

К. 43  
1997

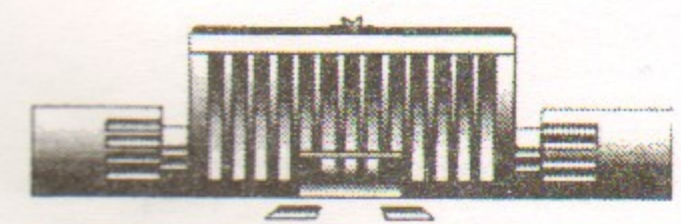
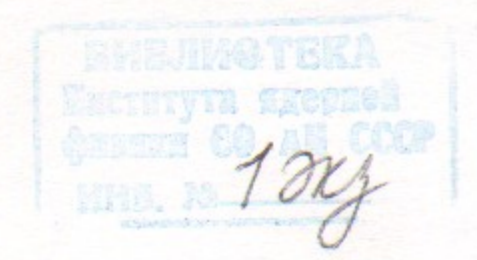


Институт ядерной физики им. Г.И. Будкера  
СО РАН

А.Н. Кирпотин, А.А. Полунин

ОГРАНИЧЕНИЕ ИНТЕНСИВНОСТИ ПУЧКА  
В ОДНОЧАСТОТНОЙ МОДЕЛИ  
УСКОРЯЮЩЕЙ СИСТЕМЫ  
ЭЛЕКТРОН-ПОЗИТРОННОГО НАКОПИТЕЛЯ

ИЯФ 97-93



Новосибирск

**Limitation of beam intensity  
in single-frequency model of accelerating system  
for electron-positron collider**

*A.N. Kirpotin, A.A. Polunin*

Budker Institute of Nuclear Physics, 630090 Novosibirsk, Russia

**Abstract**

The work contains analysis of stationary states of accelerating systems for electron-positron colliders with high-quality resonators essentially shunted by beam. There are accounting the Robinson's condition and the change of power amplifier loading, active and reactive components, due to injection of big portion of particles and due to modification of accelerating resonator's frequency. The normalized parameters are chose in assumption that the amplitude of accelerating tension, amplitude of feeder current and average beam current are measuring. There are considered the regimes of stabilization: accelerating tension, generator current or power.

Based on this analysis, the way of operative forecast of critical situations and the way of optimal positioning of RF source tuning mechanism are offered.

As examples, the top values of beam currents for VEPP-2M storage ring and the injection complex cooling storage ring were estimated.

## 1 Введение

Одним из факторов, ограничивающим количество накопленных частиц в ускорителе, является нарушение автофазировки при повышении интенсивности накопленного пучка. Впервые этот вопрос был рассмотрен в 1964 г. К.В. Робинсоном [1]. Им было показано (известное "условие Робинсона"), что можно существенно повысить интенсивность пучка, если, по мере его накопления, перестраивать резонатор, уменьшая его собственную частоту. Режим накопления пучка при заданном токе генератора рассмотрен Ф. Педерсеном [2], а при заданной падающей мощности - П. Вилсоном [3].

Как известно, техническая реализация усилителей высокочастотной мощности развивается по двум направлениям. Для свч усилителей типа "клистрон+циркулятор" характерны стабильность сопротивления нагрузки и отсутствие анодного (коллекторного) контура. Для ламповых усилителей, работающих в диапазоне частот ниже 250 мГц, является принципиальным наличие потерь энергии в анодном контуре и значительная зависимость сопротивления нагрузки усилителя от собственной частоты ускоряющего резонатора и величины тока пучка. Эти факторы ограничили возможности накопления пучка на установках ВЭПП-2 [6]. БЭП [7] и ВЭПП-2М [8].

На накопителе ВЭПП-2М на энергии 535 МэВ удалось получить режим, при котором мощность, передаваемая пучку в 6 раз превысила мощность, рассеиваемую в стенках резонатора, а накопленный ток пучка достиг 600 мА. Несмотря на относительно небольшую полезную суммарную мощность, составляющую около 3.5 кВт, этот режим сопровождался

значительной токовой перегрузкой ввода энергии в резонатор и выходной лампы усилителя. Увеличение предельного числа накопленных частиц оказалось возможным при значительной отстройке собственной частоты резонатора от частоты ускоряющего напряжения, небольшой расстройке анодного контура выходного каскада усилителя мощности и пониженном уровне ускоряющего напряжения. Оперативное прогнозирование ограничений во время работы натолкнулось на трудности, связанные с большим диапазоном значений комплексных нагрузок. Сброс части пучка сразу после инжекции последней порции вызывался либо нарушением условия Робинсона, либо резким изменением выходного сопротивления усилителя мощности вследствие перехода одной из ламп в режим ограничения.

В настоящее время для управления режимами ускоряющих систем и контроля состояний применяются средства цифровой вычислительной техники. Они позволяют оперативно вычислять величину предельно-допустимой очередной порции частиц для инжекции и прогнозировать возможный переход усилителя мощности в критический режим. На наш взгляд существенную роль при этом играет выбор формальных параметров для описания работы системы. Использование предлагаемой ниже нормировки позволяет выявить при анализе некоторые общие для всех ускоряющих систем закономерности и получить одинаковые шкалы при калибровке амплитудных детекторов. Величина обобщенной расстройки резонатора также легко отражается на линейной шкале потенциометра-датчика механизма перестройки и имеет хорошо обозначенный предел.

## 2 Параметризация и анализ модели, приведенной к ускоряющему зазору

Схема ускоряющего резонатора, нагруженного пучком, представлена на рис.1. Короткая длина сгустков по сравнению с длиной волны ускоряющего напряжения позволяет во всех соотношениях, записанных для одночастотной модели, заменить амплитуду соответствующей гармоники тока пучка на величину  $2 \cdot I_b$ , где  $I_b$  есть среднее значение тока пучка, легко измеряемое датчиком типа феррозонда.

Ускорительные параметры:

$U_c$  – амплитуда ускоряющего напряжения;

$U_s$  – напряжение в равновесной фазе;

$\varphi_s = \arccos \frac{U_s}{U_c}$  – угол равновесной фазы.

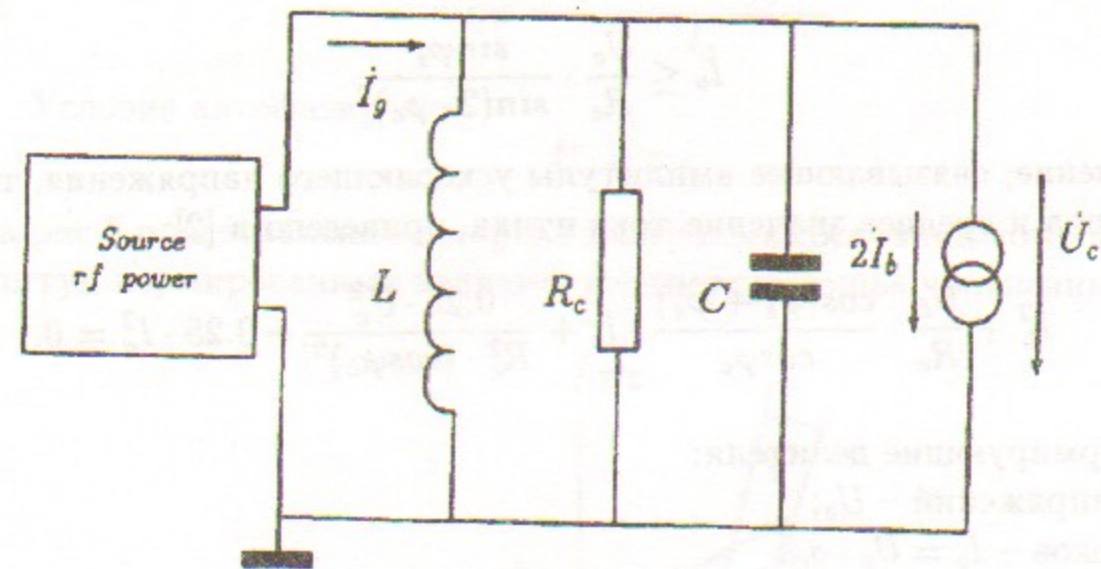


Рис. 1: Схема, приведенная к ускоряющему зазору.

Радиотехнические параметры резонатора:

$R_c$  – шунтовое сопротивление резонатора;

$g_c = \frac{1}{R_c}$  – шунтовая проводимость резонатора;

$Q$  – добротность резонатора;

$\rho_c = \frac{R_c}{Q}$  – волновое сопротивление резонатора;

$f_c$  – собственная частота резонатора;

$\varphi_c$  – угол расстройки резонатора;

$\xi = \operatorname{tg} \varphi_c = 2 \cdot \frac{\Delta f}{f_c} \cdot Q$  – обобщенная расстройка резонатора.

Конструкция резонатора допускает плавную перестройку собственной частоты.

Выходной параметр усилителя мощности:  $I_g$  – амплитуда тока генератора.

Качественная картина ограничения интенсивности пучка выглядит следующим образом. Индуктивный характер пучковой нагрузки требует увеличения приведенной к ускоряющему зазору амплитуды тока генератора. Для компенсации реактивной составляющей собственная частота резонатора должна быть изменена вниз относительно частоты обращения. При этом увеличивается угол расстройки  $\varphi_c$ . Ввиду того, что разность фаз между наведенным напряжением и током пучка равна  $\pi - \varphi_c$  и определяется только расстройкой резонатора, ток и напряжение источника высокочастотной мощности автоматически сдвигаются по фазе относительно тока пучка до тех пор, пока составляющая этого напряжения, ортогональная току пучка, не начинает оказывать дефокусирующее действие на продольное движение.

Обычная запись условия Робинсона [1] имеет вид:

$$I_b \leq \frac{U_c}{R_c} \cdot \frac{\sin \varphi_s}{\sin(2 \cdot \varphi_c)} \quad (1)$$

Уравнение, связывающее амплитуды ускоряющего напряжения, тока генератора и среднее значение тока пучка, приведено в [2]:

$$I_b^2 + \frac{U_c}{R_c} \cdot \frac{\cos(\varphi_s + \varphi_c)}{\cos \varphi_c} \cdot I_b + \frac{0.25 \cdot U_c^2}{R_c^2 \cdot (\cos \varphi_c)^2} - 0.25 \cdot I_g^2 = 0. \quad (2)$$

Нормирующие делители:

для напряжений -  $U_0$ ;

для токов -  $I_0 = U_0 \cdot g_c$ .

