

П. 12

1997



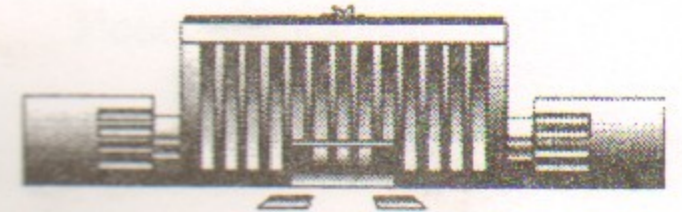
Институт ядерной физики им. Г.И. Будкера
СО РАН

В.М. Павлов

СИСТЕМА УМНОЖЕНИЯ МОЩНОСТИ
SLED

ИЯФ 97-94

БИБЛИОТЕКА
Института ядерной
Физики СО АН СССР
ИНВ № 1-й экз



Новосибирск

Система умножения мощности SLED

В.М. Павлов

Институт ядерной физики им. Г.И. Будкера СО РАН
630090 Новосибирск, Россия.

Аннотация

В препринте подробно описан принцип системы умножения мощности SLED. Рассмотрено использование системы SLED с ускоряющей структурой с постоянным импедансом. Приведены некоторые результаты работы умножителя мощности в составе прототипа форинжектора ВЭПП-5. Рассмотрены различные режимы работы SLED и даны рекомендации при использовании ее в форинжекторе ВЭПП-5.

1. Принцип работы

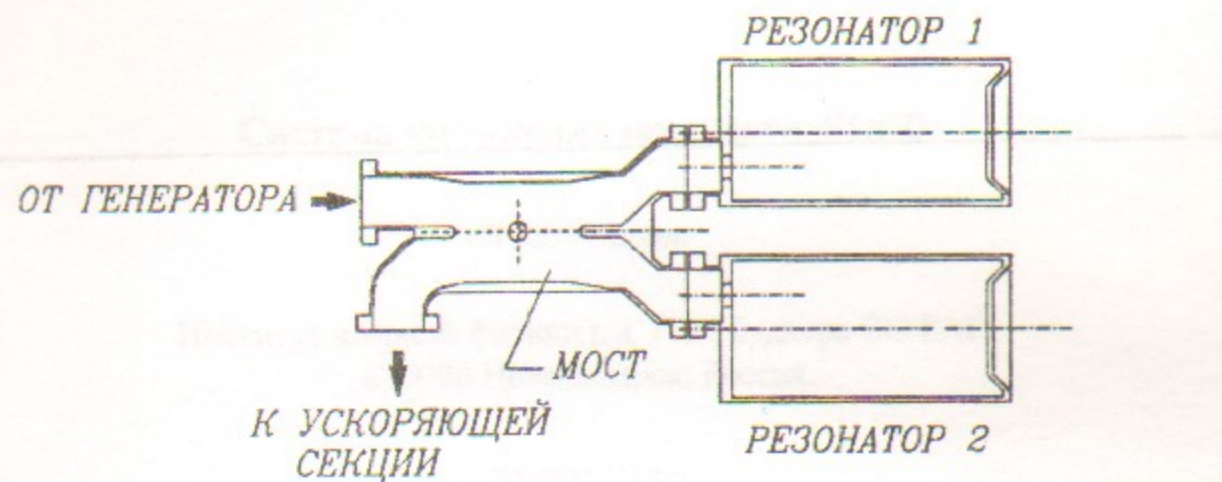
Система умножения мощности SLED (SLAC Energy Development) [1,2] в настоящее время широко используется при создании линейных ускорителей с большим темпом ускорения. Она состоит из волноводного щелевого моста и двух высокочастотных резонаторов (см. рис.1). Резонаторы служат для накопления ВЧ-мощности. Волноводный мост необходим для направления отраженных от резонаторов волн к нагрузке (например к ускоряющей секции (УС)).

Волноводный мост представляет собой направленный ответвитель 1-го рода. В стационарном режиме амплитуды отраженных от него волн $\vec{b} = (b_1, b_2, b_3, b_4)$ связаны с амплитудами падающих волн $\vec{a} = (a_1, a_2, a_3, a_4)$ матрицей рассеяния S

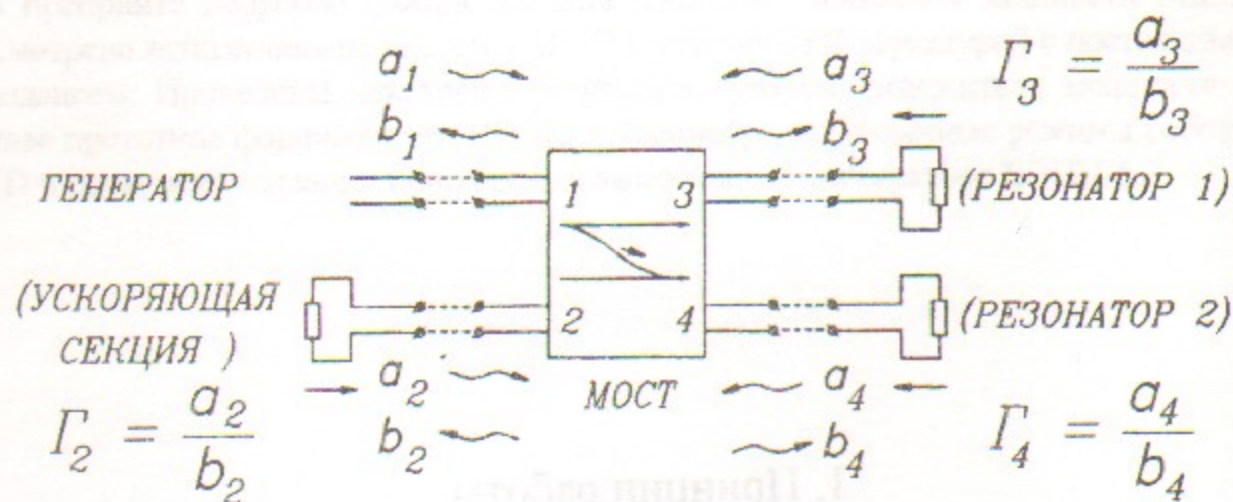
$$\vec{b} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ b_4 \end{pmatrix} = S \cdot \vec{a} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & -i \\ 0 & 0 & -i & 1 \\ 1 & -i & 0 & 0 \\ -i & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \end{pmatrix} \quad (1.1)$$

e-mail: pavlov@inp.nsk.su

Институт ядерной физики им. Г.И. Будкера СО РАН, Россия



а)



б)

Рис.1 а) система умножения мощности SLED,
б) ее эквивалентная схема.

Кроме того, при известных коэффициентах отражения Γ_2 , Γ_3 и Γ_4 имеем

$$\begin{pmatrix} a_2 \\ a_3 \\ a_4 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \Gamma_2 & 0 & 0 \\ 0 & \Gamma_3 & 0 \\ 0 & 0 & \Gamma_4 \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} b_2 \\ b_3 \\ b_4 \end{pmatrix} \quad (1.2)$$

Решая совместно (1.1) и (1.2) можно выразить все амплитуды волн через амплитуду падающей волны a_1

$$b_1 = \frac{a_1}{2} \cdot \frac{\Gamma_3 - \Gamma_4 - 2\Gamma_2\Gamma_3\Gamma_4}{1 + \frac{\Gamma_2}{2}(\Gamma_3 - \Gamma_4)}, \quad a_1 - \text{задано}, \quad (1.3)$$

$$b_2 = -\frac{i \cdot a_1}{2} \cdot \frac{\Gamma_3 + \Gamma_4}{1 + \frac{\Gamma_2}{2}(\Gamma_3 - \Gamma_4)}, \quad a_2 = b_2 \cdot \Gamma_2,$$

$$b_3 = \frac{a_1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1 - \Gamma_2\Gamma_4}{1 + \frac{\Gamma_2}{2}(\Gamma_3 - \Gamma_4)}, \quad a_3 = b_3 \cdot \Gamma_3,$$

$$b_4 = -\frac{i \cdot a_1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1 + \Gamma_2\Gamma_4}{1 + \frac{\Gamma_2}{2}(\Gamma_3 - \Gamma_4)}, \quad a_4 = b_4 \cdot \Gamma_4.$$

$\Gamma_3(\omega)$ и $\Gamma_4(\omega)$ коэффициенты отражения от резонаторов, зависящие от частоты ω , а $\Gamma_2 = |\Gamma_2| \cdot e^{i\varphi_2}$ - коэффициент отражения от ускоряющей структуры, в силу широкополосности УС по отношению к резонаторам умножителя мощности, можно считать независимыми от частоты.

В идеальном случае $\Gamma_2=0$ (УС идеально согласована с подводящим волноводным трактом), а $\Gamma_3=\Gamma_4=\Gamma_0$ (т.е. резонаторы одинаковы) получим

$$b_1 = 0,$$

$$b_2 = -i \cdot a_1 \cdot \Gamma_0, \quad a_2 = 0,$$

(1.4)

$$b_3 = \frac{a_1}{\sqrt{2}}, \quad a_3 = \frac{a_1}{\sqrt{2}} \cdot \Gamma_0,$$

$$b_4 = -\frac{i \cdot a_1}{\sqrt{2}}, \quad a_4 = -\frac{i \cdot a_1}{\sqrt{2}} \cdot \Gamma_0.$$

Отраженная в генератор волна отсутствует, а в УС поступает волна с амплитудой, равной амплитуде отраженной волны в случае одного резонатора. Поэтому принцип умножения мощности можно рассмотреть на примере переходного процесса, происходящего в одиночном резонаторе.

Для одиночного резонатора, имеющего собственную частоту колебаний ω_0 и собственную добротность Q_0 , связанного с подводящим волноводным трактом окном связи с коэффициентом связи β , коэффициент отражения $\Gamma(\omega)$ равен [3]

$$\Gamma(\omega) = \frac{\beta - [1 + 2iQ_0\delta_\omega]}{\beta + [1 + 2iQ_0\delta_\omega]}, \quad (1.5)$$

где $\delta_\omega = \frac{\omega - \omega_0}{\omega_0}$ - относительная расстройка резонатора,

$\tau_0 = \frac{2Q_0}{\omega_0}$ - постоянная времени резонатора,

$T_C = \frac{\tau_0}{1 + \beta}$ - нагруженная постоянная времени резонатора.

Пусть зависимость от времени падающей на резонатор волны имеет вид $U_0(t) = U(t) \cdot e^{i\omega t}$, где ω - частота задающего генератора. Отраженную от резонатора волну так же запишем в виде $V_0(t) = V(t) \cdot e^{i\omega t}$. Тогда уравнение для огибающей $V(t)$ отраженного от резонатора сигнала при известной форме огибающей падающей на резонатор волны $U(t)$ (см. Приложение П.1)

$$V(t) = -U(t) + \frac{2\beta}{\tau_0} \cdot e^{-t/T_\omega} \int_0^t U(\tau) \cdot e^{\tau/T_\omega} d\tau = V_1(t) + V_2(t), \quad (1.6)$$

где $T_\omega = \frac{\tau_0}{1 + \beta + i\tau_0(\omega - \omega_0)} = \frac{T_C}{1 + iT_C(\omega - \omega_0)} = \frac{T_C}{1 + i\delta}$.

Здесь $\delta = T_C \cdot (\omega - \omega_0)$ - параметр относительной расстройки в единицах полуширины резонансной кривой.

Физически (1.6) означает, что отраженная волна $V(t)$ в общем случае представляет собой сумму двух волн: волны, отраженной от входа в резонатор $V_1(t) = -U(t)$ при полностью металлизированном окне связи, плюс волны $V_2(t)$, излучаемой из резонатора и пропорциональной корню квадратному из энергии, запасенной в резонаторе к моменту времени t .

Типичный случай - падающая на резонатор волна имеет огибающую в виде ступеньки с единичной амплитудой $U(t)=1$ при $0 < t < t_1$ (рис. 2). В первый момент времени в резонаторе еще нет накопленной энергии и отраженная волна в точности равна падающей с противоположным знаком $V(0) = V_1(0) = -U(0) = -1$ (отражение от металлизированного окна связи).

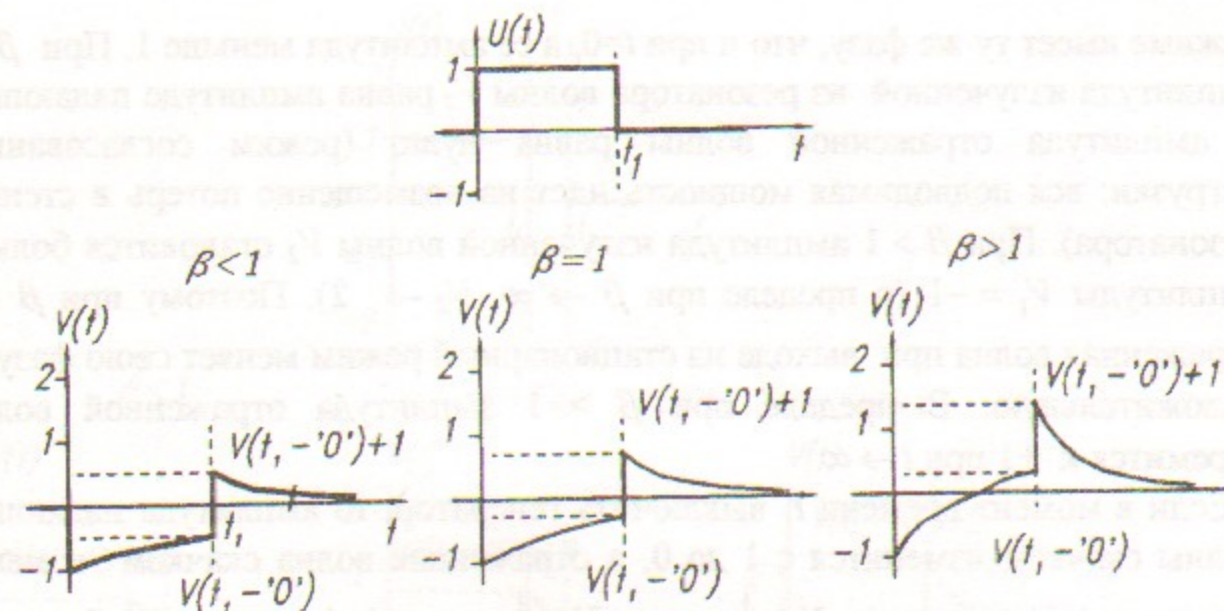


Рис.2 Переходной процесс при подаче на резонатор сигнала ступенчатой формы с единичной амплитудой.

