0.94
Нижняя	10.18	9.87	2.12
Ширина слоя			
<u>$V \sim V_\phi$</u>			
	$\frac{ x_{rp} - x_m }{r_d}$	$\frac{\delta x}{r_d} = \frac{ x_{rp} - x_0 }{r_d}$	$\frac{\delta x}{\lambda/2}$
Правая	30	20	0.40
Левая	30	20	0.40

E нормировано на $\frac{mr_d}{eT_{oe}^2}$, $V_s = 2\sqrt{\frac{e\varphi}{m}}$; ΔV , Δx — границы сгустка захваченных частиц на $x \sim x_m$ и $V \sim V_\phi$ ($x = x_m$, $V = V_\phi$ — центр области захвата); внутренние границы стохастического слоя на $x \sim x_m$ и $V \sim V_\phi - V_{sr} = V_{\phi cp} \pm \Delta V/2$ и $x_{sr} = x_m \pm \Delta x/2$; δV , δx — ширина стохастического слоя; $x = x_0$ — узел сепаратрисы.

Из таблицы 3 видно, что в районе $x \sim x_m$ стохастический слой захватывает небольшую часть области захвата $V_\phi \pm V_{3cp} - \delta V / V_{3cp} \sim 0.14$, внешняя часть слоя побольше, так что ширина верхнего слоя $\delta V / V_{3cp} \sim 0.76$ нижнего $-\delta V / V_{3cp} \sim 0.66$. В районе $x \sim x_o$ ширина верхнего слоя $\delta V / V_{3cp} \sim 1.18$, нижнего $-\delta V / V_{3cp} \sim 0.94$. Ширина слоя по x в районе $V \sim V_\phi \delta x / \lambda \sim 0.40$.

Таким образом, волна БГК-типа, формирующаяся в рассматриваемом случае 1-1 в результате развития пучковой неустойчивости имеет довольно сложную структуру. Она содержит ядро захваченных частиц, окруженное стохастическим слоем. Ядро также неоднородно — на фоне практически равномерного распределения частиц существуют долгоживущие, медленно расплывающиеся сгустки частиц. Но в целом эта волна остается практически стационарной.

Известно, что параллельно с пучковой неустойчивостью может развиваться неустойчивость спутников [9]. Может быть неустойчивой относительно возбуждения гармоник-спутников и волна БГК [10]. Однако, в рассматриваемом случае 1-1 не наблюдается развития каких-либо гармоник, выделенных над уровнем шумов (рис. 4). Максимальные амплитуды гармоник не превосходят величины $E^N / E^I \leq 0.3$.

В работе [10] было показано, что волна БГК неустойчива относительно возбуждения спутников, если $\alpha = (V_s^I + V_s^N) / (V_\phi^I - V_\phi^N) > 0.8$. В рассматриваемом случае 1-1 устанавливается волна $N = 1$ с амплитудой $E_{cp}^I \sim 13.5$ и $V_{3cp} \sim 4.66V_T$, так что даже для гармоники $N = 2$, ближайшей по фазовой скорости ($V_\phi^{II} / V_T \sim 8.18$) к волне $N = 1$, это условие не выполняется — для $N \geq 2$ $\alpha \leq 0.7$. Таким образом, в случае 1-1 в “короткой” системе $L = \lambda = 100r_d$ развивается волна БГК устойчивая относительно возбуждения спутников.

Устойчива эта волна и относительно модуляционной неустойчивости. Действительно, по рис. 11 видно, что распределение поля $E(x)$ не модулируется и до $t/T_{oe} \sim 600$ остается синусоидальным. По распределению плотности плазмы $\tilde{n}(x)$ видно, что впадины плотности, характерные для модуляционной неустойчивости, не образуются — $\tilde{n}(x)$ имеет шумовой характер. Это подтверждается и рис. 5, где показаны кривые $\tilde{n}^N(t)$ для $N_i \sim 1 \div 10$. По рис. 5 видно, что выделенных гармоник нет, все гармоники имеют шумовой характер. Таким образом, в случае 1-1 волна БГК с параметрами $\lambda/r_d = 100$; $V_{\phi cp} / V_T \sim 14.55$; $E_{cp}^I \sim 13.5$; $E_{cp}^2 / 8\pi nT \sim 5.8 \cdot 10^{-2}$ устойчива относительно модуляционной неустойчивости. Следует отметить, что ленгмюровские волны с такими же или близкими параметрами (например, случай с $\lambda/r_d = 100$; $V_\phi / V_T \sim 16.1$;

$E^I \sim 11$; $E^2 / 8\pi nT \sim 3.9 \cdot 10^{-2}$) неустойчивы относительно модуляционной неустойчивости [17].

Таким образом, в случае 1-1 в результате неустойчивости холодного пучка с параметрами $V_o / V_T \sim 15.9$; $n_b / n_o \sim 5 \cdot 10^{-3}$; $W_b^o / W_e^o \sim 1.3$ в “короткой” системе $L = \lambda = 100r_d$ формируется устойчивая стационарная волна БГК-типа.

Литература

- [1] K.W. Gentle, C.W. Roberson. Phys. Fluids **14**, 2780, 1971.
K.W. Gentle, J. Lohr. Phys. Fluids **16**, 1464, 1973.
- [2] T.M. O'Neil, J.H. Winfrey, J.H. Malmberg. Phys. Fluids **14**, 1204, 1971.
T.M. O'Neil, J.H. Winfrey. Phys. Fluids **15**, 1514, 1972.
- [3] И.Н. Онищенко, А.Р. Лунецкий, Н.Г. Мациборко, В.Д. Шапиро, В.И. Шевченко. Письма ЖЭТФ **12**, 407, 1970.
N.G. Matsiborko, J.N. Onishchenko, V.D. Shapiro, V.J. Shevchenko. Plasma Physics **14**, 591, 1972.
- [4] В.С. Имшенник, Ю.И. Морозов. ЖТФ **31**, 640, 1961.
- [5] В.Т. Астрелин, Н.С. Бучельникова, Ю.П. Захаров. ЖТФ **45**, N 6, 1184, 1975. Препринт ИЯФ N 105-73, Новосибирск, 1973.
- [6] J.R. Thompson. Phys. Fluids **14**, 1532, 1971.
- [7] В.Т. Астрелин, Н.С. Бучельникова. Phenomena in Ionized Gases XII v.1, p.283, Eindhoven, 1975; Препринт ИЯФ N 74-93, Новосибирск, 1974.
- [8] J.V. Bernstein, J.M. Greene, M.D. Kruskal. Phys. Rev. **108**, 546, 1957.
- [9] Н.Г. Мациборко, И.Н. Онищенко, Я.Б. Файнберг, В.Д. Шапиро, В.И. Шевченко. ЖЭТФ **63**, 874, 1972.
- [10] Г.А. Артин, Н.С. Бучельникова, Б.Н. Лазеев. Препринты ИЯФ N 95-23, N 95-24, Новосибирск, 1995.
- [11] Г.А. Артин, Н.С. Бучельникова. а. Препринт ИЯФ N 97-28, Новосибирск, 1997. б. Препринт ИЯФ N 97-31, Новосибирск, 1997.
- [12] J.A. Byers, M.S. Grewal. Phys. Fluids **13**, 1819, 1970.

- [13] В.Т. Астрелин, Н.С. Бучельникова. Препринт ИЯФ N 75-17, Новосибирск, 1975.
- [14] В.Т. Астрелин, Н.С. Бучельникова. ЖТФ 46, N 8, 1644, 1976. Препринт ИЯФ N 74-97, Новосибирск, 1974.
- [15] Г.П. Берман, Г.М. Заславский. Физика Плазмы 3, N 6, 1338, 1977.
- [16] А. Мураками, J. Nomura, H. Momota. J. Phys. Soc. Japan 51, 4053, 1982.
- [17] Н.С. Бучельникова, Е.П. Маточкин. Физика Плазмы 7, 383, 1981. Препринт ИЯФ N 78-76, Новосибирск, 1978.

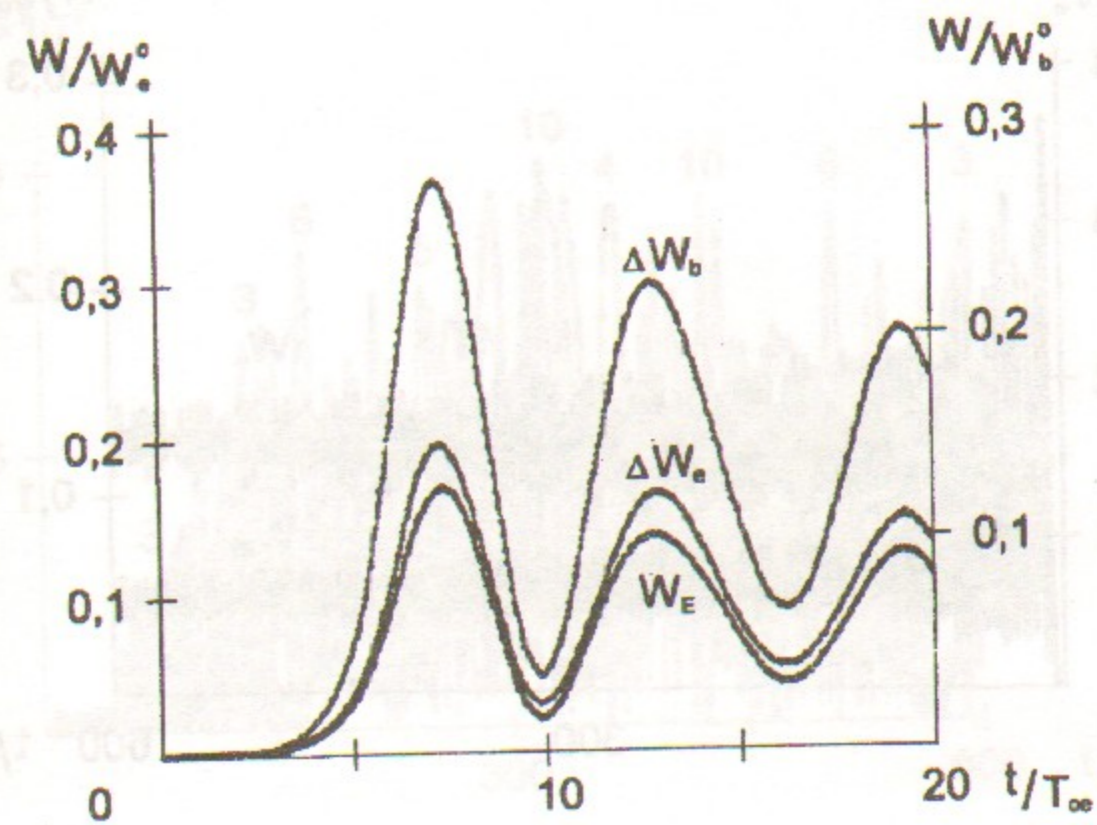


Рис. 1: Зависимость от времени энергии поля W_E , энергии электронов плазмы ΔW_e , и потерь энергии электронов пучка ΔW_b . Случай 1-1.