Параметры нормированной системы:

$U$  - амплитуда ускоряющего напряжения;

$I_g$  - амплитуда тока генератора;

$Y_c = 1 + j \cdot \xi$  - комплексная проводимость резонатора;

$I_b$  - среднее значение тока пучка;

$c_0$  - напряжение в равновесной фазе;

$\varphi_s$  - угол равновесной фазы,  $c = \cos \varphi_s$ ,  $s = \sin \varphi_s$ ;

$\dot{U} = U \cdot (c + j \cdot s)$  - комплексная амплитуда ускоряющего напряжения;

$\varphi$  - сдвиг по фазе между  $\dot{I}_g$  и  $\dot{U}$ ;

$\dot{I}_g = I_g \cdot [\cos(\varphi_s + \varphi) + j \cdot \sin(\varphi_s + \varphi)]$  - комплексная амплитуда тока генератора;

$\dot{Y}_b = \frac{2 \cdot I_b}{U} \cdot (c - j \cdot s)$  - комплексная проводимость пучка;

$P_b = I_b \cdot c_0$  - мощность, потребляемая пучком;

$P_a = 0.5 \cdot U^2 + I_b \cdot c_0$  - активная мощность, развиваемая генератором;

$k_p = \frac{2 \cdot I_b \cdot c_0}{U^2} = \frac{2 \cdot I_b \cdot c}{U}$  - отношение мощности, передаваемой пучку, к мощности, рассеиваемой в стенках резонатора;

$P = 0.5 \cdot U \cdot I_g$  - полная мощность, развиваемая генератором.

Уравнение состояния ускоряющей системы в комплексной форме:

$$\dot{U} \cdot (1 + j \cdot \xi) = \dot{I}_g - 2 \cdot \dot{I}_b \quad (3)$$

Из него следуют вещественные уравнения:

$$I_b^2 - U \cdot (\xi \cdot s - c) \cdot I_b + \frac{U^2}{4} \cdot (1 + \xi^2) - \frac{I_g^2}{4} = 0. \quad (4)$$

$$\cos \varphi = \frac{U + 2 \cdot I_b \cdot c}{I_g} \quad (5)$$

$$\sin \varphi = \frac{\xi \cdot U - 2 \cdot I_b \cdot s}{I_g} \quad (6)$$

Условие автофазировки:

$$U \cdot c = c_0 \quad (7)$$

На рис.2 представлена векторная диаграмма состояний комплексных амплитуд нормированных величин, соответствующая уравнению (3).

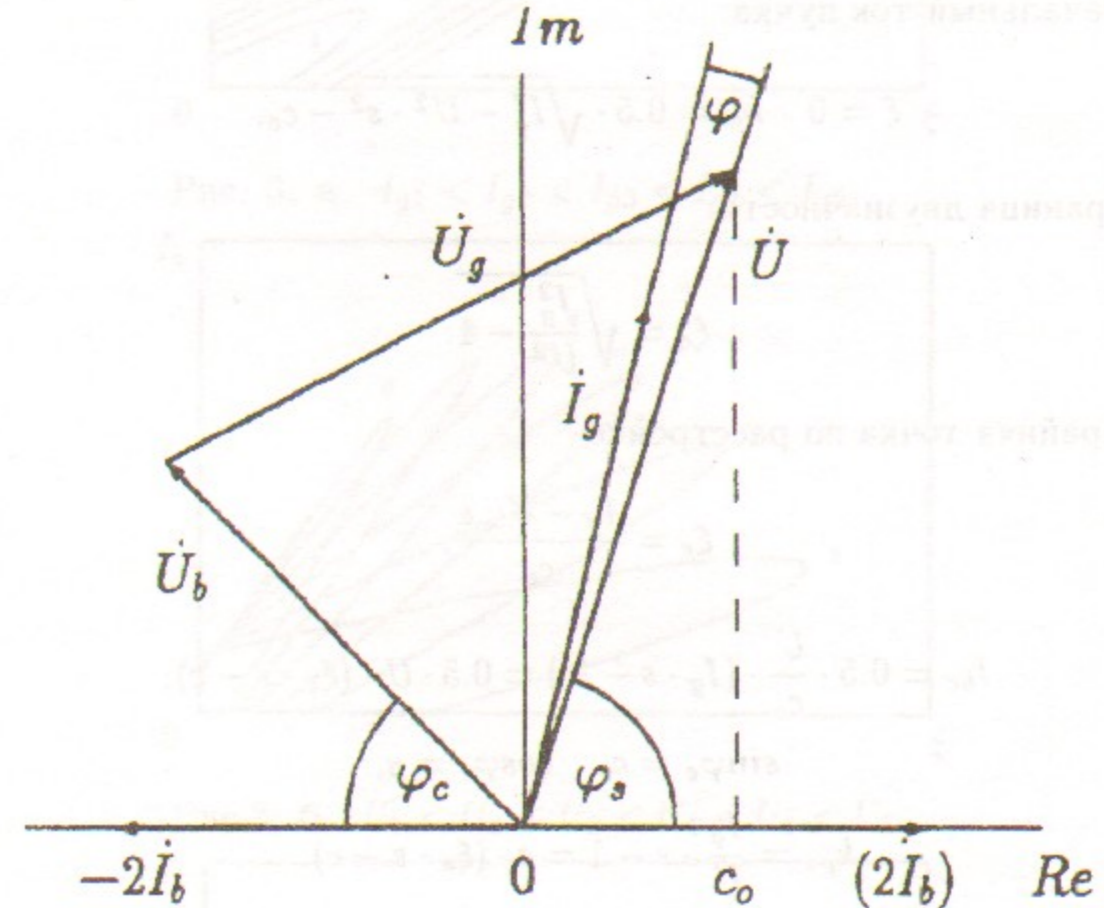


Рис. 2: Векторная диаграмма комплексных амплитуд.

Нетрудно убедиться, что лишь четыре из входящих в уравнения величины могут быть взаимно независимы. В реальных ситуациях  $c_0$  зависит от величины потерь энергии частицами на одном обороте, а обобщенная расстройка  $\xi = \operatorname{tg} \varphi_c$  от положения механизма перестройки собственной частоты ускоряющего резонатора и внешних факторов, определяющих ее стабильность. Величины  $U$ ,  $I_g$ ,  $\varphi$  и  $I_b$  измеряются соответствующими датчиками. На основе этой системы уравнений строятся линии накопления пучка  $I_b(\xi)$ , определяются особые точки и предельные возможности в режимах со стабилизацией ускоряющего напряжения  $U$  или стабилизацией тока возбуждения  $I_g$  и область комплексных нагрузок, приведенная

к ускоряющему зазору. Семейства линий  $I_b(\xi)$  при  $I_g = \text{const}$ ,  $U = \text{const}$ ,  $c_0 = \text{const}$  с вариацией одной из этих величин приведены на рис. 3. Аналитическая зависимость  $I_b(\xi)$  имеет вид:

$$I_b = 0.5 \cdot (U \cdot \xi \cdot s - c_0 \pm \sqrt{I_g^2 - (U \cdot s + \xi \cdot c_0)^2}). \quad (8)$$

При  $c > 0$  на каждой линии можно выделить четыре характерные точки.

1. Начальный ток пучка:

$$\xi = 0 \quad I_{b0} = 0.5 \cdot \sqrt{I_g^2 - U^2 \cdot s^2} - c_0. \quad (9)$$

2. Граница двужначности:

$$\xi_0 = \sqrt{\frac{I_g^2}{U^2} - 1}. \quad (10)$$

3. Крайняя точка по расстройке:

$$\xi_e = \frac{I_g - U \cdot s}{c_0},$$

$$I_{be} = 0.5 \cdot \frac{U}{c_0} \cdot (I_g \cdot s - U) = 0.5 \cdot U \cdot (\xi_e \cdot s - c), \quad (11)$$

$$\sin \varphi_e = c, \quad \cos \varphi_e = s,$$

$$k_{pe} = \frac{I_g}{U} \cdot s - 1 = c \cdot (\xi_e \cdot s - c).$$

4. Максимальное значение тока пучка:

$$\xi_m = \frac{s \cdot (I_g - U)}{c_0} \quad I_{bm} = 0.5 \cdot \frac{U}{c_0} \cdot (I_g - U), \quad (12)$$

$$\varphi_m = 0$$

$$k_{pm} = \frac{I_g}{U} - 1$$

При  $c_0 = 0$  зависимость  $I_b(\xi)$  вырождается в две прямых:

$$I_b = 0.5 \cdot (U \cdot \xi \pm \sqrt{I_g^2 - U^2}). \quad (13)$$

На следующих рисунках показаны семейства решений (8)  $I_b(\xi)$  при  $I_g = \text{const}$ ,  $U = \text{const}$ ,  $c_0 = \text{const}$  с вариацией одной из величин.

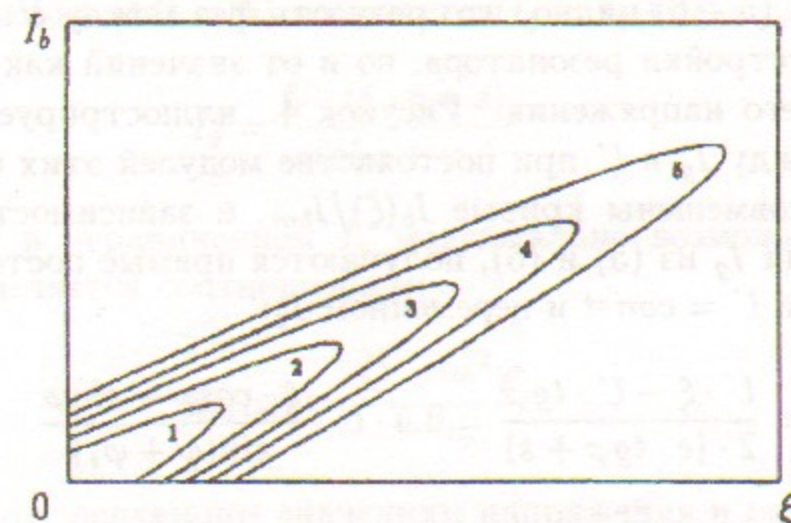


Рис. 3: а  $I_{g1} < I_{g2} < I_{g3} < I_{g4} < I_{g5}$ .