По мере раскачки колебаний в резонаторе начинает появляться волна, излучаемая из резонатора $V_2(t)$. Причем при частоте ω , равной собственной частоте резонатора, ее фаза противоположна фазе отраженной волны от металлизированного окна связи, а амплитуда зависит от коэффициента связи β . При $t \rightarrow \infty$ система выходит на стационарный режим. При этом мощность падающей волны равна мощности отраженной волны плюс мощность потерь в резонаторе

$$P_{пад} = P_{отр} + P_{пот}. \quad (1.7)$$

Мощность падающей волны $P_{пад}$ пропорциональна U^2 .

Мощность отраженной волны $P_{отр}$ пропорциональна $V^2 = (-U + V_2)^2$.

Мощность потерь в резонаторе, по определению коэффициента связи β равна $P_{пот} = P_{изл} / \beta$, где $P_{изл}$ - мощность излучаемой из резонатора волны, которая пропорциональна V_2^2 . Из (1.7) имеем

$$U^2 = (-U + V_2)^2 + \frac{V_2^2}{\beta}. \quad (1.8)$$

Откуда получим $V_2 = U \cdot \frac{2}{1 + 1/\beta} \Big|_{U=1} = \frac{2}{1 + 1/\beta}$. (1.9)

При $\beta < 1$ отраженная волна V состоит в основном из волны $V_1 = -1$ (V_2 при $\beta \rightarrow 0$ стремится к 0), то есть отраженная волна в стационарном

режиме имеет ту же фазу, что и при $t=0$, а ее амплитуда меньше 1. При $\beta=1$ амплитуда излученной из резонатора волны V_2 равна амплитуде падающей, а амплитуда отраженной волны равна нулю (режим согласованной нагрузки: вся подводимая мощность идет на возмещение потерь в стенках резонатора). При $\beta > 1$ амплитуда излученной волны V_2 становится больше амплитуды $V_1 = -1$ (в пределе при $\beta \rightarrow \infty$ $V_2 \rightarrow 2$). Поэтому при $\beta > 1$ отраженная волна при выходе на стационарный режим меняет свою фазу на положительную. В пределе при $\beta \gg 1$ амплитуда отраженной волны стремится к $+1$ при $t \rightarrow \infty$.

Если в момент времени t_1 выключить генератор, то амплитуда падающей волны скачком изменится с 1 до 0, а отраженная волна скачком изменит свою амплитуду на $+1$: $V(t)|_{t=t_1+0'} = V(t)|_{t=t_1-0'} + 1$ (см. рис. 2). Заметим, что в случае $\beta > 1$ мы уже будем иметь эффект "умножения мощности": амплитуда отраженной волны больше амплитуды падающей. Причем видно, что в пределе (при $t_1 \rightarrow \infty$ и $\beta \gg 1$) амплитуда отраженной волны будет в два раза больше падающей, т.е. максимальный коэффициент умножения по мощности в пределе равен 4.

В режиме работы системы SLED в момент времени t_1 производится не просто выключение генератора, а изменение фазы падающей волны на 180° (см. рис. 3). Т.е. амплитуда падающей волны скачком изменяется на с $+1$ на -1 . Это приведет к тому, что отраженная волна скачком изменит свою амплитуду на $+2$: $V(t)|_{t=t_1+0'} = V(t)|_{t=t_1-0'} + 2$ (см. рис. 3). Видно, что при любом β амплитуда отраженной волны после изменения фазы скачком на 180° , больше чем амплитуда падающей. Причем при $\beta \gg 1$ в пределе (при $t_1 \rightarrow \infty$) амплитуда отраженной волны будет в три раза больше падающей, т.е. максимальный коэффициент умножения системы SLED по мощности в пределе равен 9. Если далее в момент времени $t=t_2$ выключить генератор, то очевидно, что амплитуда полной отраженной волны скачком изменится при $t=t_2$ на -1 : $V(t)|_{t=t_2+0'} = V(t)|_{t=t_2-0'} - 1$. После этого амплитуда отраженной волны будет уменьшаться до нуля пока вся мощность, запасенная в резонаторе, не исчезнет за счет потерь в стенках резонатора и излучения в подводный волновод через отверстие связи.

Все вышесказанное математически описывается уравнением (1.6).

Если падающая волна имеет классическую форму (рис.3), т.е.

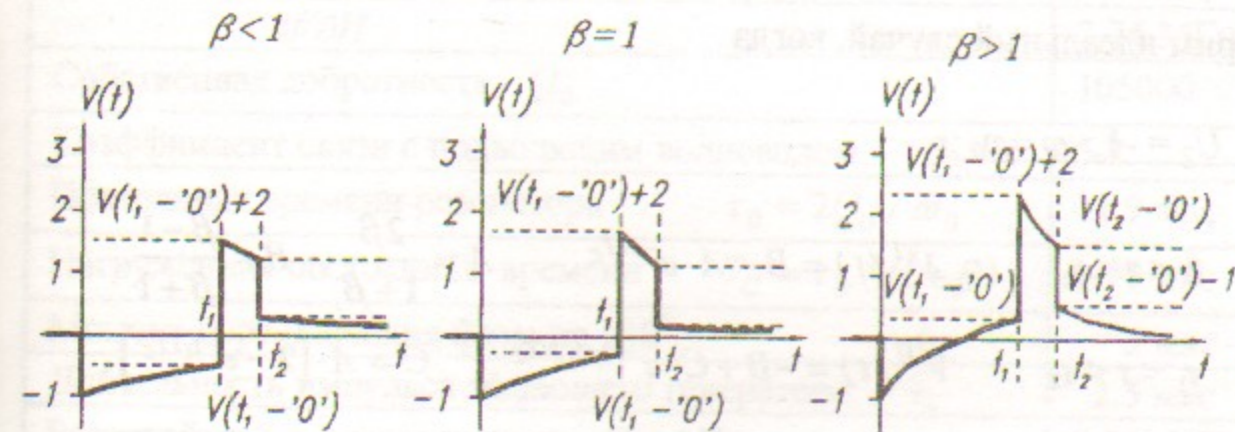
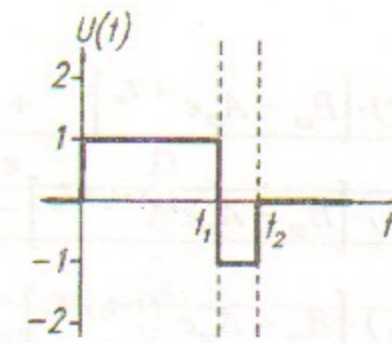


Рис.3 Переходной процесс в системе SLED.

$$U(t) = \begin{cases} 0 & \text{при } t < 0 \\ U_1 & \text{при } 0 < t < t_1 \\ U_2 & \text{при } t_1 < t < t_2 \\ 0 & \text{при } t_2 < t \end{cases}$$

ее можно записать как

$$U(t) = U_1 \cdot \sigma(t) + (U_2 - U_1) \cdot \sigma(t - t_1) - U_2 \cdot \sigma(t - t_2), \quad (1.10)$$

$$\text{где } \sigma(t - t_x) = \begin{cases} 0 & \text{при } t < t_x \\ 1 & \text{при } t \geq t_x \end{cases} \text{ - ступенчатая } \sigma \text{ функция.}$$

При амплитуде падающей волны $\tilde{u} = \sigma(t - t_x)$ амплитуда отраженной,

согласно (1.6), равна (1.11)

$$\tilde{v}(t) = -\sigma(t - t_x) + \frac{2\beta}{\tau_0} e^{-t/T_0} \int_0^t \sigma(t - t_x) e^{\tau/T_0} d\tau = \sigma(t - t_x) \cdot [B_\omega - A_\omega e^{-(t-t_x)/T_0}]$$

$$\text{где } A_\omega = A \cdot \frac{1}{1+i\delta}, \quad B_\omega = -1 + A_\omega = \frac{B-i\delta}{1+i\delta},$$

$$A = \frac{2\beta}{1+\beta}, \quad B = \frac{\beta-1}{\beta+1}.$$

Тогда

$$V(t) = U_1 \cdot \sigma(t) \cdot [B_\omega - A_\omega e^{-t/T_\omega}] + (U_2 - U_1) \cdot \sigma(t - t_1) \cdot [B_\omega - A_\omega e^{-(t-t_1)/T_\omega}] - U_2 \cdot \sigma(t - t_2) \cdot [B_\omega - A_\omega e^{-(t-t_2)/T_\omega}] \quad (1.12)$$

Рассмотрим идеальный случай, когда

$$U_1 = 1, U_2 = -1, \omega = \omega_0:$$

$$\text{Обл. I: } 0 < t < t_1 \quad V^I(t) = B - A \cdot e^{-t/T_c}, \quad A = \frac{2\beta}{1+\beta}, \quad B = \frac{\beta-1}{\beta+1}.$$

$$\text{Обл. II: } t_1 < t < t_2 \quad V^{II}(t) = -B + C \cdot e^{-(t-t_1)/T_c}, \quad C = A \cdot (2 - e^{-t_1/T_c}),$$

$$\text{Обл. III: } t_2 < t \quad V^{III}(t) = D \cdot e^{-(t-t_2)/T_c}, \quad D = C \cdot e^{-(t_2-t_1)/T_c}.$$

Можно проверить, что действительно, как было показано ранее

$$V(0) \equiv V^I(0) = -1,$$

$$V(t_1 + 0') \equiv V^{II}(t_1) = V^I(t_1) + 2 \equiv V(t_1 - 0') + 2,$$

$$V(t_2 + 0') \equiv V^{III}(t_2) = V^{II}(t_2) - 1 \equiv V(t_2 - 0') - 1,$$

а коэффициент умножения системы по напряжению равен

$$K_0 = V(t_1 + 0') \equiv V^{II}(t_1) = -B + C = \frac{3\beta+1}{\beta+1} - \frac{2\beta}{\beta+1} \cdot e^{-t_1/T_c}. \quad (1.13)$$

$$\text{При } t_1 \rightarrow \infty \quad K_0 = \frac{3\beta+1}{\beta+1} \quad \text{и при } \beta \rightarrow \infty \quad K_0 = 3.$$

Для примера рассмотрим систему умножения мощности, использованной в прототипе форинжектора ВЭПП-5 [4]. Система состоит из волноводного щелевого моста и двух высокодобротных цилиндрических резонаторов, работающих на виде колебания H_{015} . У резонаторов одна из стенок сделана подвижной, что давало возможность перестраивать резонансную частоту умножителя с помощью шаговых двигателей. Параметры резонаторов приведены в табл. 1.

Диаметр резонаторов	D	196 мм
Высота резонаторов	H	359.7 мм
Работа частота	f_0	2797 МГц
Диапазон перестройки	Δf	± 5 МГц
	$\Delta f/\Delta H$	2.75 МГц/мм
Собственная добротность	Q_0	105000
Коэффициент связи с подводящим волноводом	β	5.7
Постоянная времени резонатора	$\tau_0 = 2Q_0/\omega_0$	11.9 мкс
Нагруженная постоянная времени	$T_c = \tau_0/(1+\beta)$	1.78 мкс
Момент переключения фазы на 180°	t_1	2 мкс
Длительность импульса задающего генератора	t_2	2.5 мкс
Расстройка $\delta = 1$ соответствует	$\delta f = 1/T_c$	0.562 МГц
Коэффициент умножения по напряжению	K_0	2.147

Таблица 1: Параметры системы умножения мощности SLED прототипа форинжектора ВЭПП-5.

Рабочие коэффициенты при приведенных параметрах равны

$$A = 1.701, B = 0.701, C = 2.849, D = 0.451.$$

Энергия в импульсе, поступившая в систему от генератора за время всего импульса $W_{\text{И}} = t_2$.

Энергия, поступающая в УС в различные интервалы времени:

$$\text{Обл. I: } 0 < t < t_1$$

$$W^I = \int_{-\infty}^{t_1} |V^I(t)|^2 dt = B^2 \cdot t_1 + 2 \cdot A \cdot B \cdot T_c \cdot [e^{-t_1/T_c} - 1] - A^2 \frac{T_c}{2} \cdot [e^{-2t_1/T_c} - 1],$$

$$\text{Обл. II: } t_1 < t < t_2$$

$$W^{II} = \int_{t_1}^{t_2} |V^{II}(t)|^2 dt = B^2 \cdot (t_2 - t_1) + 2 \cdot B \cdot C \cdot T_c \cdot [e^{-(t_2-t_1)/T_c} - 1] - C^2 \frac{T_c}{2} \cdot [e^{-2(t_2-t_1)/T_c} - 1]$$

Обл. III : $t_2 < t$

$$W^{III} = \int_{t_2}^{\infty} |V^{III}(t)|^2 dt = D^2 \cdot \frac{T_c}{2}$$

Энергия, поступившая в УС до переворота фазы W^I . Энергия, поступившая в УС после переворота фазы $W^{II} + W^{III}$. Полная энергия, поступающая в УС за все время ВЧ-импульса генератора $W_{acc} = W^I + W^{II} + W^{III}$. Энергия потерь в стенках резонаторов $W_{res} = W_{kl} - W_{acc}$. При приведенных параметрах системы умножения

$$\begin{aligned} W^I &= 16.9\% \text{ от } W_{kl}, & W^{II} &= 64.4\% \text{ от } W_{kl}, & W^{III} &= 7.2\% \text{ от } W_{kl}, \\ W^{II} + W^{III} &= 71.6\% \text{ от } W_{kl}, \\ W_{acc} &= 88.5\% \text{ от } W_{kl}, \\ W_{res} &= 11.5\% \text{ от } W_{kl}. \end{aligned}$$

Для сравнения на рис.4 приведена реальная форма ВЧ-импульса после системы умножения мощности [4].

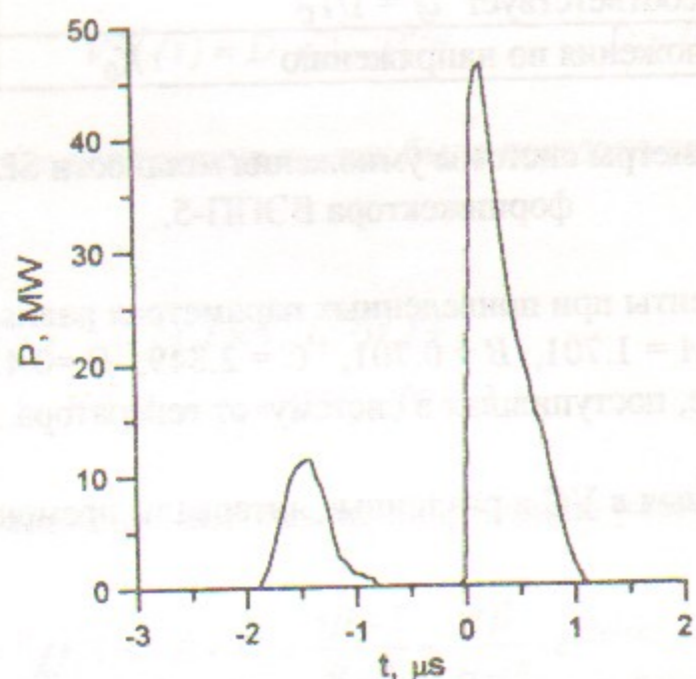


Рис. 4 ВЧ-импульс после системы умножения мощности SLED при работе с прототипом форинжектора ВЭПП-5.