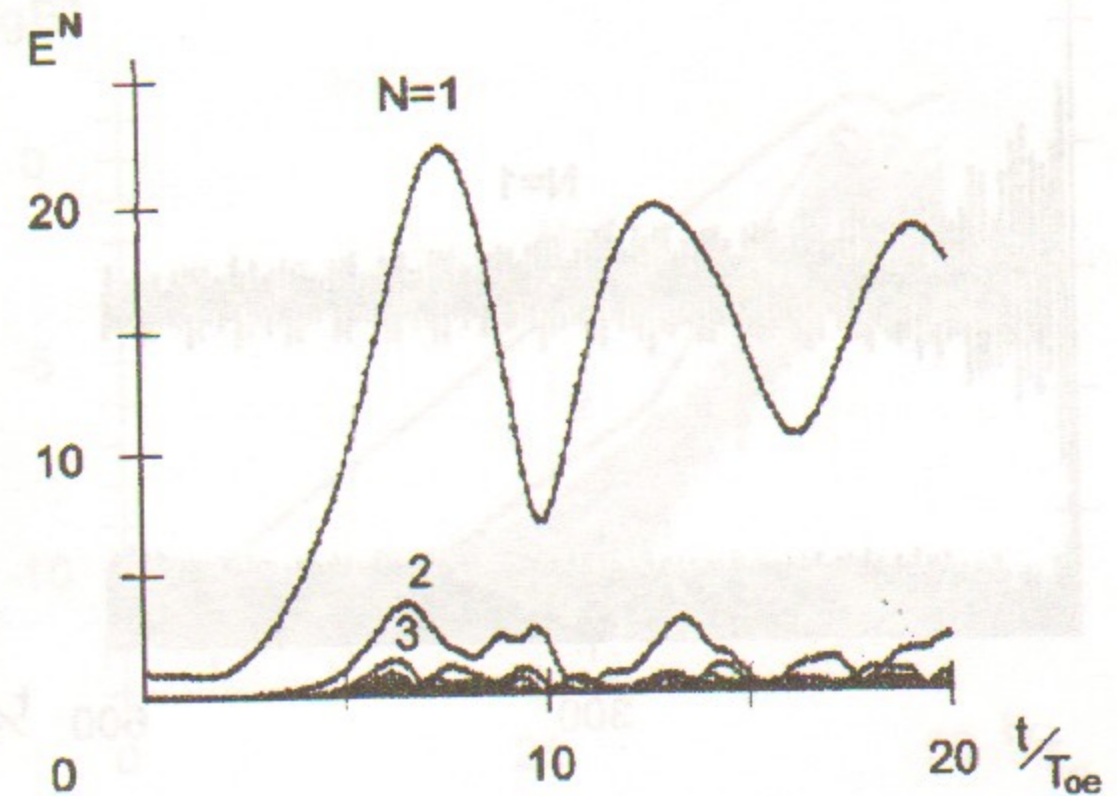


Рис. 2: Зависимость от времени амплитуды волны $N = 1$ и гармоник $N = 2 \div 20$. Случай 1-1.

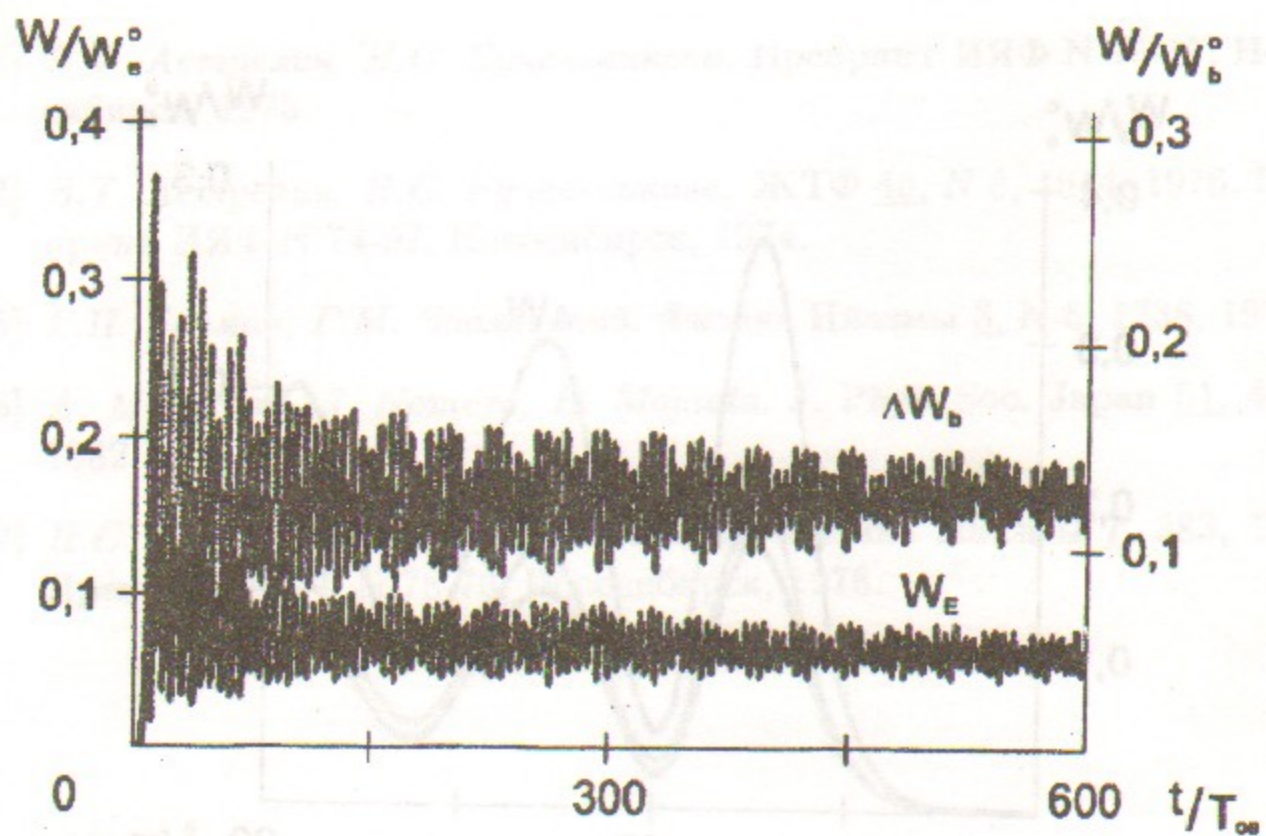


Рис. 3: Зависимость от времени энергии поля W_E и потерь энергии электронов пучка ΔW_b . Случай 1-1.

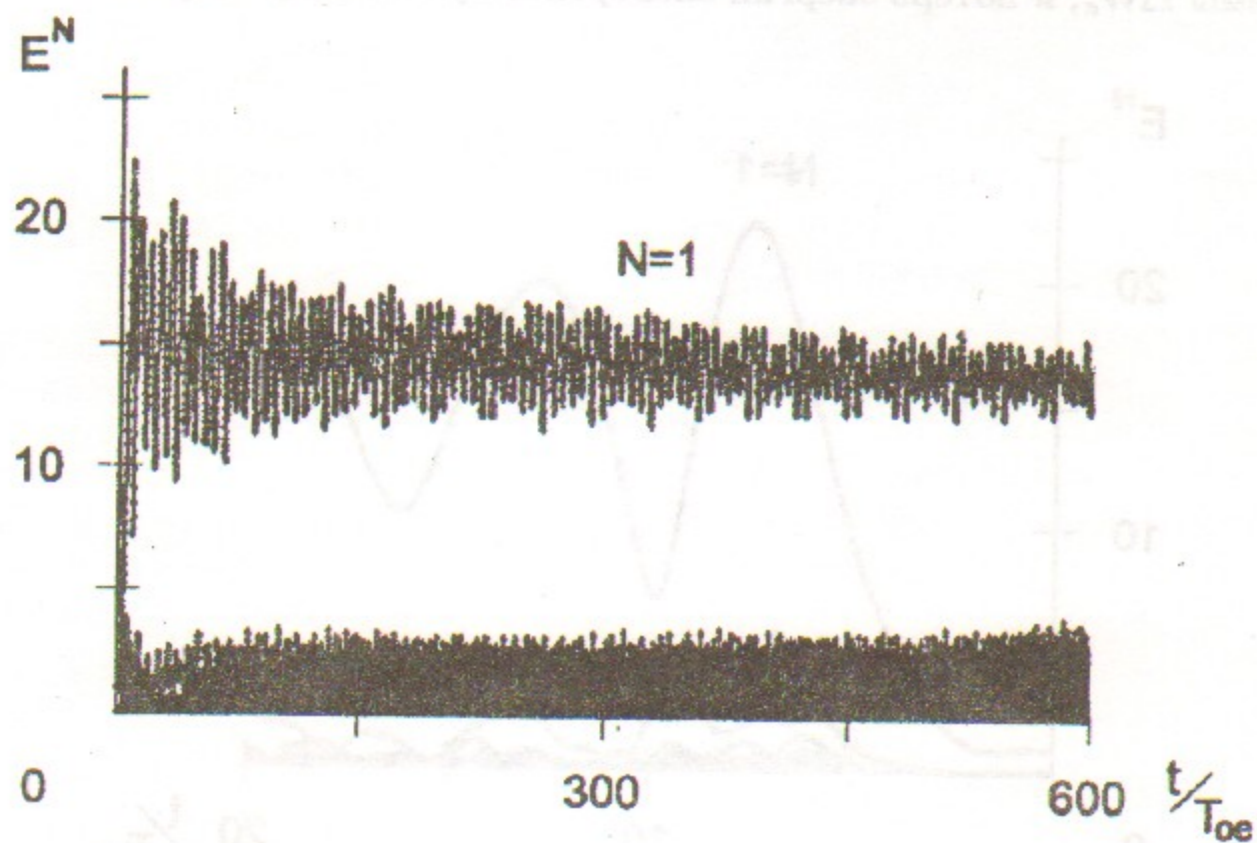


Рис. 4: Зависимость от времени амплитуды волны $N = 1$ и гармоник $N = 2 \div 10$. Случай 1-1.