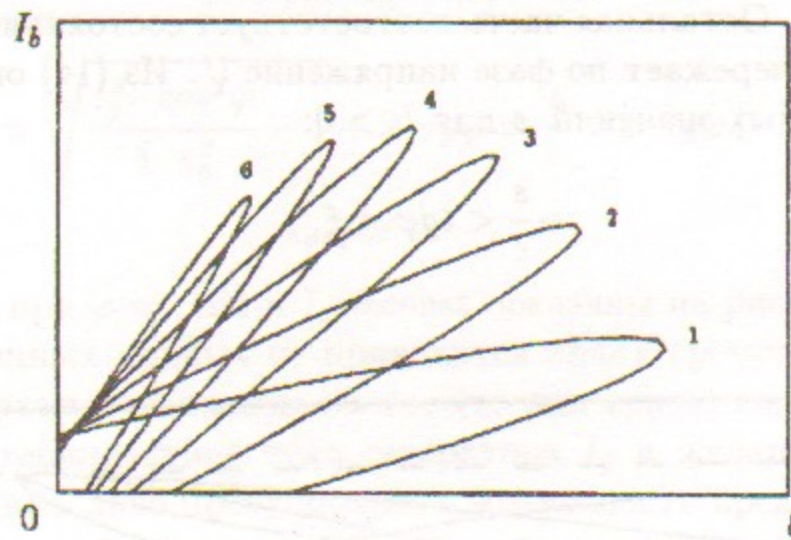


Рис.3: б  $U_1 < U_2 < U_3 < U_4 < U_5 < U_6$ .

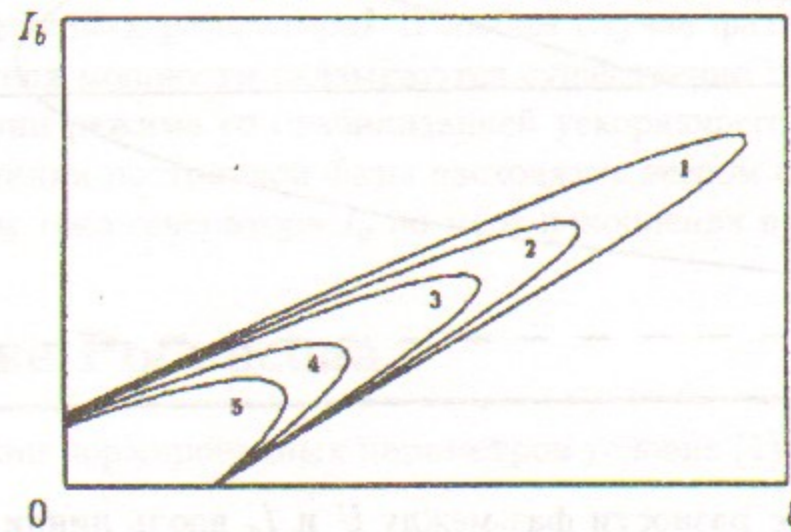


Рис. 3: в  $c_{01} < c_{02} < c_{03} < c_{04} < c_{05}$ .

Из уравнений (5 ÷ 6) видно, что разность фаз между  $U$  и  $I_g$  зависит не только от расстройки резонатора, но и от значений как тока пучка, так и ускоряющего напряжения. Рисунок 4. иллюстрирует изменение разности фаз между  $I_g$  и  $U$  при постоянстве модулей этих величин. На одном графике совмещены кривые  $I_b(\xi)/I_{bm}$ , и зависимости (5) и (6). После исключения  $I_g$  из (5) и (6), получаются прямые постоянной фазы между  $U$  и  $I_g$  при  $U = const$  и переменном  $I_g$ :

$$I_b = \frac{U \cdot \xi - U \cdot \operatorname{tg} \varphi}{2 \cdot (c \cdot \operatorname{tg} \varphi + s)} = 0.5 \cdot U \cdot \frac{\xi \cdot \cos \varphi - \sin \varphi}{\sin(\varphi + \varphi_s)} \quad (14)$$

Прямая нулевой фазы проходит через значения  $I_{bm}$  линий (8) при различных  $I_g$  (рис.3). Точки верхней ветви, расположенные левее  $I_{bm}$ , соответствуют  $\varphi < 0$ . Остальная часть соответствует состояниям  $\varphi > 0$ , при которых ток  $I_g$  опережает по фазе напряжение  $U$ . Из (14) определяются границы возможных значений  $\varphi$  для  $I_b > 0$ :

$$-\frac{s}{c} < \operatorname{tg} \varphi < \xi.$$

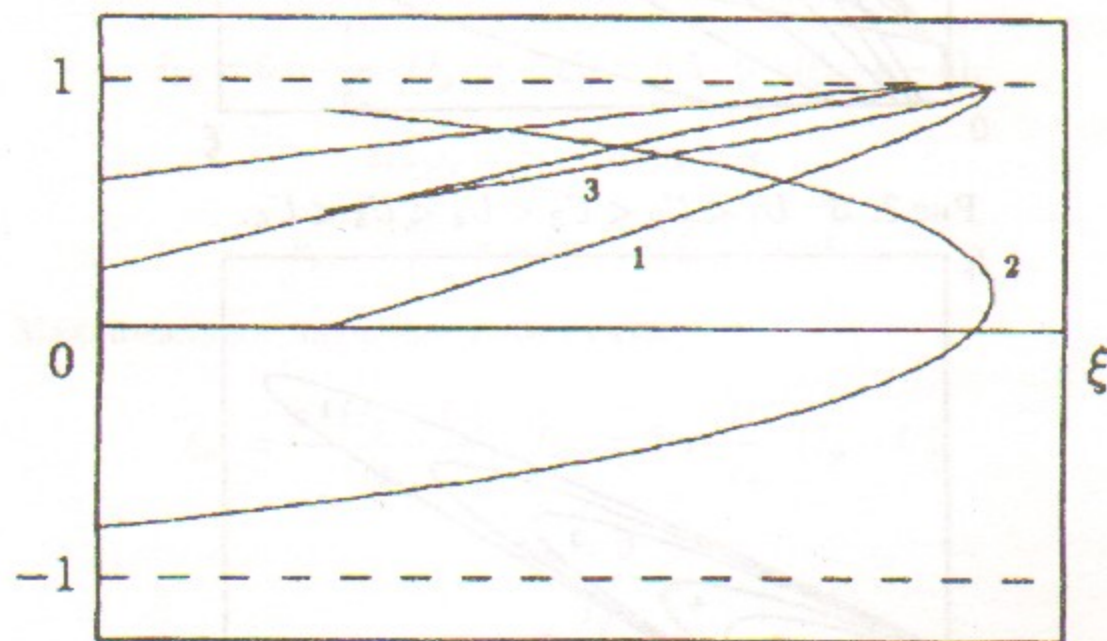


Рис. 4: Изменение разности фаз между  $U$  и  $I_g$  вдоль линии накопления пучка: 1 -  $I_b/I_{bm}$ ; 2 -  $\sin \varphi$ ; 3 -  $\cos \varphi$ .

После подстановки (14) в (5) получается  $I_g = I_g(U, \xi, \varphi, \varphi_s)$ :

$$I_g = \frac{U \cdot (\xi \cdot c + s)}{\sin(\varphi + \varphi_s)} \quad (15)$$

При заданном  $\varphi$  и ограниченном  $I_g$  максимально возможное значение тока пучка определяется соотношением:

$$I_{bm}(\varphi) = \frac{I_g^2 \cdot \cos^2 \varphi}{8 \cdot c_0} \quad (16)$$

Оно соответствует следующим значениям напряжения и расстройки:

$$U = 0.5 \cdot I_g \cdot \cos \varphi,$$

$$\xi = \sqrt{\frac{I_g^2 \cdot \cos^2 \varphi}{4 \cdot c_0^2} - 1} + 2 \cdot \operatorname{tg} \varphi = \frac{s}{c} + 2 \cdot \operatorname{tg} \varphi, \quad (17)$$

$$k_{pm} = 1.$$

Кривые  $I_b(\xi)$  при  $\varphi = const$  и  $I_g = const$  показаны на рис.5. Аналитическая запись данных кривых не приводится ввиду громоздкого характера. Можно обратить внимание на то, что при использовании режима накопления со стабилизацией тока генератора  $I_g$  и желании получить  $k_p \gg 1$ , необходимо либо предусмотреть возможность предварительной значительной расстройки резонатора, либо в больших пределах изменять во время накопления величину ускоряющего напряжения и мощность, рассеиваемую в стенках резонатора. В любом случае фаза или модуль нагрузки усилителя мощности оказываются существенно переменными. При использовании режима со стабилизацией ускоряющего напряжения в случае  $c_0 > 0$  линии постоянной фазы расходятся веером со значительным увеличением тока генератора  $I_g$  по мере накопления пучка.

### 3 Условие Робинсона

При использовании нормированных параметров условие (1) приобретает вид:

$$I_b \leq \frac{U \cdot s}{2} \cdot \frac{1 + \xi^2}{\xi} \quad (18)$$

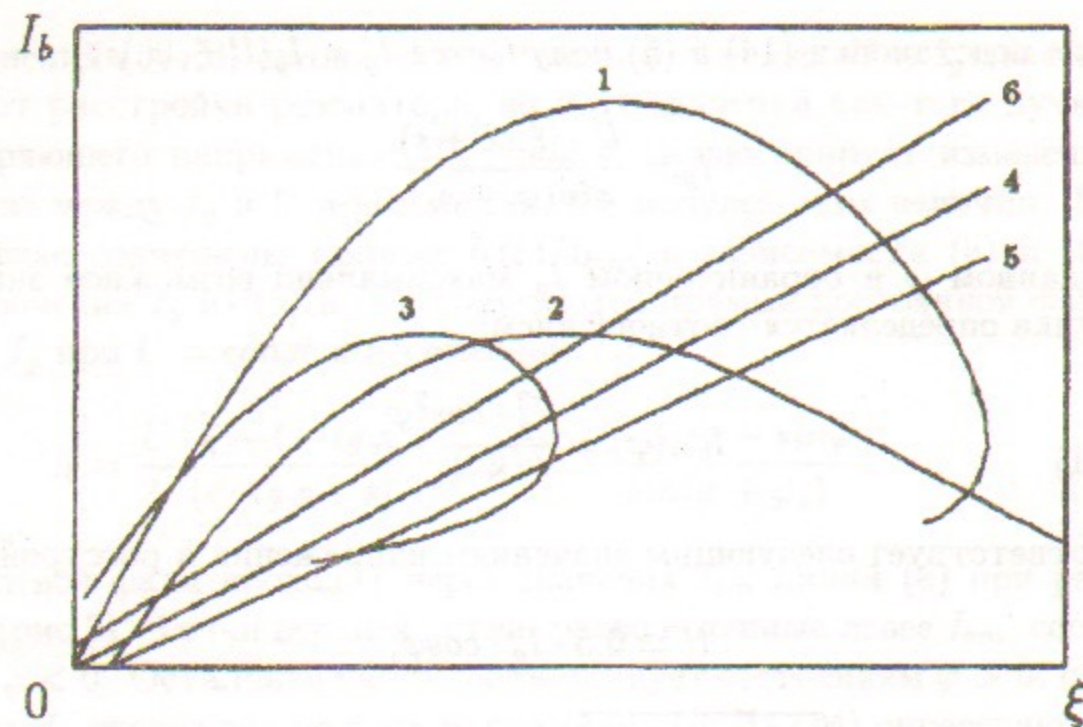


Рис. 5: Линии накопления при  $\varphi = \text{const}$ : 1, 2, 3 -  $I_g = \text{const}$ , 4, 5, 6 -  $U = \text{const}$ ;  $\varphi_1 = 0$ ,  $\varphi_2 = 40^\circ$ ,  $\varphi_3 = -40^\circ$ ,  $\varphi_4 = 0$ ,  $\varphi_5 = 40^\circ$ ,  $\varphi_6 = -40^\circ$ .