При импульсной мощности КИУ-12 $P_0 \approx 13.8$ МВт, длительности импульса $t_2 \approx 2.5$ мкс и частоте повторения $F=50$ Гц:

Энергия от КИУ-12 за 1 импульс

$$W_{kl} = 34.4 \text{ Дж}$$

Энергия, поступающая в УС до переворота фазы

$$\begin{aligned} W^I &= 4.9 \text{ Дж} \\ &(14\% \text{ от } W_{kl}). \end{aligned}$$

Энергия, поступающая в УС после переворота фазы $W^{II} + W^{III} = 26.5$ Дж (77% от W_{kl}).

Полная энергия, поступающая в УС за все время одного импульса ВЧ

$$\begin{aligned} W_{acc} &= 31.4 \text{ Дж} \\ &(91.3\% \text{ от } W_{kl}). \end{aligned}$$

Потери в резонаторах умножения мощности

$$\begin{aligned} W_{res} &= 2.9 \text{ Дж} \\ &(8.4\% \text{ от } W_{kl}). \end{aligned}$$

Средняя мощность от КИУ-12

$$P_{kl} = W_{kl} \cdot F = 1.72 \text{ кВт.}$$

Средняя мощность, поступающая на вход УС

$$P_{acc} = W_{acc} \cdot F = 1.57 \text{ кВт.}$$

Средняя мощность, рассеиваемая в резонаторах

$$P_{res} = W_{res} \cdot F = 0.145 \text{ кВт.}$$

Оценки средних тепловых нагрузок учитывались при определении режимов охлаждения УС, нагрузок и резонаторов SLED.

2. Ускоряющая структура + система SLED

При использовании системы SLED в УС поступает волна с амплитудой

$$V(t) = -B + C \cdot e^{-t/T_c}, \quad (2.0)$$

$$\text{где } C = A \cdot (2 - e^{-t_2/T_c}), \quad A = \frac{2\beta}{1+\beta}, \quad B = \frac{\beta-1}{\beta+1}.$$

Здесь время t для удобства отсчитывается от момента переворота фазы на 180° . Тогда, при мощности задающего генератора P_0 , мощность, поступающая на вход УС равна $P(t) = P_0 \cdot V(t)^2$. Распределение амплитуды ускоряющего электрического поля вдоль УС с постоянным импедансом

(см. Приложение 2) $E(z,t) = E_0 \left(t - \frac{z}{v_{gr}} \right) e^{-\alpha z}$, где $E_0(t) = E(0,t)$ - амплитуда

электрического поля на входе в УС при $z=0$. Так как $E_0(t) = \sqrt{2\alpha R_{sh} P(t)}$, то зная зависимость мощности $P(t)$ можно найти распределение $E(z,t)$ в различных точках УС в разное время

$$E(z,t) = E_0 \cdot \left\{ C \cdot \exp\left[-\left(t - z/v_{gr} \right) / T_c - \alpha \cdot z \right] - B \cdot \exp(-\alpha \cdot z) \right\}, \quad (2.1)$$

$$\text{где } E_0 = \sqrt{2 \cdot \alpha \cdot R_{sh} \cdot P_0}.$$

В первый момент времени $t = 0$ амплитуда ускоряющего поля на входе в УС максимальна, а в остальной части УС поле отсутствует. Распространяясь вдоль УС с групповой скоростью v_{gr} волна затухает. К моменту времени t

передний фронт волны, пройдя расстояние $z = t / v_{gr}$, уменьшит свою амплитуду на $\exp(-\alpha z)$. На входе УС поле в этот же момент времени будет иметь тоже уменьшенную амплитуду, соответствующую амплитуде из системы умножения мощности в момент времени t . Если время заполнения УС T_f меньше длительности рабочей части импульса SLED $t_s = t_2 - t_1$, то при $t > t_s$ на вход УС перестает поступать мощность, а задний фронт поля в УС продолжает движение к концу УС со скоростью v_{gr} . На рис. 5 для примера показаны характерные распределения электрических полей в УС для различных времен t . На рис.6 показаны распределения амплитуды ускоряющего поля в зависимости от координаты z вдоль УС в различное время t после начала заполнения секции, восстановленные по реальному импульсу $P(t)$ на входе в УС (рис.4) при работе с прототипом форинжектора ВЭПП-5 [4].

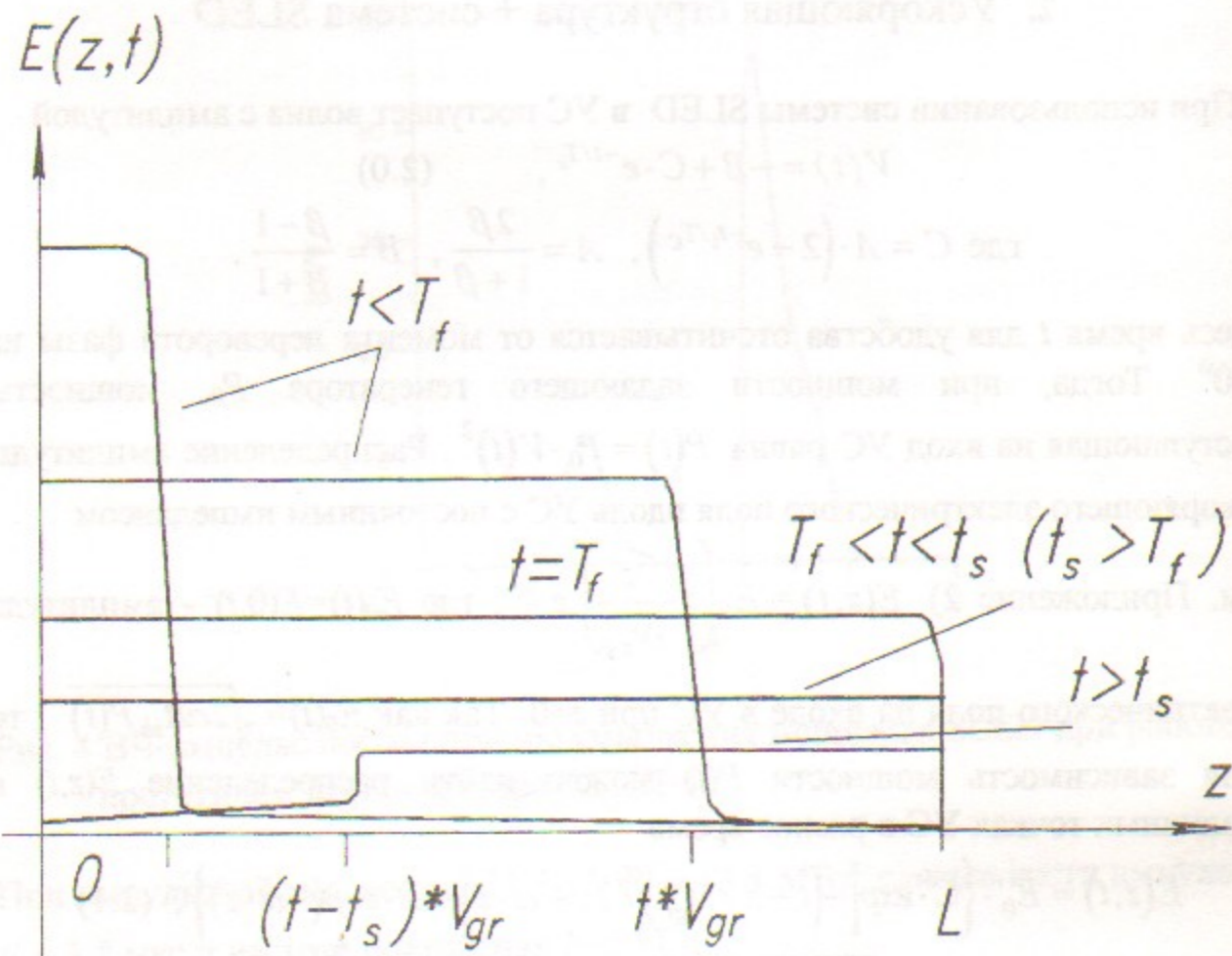


Рис.5 Распределение амплитуды ускоряющего поля в зависимости от координаты z вдоль УС в различное время t после начала заполнения секции.

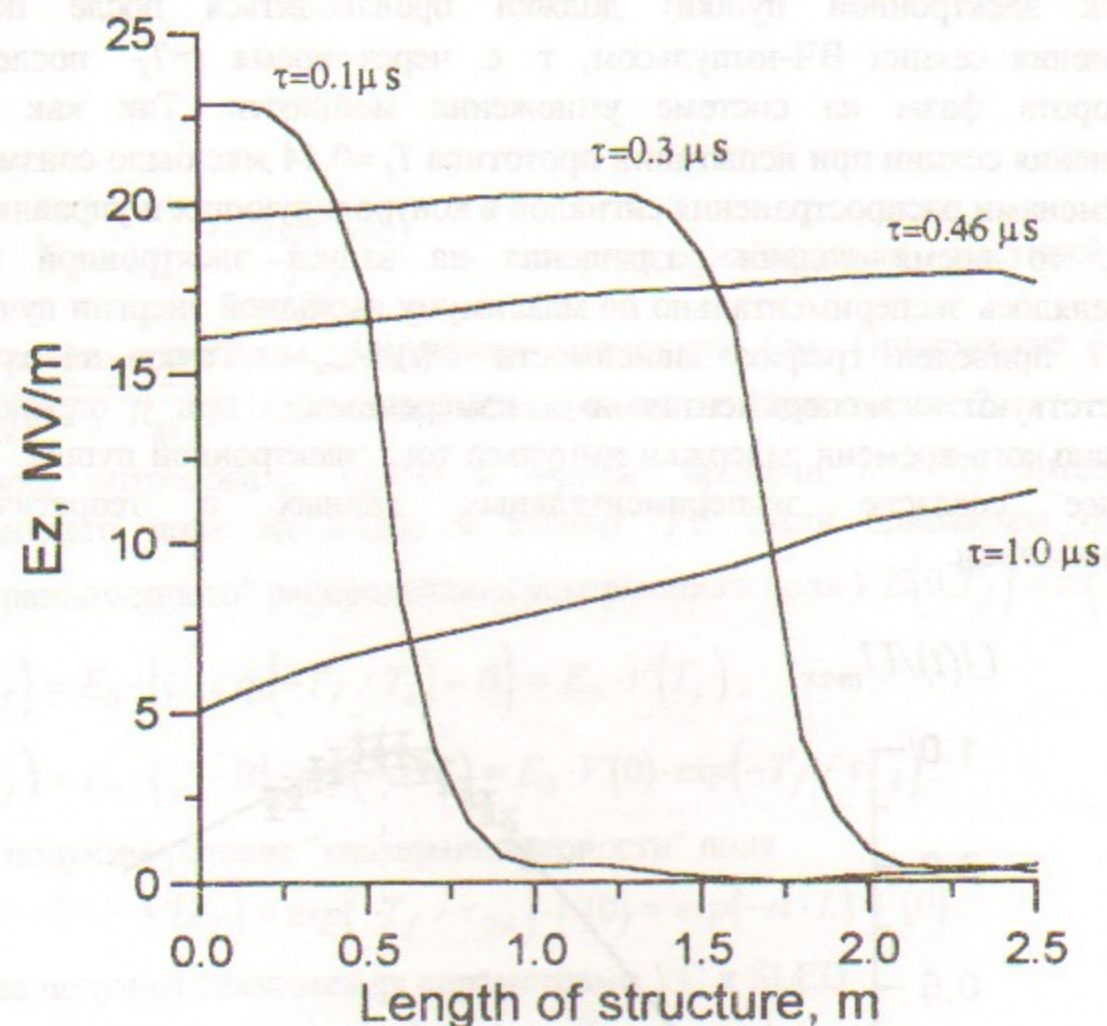


Рис.6: Распределение электрического поля вдоль УС в различные моменты времени при работе с прототипом форинжектора ВЭПП-5 .

При мощности генератора $P_0 \approx 14$ МВт максимальное электрическое поле в начале УС при $z=0$ и $t=0$ было $E_0=24.5$ МВ/м. Рабочее электрическое поле при $t=T_f$ $E_{acc} \approx 17.7$ МВ/м.

Энергия, набираемая ускоряемой частицей, влетающей в УС в момент времени t , при условии $v_{gr} \ll c$ (т.е. частица "мгновенно" пролетает УС)

$$U(t) = \int_{L_1}^{L_2} E(z,t) dz, \text{ где, в соответствии с диаграммой заполнения секции}$$

(считаем, что длительность рабочей части импульса умножителя t_s больше времени заполнения секции $t_s > T_f$)

$$L_1 = \begin{cases} 0 & \text{н пу } t < t_s, \\ (t - t_s) \cdot v_{gr} & \text{н пу } t > t_s. \end{cases} \quad L_2 = \begin{cases} t \cdot v_{gr} & \text{н пу } t < T_f, \\ L & \text{н пу } t > T_f. \end{cases}$$

Для эффективного использования ускоряющей секции инжекция пучка

(запуск электронной пушки) должен производиться после полного заполнения секции ВЧ-импульсом, т. е. через время $t=T_f$ после 180° переворота фазы на системе умножения мощности. Так как время заполнения секции при испытании прототипа $T_f \approx 0.44$ мкс было соизмеримо со временами распространения сигналов в контролирующих и управляющих цепях, то время подачи разрешения на запуск электронной пушки определялось экспериментально по максимуму выходной энергии пучка. На рис. 7 приведен график зависимости $U(t)/U_{max}$. Точки на графике соответствуют экспериментально измеренным при определении оптимального времени задержки импульса тока электронной пушки. Видно хорошее согласие экспериментальных данных с теоретическим предсказанием.