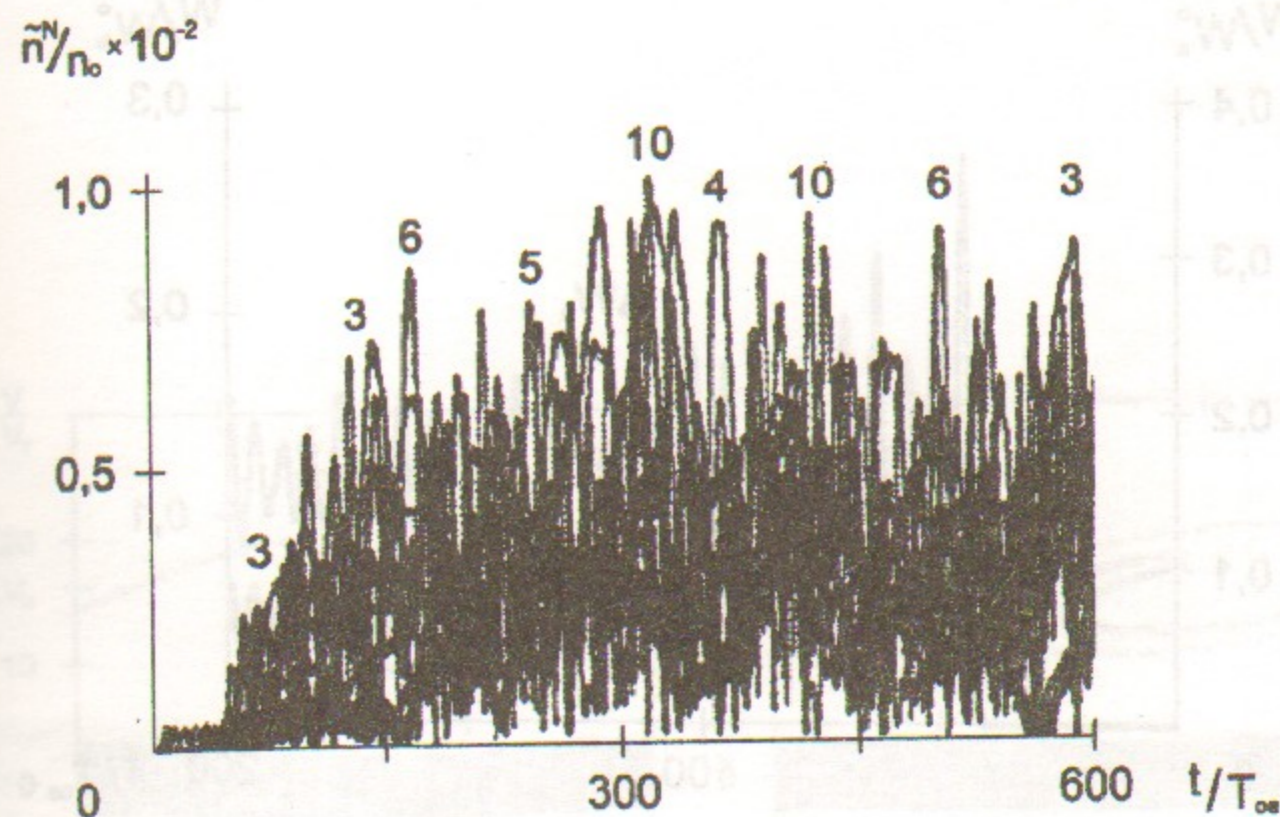


Рис. 5: Зависимость от времени амплитуды гармоник плотности ионов $N_i = 1 \div 10$. Случай 1-1.

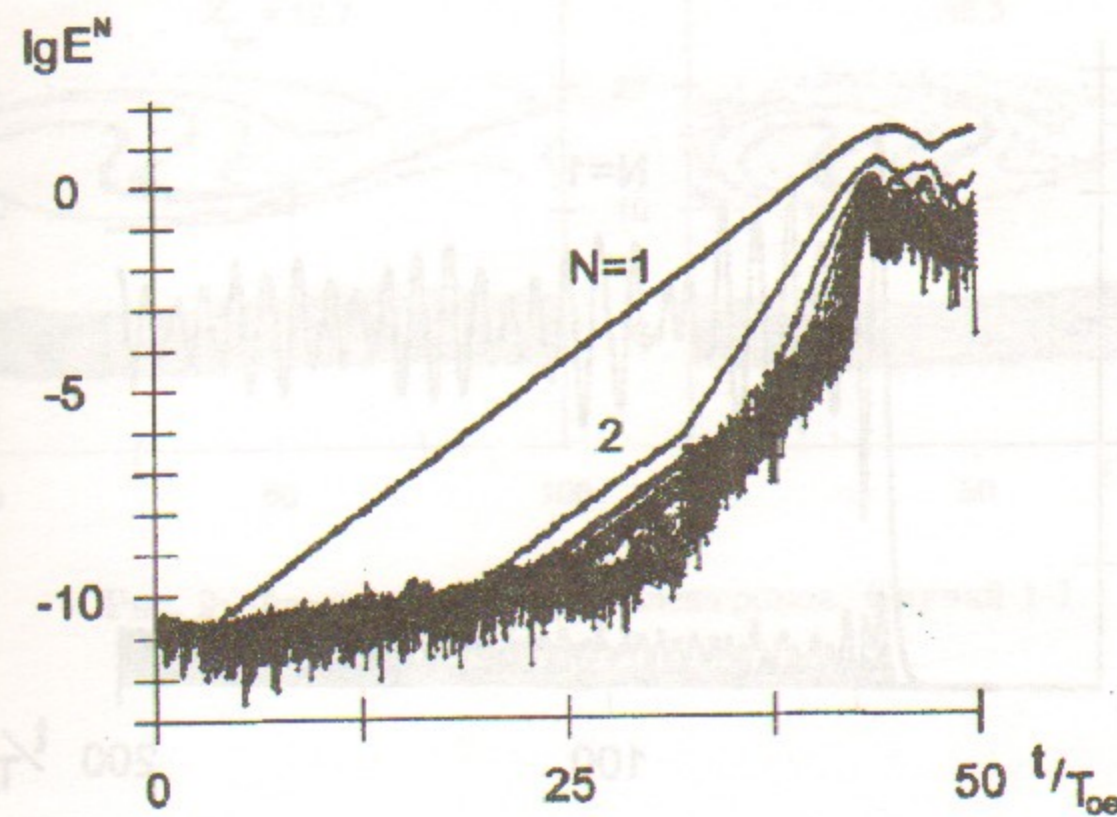


Рис. 6: Зависимость от времени логарифма амплитуды волны $N = 1$ и гармоник $N = 2 \div 20$. Случай 1-0.

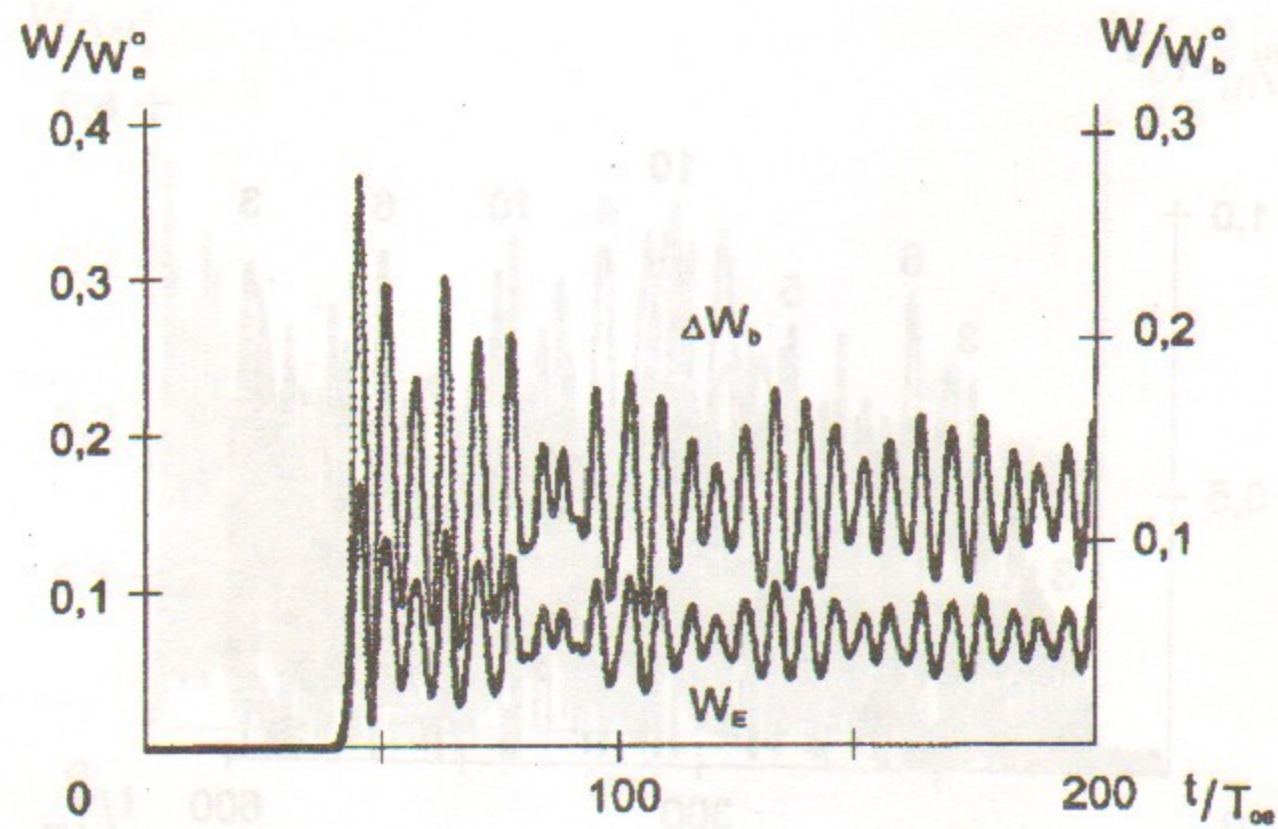


Рис. 7: Зависимость от времени энергии поля W_E , энергии электронов плазмы ΔW_e , и потерь энергии электронов пучка ΔW_b . Случай 1-0.