Практическое применение соотношения (18) имеет смысл в случае стабилизации амплитуды ускоряющего напряжения. В случае стабилизации амплитуды тока генератора следует применять другую форму этого условия:

$$I_b \leq \frac{I_g \cdot \sqrt{1 + \xi^2} - c_0 \cdot (1 + \xi^2)}{2} \quad (19)$$

Двойственность записи отражает взаимную зависимость ускоряющего напряжения  $U$  и тока генератора  $I_g$ . В реальных условиях всегда существуют ограничение сверху  $I_g \leq I_{gm}$ , а величина  $U$  ограничена снизу минимально допустимым размером сепаратрисы. В пределах рабочего диапазона их значений возможны различные режимы накопления, и изменение состояния системы после инъекции очередной порции пучка существенно зависит от выходного сопротивления источника ускоряющего напряжения. Соотношения (18) и (19) отражают предельные при заданной расстройке значения токов пучка для двух крайних случаев идеальных генераторов напряжения или тока. Векторная диаграмма комплексных амплитуд на границе устойчивости приведена на рис.6.

Верхняя ветвь линии  $I_b(\xi)$  (8) в некоторой своей части соответствует неустойчивым состояниям. Точные границы неустойчивости определя-

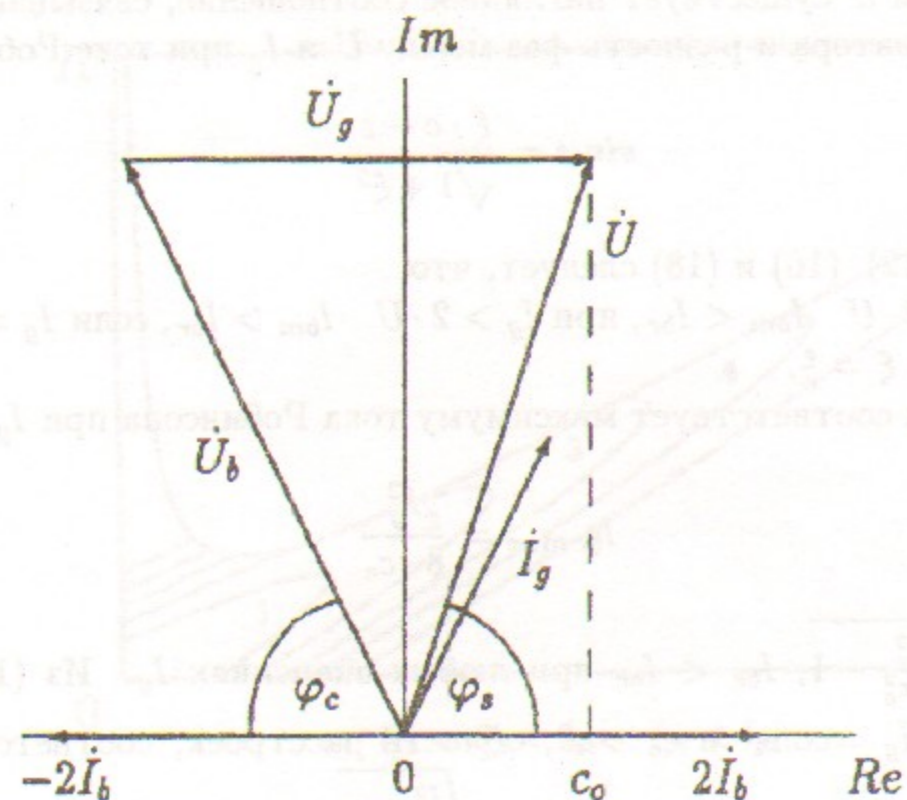


Рис. 6: Векторная диаграмма комплексных амплитуд на границе устойчивости.

ются алгебраическим уравнением четвертой степени. Область неустойчивости расширяется с увеличением отношения  $I_g/U$ . При заданном значении  $U$  выражение для тока генератора, соответствующего току Робинсона, имеет вид:

$$I_{gr} = U \cdot \sqrt{1 + \xi^2} \cdot \left(c + \frac{s}{\xi}\right) \quad (20)$$

Очевидно существует минимальное значение тока генератора, при котором возможно появление неустойчивости:

$$I_g = U \cdot \sqrt{(\sqrt[3]{c^2} + \sqrt[3]{s^2})^3} \quad (21)$$

при наиболее опасном значении:

$$\xi = \sqrt[3]{\frac{s}{c}}$$

Если  $I_g \geq U \cdot \sqrt{2} \cdot (c + s)$ , наиболее опасно:  $\xi = 1$ , при котором ток Робинсона достигает минимального значения:

$$I_{br \min} = U \cdot s.$$

При заданном  $U$  существует наглядное соотношение, связывающее расстройку резонатора и разность фаз между  $U$  и  $I_g$  при токе Робинсона:

$$\sin\varphi = \frac{\xi \cdot c - s}{\sqrt{1 + \xi^2}} \quad (22)$$

Из (11), (12), (16) и (18) следует, что при  $I_g < 2 \cdot U$   $I_{bm} < I_{br}$ , при  $I_g > 2 \cdot U$   $I_{bm} > I_{br}$ , если  $I_g = 2 \cdot U$ , то  $I_{bm} = I_{br}$  при  $\xi = \frac{s}{c}$ .

Эта точка соответствует максимуму тока Робинсона при  $I_g = \text{const}$ :

$$I_{br \max} = \frac{I_g^2}{8 \cdot c_0} \quad (23)$$

при  $\xi = \sqrt{\frac{I_g^2}{4 \cdot c_0^2} - 1}$ ,  $I_{be} < I_{br}$  при любых значениях  $I_g$ . Из (18) следует, что при  $I_g = \text{const}$  и  $c_0 > 0$ , область расстроек, соответствующих  $I_b < I_{br}$ , ограничена величиной:  $\xi = \sqrt{\frac{I_g^2}{c_0^2} - 1}$ , а ускоряющее напряжение, соответствующее току Робинсона, изменяется согласно соотношению:

$$U \cdot s = \frac{I_g \cdot \xi}{\sqrt{1 + \xi^2}} - c_0 \cdot \xi. \quad (24)$$

Из соотношений (11), (12) и (23) видно, что при  $\xi > \frac{s}{c}$  точки кривых (8), соответствующие  $I_{bm}$ ,  $I_{br}$  и  $I_{be}$ , расположены близко друг к другу и в пределе совпадают. Приближение к данному пределу и является практической задачей накопления интенсивных пучков. На рис.7 и 8 линии накопления ограничены областью неустойчивости Робинсона.

#### 4 Стабилизация падающей мощности

При использовании в соединительном волноводе ферритового циркулятора возможен режим со стабилизацией падающей мощности  $P_d$ . В качестве дополнительного параметра в этом случае выбирается коэффициент стоячей волны в фидере или волноводе в исходном состоянии:

$$k = \frac{g_w}{g_c \cdot n_c^2} \quad (25)$$

$g_w$  – нормированная волновая проводимость фидера или волновода,  $n_c$  – коэффициент трансформации элемента связи резонатора с линией.

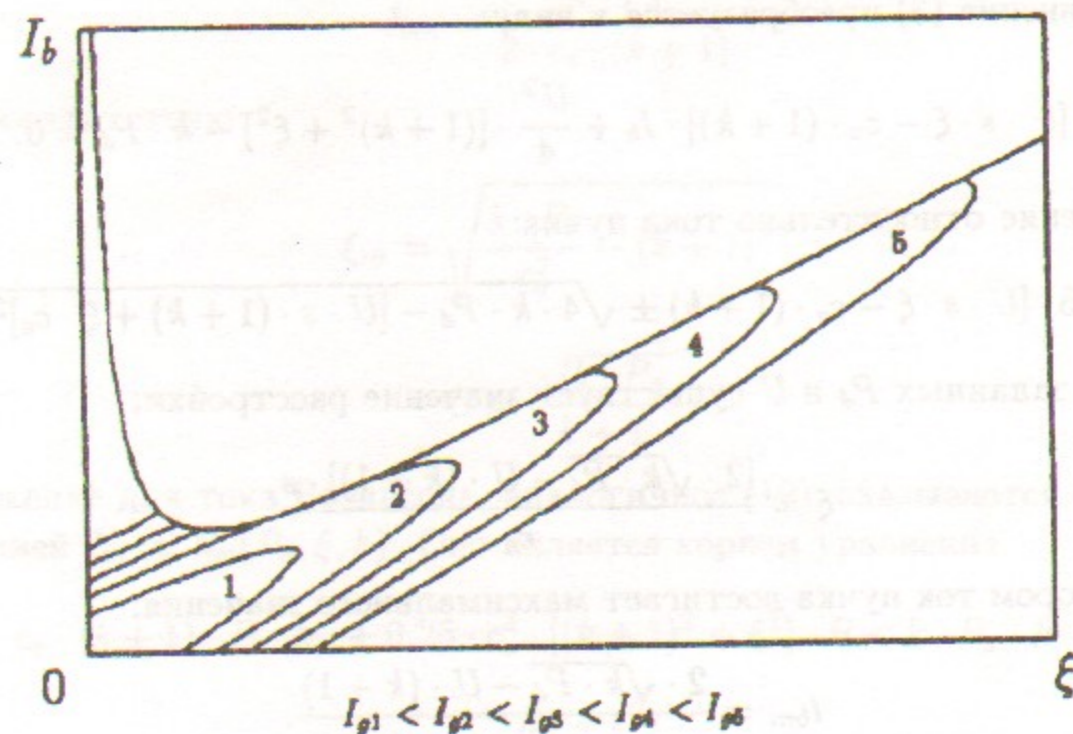


Рис. 7: Линии накопления, ограниченные областью неустойчивости, при стабилизации ускоряющего напряжения  $U$ .