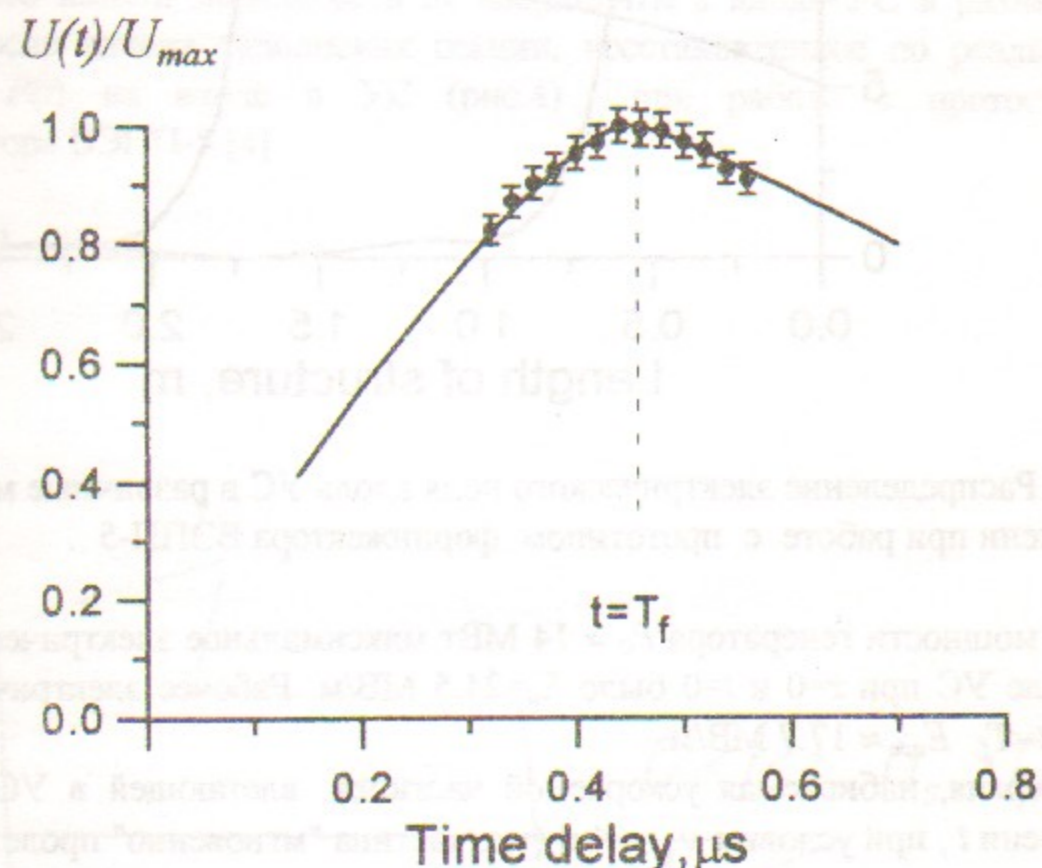


Рис. 7 Зависимость энергии пучка от времени задержки (сплошная линия - теоретический расчет).

Энергия, набираемая ускоряемой частицей, влетающей в УС при полном заполнении секции равна

$$U = \int_0^L E(z, T_f) dz = U_0 \left\{ C \cdot e^{-T_f/T_c} \cdot \frac{[1 - e^{-(1-\tau_{0A}/T_c)\alpha L}]}{(1-\tau_{0A}/T_c) \cdot (1 - e^{-\alpha L})} - B \right\}, \quad (2.2)$$

где $U_0 = U_m \cdot \frac{1 - \exp(-\alpha L)}{\sqrt{\alpha L}}$ - энергия, набираемая частицей без

использования системы умножения мощности (см. Приложение П.2.5), $U_m = \sqrt{2 \cdot P_0 \cdot R_{sh} \cdot L}$. Остальные обозначения см. Приложение 2.

Можно потребовать, чтобы в момент времени $t = T_f$ амплитуды ускоряющего поля на входе и выходе УС были одинаковы (режим "квазиравномерного" распределения ускоряющего поля) $E(0, T_f) = E(L, T_f)$

$$E(0, T_f) = E_0 \cdot \{C \cdot \exp(-T_f/T_c) - B\} = E_0 \cdot V(T_f),$$

$$E(L, T_f) = E_0 \cdot \{C - B\} \cdot \exp(-\alpha \cdot L) = E_0 \cdot V(0) \cdot \exp(-T_f/\tau_{0A}).$$

Тогда получим условие "квазиравномерности" поля

$$V(T_f) = \exp(-T_f/\tau_{0A}) \cdot V(0) = \exp(-\alpha \cdot L) \cdot V(0).$$

Отсюда получим связь между параметрами УС и SLED:

$$\frac{\tau_{0A}}{T_c} = 1 - \frac{1}{\alpha L} \cdot \ln \left[1 + \frac{B}{C} \cdot (e^{\alpha L} - 1) \right]. \quad (2.3)$$

Из (2.3) следует, что $\tau_{0A}/T_c \neq 1$. Тогда набор энергии в секции при условии "квазиравномерности" распределения поля равен

$$U = U_0 \cdot \frac{\tau_{0A}/T_c}{1 - \tau_{0A}/T_c} \cdot B. \quad (2.4)$$

Отсюда коэффициент увеличения энергии при использовании системы SLED

$$M = \frac{U}{U_0} = \frac{\tau_{0A}/T_c}{1 - \tau_{0A}/T_c} \cdot B \quad (2.5)$$

В инжекционном комплексе ВЭПИ-5 [5] предполагается использовать ускоряющую структуру типа круглый диафрагмированный волновод с постоянным импедансом со следующими параметрами:

Рабочая частота $f = 2856$ МГц,

Рабочий вид колебаний $\theta = 2\pi/3$,

Собственная добротность $Q_{0A} = 1.32 \cdot 10^4$,

Групповая скорость $v_{gr} = 0.021 \cdot c$,

Шунтовое сопротивление $R_{sh} = 51$ МОм/м,

Постоянная времени

ускоряющей структуры $\tau_{0A} = \frac{2 \cdot Q_{0A}}{\omega} = 1.47 \text{ мкс,}$

Коэффициент затухания

в УС по полю $\alpha = \frac{1}{\tau_{0A} \cdot v_{gr}} = 0.108 \text{ 1/м,}$

Длина УС+ 2 ГТВ $L = 2.93 \text{ м,}$

Параметр затухания $\alpha L = 0.316,$

Время заполнения УС $T_f = \frac{L}{v_{gr}} = 0.471 \text{ мкс.}$

КПД секции $\eta = 74 \text{ \%}$.

Теоретическое предельное значение $B \Big|_{\beta \rightarrow \infty} = 1,$ $\frac{B}{C} \Big|_{t_1 \rightarrow \infty} = \frac{\beta - 1}{4\beta} \Big|_{\beta \rightarrow \infty} = \frac{1}{4}.$

При $\alpha L = 0.316$ отношение $\tau_{0A} / T_c = 0.72,$ а предельный коэффициент увеличения энергии $M_{max} = 2.56.$

В качестве генератора предполагается использовать клистрон 5045 с длительностью импульса $T_k = 3.5 \text{ мкс.}$ То есть время 'закачки' мощности в резонаторы умножителя $t_1 = T_k - T_f \approx 3 \text{ мкс.}$ Собственная добротность резонаторов SLED с типом колебания H_{015} $Q_0 = 105000,$ т.е. $\tau_0 \approx 11.7 \text{ мкс.}$

Так как $\tau_{0A} = 1.47 \text{ мкс,}$ то для получения "квазиравномерного" распределения ускоряющего поля из (2.3) получим $\beta \approx 4.95.$ Коэффициент увеличения энергии при этом $M \approx 2,$ а КПД секции

$$\eta = \frac{\int \frac{P(t=T_f, z)}{v_{gr}} dz}{P_0 \cdot (t_1 + T_f)} \cong \frac{\int_0^L P_0 \cdot V(T_f)^2 dz}{v_{gr} \cdot P_0 \cdot (t_1 + T_f)} = \frac{\int_0^L P_0 \cdot V(0)^2 \cdot e^{-2\alpha L} dz}{v_{gr} \cdot P_0 \cdot (t_1 + T_f)} = \frac{(C - B)^2 \cdot \exp(-2 \cdot \alpha L)}{1 + t_1 / T_f} = 37\%$$

На рис. 8 изображены зависимости коэффициента увеличения энергии $M(\beta),$ коэффициента неравномерности поля в УС $E(L)/E(0)$ и КПД структуры $\eta(\beta)$ от коэффициента связи $\beta.$ Видно, что оптимальным для данной УС будет $\beta \approx 6 \div 8.$ Для него $M \cong 2, E(L)/E(0) \cong 6.5 \text{ \%}, \eta \cong 40 \text{ \%}.$

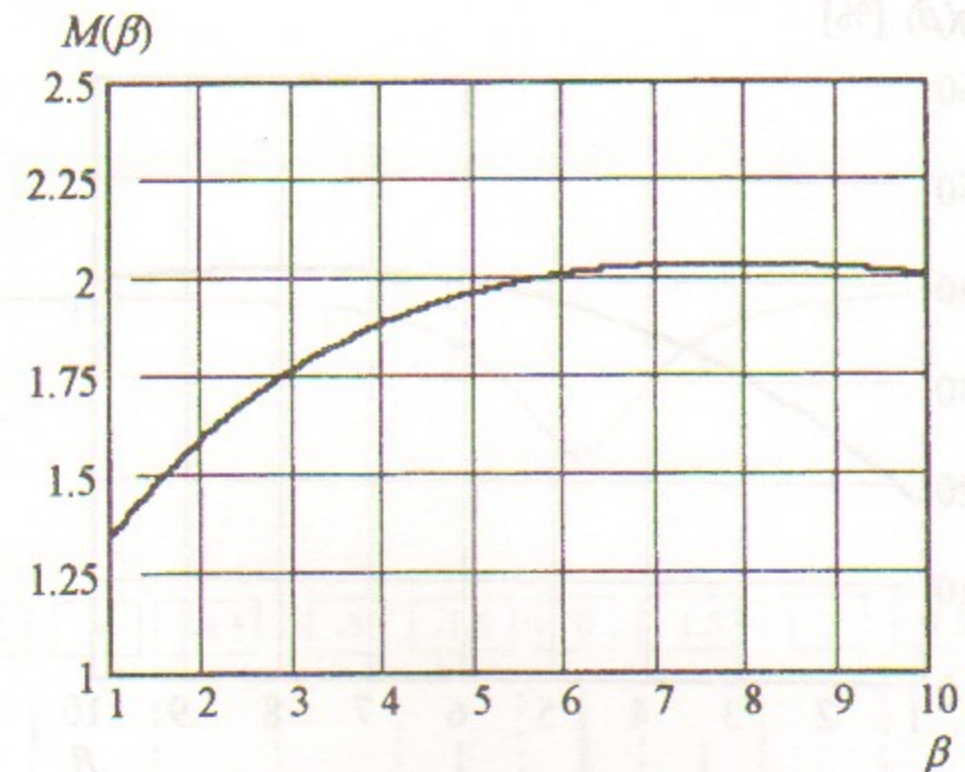


Рис. 8 а) Коэффициент увеличения энергии $M(\beta).$

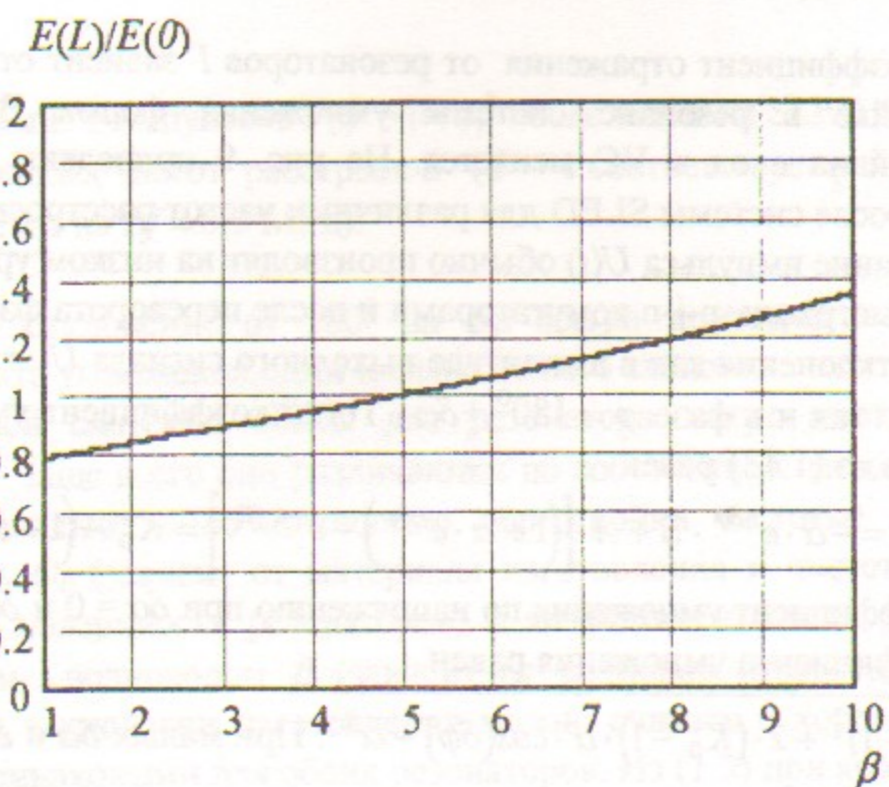


Рис. 8 б) Коэффициент неравномерности поля в УС $E(L)/E(0).$

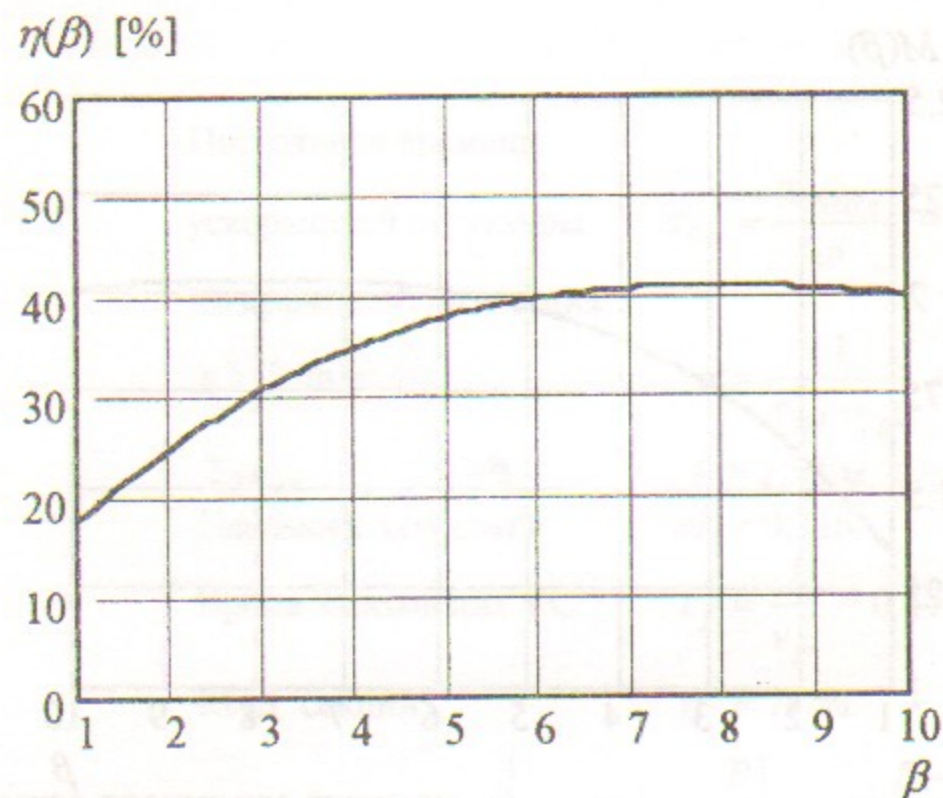


Рис. 8 с) КПД структуры $\eta(\beta)$.