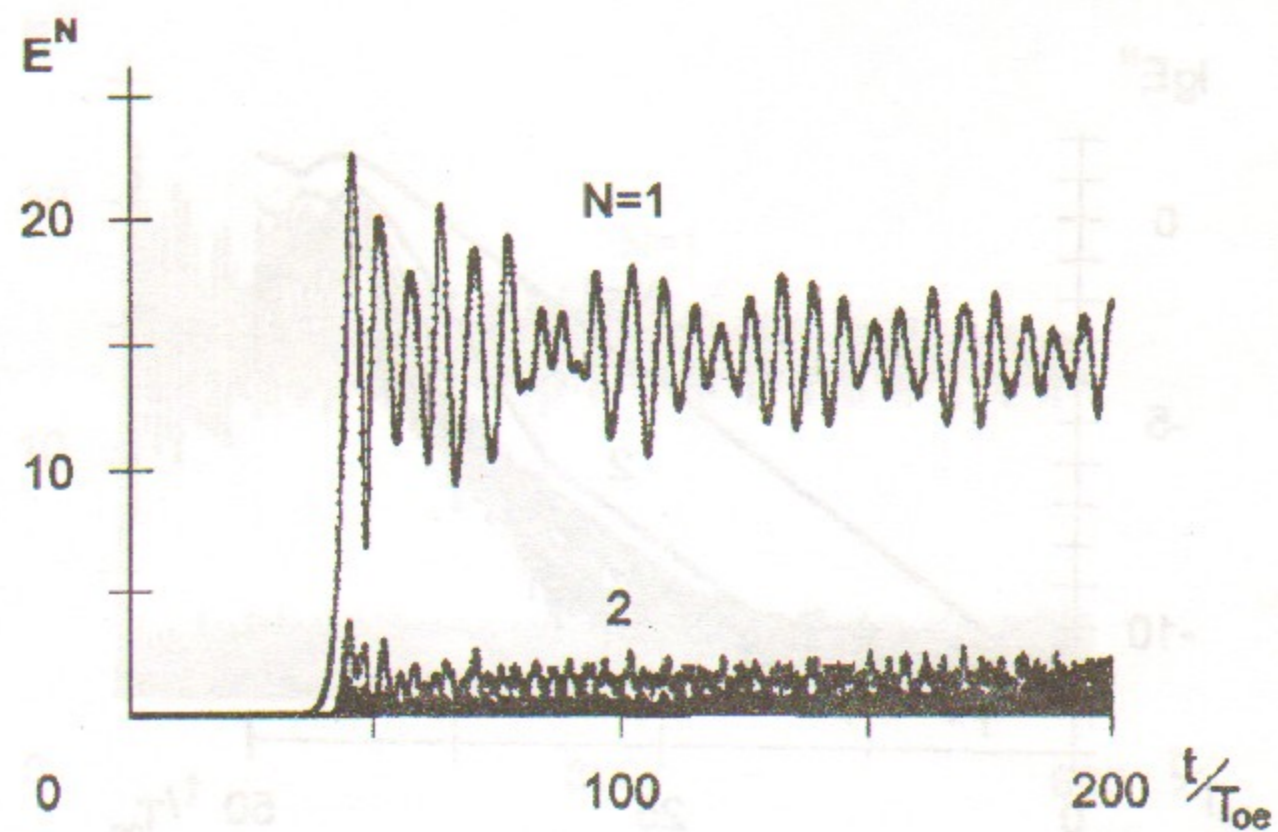


Рис. 8: Зависимость от времени амплитуды волны $N = 1$ и гармоник $N = 2 \div 20$. Случай 1-0.

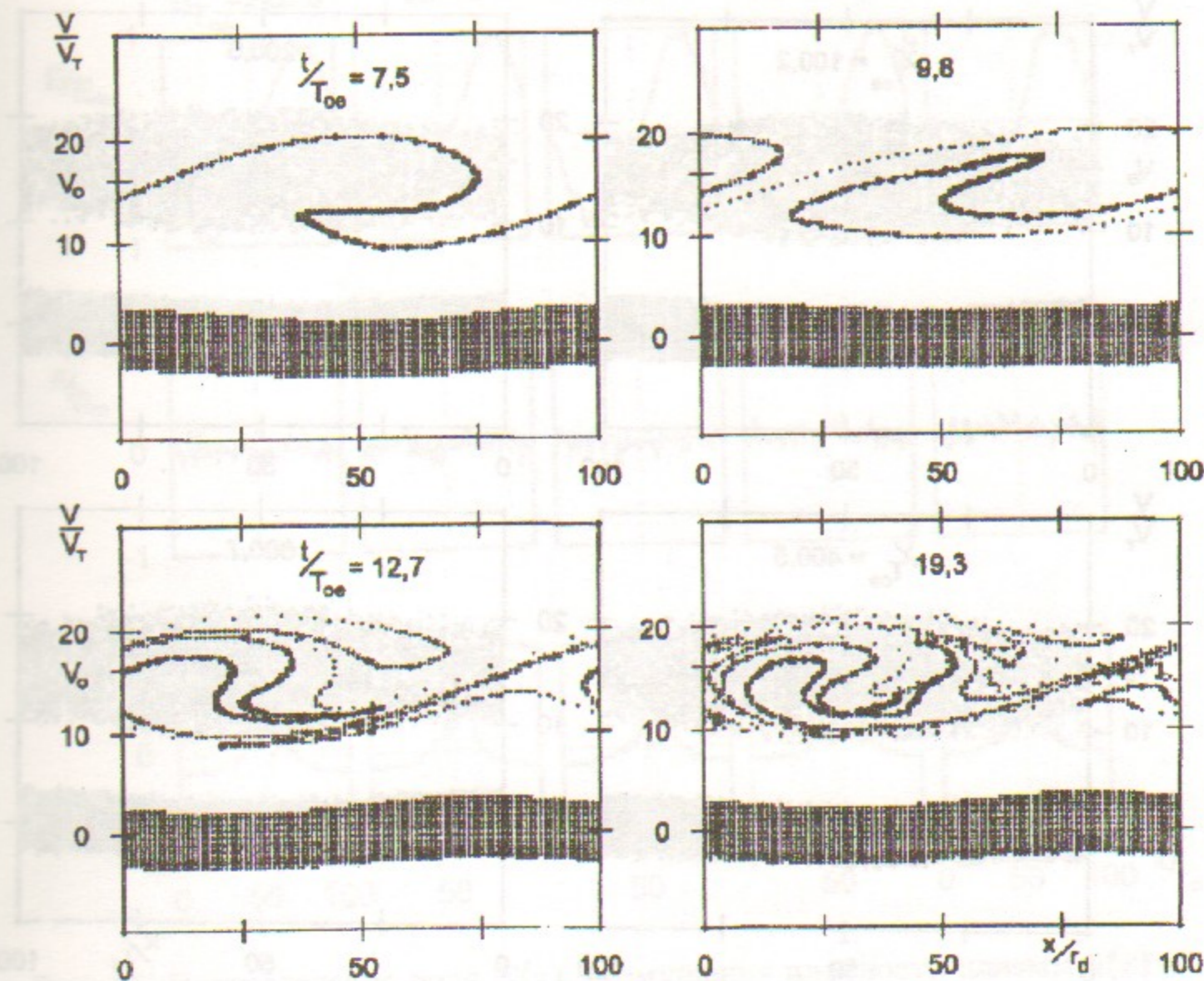


Рис. 9: Фазовые плоскости электронов. Случай 1-1.

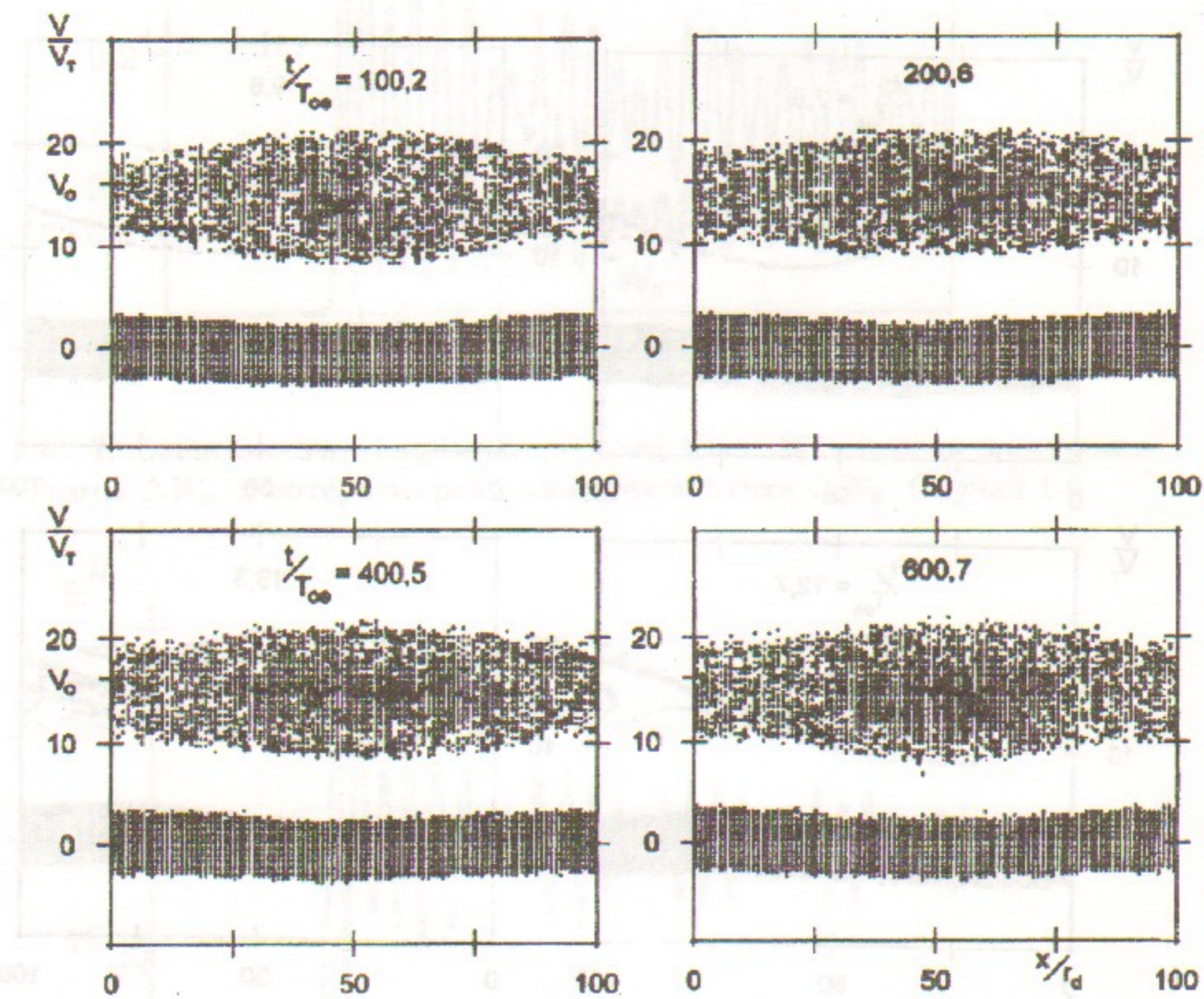


Рис. 10: Фазовые плоскости электронов. Случай 1-1.