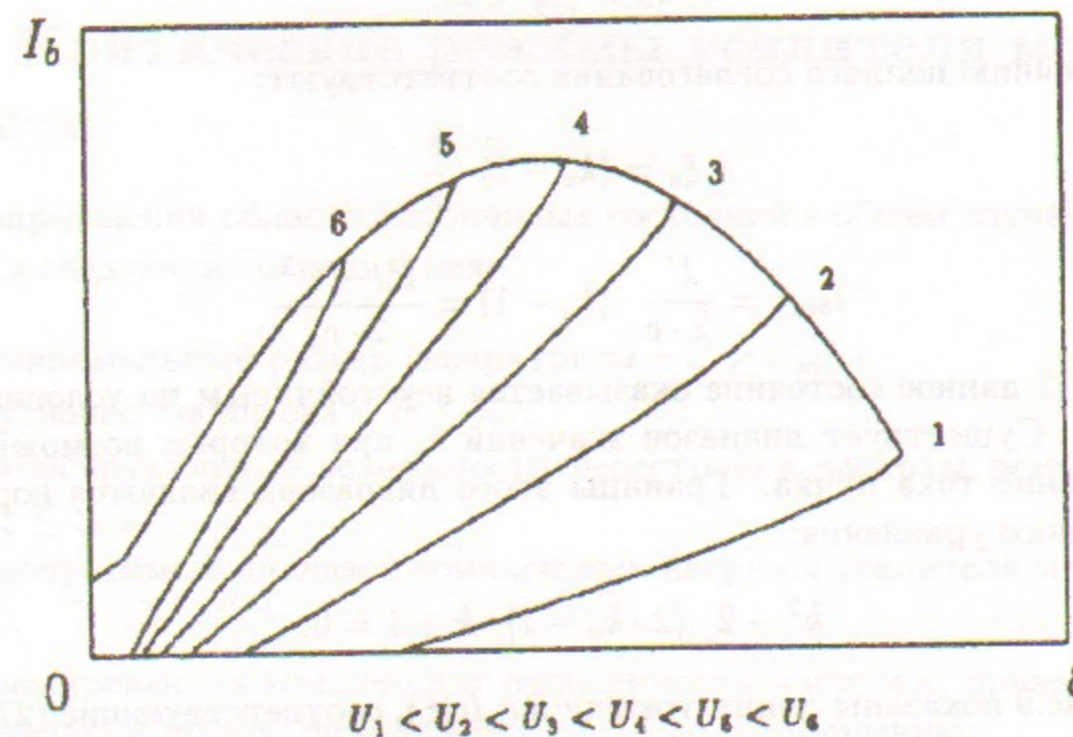


Рис. 8: Линии накопления, ограниченные областью неустойчивости, при стабилизации тока генератора  $I_g$ .



Уравнение (3) преобразуется к виду:

$$I_b^2 - [U \cdot s \cdot \xi - c_0 \cdot (1+k)] \cdot I_b + \frac{U^2}{4} \cdot [(1+k)^2 + \xi^2] - k \cdot P_d = 0. \quad (26)$$

Решение относительно тока пучка:

$$I_b = 0.5 \cdot [U \cdot s \cdot \xi - c_0 \cdot (1+k) \pm \sqrt{4 \cdot k \cdot P_d - [U \cdot s \cdot (1+k) + \xi \cdot c_0]^2}] \quad (27)$$

При заданных  $P_d$  и  $U$  существует значение расстройки:

$$\xi = \frac{[2 \cdot \sqrt{k \cdot P_d} - U \cdot (k+1)] \cdot s}{c_0} \quad (28)$$

при котором ток пучка достигает максимального значения:

$$I_{bm} = \frac{2 \cdot \sqrt{k \cdot P_d} - U \cdot (k+1)}{2 \cdot c} \quad (29)$$

Значение  $k$ , при котором отраженная мощность может достичь нулевого уровня:

$$k_0 = \frac{P_d}{U^2} < 2. \quad (30)$$

Состоянию полного согласования соответствуют:

$$\xi_0 = (k_0 - 1) \cdot \frac{s}{c} \quad (31)$$

$$I_{bm0} = \frac{U}{2 \cdot c} \cdot (k_0 - 1) = \frac{P_d - U^2}{2 \cdot c_0} \quad (32)$$

При  $k > 2$  данное состояние оказывается неустойчивым по условию Робинсона. Существует диапазон значений  $k$ , при которых возможно существование тока пучка. Границы этого диапазона являются корнями квадратного уравнения:

$$k^2 - 2 \cdot (2 \cdot k_0 - 1) \cdot k + 1 = 0. \quad (33)$$

На рис.9 показаны линии тока пучка  $I_b(\xi)$ , соответствующие (27) для нескольких значений  $k$ , и линия тока Робинсона (18) для заданного  $U$ . В реальных ситуациях коэффициент  $k$  является константой, определяемой геометрией ввода высокочастотной мощности в резонатор. Его оперативная перестройка возможна лишь при значительном усложнении конструкции. При сохранении  $P_d = const$ , одновременно с изменением расстройки и накопленного тока изменяются как ускоряющее напряжение

$U$ , так и ток генератора  $I_g$ . Максимальное значение накопленного тока в этом случае:

$$I_{bm} = \frac{k \cdot P_d}{2 \cdot c_0 \cdot (k+1)} \quad (34)$$

Ему соответствуют:

$$\xi_m = \sqrt{\frac{k \cdot P_d}{c_0^2} - (k+1)^2} \quad (35)$$

$$U = \frac{\sqrt{k \cdot P_d}}{k+1} \quad (36)$$

Выражение для тока Робинсона, аналогичное (19), оказывается сложной функцией  $I_{br} = I_{br}(P_d, \xi, k)$ . Оно является корнем уравнения:

$$I_{br}^2 + c_0 \cdot (k+1) \cdot B \cdot I_{br} + 0.25 \cdot c_0^2 \cdot [(k+1)^2 + \xi^2] \cdot B - k \cdot P_d \cdot B = 0 \quad (37)$$

$$B = \frac{(1 + \xi^2)^2}{1 + \xi^2 \cdot (k+1)^2}$$

На рис.10 приведены зависимости (27) при  $k = const$ , и  $I_{br}(\xi)$  из (37).

## 5 Критические режимы усилителя мощности

При определении области устойчивых состояний в общем случае учитываются следующие ограничения:

- минимальный размер сепаратрисы -  $U \geq U_{min}$ ;
- условие Робинсона -  $I_b \leq I_{br}$ ;
- конструктивные возможности перестройки частоты резонатора -  $\xi \leq \xi_{max}$ .
- допустимый диапазон комплексных нагрузок усилителя мощности.

Нормированная комплексная проводимость нагрузки, приведенная к ускоряющему зазору, определяется согласно соотношению:

$$Y_c = \frac{I_g}{U} \cdot (\cos\varphi + j \cdot \sin\varphi). \quad (38)$$

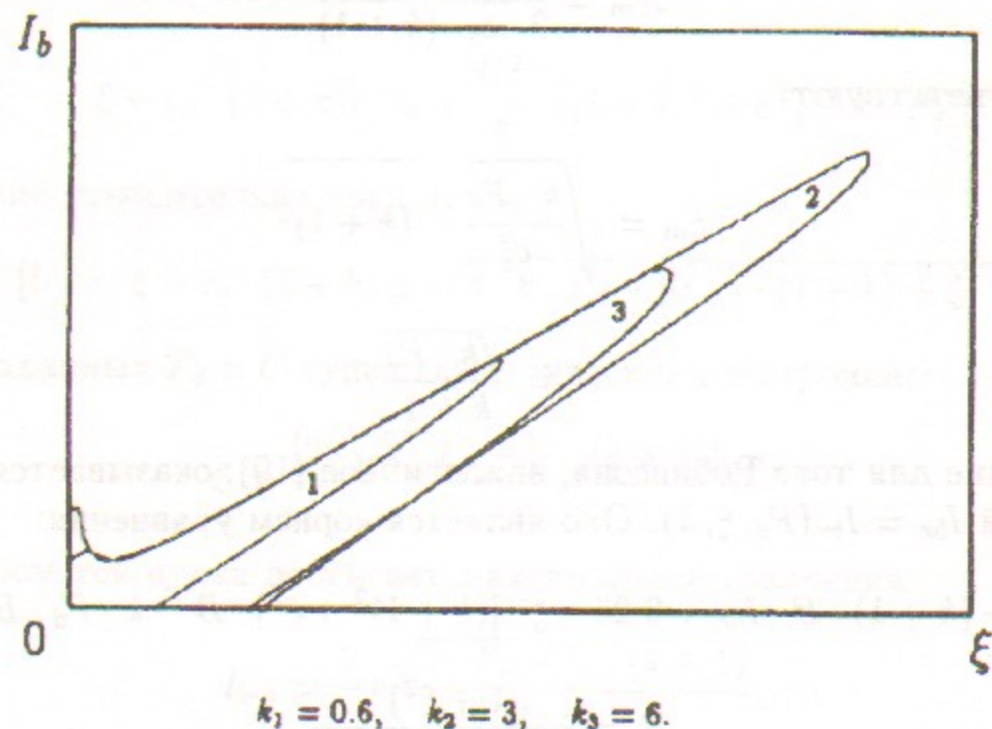


Рис. 9: Линии накопления, ограниченные областью неустойчивости, при  $P_d = \text{const}$  и  $U = \text{const}$ .