3. Режимы работы системы умножения мощности SLED

Так как коэффициент отражения от резонаторов Γ зависит от частоты, то при настройке в резонанс системы умножения форма ВЧ-импульса, поступающей на вход в УС меняется. На рис. 9 приведены формы ВЧ-импульсов после системы SLED для различных частот расстроек δ .

Формирование импульса $U(t)$ обычно производят на низком уровне мощности быстрыми р-и-п коммутаторами и после переворота фазы возможны отклонения как в амплитуде выходного сигнала $U_2 = -\alpha \cdot e^{i\delta\varphi} \neq -1$ ($\alpha = 1 + \delta\alpha$), так и в фазе $\varphi = 180^\circ + \delta\varphi$. Тогда коэффициент умножения по напряжению из (1.13) равен

$$K = V^{II}(t_1) = -\alpha \cdot e^{i\delta\varphi} \cdot B + A \cdot \left[(1 + \alpha \cdot e^{i\delta\varphi}) - e^{-4/Tc} \right] = K_0 - (1 - \alpha \cdot e^{i\delta\varphi}), \quad (3.1)$$

где K_0 - коэффициент умножения по напряжению при $\delta\alpha = 0$ и $\delta\varphi = 0$. Модуль коэффициента умножения равен

$$|K| = \sqrt{(K_0 - 1)^2 + 2 \cdot (K_0 - 1) \cdot \alpha \cdot \cos(\delta\varphi) + \alpha^2}. \text{ При малых } \delta\alpha \text{ и } \delta\varphi \text{ получим}$$

$$|K| = K_0 + \delta\alpha - \frac{K_0 - 1}{2} \cdot (\delta\varphi)^2. \quad (3.2)$$

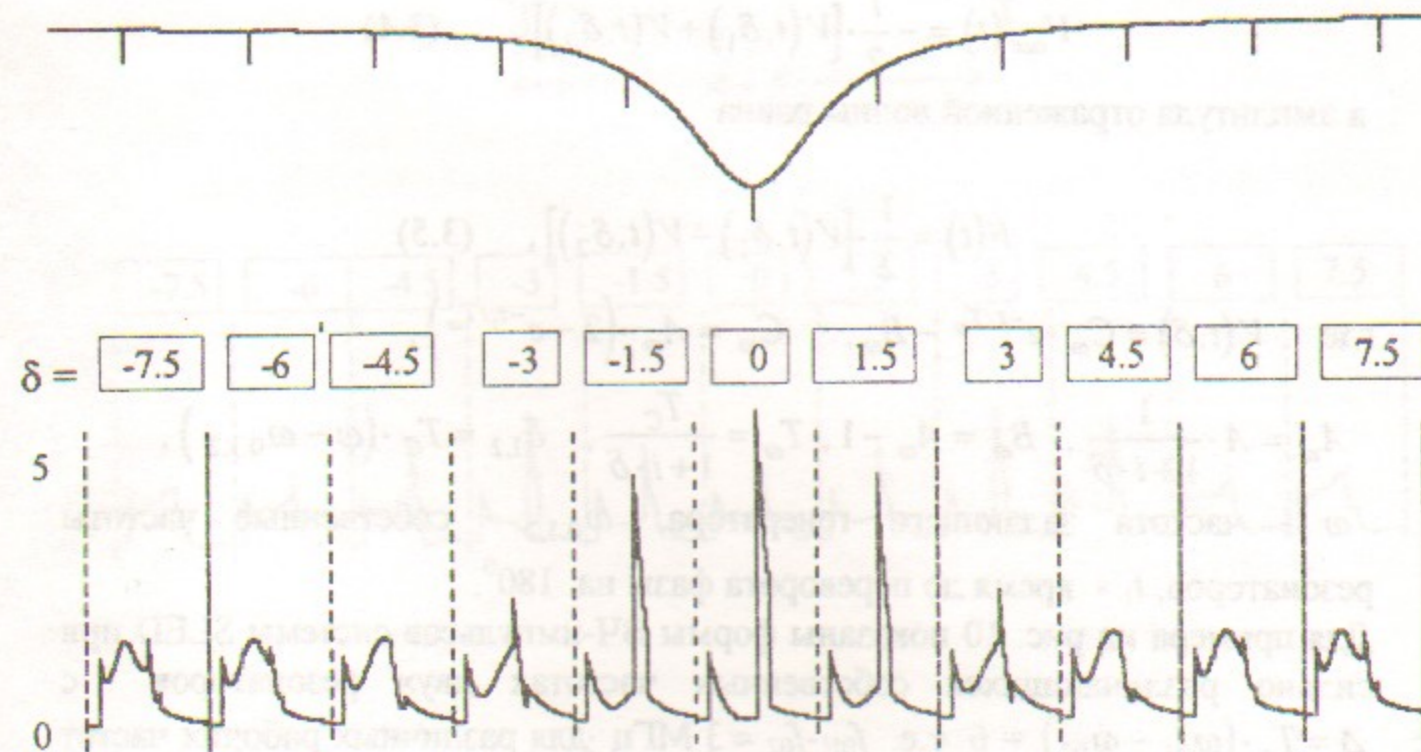


Рис. 9 Формы ВЧ-импульсов $P(t) = |V(t)|^2$ после системы SLED для различных частот расстроек δ ($\delta = 1$ соответствует расстройке системы на $\Delta f \approx 0.5$ МГц).

Видно, что отклонение от 180° на $\delta\varphi$ всегда приводит к уменьшению коэффициента умножения, хотя и слабо от него зависит.

В реальной системе SLED два резонатора могут иметь различные параметры. Чаще всего они различаются по собственной частоте ω_0 (потому их и изготовляют с возможностью перестройки частоты). Собственная добротность Q_0 (зависит от материала изготовления и чистоты обработки внутренней поверхности резонаторов) и коэффициент связи резонатора с подводющим волноводом β (зависит от размеров отверстия связи) при заложенной технологии изготовления можно считать с хорошей степенью точности одинаковыми для обоих резонаторов. Из (1.3) при коэффициенте отражения от УС $\Gamma_2 = 0$ но при различных Γ_3 и Γ_4 имеем

$$b_1 = \frac{a_1}{2} \cdot (\Gamma_3 - \Gamma_4), \quad (3.3)$$

$$b_2 = -\frac{i \cdot a_1}{2} \cdot (\Gamma_3 + \Gamma_4)$$

Тогда при расстройке частот резонаторов на δ_1 и δ_2 в УС поступает волна с амплитудой

$$V_{acc}(t) = -\frac{i}{2} \cdot [V(t, \delta_1) + V(t, \delta_2)], \quad (3.4)$$

а амплитуда отраженной волны равна

$$R(t) = \frac{1}{2} \cdot [V(t, \delta_1) - V(t, \delta_2)], \quad (3.5)$$

где $V(t, \delta) = C_\omega \cdot e^{-t/T_\omega} - B_\omega$, $C_\omega = A_\omega \cdot (2 - e^{-t/T_\omega})$,

$$A_\omega = A \cdot \frac{1}{1+i\delta}, \quad B_\omega = A_\omega - 1, \quad T_\omega = \frac{T_c}{1+i\delta}, \quad \delta_{1,2} = T_c \cdot (\omega - \omega_{0,1,2}),$$

ω - частота задающего генератора, $\omega_{0,1,2}$ - собственные частоты резонаторов, t_1 - время до переворота фазы на 180° .

Для примера на рис. 10 показаны формы ВЧ-импульсов системы SLED при сильно различающихся собственных частотах двух резонаторов с $\Delta = T_c \cdot (\omega_{01} - \omega_{02}) = 6$ т.е. $f_{01} - f_{02} \approx 3$ МГц для различных рабочих частот системы. На рисунке $\delta = T_c \cdot \left(\omega - \frac{\omega_{01} + \omega_{02}}{2} \right)$.

Если происходит уход резонансных частот резонаторов системы умножения мощности от рабочей частоты УС (например в результате температурных колебаний), то это ведет к изменению выходной энергии ускоряемых частиц, а также к появлению отраженного сигнала, идущего в клистрон. При малой величине расстройки

(3.6)

$$V(t, \delta) \approx V_0(t) + (i\delta) \cdot \left. \frac{\partial V}{\partial (i\delta)} \right|_{\delta=0} - \frac{\delta^2}{2} \cdot \left. \frac{\partial^2 V}{\partial (i\delta)^2} \right|_{\delta=0} \equiv V_0(t) + (i\delta) \cdot V_p(t) - \frac{\delta^2}{2} \cdot V_{pp}(t)$$

где $V_0(t) = V(t, 0)$ - амплитуда волны, поступающей в УС при нулевой расстройке резонаторов.

(3.7)

$$|V(t, \delta)| = \sqrt{\left[V_0(t) - \frac{\delta^2}{2} \cdot V_{pp}(t) \right]^2 + \delta^2 \cdot V_p(t)^2} \approx V_0(t) - \frac{\delta^2}{2} \cdot \left[V_{pp}(t) - \frac{V_p(t)^2}{V_0(t, \delta)} \right]$$

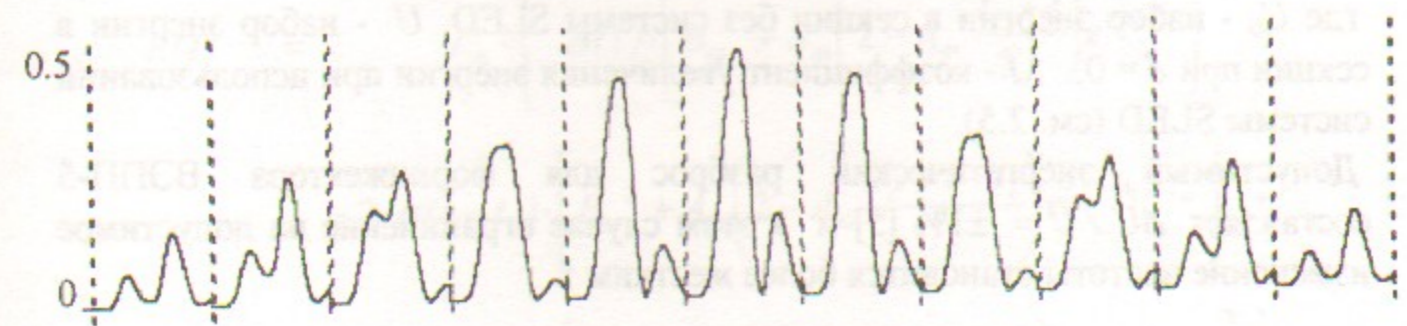
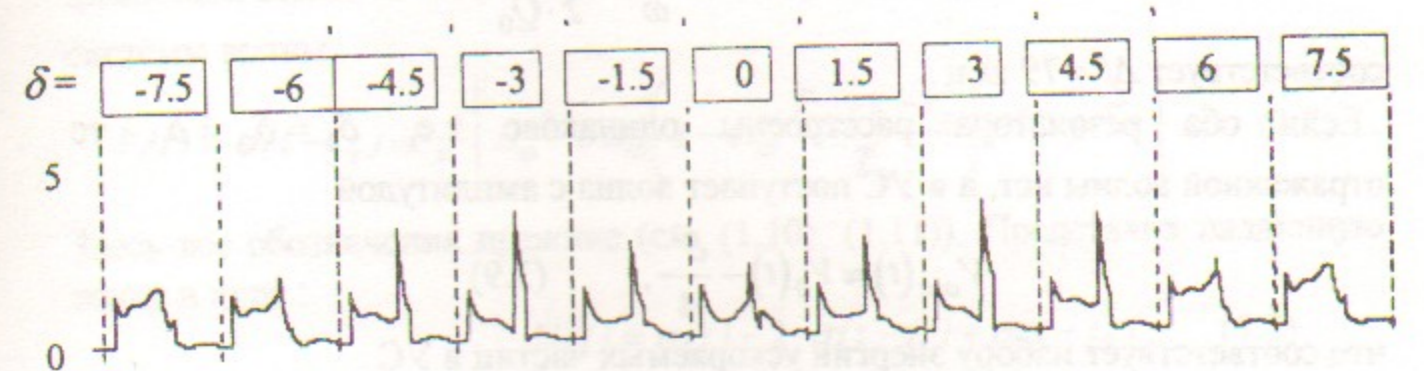
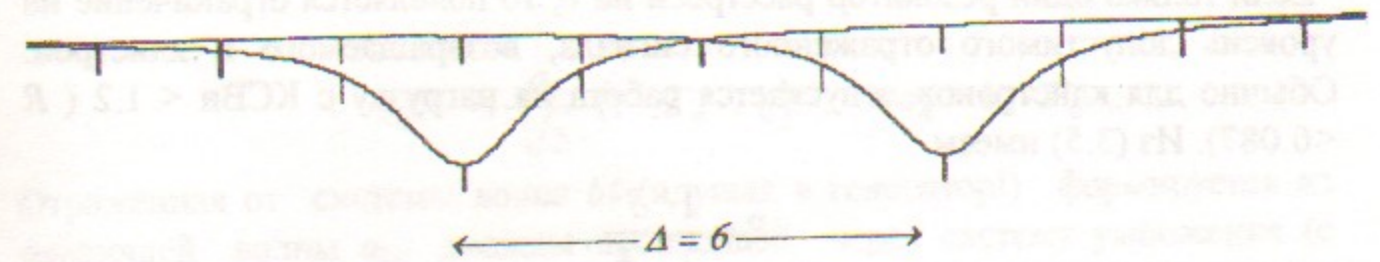


Рис. 10 Формы ВЧ-импульсов системы SLED при собственных частотах резонаторов отличающихся на $\Delta = 6$ ($f_{01} - f_{02} \approx 3$ МГц) для различных рабочих частот системы ($\delta = 1$ соответствует расстройке системы от средней частоты $(f_{01} + f_{02})/2$ на $\Delta f \approx 0.5$ МГц):

верхний рисунок - резонансные кривые двух резонаторов, средний рисунок - ВЧ-мощность, поступающая в УС, нижний рисунок - ВЧ-мощность, отраженная от системы.

Можно показать, что с хорошей точностью

$$|V(t, \delta)| \approx V_0(t) - \frac{\delta^2}{4}. \quad (3.8)$$

Если только один резонатор расстроен на δ , то появляется ограничение на уровень допустимого отраженного сигнала, возвращаемого в клистрон. Обычно для клистронов допускается работа на нагрузку с КСВн < 1.2 ($R < 0.087$). Из (3.5) имеем

$$R = \frac{1}{2} \cdot \frac{\delta^2}{4},$$

Тогда при $\beta \approx 6$ и $Q_0 = 105 \cdot 10^5$ $\frac{\delta\omega}{\omega} \leq \frac{\beta+1}{2 \cdot Q_0} \cdot \sqrt{8 \cdot R} \approx 2.78 \cdot 10^{-5}$, что

соответствует $\Delta f \approx 79$ кГц.