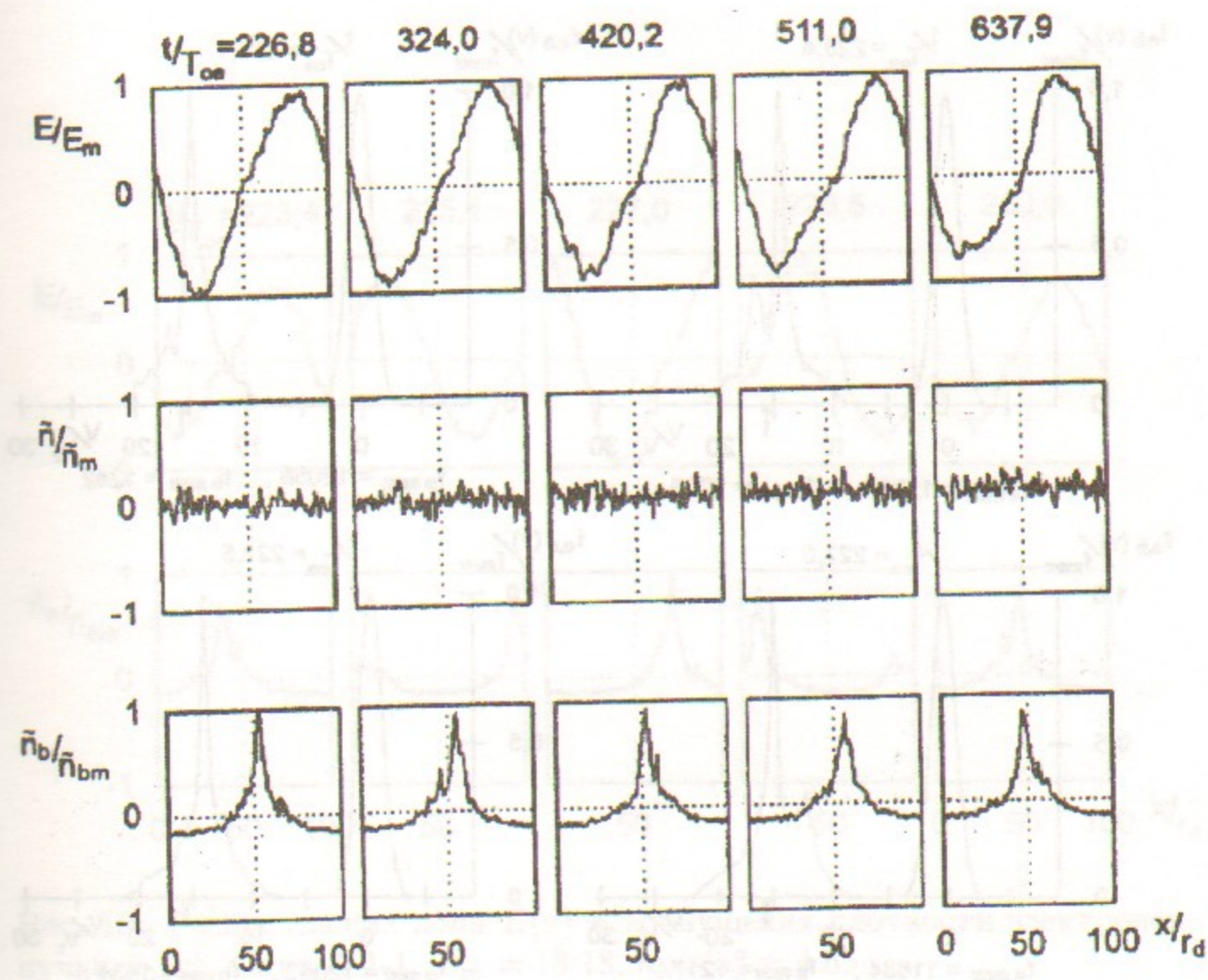


Рис. 11: Распределение поля $E(x)$, возмущения плотности плазмы $\tilde{n}(x)$ и возмущения плотности электронов пучка $\tilde{n}_b(x)$. Случай 1-1. $E_m = 18.01$, $\tilde{n}_m/n_o = 0.24$, $\tilde{n}_{bm}/n_b^o = 4.47$.

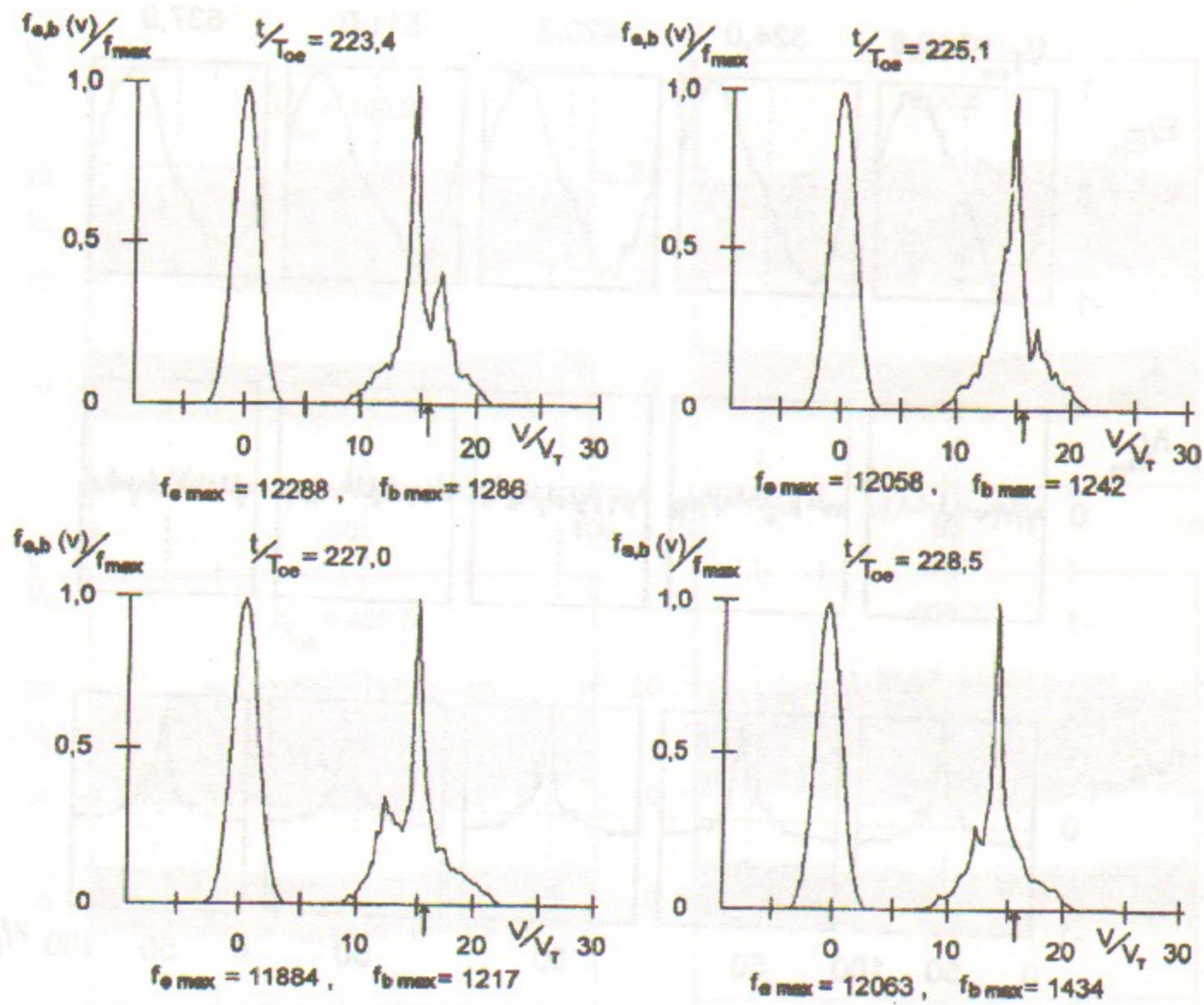


Рис. 12: Функции распределения по скоростям электронов плазмы и пучка. Случай 1-1. Стрелкой отмечена скорость пучка $V_0/V_T = 15.9$.