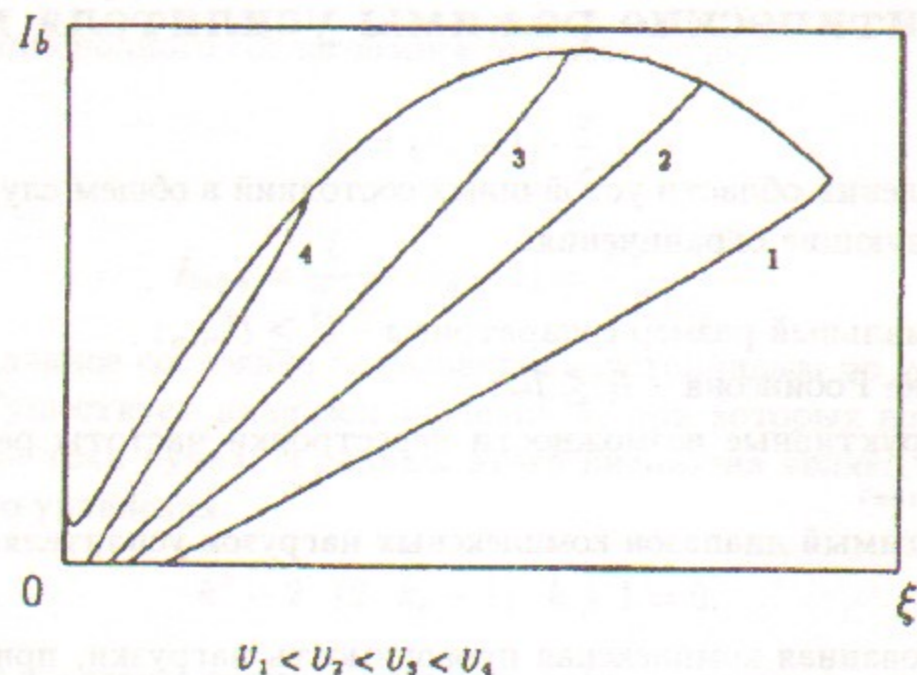


Рис. 10: Линии накопления, ограниченные областью неустойчивости, при  $P_d = \text{const}$  и  $k = \text{const}$ .

Очевидно, что при фиксированной конструкции элемента связи резонатора с подводющей линией и  $c_0 > 0$ , возможна лишь одна точка, в которой линия работает в согласованном режиме. Как показано выше, эта точка либо близка к границе устойчивости, либо соответствует неустойчивым состояниям. Оказывается практически неизбежным существование отраженной волны, причем в случае большого диапазона рабочих токов пучка отношение амплитуд отраженной и падающей волн достигает величины, близкой к единице. При отсутствии невзаимных согласующих устройств возникают хорошо известные дополнительные условия, нарушение которых приводит к переходу усилителя мощности в режим ограничения, а также перегрузке по току элементов связи и фидера. При фиксированном значении волновой проводимости линии оптимизация нагрузки усилителя мощности осуществляется выбором коэффициентов трансформации элементов связи, длиной линии и настройкой анодного контура.

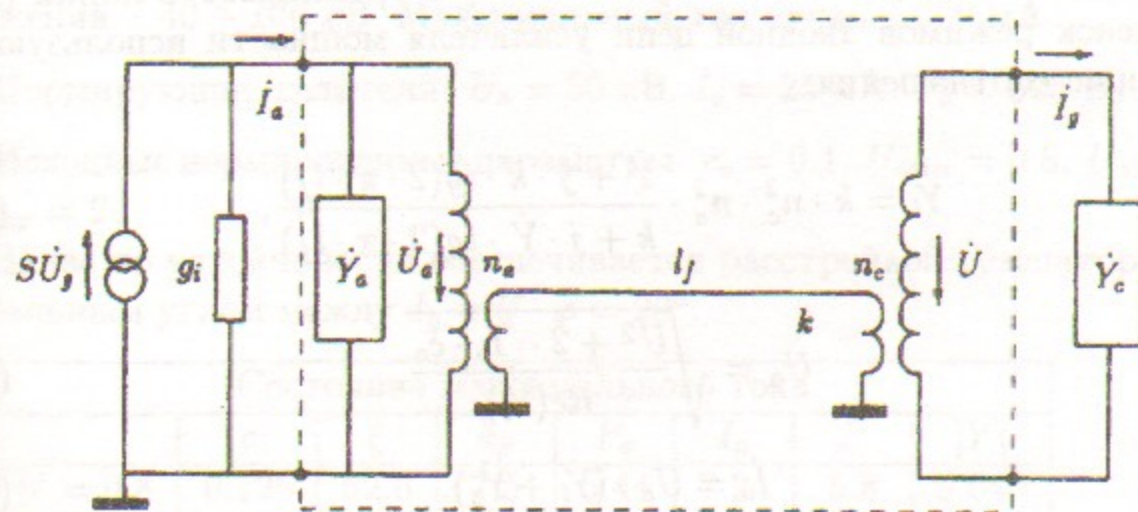


Рис. 11: Модель четырехполюсника, согласующего ускоряющий резонатор с анодом усилительной лампы.

Схема согласующего четырехполюсника (рис.11) включает два идеальных трансформатора, отрезок однородной линии и сосредоточенную проводимость анодного контура. В принятой системе параметров:

- $g_w$  – волновая проводимость линии;
- $n_c$  – коэффициент трансформации от резонатора к линии;
- $k$  – коэффициент стоячей волны в исходном состоянии;
- $l_f$  – длина линии;
- $\dot{p}$  – комплексный коэффициент отражения от конца линии;

$n_a$  – коэффициент трансформации от линии к анодному контуру;  
 $\dot{Y}_l$  – комплексная проводимость полезной нагрузки, пересчитанная к аноду;  
 $\dot{Y}_a$  – комплексная проводимость анодного контура.

Основные соотношения для оценки режимов линии:

$$\dot{p} = \frac{k - \dot{Y}}{k + \dot{Y}}, \quad (39)$$

$$U_l(l_f) = \frac{U \cdot |1 + \dot{p} \cdot \exp(-j \cdot 4 \cdot \pi \cdot l_f)|}{n_c \cdot |1 + \dot{p}|}, \quad (40)$$

$$I_l(l_f) = \frac{I_g \cdot n_c \cdot |1 - \dot{p} \cdot \exp(-j \cdot 4 \cdot \pi \cdot l_f)|}{|1 - \dot{p}|}. \quad (41)$$

Величины  $k$  и  $n_c$  связаны через волновую проводимость линии (25). Для оценок режимов анодной цепи усилителя мощности используются следующие соотношения:

$$\dot{Y}_l = k \cdot n_c^2 \cdot n_a^2 \cdot \frac{\dot{Y} + j \cdot k \cdot \operatorname{tg}(2 \cdot \pi \cdot l_f)}{k + j \cdot \dot{Y} \cdot \operatorname{tg}(2 \cdot \pi \cdot l_f)}, \quad (42)$$

$$U_a = \sqrt{\frac{U^2 + 2 \cdot I_b \cdot c_0}{\operatorname{Re}(\dot{Y}_l)}}, \quad (43)$$

$$I_a = U_a \cdot (\dot{Y}_l + \dot{Y}_a). \quad (44)$$

Формально желаемый диапазон полезных нагрузок анодной цепи можно получить при произвольно выбранных  $k$  и  $l_f$ , подобрав величины  $n_a$  и  $\operatorname{Im}(\dot{Y}_a)$ . Практически значение  $k$  фиксировано конструкцией ввода энергии в резонатор и определяется по условиям обеспечения электрической прочности и оптимальной токовой нагрузки линии и элемента связи. Область значений  $n_a$  ограничена конструктивными особенностями выходного контура усилителя. При заданных  $k$  и  $n_a$  возможна оптимизация величин  $l_f$  и  $\operatorname{Im}(\dot{Y}_a)$  (рис. 15).

Оказалось, что на ВЭПП-2М усилитель мощности переходит в критические режимы по следующим причинам:

1. Конструктивное ограничение в возможности перестройки величины  $n_a$  уменьшило диапазон в выборе длины линии.

2. Шунтирование полезной нагрузки активной проводимостью анодного контура –  $\operatorname{Re}(\dot{Y}_a)$  – снизило эффективность использования анодного тока.

3. Компенсация реактивности полезной нагрузки перестройкой собственной частоты анодного контура –  $\operatorname{Im}(\dot{Y}_a)$  – в некоторых случаях приводила к потере устойчивости в работе системы вследствие паразитных обратных связей.

Ниже приводятся некоторые количественные иллюстрации режимов ускоряющих систем накопителя ВЭПП-2М и накопителя-охладителя инжекционного комплекса при работе с интенсивными пучками.

Пример 1. ВЭПП-2М (Рис.12–16).

Исходные данные:  $E_m = 700$  мэВ.  $R_c = 2000$  кОм.  $Q = 20000$ .  $U_s = 15.4 \cdot (\frac{E}{E_m})^4$  кВ.

Техническое задание: Энергия – 530 мэВ. Диапазон ускоряющих напряжений – 40 ÷ 100 кВ. Максимальный ток пучка – 600 мА.

Нормирующие делители:  $U_0 = 50$  кВ.  $I_0 = 25$  мА.  $P_0 = 625$  Вт.

Исходные нормированные параметры:  $c_0 = 0.1$ .  $U_{\min} = 0.8$ .  $U_{\max} = 2$ .  $I_{b \max} = 24$ .

Запас по устойчивости обеспечивается расстройкой резонатора с минимальным углом между  $I_g$  и  $U$   $\varphi = 20^\circ$ .

Состояние максимального тока							
	$c$	$\xi$	$k_p$	$P_a$	$I_g$	$P$	$ Y $
$U = 0.8$	0.125	62.6	7.5	5.44	7.24	5.8	9.046
$U = 1.2$	0.083	41.4	3.33	6.24	5.54	6.64	4.61
$U = 2$	0.05	24.8	1.2	8.8	4.68	9.36	2.34

Пример 2. Накопитель-охладитель инжекционного комплекса.