Если оба резонатора расстроены одинаково т.е. $\delta_1 = \delta_2 = \delta$, то отраженной волны нет, а в УС поступает волна с амплитудой

$$V_{acc}(t) \approx V_0(t) - \frac{\delta^2}{4}, \quad (3.9)$$

что соответствует набору энергии ускоряемых частиц в УС

$$U_\delta = U - \frac{\delta^2}{4} \cdot U_0 = U - \frac{U}{M} \cdot \frac{\delta^2}{4}, \quad (3.10)$$

где U_0 - набор энергии в секции без системы SLED, U - набор энергии в секции при $\delta = 0$, M - коэффициент увеличения энергии при использовании системы SLED (см. 2.5).

Допустимый энергетический разброс для форинжектора ВЭПП-5 составляет $\Delta U / U = \pm 1\%$ [5] и в этом случае ограничение на допустимое изменение частоты становится более жестким:

$$\frac{\delta\omega}{\omega} \leq \frac{\beta+1}{Q_0} \cdot \sqrt{M \cdot \frac{\Delta U}{U}} \approx 9.4 \cdot 10^{-6} \quad (\Delta f \approx 28 \text{ кГц}).$$

Для медного резонатора зависимость частоты от температуры $\delta\omega / \omega = 1.7 \cdot 10^{-5} / C^0$, а следовательно, температуру резонаторов надо поддерживать с точностью $\pm 0.5^0$.

Если система умножения мощности состоит из двух одинаковых резонаторов ($\Gamma_3 = \Gamma_4 = \Gamma_0$), но работает на несогласованную нагрузку ($\Gamma_2 = \Gamma_x \neq 0$), то из (1.3) имеем

$$b_1 = -a_1 \Gamma_x \cdot \Gamma_0^2, \quad a_1 - \text{задано}, \quad (3.6)$$

$$b_2 = -ia_1 \cdot \Gamma_0, \quad a_2 = b_2 \cdot \Gamma_x,$$

$$b_3 = \frac{a_1}{\sqrt{2}} \cdot (1 - \Gamma_x \cdot \Gamma_0), \quad a_3 = b_3 \cdot \Gamma_0,$$

$$b_4 = -i \cdot \frac{a_1}{\sqrt{2}} \cdot (1 + \Gamma_x \cdot \Gamma_0), \quad a_4 = b_4 \cdot \Gamma_0.$$

Отраженная от системы волна b_1 (идущая в генератор!) формируется из падающей волны a_1 , дважды прошедшей через систему умножения (с учетом уменьшения амплитуды на Γ_x). При 'ступенчатой' амплитуде падающей волны $\tilde{u} = \sigma(t - t_x)$ можно получить амплитуду отраженной от системы волны

$$\tilde{r}(t) = \sigma(t - t_x) \cdot \Gamma_x \cdot \left[B_\omega^2 + A_\omega \left(2 - A_\omega \frac{T_\omega + t - t_x}{T_\omega} \right) e^{-(t-t_x)/T_\omega} \right]. \quad (3.7)$$

Здесь все обозначения прежние (см. (1.10), (1.11)). Представив падающую волну в виде:

$$U(t) = \sigma(t) - 2 \cdot \sigma(t - t_1) + \sigma(t - t_2), \quad (3.8)$$

получим амплитуду огибающей отраженной от системы волны

$$R(t) = \Gamma_x \cdot \left\{ \sigma(t) \cdot \left[B_\omega^2 + A_\omega \left(2 - A_\omega \frac{T_c + t}{T_c} \right) e^{-t/T_c} \right] + \right. \\ \left. - 2 \cdot \sigma(t - t_1) \cdot \left[B_\omega^2 + A_\omega \left(2 - A_\omega \frac{T_c + t - t_1}{T_c} \right) e^{-(t-t_1)/T_c} \right] + \right. \\ \left. + \sigma(t - t_2) \cdot \left[B_\omega^2 + A_\omega \left(2 - A_\omega \frac{T_c + t - t_2}{T_c} \right) e^{-(t-t_2)/T_c} \right] \right\} \quad (3.9)$$

На рис. 11, для примера, показана форма ВЧ-импульса, отраженного от системы умножения при КСВн нагрузки равном 1.5 ($\Gamma_x = 0.2$).

Отраженная от системы волна максимальна сразу после переворота фазы

$$R_{max} = R(t = t_1 + '0') = \Gamma_x \cdot \left[B^2 - 2 + A \cdot \left(2 - A \cdot \frac{T_c + t_1}{T_c} \right) \cdot e^{-\frac{t_1}{T_c}} \right] = \Gamma_x \cdot R_M.$$

На рис. 12а для примера показана зависимость коэффициента увеличения отражения R_M от коэффициента связи β при $t_1 = 3$ мкс, а на рис. 12б зависимость R_M от времени до переворота фазы на 180^0 t_1 при $\beta = 4.7$.

При $\beta = 6$ и $t_1 = 3$ мкс коэффициент увеличения отражения $R_M = 2.3$ и

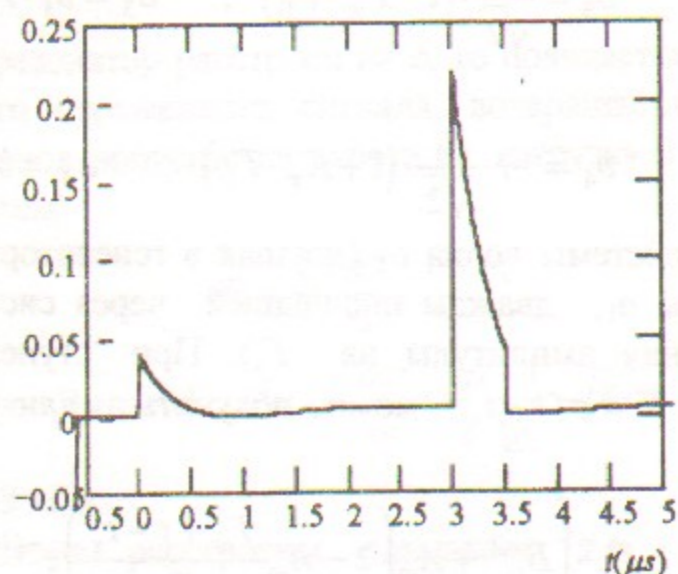


Рис. 11 ВЧ-импульс отраженного от системы умножения сигнала при единичной мощности падающей волны (КСВн нагрузки равно 1.5 ($\Gamma_x = 0.2$)).

если $R_{max} < 0.087$ (допустимый коэффициент отражения для клистронов), то Γ_x ускоряющей секции не должен превышать 0.038 (КСВн < 1.08).

Как видно из (3.6) при "неидеальной" нагрузке мощности, рассеивающиеся в резонаторах различны. Это может привести к разным тепловым нагрузкам резонаторов и как следствие, к расстройке системы в целом.

Мощность, рассеивающаяся в 1-м резонаторе

$$P_3 = |b_3|^2 - |a_3|^2 = \frac{|a_1|^2}{2} \cdot (1 - |\Gamma_0|^2) \cdot |1 - \Gamma_x \cdot \Gamma_0|^2,$$

а мощность, рассеивающаяся во 2-м резонаторе

$$P_4 = |b_4|^2 - |a_4|^2 = \frac{|a_1|^2}{2} \cdot (1 - |\Gamma_0|^2) \cdot |1 + \Gamma_x \cdot \Gamma_0|^2.$$

В установившемся режиме при частоте генератора, равной собственной частоте резонаторов, и амплитуде падающей волны $a_1 = 1$

$$P_3(\Gamma_x) = \frac{1}{2} \cdot \frac{A^2}{\beta} \cdot (1 - \Gamma_x \cdot B)^2, \quad (3.10)$$

$$P_4(\Gamma_x) = \frac{1}{2} \cdot \frac{A^2}{\beta} \cdot (1 + \Gamma_x \cdot B)^2.$$

$R_M(\beta, t_1 = 3 \mu s)$

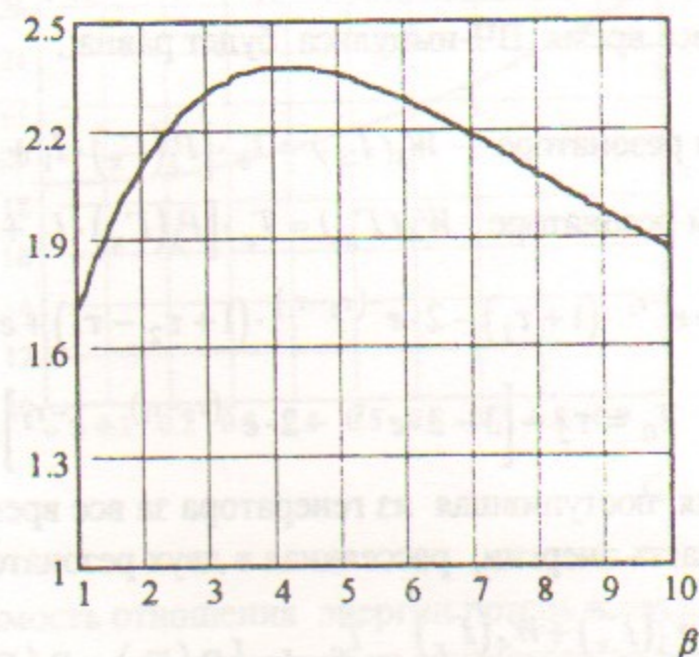


Рис. 12а Зависимость коэффициента R_M от коэффициента связи β при $t_1 = 3$ мкс.

$R_M(\beta = 4.7, t_1)$

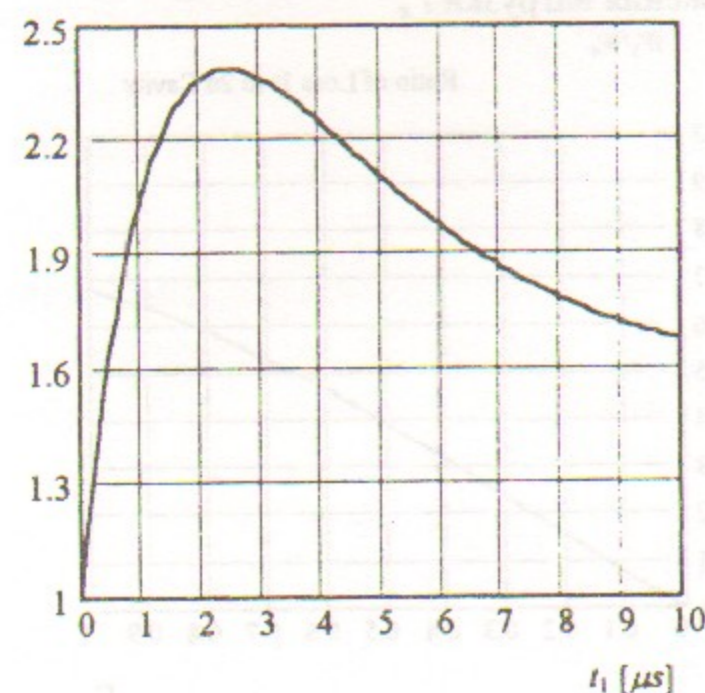


Рис. 12б Зависимость R_M от времени до переворота фазы на 180° t_1 при $\beta = 4.7$.

Здесь Γ_x выбрано действительным для рассмотрения случая наибольшего разбаланса. Можно показать (см. Приложение 3), что при амплитуде падающей волны равной $\sigma(t) - 2 \cdot \sigma(t - t_1) + \sigma(t - t_2)$, энергия, рассеянная в резонаторах за все время ВЧ-импульса будет равна:

$$\text{в 1-м резонаторе } W_3(\Gamma_x) = T_c \cdot [P_3(\Gamma_x) \cdot I_1 + P_4(\Gamma_x) \cdot I_2],$$

$$\text{во 2-м резонаторе } W_4(\Gamma_x) = T_c \cdot [P_3(\Gamma_x) \cdot I_2 + P_4(\Gamma_x) \cdot I_1],$$

$$\text{где } I_2 = \frac{1}{2} \cdot [3 - 2 \cdot e^{-\tau_1} \cdot (1 + \tau_1) - 2 \cdot e^{-(\tau_2 - \tau_1)} \cdot (1 + \tau_2 - \tau_1) + e^{-\tau_2} \cdot (1 + \tau_2)],$$

$$I_1 = I_0 - I_2, \quad I_0 = \tau_2 - [3 - 2 \cdot e^{-\tau_1} - 2 \cdot e^{-(\tau_2 - \tau_1)} + e^{-\tau_2}].$$

Полная энергия, поступившая из генератора за все время импульса $W_{gen} = t_2$. Тогда часть энергии, рассеянная в двух резонаторах равна

$$W_{loss}(\Gamma_x) = \frac{W_3(\Gamma_x) + W_4(\Gamma_x)}{W_{gen}} = \frac{T_c}{t_2} \cdot I_0 \cdot [P_3(\Gamma_x) + P_4(\Gamma_x)]. \quad (3.11)$$

На рис. 13а показана зависимость отношения энергии потерь в 1-м и 2-м резонаторах от коэффициента отражения нагрузки Γ_x , а на рис. 13б зависимость отношения (в процентах) энергии потерь в двух резонаторах к полной энергии, поступившей из генератора за все время импульса от коэффициента отражения нагрузки Γ_x .

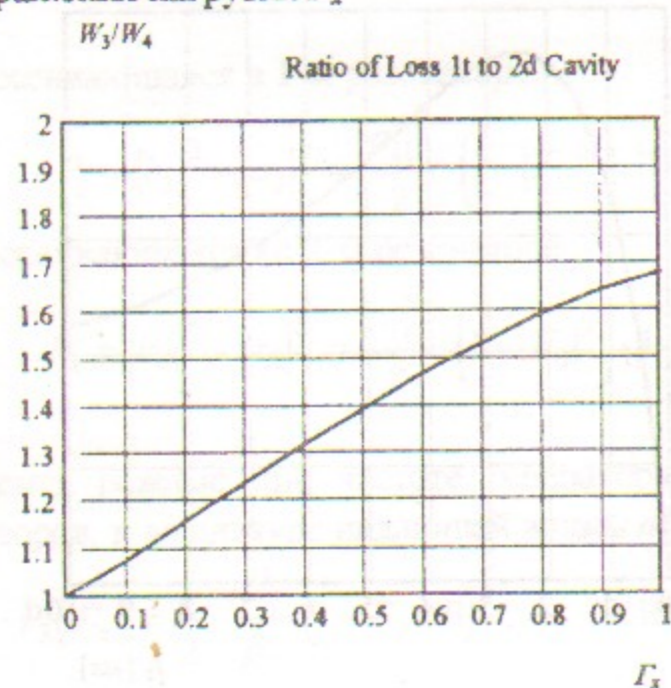


Рис. 13а Зависимость отношения энергии потерь в 1-м и 2-м резонаторах от коэффициента отражения нагрузки Γ_x .