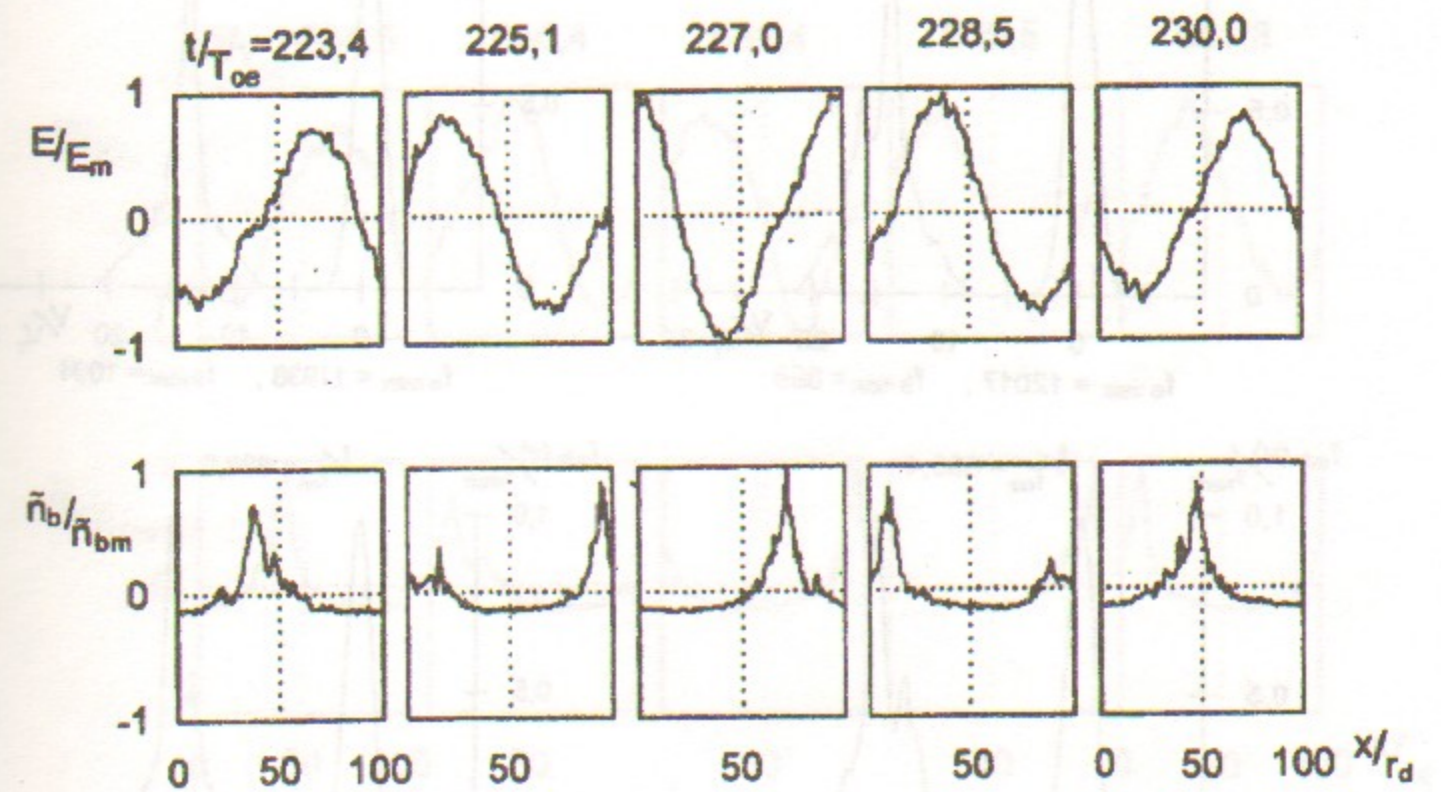


Рис. 13: Распределение поля $E(x)$ и возмущения плотности электронов пучка $\tilde{n}_b(x)$. Случай 1-1. $E_m = 18.18, \tilde{n}_{bm}/n_b^0 = 4.55$.

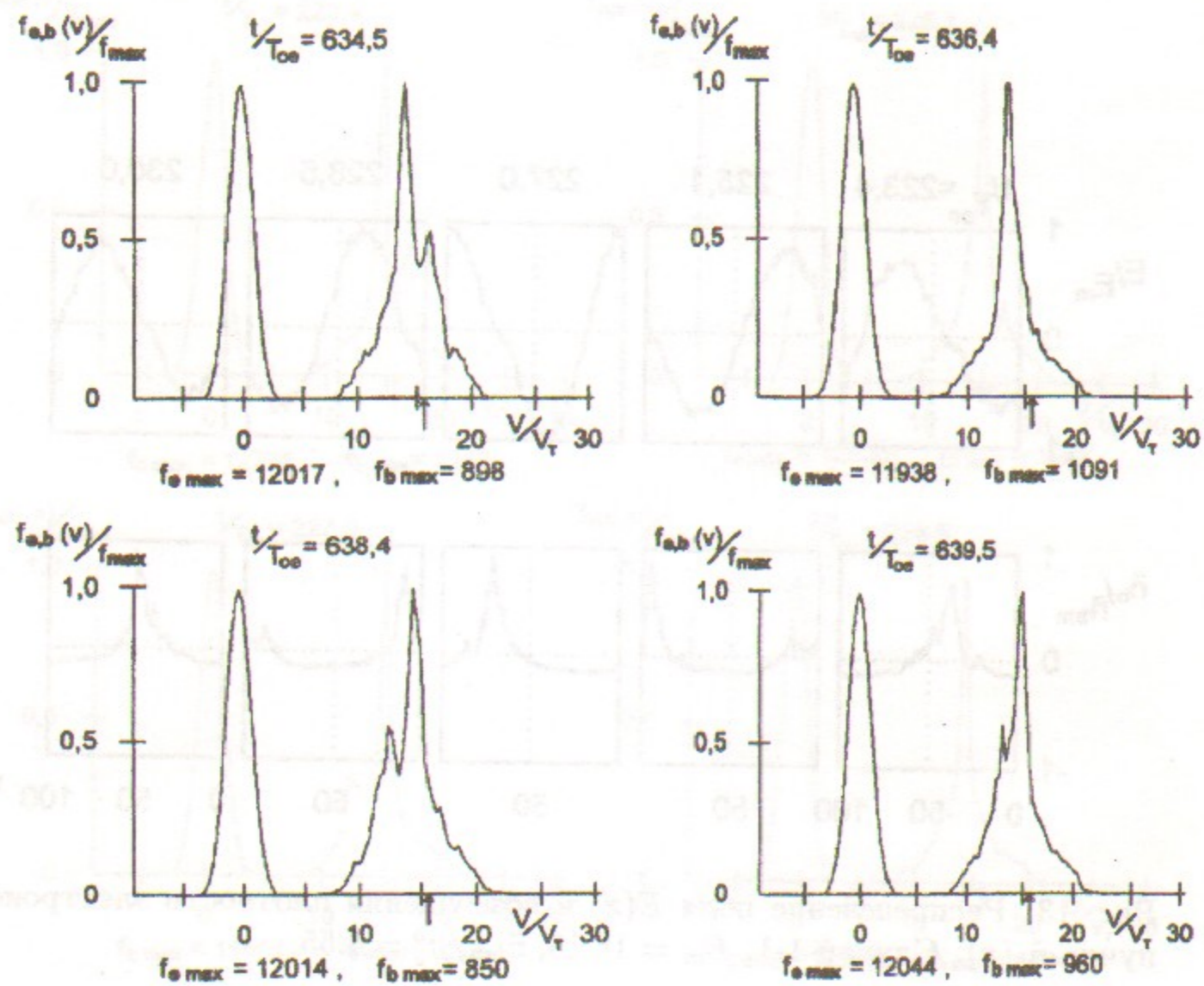


Рис. 14: Функции распределения по скоростям электронов плазмы и пучка. Случай 1-1. Стрелкой отмечена скорость пучка $V_o/V_T = 15.9$.

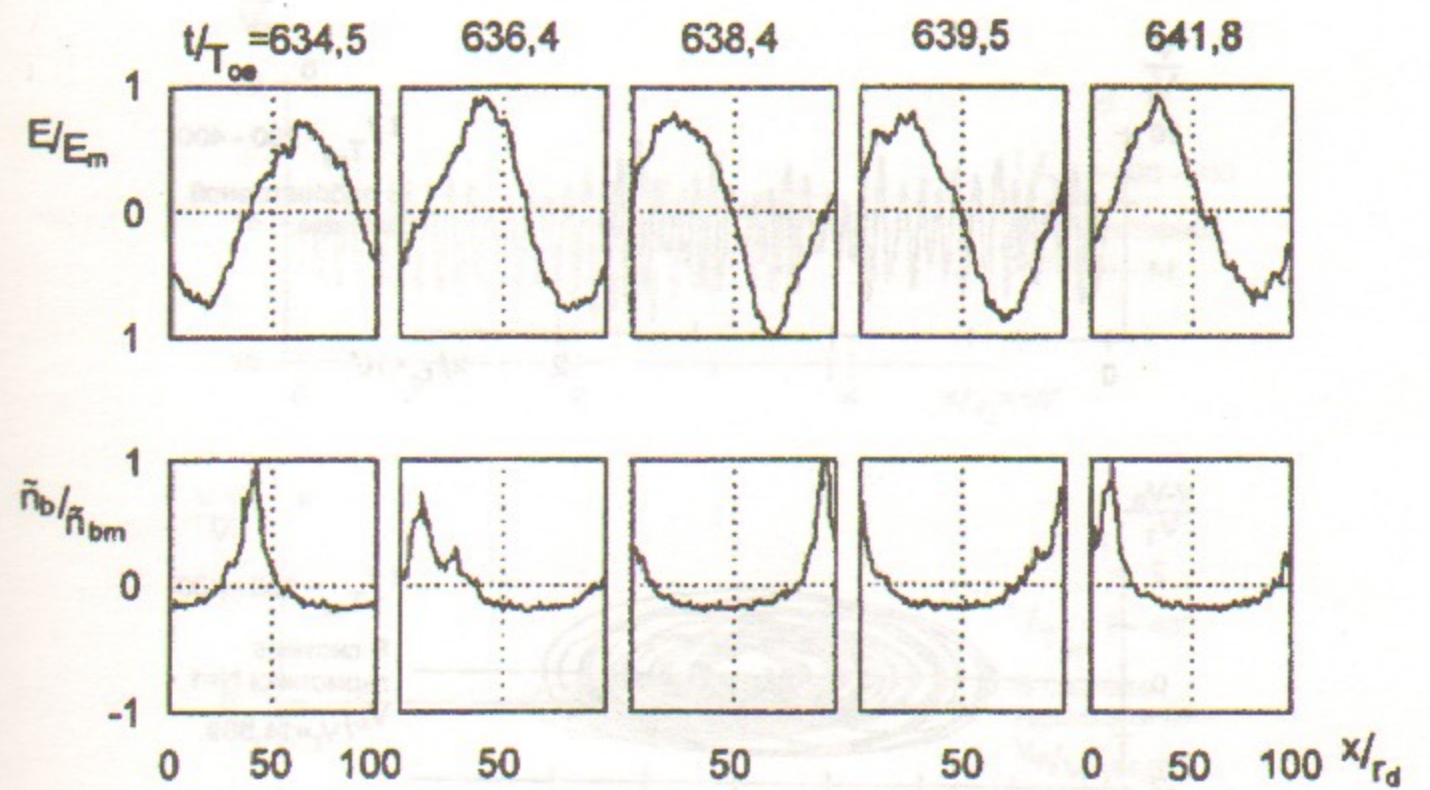


Рис. 15: Распределение поля $E(x)$ и возмущения плотности электронов пучка $\tilde{n}_b(x)$. Случай 1-1. $E_m = 17.75$, $\tilde{n}_{bm}/n_b^o = 3.68$.