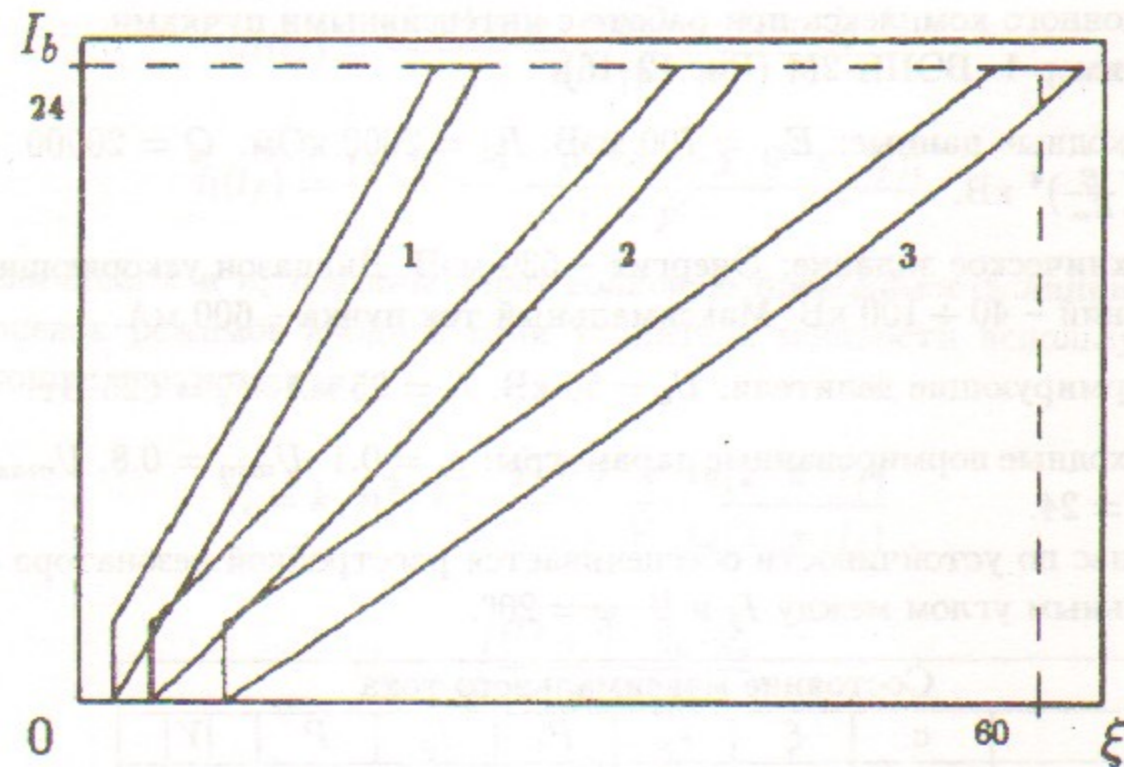
Исходные данные:  $E = 510$  мэВ.  $R_c = 2310$  кОм.  $Q = 21000$ .  $U_s = 5.3$  кВ.

Техническое задание: Диапазон ускоряющих напряжений – 100 ÷ 400 кВ. Максимальный ток пучка – 100 мА.

Нормирующие делители:  $U_0 = 100$  кВ.  $I_0 = 43.3$  мА.  $P_0 = 2165$  Вт.

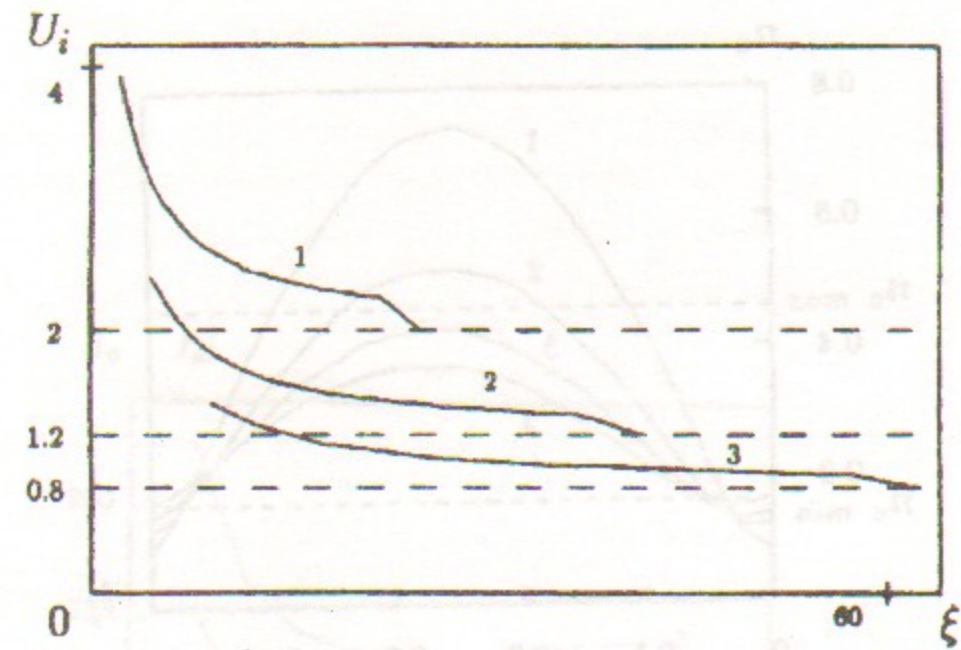
Исходные нормированные параметры:  $c_0 = 0.053$ .  $U_{\min} = 1$ .  $U_{\max} = 4$ .  $I_{b \max} = 2.3$ .

Запас по устойчивости обеспечивается условием:  $I_{br \max} \geq 1.5 I_{b \max}$



1.  $U = 2, I_g = 4.68$ . 2.  $U = 1.2, I_g = 5.53$ . 3.  $U = 0.8, I_g = 7.24$ .

Рис. 12: Линии накопления и послеинжекционного состояния при  $\Delta I_b = 3$ .



1.  $U = 2, I_g = 4.68$ . 2.  $U = 1.2, I_g = 5.53$ . 3.  $U = 0.8, I_g = 7.24$ .

Рис. 13: Послеинжекционное напряжение при  $\Delta I_b = 3$ .

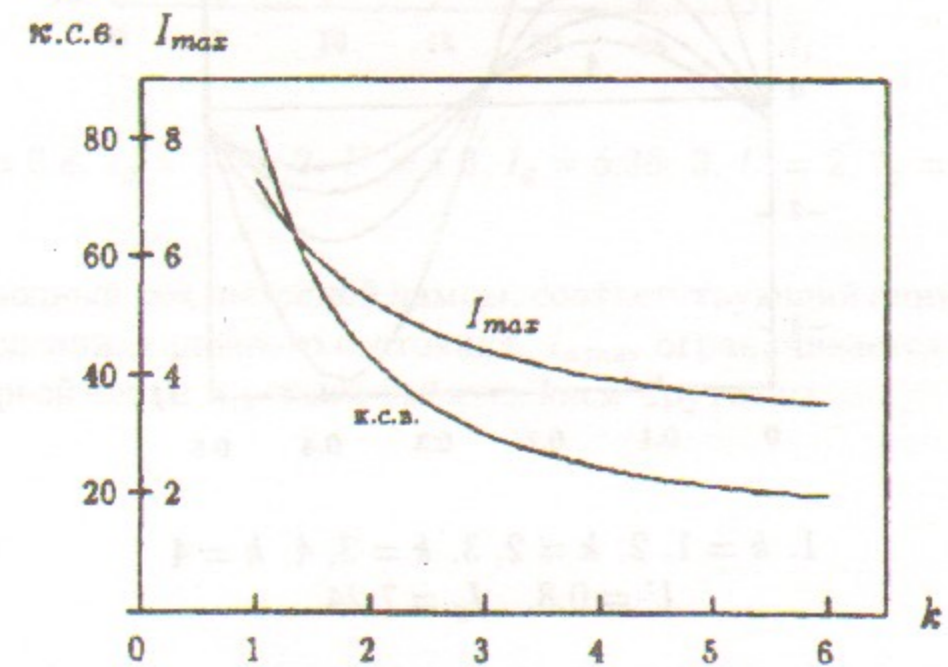
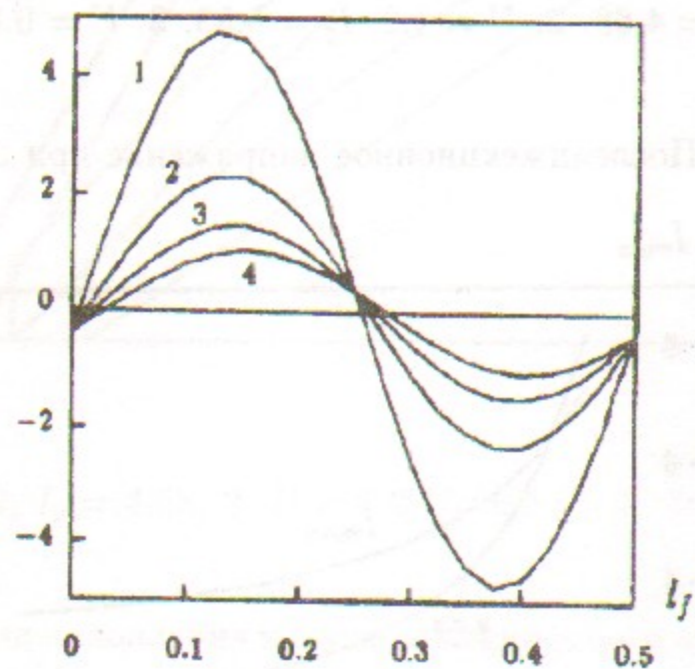
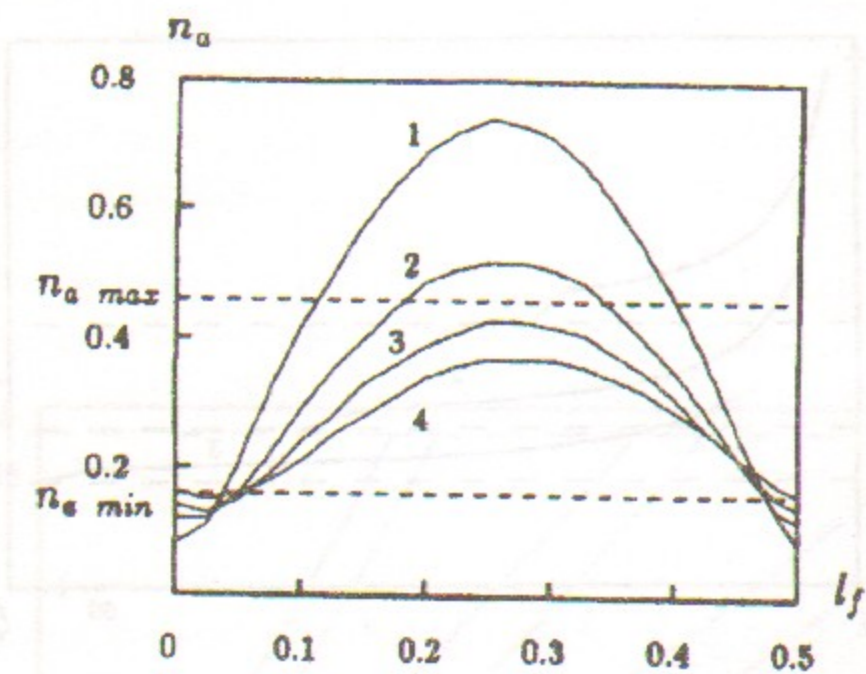


Рис. 14: Максимальный к.с.в. и ток в пучности при фиксированной волновой проводимости линии.