Wloss [%]
Ratio of Total Loss to Generator

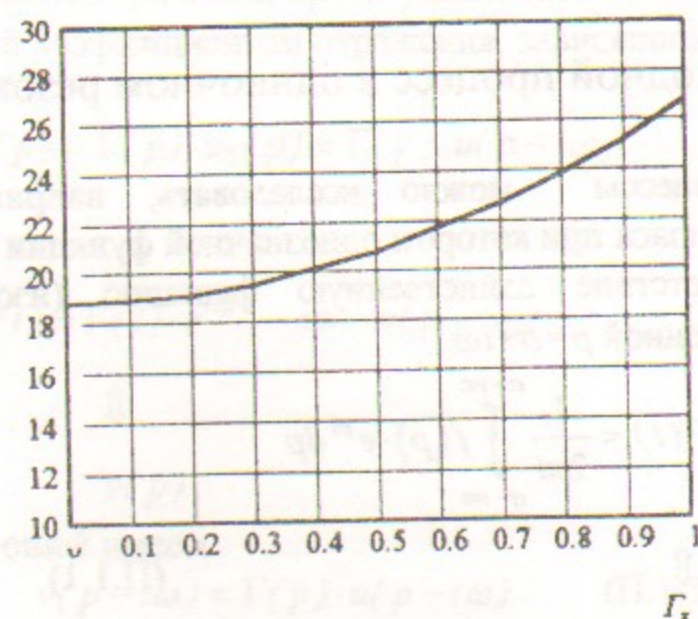


Рис. 13б Зависимость отношения энергии потерь в двух резонаторах к полной энергии, поступившей из генератора за все время импульса.

Приложение

1. Переходной процесс в одиночном резонаторе

Переходные процессы можно исследовать, например, используя преобразование Лапласа при котором однозначной функции (оригиналу) $F(t)$ ставится в соответствие единственную функцию (изображение) $f(p)$ комплексной переменной $p = \sigma + i\omega$:

$$F(t) = \frac{1}{2\pi i} \int_{\sigma - i\infty}^{\sigma + i\infty} f(p) \cdot e^{pt} dp$$

$$\Updownarrow \quad \quad \quad (\text{П.1.1})$$

$$f(p) = \int_0^{\infty} F(t) \cdot e^{-pt} dt$$

где $p = i\omega$

Пусть зависимость от времени падающей на резонатор волны имеет вид $U_0(t) = U(t) \cdot e^{i\omega t}$, где ω - частота задающего генератора. Тогда, если огибающая $U(t)$ имеет своим изображением функцию $u(p)$, то функция $U_0(t)$ будет иметь своим изображением функцию $u_0(p) = u(p - i\omega)$

$$U_0(t) = U(t) \cdot e^{i\omega t} \Leftrightarrow u_0(p) = u(p - i\omega)$$

$$\Updownarrow \quad \quad \quad \Updownarrow \quad \quad \quad (\text{П.1.2})$$

$$u_0(p) \quad u(p)$$

Аналогично, если отраженную от резонатора волну представить в виде $V_0(t) = V(t) \cdot e^{i\omega t}$, тогда изображение огибающей $V(t)$ имеет своим изображением функцию $v(p)$, а функция $V_0(t)$ будет иметь своим изображением функцию $v_0(p) = v(p - i\omega)$:

$$V_0(t) = V(t) \cdot e^{i\omega t} \Leftrightarrow v_0(p) = v(p - i\omega)$$

$$\Updownarrow \quad \quad \quad \Updownarrow \quad \quad \quad (\text{П.1.3})$$

$$v_0(p) \quad v(p)$$

Отраженная от резонатора волна при определенной частоте связана с падающей волной коэффициентом отражения, зависящим от $p = i\omega$ как

$$v_0(p) = \Gamma(p) \cdot u_0(p) = \Gamma(p) \cdot u(p - i\omega)$$

$$\Updownarrow$$

$$V_0(t) = V(t) \cdot e^{i\omega t} \Leftrightarrow v(p - i\omega) \quad (\text{П.1.4})$$

$$\Updownarrow$$

$$v(p)$$

Тогда для огибающей имеем

$$v(p - i\omega) = \Gamma(p) \cdot u(p - i\omega) \quad (\text{П.1.5})$$

Так как при нахождении оригинала интегрирование ведется в бесконечных пределах то, сделав замену переменных, получим уравнение для огибающих

$$v(p) = \Gamma(p + i\omega) \cdot u(p) \quad (\text{П.1.6})$$

Для одиночного резонатора, имеющего собственную частоту колебаний ω_0 и собственную добротность Q_0 , связанного с подводимым волноводным трактом окном связи с коэффициентом связи β , коэффициент отражения $\Gamma(\omega)$ равен [3]

$$\Gamma(\omega) = \frac{\beta - [1 + 2iQ_0\delta_\omega]}{\beta + [1 + 2iQ_0\delta_\omega]} \quad (\text{П.1.7})$$

где $\delta_\omega = \frac{\omega - \omega_0}{\omega_0}$ - относительная расстройка резонатора. Обозначая $p = i\omega$

запишем Γ в виде
$$\Gamma(p) = -1 + \frac{2\beta}{\tau_0} \cdot \frac{1}{p - p_0} \quad (\text{П.1.8})$$

где $p_0 = i\omega_0 - 1/T_C$,

$$\tau_0 = \frac{2Q_0}{\omega_0} \text{ - постоянная времени резонатора,}$$

$$T_C = \frac{\tau_0}{1 + \beta} \text{ - нагруженная постоянная времени резонатора.}$$

Тогда
$$\Gamma(p + i\omega) = -1 + \frac{2\beta}{\tau_0} \cdot \frac{1}{p - (p_0 - i\omega)}$$

Здесь уже ω - частота задающего генератора. Из (П.1.6), пользуясь правилом свертки для оригиналов, получим уравнение для огибающей $V(t)$

отраженного от резонатора сигнала при известной форме огибающей падающей на резонатор волны $U(t)$

$$V(t) = -U(t) + \frac{2\beta}{\tau_0} \int_0^t U(t-\tau) \cdot e^{\tau(p_0 - i\omega)} d\tau. \quad (\text{П.1.9})$$

Или делая замену переменных под интегралом с учетом выражения для p_0 имеем

$$V(t) = -U(t) + \frac{2\beta}{\tau_0} \cdot e^{-t/T_0} \int_0^t U(\tau) \cdot e^{\tau/T_0} d\tau, \quad (\text{П.1.10})$$

где $T_\omega = \frac{\tau_0}{1 + \beta + i\tau_0(\omega - \omega_0)} = \frac{T_C}{1 + iT_C(\omega - \omega_0)} = \frac{T_C}{1 + i \cdot \delta}$,

$$\delta = T_C \cdot (\omega - \omega_0) = \frac{\omega - \omega_0}{(\Delta\omega_{1/2})/2} \text{ - параметр относительной расстройки}$$

в единицах полуширины резонансной кривой.

По определению, собственная добротность резонатора

$$Q_0 = \omega_0 \cdot \frac{W}{P_C}, \quad (\text{П.1.11})$$

где ω_0 - резонансная частота резонатора,

W - полная запасенная энергия,

P_C - мощность потерь в стенках резонатора.

Внешняя добротность

$$Q_E = \omega_0 \cdot \frac{W}{P_E}, \quad (\text{П.1.12})$$

где P_E - мощность, излучаемая во внешнюю цепь.

Нагруженная добротность резонатора

$$Q_H = \omega_0 \cdot \frac{W}{P_C + P_E}. \quad (\text{П.1.13})$$

$$\frac{1}{Q_H} = \frac{1}{Q_0} + \frac{1}{Q_E} = \frac{1}{Q_0} \left(1 + \frac{Q_0}{Q_E}\right) = \frac{1}{Q_0} \left(1 + \frac{P_E}{P_C}\right) = \frac{1 + \beta}{Q_0}, \quad (\text{П.1.14})$$

где β - коэффициент связи с подводящим волноводом.

Квадрат модуля коэффициента отражения

$$|\Gamma(\omega)|^2 = \frac{(1 - \beta)^2 + 4Q_0^2 \delta_\omega^2}{(1 + \beta)^2 + 4Q_0^2 \delta_\omega^2}. \quad (\text{П.1.15})$$

Вдали от резонансной частоты $|\Gamma|^2 = 1$. На резонансной частоте

$$|\Gamma(\omega)|^2 \Big|_{\delta_\omega=0} = |\Gamma_0|^2 = \frac{(1 - \beta)^2}{(1 + \beta)^2}. \quad (\text{П.1.16})$$

Нагруженную добротность резонатора обычно измеряют по ширине резонансной кривой $\Delta\omega_{1/2}$ на частотах расстройки $\omega_{1,2} = \omega_0 \pm \frac{\Delta\omega_{1/2}}{2}$ на

которых $|\Gamma(\omega_{1,2})|^2 = \frac{1 + |\Gamma_0|^2}{2}$ (см. рис. 1.1).

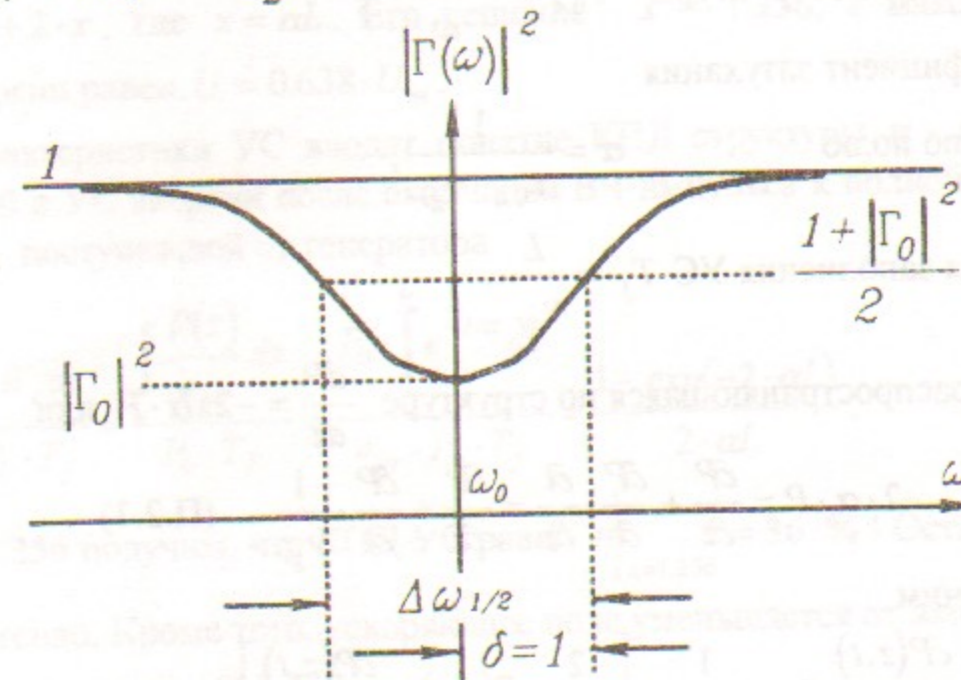


Рис. 1.1 Резонансная кривая.

При этом $Q_H = \frac{\omega_0}{\Delta\omega_{1/2}}$. Параметр $\delta = \frac{\omega - \omega_0}{(\Delta\omega_{1/2})/2}$ удобно использовать

при исследовании частотных свойств резонатора: например $\delta = 1$ соответствует частоте, отстоящей от резонансной на полуширину

резонансной кривой $\omega = \omega_0 + \frac{\Delta\omega_{1/2}}{2}$.

$$\delta = \frac{\omega - \omega_0}{(\Delta\omega_{1/2})/2} = 2Q_H \cdot \frac{\omega - \omega_0}{\omega_0} = 2Q_H \cdot \delta_\omega = \frac{2Q_0}{1 + \beta} \cdot \frac{\omega - \omega_0}{\omega_0} = T_C \cdot (\omega - \omega_0).$$

2. Ускоряющая структура с постоянным импедансом

Ускоряющая структура (УС) характеризуется следующие параметры :

Рабочая частота f ,

Рабочий вид колебаний θ ,

Собственная добротность Q_{0A} ,

Групповая скорость v_{gr} ,

Шунтовое сопротивление R_{sh} ,

Постоянная времени

ускоряющей структуры $\tau_{0A} = \frac{2 \cdot Q_{0A}}{\omega}$,

Коэффициент затухания

в УС по полю $\alpha = \frac{1}{\tau_{0A} \cdot v_{gr}}$,

Время заполнения УС $T_f = \frac{L}{v_{gr}}$.

Мощность, распространяющаяся по структуре $\frac{dP}{dz} = -2 \cdot \alpha \cdot P$ или

$$-2 \cdot \alpha \cdot P = \frac{\partial P}{\partial z} + \frac{\partial P}{\partial t} \cdot \frac{\partial}{\partial z} = \frac{\partial P}{\partial z} + \frac{\partial P}{\partial t} \cdot \frac{1}{v_{gr}} \quad (\text{П.2.1})$$

Откуда получим

$$\frac{\partial P(z,t)}{\partial z} = -\frac{1}{v_{gr}(z)} \cdot \left[\frac{2}{\tau_{0A}} \cdot P(z,t) + \frac{\partial P(z,t)}{\partial t} \right] \quad (\text{П.2.2})$$

При граничном условии $P(z=0,t) = P_0(t)$ решением уравнения будет

$$P(z,t) = P_0 \left(t - \int_0^z \frac{dz'}{v_{gr}(z')} \right) \cdot \exp \left(-\frac{2}{\tau_{0A}} \cdot \int_0^z \frac{dz'}{v_{gr}(z')} \right) \quad (\text{П.2.3})$$

Для структуры с постоянным импедансом $v_{gr} = const = \frac{L}{T_f}$ и

$$P(z,t) = P_0 \left(t - \frac{z}{v_{gr}} \right) \cdot \exp \left(-\frac{2}{\tau_{0A}} \cdot \frac{z}{v_{gr}} \right) \quad (\text{П.2.4})$$

Если на вход УС поступает постоянная мощность $P(z=0,t) = P_0 = const$, то распределение мощности вдоль структуры из (П.2.4)

$$P(z) = P_0 \cdot \exp \left(-\frac{2}{\tau_{0A}} \cdot \frac{z}{v_{gr}} \right) = P_0 \cdot \exp(-2 \cdot \alpha \cdot z),$$

распределение ускоряющего электрического поля

$$E(z) = E_0 \cdot \exp(-\alpha \cdot z), \text{ где } E_0 = \sqrt{2 \cdot \alpha \cdot R_{sh} \cdot P_0}.$$

Заряженная частица, пролетая УС длиной L наберет энергию (П.2.5)

$$U = \int_0^L E(z) dz = \frac{E_0}{\alpha} \cdot (1 - e^{-\alpha L}) = U_m \cdot \frac{1 - \exp(-\alpha L)}{\alpha L}, \text{ где } U_m = \sqrt{2 \cdot P_0 \cdot R_{sh} \cdot L}.$$

Максимум набираемой энергии находится из решения уравнения $\exp(x) = 1 + 2 \cdot x$, где $x = \alpha L$. Его решение : $x = 1.256$, а максимальный набор энергии равен $U = 0.638 \cdot U_m$.