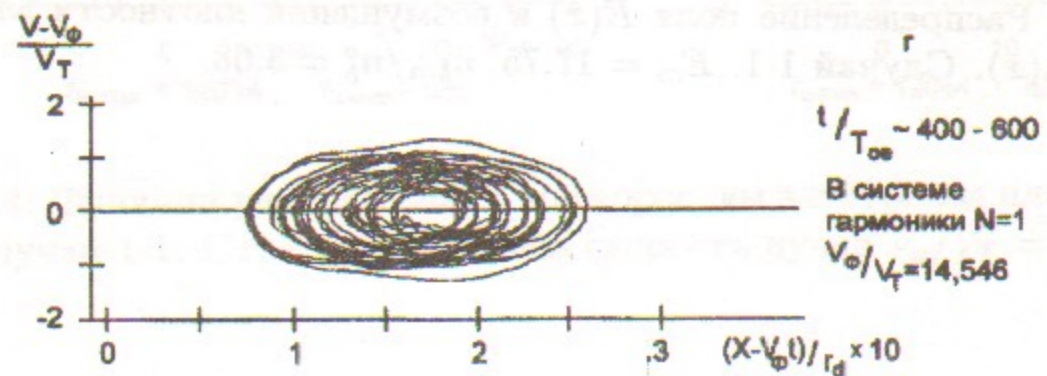
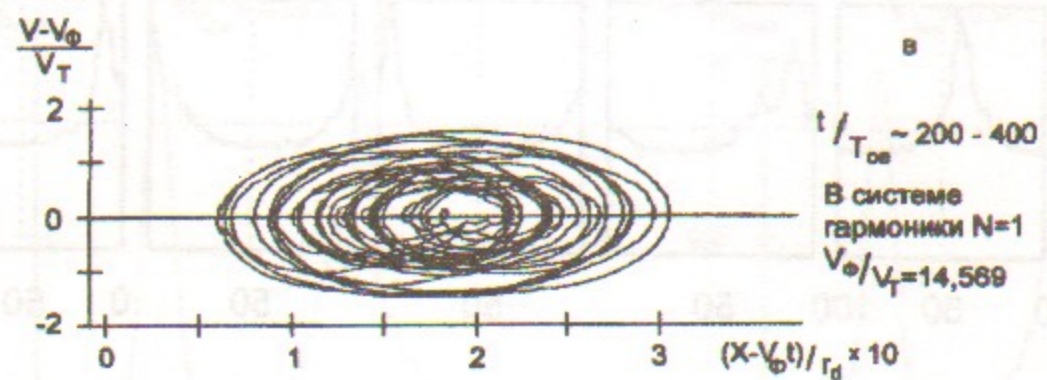
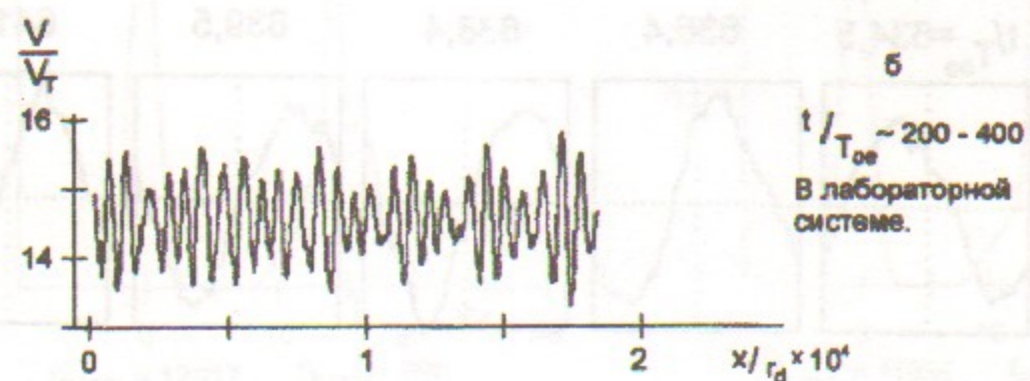
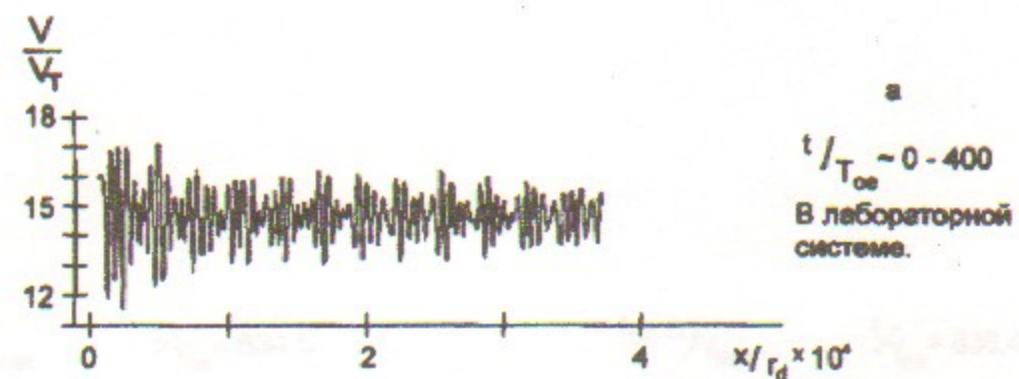


Рис. 16: Траектории частицы 1 на фазовой плоскости. Случай 1-1.
 $x_0/r_d = 44, V_0/V_T = 15.9.$

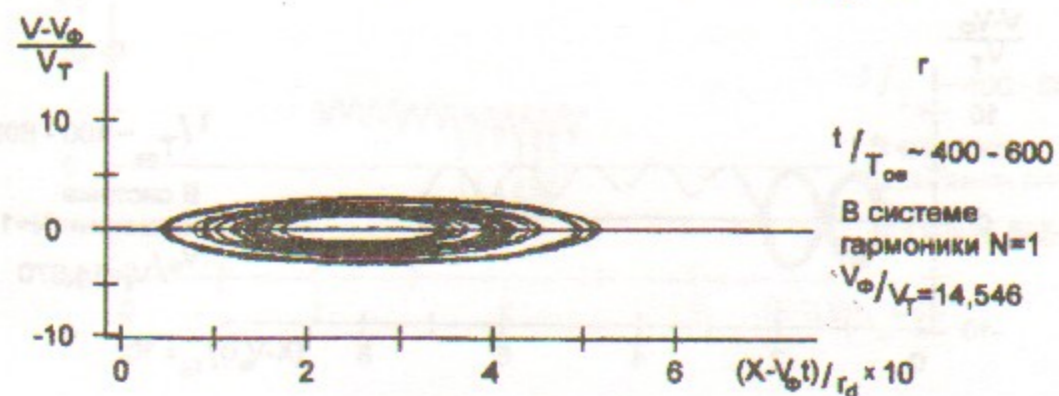
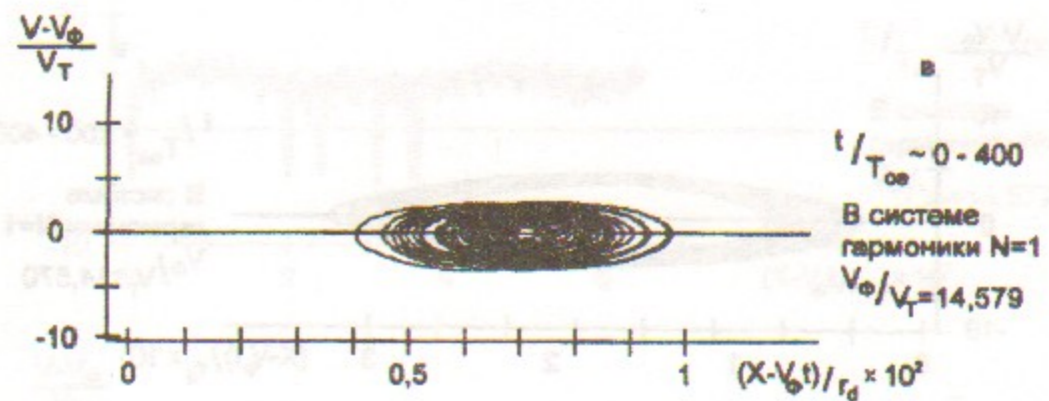
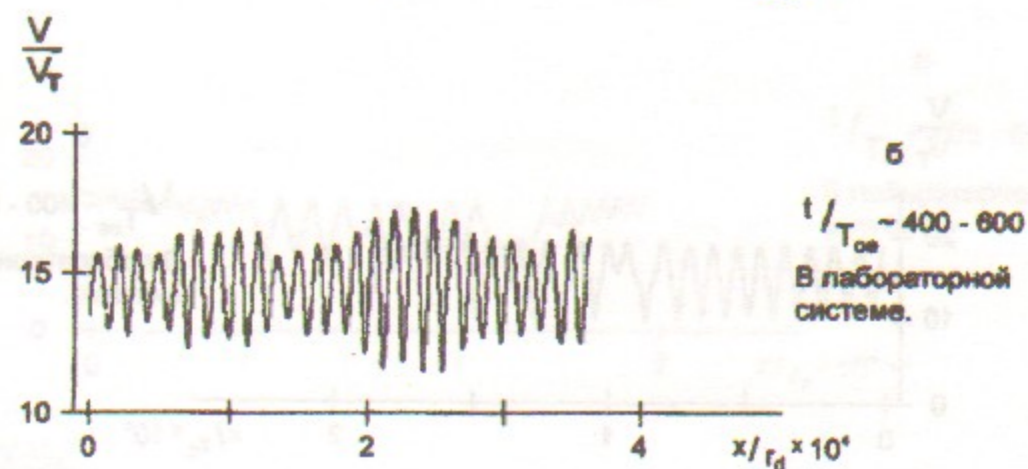
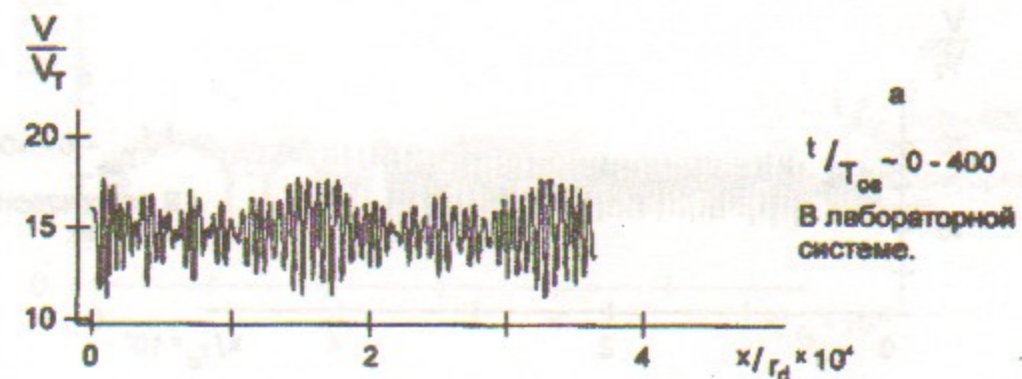