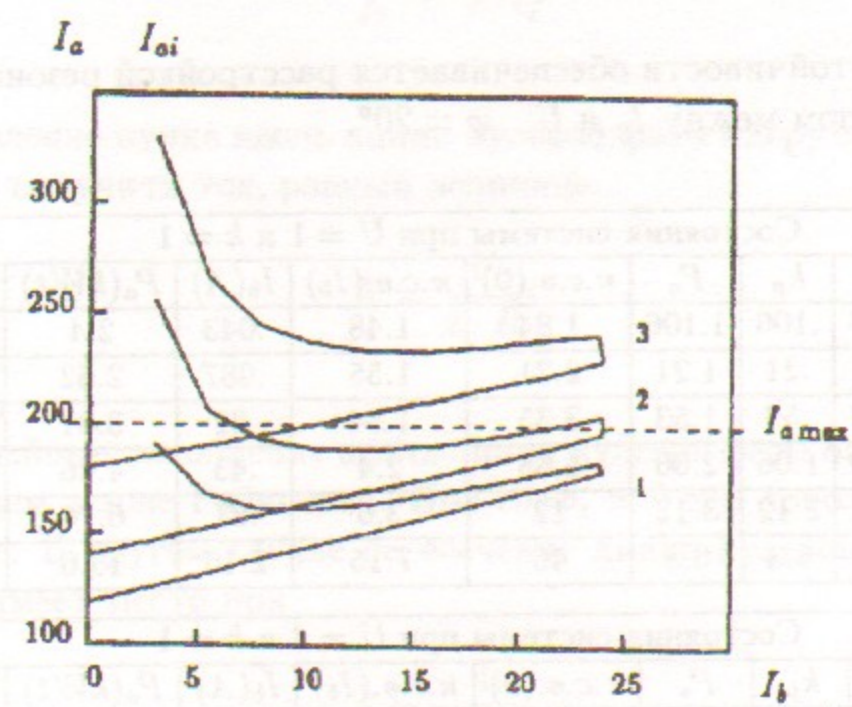


1.  $k = 1$ , 2.  $k = 2$ , 3.  $k = 3$ , 4.  $k = 4$   
 $U = 0.8$ ,  $I_g = 7.24$ .

Рис. 15: Зависимости оптимального коэффициента трансформации от линии к анодному контуру и расстройки анодного контура от длины линии, диапазон  $\eta_a$  ограничен конструкцией элемента связи.

$U$	$I_g$	$I_a$	$I_{ai}$
0.8	7.24	180	180
1.3	5.36	190	190
2.0	4.48	200	200

Умножив коэффициент  $k < 1$  произвольным числом не отнимать  
 в катушке индуктивности и в конденсаторе индуктивности  
 индуктивности. Диммером для лампы лампы лампы  
 Некоторые нормированные параметры:  $\eta = 0.82$ ,  $\eta_{\text{max}} = 1$ ,  $\eta_{\text{min}} = 0.15$



1.  $U = 0.8$ ,  $I_g = 7.24$ . 2.  $U = 1.3$ ,  $I_g = 5.36$ . 3.  $U = 2$ ,  $I_g = 4.48$ .

Рис. 16: Анодный ток выходной лампы, соответствующий линиям накопления и послеинжекционного состояния.  $I_a \text{ max}$  ограничивается появлением тока первой сетки и резким уменьшением крутизны.

Состояние максимального тока							
	$c$	$\xi$	$\varphi$	$I_{gm}$	$P_a$	$P$	$k_p$
$U = 1$	0.053	6.76	60	2.5	1.24	2.5	0.24
$U = 4$	0.013	1.15	0.03	4.06	16.24	16.24	0.015

Учитывая соотношение  $k_p \ll 1$ , предполагаемый пучок не относится к категории интенсивных и пучковая нагрузка слабо шунтирует ускоряющий резонатор. Возможна другая постановка задачи.

Исходные нормированные параметры:  $c_0 = 0.053$ .  $U_{min} = 1$ .  $U_{max} = 4$ .  $I_{bmax} = 50$ .

Запас по устойчивости обеспечивается расстройкой резонатора с минимальным углом между  $I_g$  и  $U$   $\varphi = 20^\circ$ .

Состояния системы при $U = 1$ и $k = 1$									
$I_{bm}$	$\xi$	$I_g$	$k_p$	$P_a$	к.с.в.(0)	к.с.в.( $I_b$ )	$I_b(A)$	$P_a(kWt)$	$P_p(kWt)$
1	2.4	1.18	.106	1.106	1.84	1.48	.043	2.4	2.5
2	4.44	1.3	.21	1.21	2.21	1.55	.087	2.62	2.75
5	10.54	1.63	.53	1.53	3.35	1.84	.22	3.31	3.63
10	20.72	2.19	1.06	2.06	5.63	2.4	.43	4.46	5.37
20	41	3.32	2.12	3.12	12	3.6	.87	6.76	9.88
50	102	6.7	5.3	6.3	46	7.15	2.16	13.6	31.7

Состояния системы при $U = 4$ и $k = 1$									
$I_{bm}$	$\xi$	$I_g$	$k_p$	$P_a$	к.с.в.(0)	к.с.в.( $I_b$ )	$I_b(A)$	$P_a(kWt)$	$P_p(kWt)$
1	.87	4.3	.007	16.1	1.46	1.44	.043	34.86	36
2	1.37	4.31	.013	16.21	1.49	1.44	.087	35.1	36.3
5	2.88	4.4	.033	16.5	1.57	1.45	.217	35.78	37
10	5.4	4.54	.066	17.06	1.7	1.46	.43	37	38.3
20	10.4	4.82	.133	18.12	1.94	1.5	.87	39.2	41
50	25.5	5.66	.33	21.3	2.63	1.65	2.16	46.1	49.1

$P_a$  - полезная мощность.

$P_p$  - падающая мощность.

## 6 Заключение

В заключение приводятся несколько основных соотношений, в которых сделан переход к исходным ненормированным параметрам ускоряющих систем и учтено соображение, что в подавляющем большинстве случаев можно принять условие:  $\sin\varphi_s \approx 1$ .

1. Минимальный предельный ток Робинсона:

$$I_{br \min} = \frac{U_c}{R_c}$$

при относительной расстройке резонатора:

$$\frac{\Delta f}{f_c} = \frac{1}{2 \cdot Q}$$

или  $\xi = 1$ .

2. Накопление пучка вдоль линии нулевой фазы нагрузки при  $0 < \xi < 1$  позволяет получить ток, равный величине

$$I_b = \frac{U_c}{2 \cdot R_c}$$

и  $k_p = \cos\varphi_s$ .

3. Дальнейшее накопление вдоль линии нулевой фазы ограничивается приближением к зоне Робинсона. При  $\cos\varphi_s = 0$  это приближение асимптотическое. В другом случае пересечение линии нулевой фазы с зоной Робинсона имеет место при

$$\xi \approx \frac{1}{\cos\varphi_s}$$

и  $k_p = 1$ .

4. При накоплении вдоль линии  $\varphi > 0$  неизбежно возникает реактивная составляющая нагрузки усилителя мощности.

5. Конечное состояние системы определяется током пучка:

$$I_b = \frac{U_c}{2 \cdot R_c} \cdot \frac{\xi \cdot \cos\varphi - \sin\varphi}{\sin(\varphi + \varphi_s)}$$

и током генератора:

$$I_g = \frac{U_c}{R_c} \cdot \frac{\xi \cdot \cos\varphi_s + \sin\varphi_s}{\sin(\varphi + \varphi_s)}$$

6. Для инженерных оценок при больших расстройках резонатора достаточно использовать соотношения:

$$I_b \approx \frac{U_c}{R_c} \cdot \frac{\Delta f}{f_c}$$

$$I_g \approx \frac{U_c}{R_c} + \frac{2 \cdot U_c}{\rho_c} \cdot \frac{\Delta f}{f_c} \cdot \cos \varphi_s$$

$$k_p \approx 2 \cdot Q \cdot \cos \varphi_s \cdot \frac{\Delta f}{f_c}$$

Авторы благодарят И.А. Коопа, Ю.М. Шатунова, Е.А. Переведенцева и В.В. Пархомчука за интерес к работе и полезные обсуждения.

## Литература

- [1] *K.W. Robinson*, CEA report CEAL-1010 (1964).
- [2] *F. Pedersen*, IEEE Trans. Nucl. Sci. NS-22(3) (1975) 1906.
- [3] *P.B. Wilson*, High energy electron linacs; application to storage ring rf systems and linear colliders. AIP Conf. Proc. 87, eds, R.A. Carrigan, F.R. Huson and M. Month. (American Institute of Physics, New York, 1982); SLAC-PUB-2884 (1982).
- [4] *M.G. Minty, R.H. Siemann*, Nuclear Instruments and Methods in Physics Research A 376 (1996) 301-318.
- [5] *N. Dikansky and D. Pestrikov*, Physics of Intense Beams in Storage Rings. Nauka, Novosibirsk 1989.
- [6] *Э.И. Горникер, М.М. Карлинер, В.М. Петров, В.В. Петухов, И.А. Шегтман.*, Труды Всесоюзного совещания по ускорителям заряженных частиц, т.2, стр.139, Москва (1968).
- [7] *В.В. Анашин, И.Б. Вассерман и др.*, препринт ИЯФ, 84-114.
- [8] *Г.Я. Куркин, В.М. Петров, А.А. Полунин*, препринт ИЯФ, 85-81.
- [9] *А.А. Харкевич*, Основы теории радиосвязи, Государственное издательство технико-теоретической литературы, Москва 1957.
- [10] *Г.А. Атабеков*, Основы теории цепей, издательство "Энергия", Москва 1969.

*A.N. Kirpotin, A.A. Polunin*

**Ограничение интенсивности пучка  
в одночастотной модели ускоряющей системы  
электрон-позитронного накопителя**

*A.N. Kirpotin, A.A. Polunin*

**Limitation of beam intensity  
in single-frequency model of accelerating system  
for electron-positron collider**

ИЯФ 97-93

Ответственный за выпуск А.М. Кудрявцев

Работа поступила 14.11. 1997 г.

Сдано в набор 10.12.1997 г.

Подписано в печать 10.12.1997 г.

Формат бумаги 60×90 1/16 Объем 1.8 печ.л., 1.5 уч.-изд.л.

Тираж 80 экз. Бесплатно. Заказ № 93

Обработано на IBM PC и отпечатано на  
ротапринте ИЯФ им. Г.И. Будкера СО РАН,  
Новосибирск, 630090, пр. академика Лаврентьева, 11.