Для характеристики УС вводят понятие КПД структуры η - отношение запасенной в УС энергии после окончания ВЧ-импульса к полной энергии в импульсе, поступившей от генератора

$$\eta = \frac{\int W_e dz}{P_0 \cdot T_f} = \frac{\int \frac{P(z)}{v_{gr}} dz}{P_0 \cdot T_f} = \frac{P_0 \cdot \int_0^L e^{-2\alpha z} dz}{v_{gr} \cdot P_0 \cdot T_f} = \frac{1 - \exp(-2 \cdot \alpha L)}{2 \cdot \alpha L} \quad (\text{П.2.6})$$

При $x = 1.256$ получим, что КПД УС равно $\eta \Big|_{x=1.256} = 36\%$! Остальное

уходит в тепло. Кроме того, ускоряющее поле уменьшается от входа к

нагрузке в 3.6 раза : $\frac{E(L, T_f)}{E(0, T_f)} = \frac{1}{3.6}$. Для достижения более высокого КПД

обычно выбирают параметр $\alpha L = 0.5$. При этом имеем $\eta \Big|_{0.5} = 63\%$,

меньшую неоднородность поля $\frac{E(L, T_f)}{E(0, T_f)} = \frac{1}{2.5}$, но происходит небольшой

недобор по энергии (примерно на 13%) $U_{0.5} = 0.556 \cdot U_m$

3. Расчет энергии потерь в резонаторе

Если известна амплитуда волны, поступающая, например, в 1-й резонатор $\tilde{b}_3(t)$ и амплитуда отраженной от него волны $\tilde{a}_3(t)$, то полная энергия, рассеянная в резонаторе за все время импульса равна

$$W_3 = \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ |\tilde{b}_3(t)|^2 - |\tilde{a}_3(t)|^2 \right\} dt. \quad (\text{П.3.1})$$

$\tilde{b}_3(t)$ и $\tilde{a}_3(t)$ имеют Фурье образы $b_3(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{b}_3(t) \cdot e^{-i\omega t} dt$,

$$a_3(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{a}_3(t) \cdot e^{-i\omega t} dt.$$

По соотношению Релея

(П.3.2)

$$W_3 = \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ |\tilde{b}_3(t)|^2 - |\tilde{a}_3(t)|^2 \right\} dt = \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ |b_3(\omega)|^2 - |a_3(\omega)|^2 \right\} d\omega \equiv \int_{-\infty}^{\infty} P_3(\omega) d\omega.$$

Мощность, рассеиваемая в 1-м резонаторе

$$P_3(\omega) = |b_3(\omega)|^2 - |a_3(\omega)|^2 = \frac{|a_1(\omega)|^2}{2} \cdot (1 - |\Gamma_0(\omega)|^2) \cdot |1 - \Gamma_x \cdot \Gamma_0(\omega)|^2, \quad (\text{П.3.3})$$

где $a_1(\omega)$ - Фурье образ амплитуды падающей на систему волны

$$\tilde{a}_1(t) = \sigma(t) - 2 \cdot \sigma(t - t_1) + \sigma(t - t_2),$$

$$a_1(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{a}_1(t) \cdot e^{-i\omega t} dt = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \left[\int_0^{t_1} e^{-i\omega t} dt - \int_{t_1}^{t_2} e^{-i\omega t} dt \right].$$

$$|a_1(\omega)|^2 = \frac{1}{\pi\omega^2} \cdot [3 - 2 \cdot \cos \omega t_1 - 2 \cdot \cos[\omega(t_2 - t_1)] + \cos \omega t_2]. \quad (\text{П.3.4})$$

Для огибающей коэффициент отражения $\Gamma_0(\omega) = \frac{B - i \cdot T_c \cdot (\omega - \omega_0)}{1 + i \cdot T_c \cdot (\omega - \omega_0)}$ в

(П.3.3) надо заменить $\Gamma_0(\omega) \rightarrow \Gamma_0(\omega + \omega_g)$, где ω_g - частота задающего

генератора. $\Gamma_0(\omega + \omega_g) = \frac{B - i \cdot T_c \cdot (\omega + \omega_g - \omega_0)}{1 + i \cdot T_c \cdot (\omega + \omega_g - \omega_0)}$.

Мощность, рассеиваемая во 2-м резонаторе получается из $P_3(\omega)$ с заменой $\Gamma_x \rightarrow -\Gamma_x$.

При частоте генератора, совпадающей с собственной частотой резонаторов $\omega_g = \omega_0$ имеем

$$\Gamma_0(\omega + \omega_g) = \frac{B - i \cdot T_c \cdot \omega}{1 + i \cdot T_c \cdot \omega},$$

$$(1 - |\Gamma_0|^2) = \frac{1 - B^2}{1 + T_c^2 \cdot \omega^2} = \frac{A^2}{\beta} \cdot \frac{1}{1 + T_c^2 \cdot \omega^2}, \quad (\text{П.3.5})$$

$$|1 - \Gamma_x \cdot \Gamma_0|^2 = \frac{(1 - \Gamma_x \cdot B)^2 + (1 + \Gamma_x \cdot B)^2 \cdot T_c^2 \cdot \omega^2}{1 + T_c^2 \cdot \omega^2}. \quad (\text{П.3.6})$$

Здесь Γ_x выбрано действительным для рассмотрения случая наибольшего разбаланса. Подставляя (П.3.4), (П.3.5) и (П.3.6) в (П.3.2) и сделав замену $\tau_1 = t_1 / T_c$, $\tau_2 = t_2 / T_c$, $x = T_c \cdot \omega$ получим

$$W_3(\Gamma_x) = T_c \cdot [P_3(\Gamma_x) \cdot I_1 + P_4(\Gamma_x) \cdot I_2],$$

где

$$P_3(\Gamma_x) = |b_3|^2 - |a_3|^2 = \frac{1}{2} \cdot (1 - |\Gamma_0|^2) \cdot |1 - \Gamma_x \cdot \Gamma_0|^2 = \frac{A^2}{2 \cdot \beta} \cdot (1 - \Gamma_x \cdot B)^2,$$

$$P_4(\Gamma_x) = |b_4|^2 - |a_4|^2 = \frac{1}{2} \cdot (1 - |\Gamma_0|^2) \cdot |1 + \Gamma_x \cdot \Gamma_0|^2 = \frac{A^2}{2 \cdot \beta} \cdot (1 + \Gamma_x \cdot B)^2$$

мощности, рассеиваемые в 1-м и 2-м резонаторах в стационарном режиме при единичной амплитуде падающей волны,

$$I_1 = \frac{1}{\pi} \cdot \int_{-\infty}^{\infty} \frac{3 - 2 \cdot \cos(x\tau_1) - 2 \cdot \cos[x(\tau_2 - \tau_1)] + \cos(x\tau_2)}{x^2 \cdot (1 + x^2)^2} dx,$$

$$I_2 = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{3 - 2 \cdot \cos(x\tau_1) - 2 \cdot \cos[x(\tau_2 - \tau_1)] + \cos(x\tau_2)}{(1+x^2)^2} dx.$$

Для взятия интеграла I_2 рассмотрим $\int_{\gamma} f(z) dz$, где

$$f(z) = \frac{3 - 2 \cdot e^{iz\tau_1} - 2 \cdot e^{iz(\tau_2 - \tau_1)} + e^{iz\tau_2}}{(1+z^2)^2}, \text{ а контур интегрирования } \gamma \text{ выбран}$$

как показано на рис.3.1.

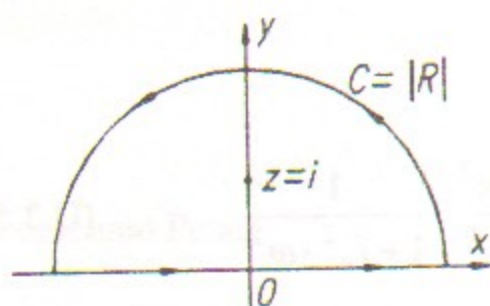


Рис.3.1 Контур интегрирования γ для I_2 .

Функция $f(z)$ имеет в точке $z=i$ полюс второго порядка. Тогда вычет функции $f(z)$ в точке $z=i$

$$\text{res } f(z) = \left[\frac{d}{dz} \left[(z-i)^2 \cdot f(z) \right] \right]_{z=i}$$

Устремляя $R \rightarrow \infty$ имеем : $\int_C \rightarrow 0$, $\int_{-R}^R \rightarrow I_2$.

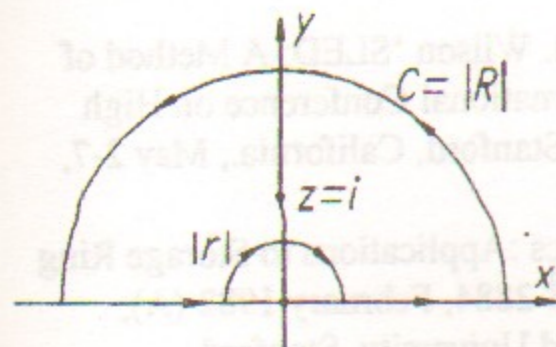
Откуда

$$I_2 = \frac{1}{2} \left[3 - 2 \cdot e^{-\tau_1} \cdot (1 + \tau_1) - 2 \cdot e^{-(\tau_2 - \tau_1)} \cdot (1 + \tau_2 - \tau_1) + e^{-\tau_2} \cdot (1 + \tau_2) \right].$$

Для взятия интеграла I_1 рассмотрим $\int_{\gamma} F(z) dz$, где

$$F(z) = \frac{3 - 2 \cdot e^{iz\tau_1} - 2 \cdot e^{iz(\tau_2 - \tau_1)} + e^{iz\tau_2}}{z^2 \cdot (1+z^2)^2},$$

а контур интегрирования γ выбран как показано на рис.3.2.



$$\int_{\gamma} = \int_{-R}^R + \int_{|r|}^R + \int_r^R + \int_C = 2\pi \cdot \text{res } F(z)$$

Рис.3.2 Контур интегрирования γ для I_1 .

$$\int_{|r|}^R = \int_{\pi}^0 F(z) dz \equiv \int_{\pi}^0 \frac{f(z)}{z^2} dz = \xrightarrow{r \rightarrow 0} \approx -i \cdot \tau_2 \cdot \int_{\pi}^0 \frac{dz}{z} = \tau_2 \int_{\pi}^0 d\varphi = -\pi \cdot \tau_2$$

Функция $F(z)$ имеет в точке $z=i$ так же полюс второго порядка.

$$\text{res } F(z) = \left[\frac{d}{dz} \left[(z-i)^2 \cdot F(z) \right] \right]_{z=i} = -\text{res } f(z) - \frac{2}{z^3} \cdot f(z) \cdot (z-i)^2 \Big|_{z=i}$$

Устремляя $R \rightarrow \infty$ а $r \rightarrow 0$ имеем : $\int_C \rightarrow 0$, $\int_{-R}^R + \int_r^R \rightarrow I_1$.

Тогда $I_1 = \tau_2 - \left[3 - 2 \cdot e^{-\tau_1} - 2 \cdot e^{-(\tau_2 - \tau_1)} + e^{-\tau_2} \right] - I_2 = I_0 - I_2$.

Окончательно имеем, что при амплитуде падающей волны $\sigma(t) - 2 \cdot \sigma(t-t_1) + \sigma(t-t_2)$, энергия, рассеянная в резонаторах за все время ВЧ-импульса будет равна :

в 1-м резонаторе $W_3(\Gamma_x) = T_c \cdot [P_3(\Gamma_x) \cdot I_1 + P_4(\Gamma_x) \cdot I_2]$,

во 2-м резонаторе $W_4(\Gamma_x) = T_c \cdot [P_3(\Gamma_x) \cdot I_2 + P_4(\Gamma_x) \cdot I_1]$,

где $I_2 = \frac{1}{2} \cdot \left[3 - 2 \cdot e^{-\tau_1} \cdot (1 + \tau_1) - 2 \cdot e^{-(\tau_2 - \tau_1)} \cdot (1 + \tau_2 - \tau_1) + e^{-\tau_2} \cdot (1 + \tau_2) \right]$,

$I_1 = I_0 - I_2$,

$I_0 = \tau_2 - \left[3 - 2 \cdot e^{-\tau_1} - 2 \cdot e^{-(\tau_2 - \tau_1)} + e^{-\tau_2} \right]$.

Литература

- [1] Z.D. Farkas, H.A. Hogg, G.A. Loew and P.B. Wilson 'SLED: A Method of doubling SLAC's Energy' .,Proc. IX th International Conference on High Energy Accalators , Stanford University, Stanford, California., May 2-7, 1974., pp 576-583.
- [2] Perry B. Wilson 'High Energy Electron Linacs :Applications to Storage Ring RF System and Linear Colliders' SLAC-PUB-2884, February 1982 (A), Stanford Linear Accelerator Center , Stanford University, Stanford, California, p. 98.
- [3] Гинзтон Э.Л. "Измерения на сантиметровых волнах." . Перевод с английского Ремеза Г.А., Изд. Иностранная литература, 1960г., стр. 504.
- [4] А.В. Александров и др. "Испытание прототипа форинжектора ВЭПП-5". Препринт ИЯФ 97- 64, Новосибирск, 1997 г.
- [5] A.V. Aleksandrov et al., "Electron-positron Preinjector of VEPP-5 Complex". Proc. of the XVIII International Linear Accelerator Conference, 26-30 August 1996., Geneva Switzerland, vol.2, p.821-823.

В.М. Павлов

Система умножения мощности SLED

ИЯФ 97-94

Ответственный за выпуск А.М. Кудрявцев

Работа поступила 21.11. 1997 г.

Сдано в набор 22.11.1997 г.

Подписано в печать 22.11.1997 г.

Формат бумаги 60×90 1/16 Объем 1.7 печ.л., 1.4 уч.-изд.л.

Тираж 80 экз. Бесплатно. Заказ № 94

Обработано на IBM PC и отпечатано на
ротапринте ИЯФ им. Г.И. Будкера СО РАН,
Новосибирск, 630090, пр. академика Лаврентьева, 11.