Рис. 17: Траектории частицы 2 на фазовой плоскости. Случай 1-1.
 $x_0/r_d = 50, V_0/V_T = 15.9.$

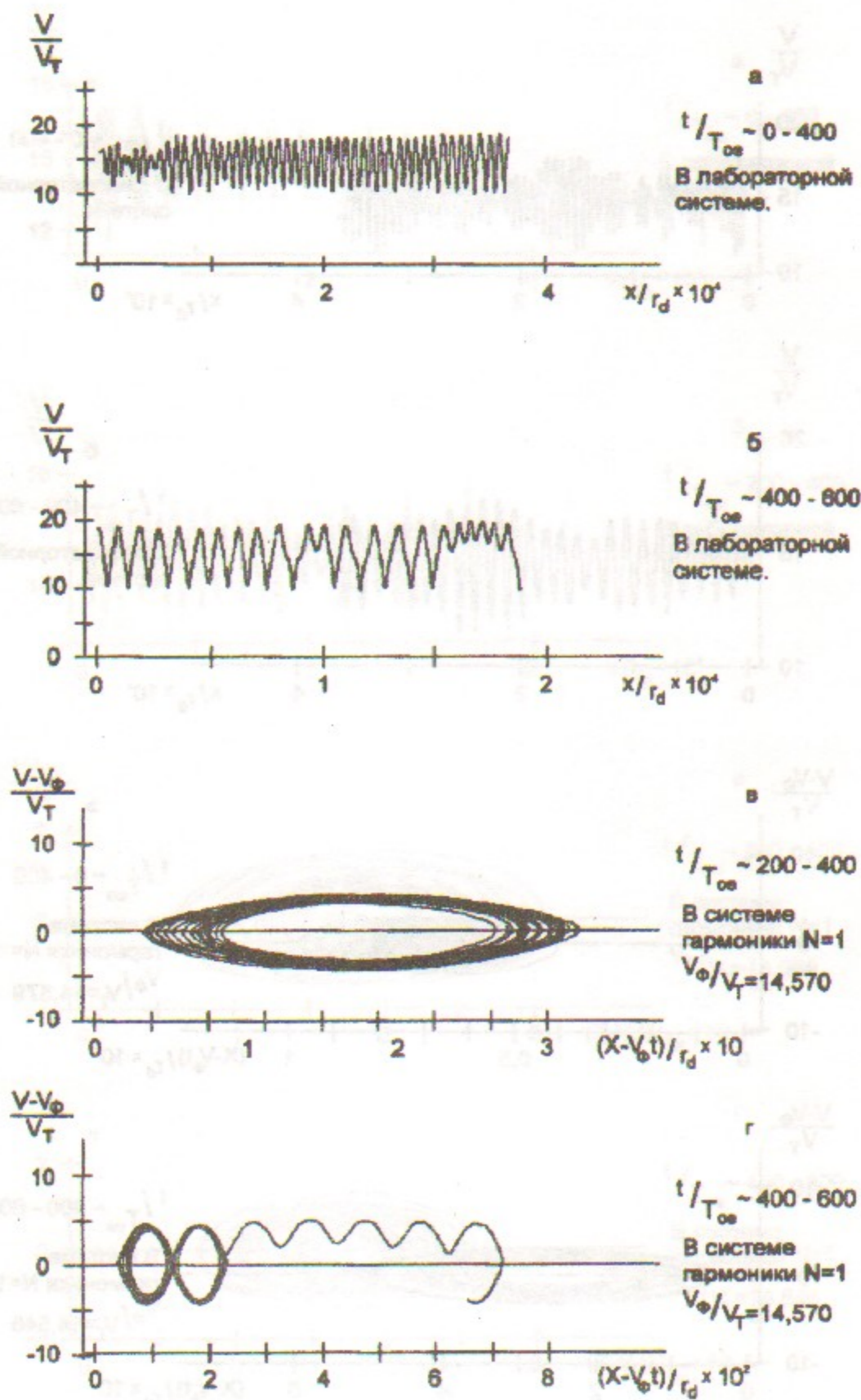


Рис. 18: Траектории частицы 3 на фазовой плоскости. Случай 1-1.
 $x_0/r_d = 20, V_0/V_T = 15.9.$

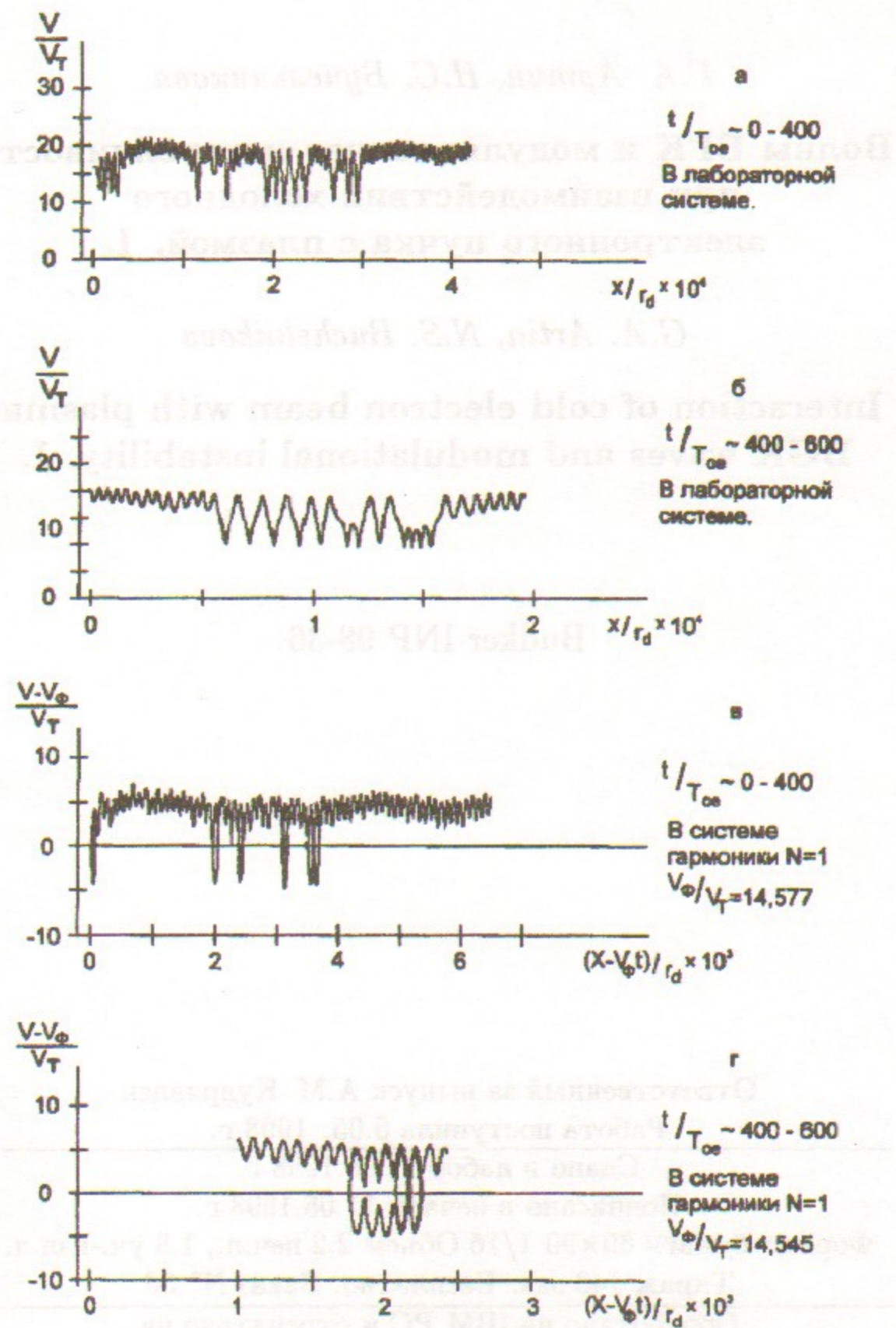


Рис. 19: Траектории частицы 4 на фазовой плоскости. Случай 1-1.
 $x_0/r_d = 32, V_0/V_T = 15.9.$

Г.А. Артин, Н.С. Бучельникова

**Волны БГК и модуляционная неустойчивость
при взаимодействии холодного
электронного пучка с плазмой. I.**

G.A. Artin, N.S. Buchelnikova

**Interaction of cold electron beam with plasma.
BGK waves and modulational instability. I.**

Budker INP 98-36

Ответственный за выпуск А.М. Кудрявцев

Работа поступила 5.05. 1998 г.

Сдано в набор 11.05.1998 г.

Подписано в печать 11.05.1998 г.

Формат бумаги 60×90 1/16 Объем 2.2 печ.л., 1.8 уч.-изд.л.

Тираж 140 экз. Бесплатно. Заказ № 36

Обработано на IBM PC и отпечатано на
ротапринте ИЯФ им. Г.И. Будкера СО РАН,

Новосибирск, 630090, пр. академика Лаврентьева, 11.