

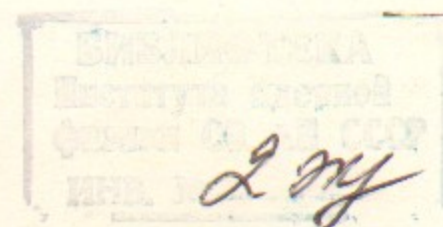
A. 86
1996



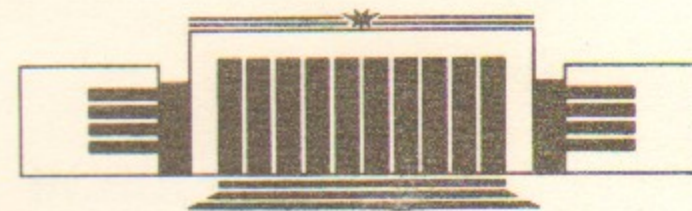
Государственный научный центр
Российской Федерации
Институт ядерной физики
им. Г.И. Будкера

Г.А. Артин, Н.С. Бучельникова

ВОЛНА
БЕРНШТЕЙНА-ГРИНА-КРУСКАЛА.
МОДУЛЯЦИОННАЯ
НЕУСТОЙЧИВОСТЬ. III.



ИЯФ 96-32



НОВОСИБИРСК

Волна Бернштейна–Грина–Крускала.
Модуляционная неустойчивость. III.

Г.А. Артин, Н.С. Бучельникова

Институт ядерной физики им. Г.И. Будкера
630090 Новосибирск, Россия

Аннотация

Проведены численные эксперименты (метод частиц в ячейках) по сравнению развития волны БГК типа сгустков в плазме с неподвижными и подвижными ($M/m = 10^2$) ионами. Параметры волны ($\lambda^B/r_d = 100$; $N^B = L/\lambda^B = 3$; $V_s^B/V_T = 15.1$; $E_0^B/(mr_d/eT_{oe}^2) = 15.6$; $V_s^B/V_T = 5.0$) выбраны так, чтобы в системе длиной $L/r_d = 300$ была возможна неустойчивость сателлитов.

Показано, что неустойчивость сателлитов развивается в обоих случаях. Возбуждение гармоник-сателлитов приводит к модуляции поля волны БГК. В плазме с неподвижными ионами развитие неустойчивости сателлитов приводит к формированию долгоживущей структуры БГК – типа на фазовой плоскости. В плазме с подвижными ионами модуляция поля приводит к модуляционной неустойчивости, развитие которой приводит к коллапсу, поглощению энергии поля электронами плазмы так же, как в случае ленгмюровской волны с близкими параметрами.

Сравнение случаев с разными затравочными возмущениями плотности плазмы показывает, что тип возмущения определяет конкретный характер развития модуляционной неустойчивости, но не меняет общей картины коллапса.

The Bernstein-Green-Kruskal Wave. The Modulational Instability. III.

G.A. Artin, N.S. Buchelnikova

Budker Institute of Nuclear Physics
630090 Novosibirsk, Russia

Abstract

The evolution of the bunch-type BGK wave in the plasma with the ions fixed or mobile ($M/m = 10^2$) is studied in the numerical experiments (PIC-method). The parameters of the wave ($\lambda^B/r_d = 100$; $N^B = L/\lambda^B = 3$; $V_{ph}^B/V_T = 15.1$; $E_0^B/(mr_d/eT_{oe}^2) = 15.6$; $V_{tr}^B/V_T = 5.0$) permit the excitation of the sideband instability in the system with the length $L/r_d = 300$.

It is shown that the sideband instability is excited in the both cases. The excitation of the sideband modes leads to the modulation of the wave field.

In the plasma with the fixed ions the sideband instability leads to the formation of the quasistationary BGK-type structure on the phase plane. In the plasma with the mobile ions the modulation of the field leads to the modulational instability. The evolution of the modulational instability leads to the collapse and to the absorption of the field energy by the plasma electrons like the case of the Langmuir wave with the same parameters.

The details but not the common character (the collapse) of the modulational instability evolution depend on the type of the initial density perturbations.

В настоящей работе описаны численные эксперименты (метод частиц в ячейках) по исследованию устойчивости волны БГК типа сгустков захваченных электронов (b -электронов) в плазме с подвижными ионами. Работа является продолжением работ [1,2].

Ранее [3,4] было показано, что волна БГК такого типа неустойчива относительно возбуждения спутников – ленгмюровских волн с фазовыми скоростями меньше фазовой скорости волны БГК $V_{\phi}^N < V_{\phi}^B$. Неустойчивость спутников имеет заметный инкремент $\gamma/\omega_{oe} > 1 \cdot 10^{-3}$, если параметр $\alpha = \frac{V_{\phi}^B + V_{\phi}^N}{V_{\phi}^B - V_{\phi}^N} > 0.8$ ($V_s = 2\sqrt{\frac{e\varphi}{m}}$). Если $\alpha < 0.8$, волна БГК в плазме с неподвижными ионами практически устойчива в течение длительного времени порядка сотен плазменных периодов [2].

В работе [1] исследовались случаи волн БГК с такими параметрами, что $\alpha < 0.8$, так что волна практически устойчива относительно неустойчивости спутников. Было найдено, что в плазме с подвижными ионами такая волна устойчива и относительно модуляционной неустойчивости даже при наличии ионно-звуковых шумов и возмущений плотности небольшой амплитуды $\tilde{n}/n_0 \lesssim 0.05 - 0.1$.

В работе [2] исследовалась волна БГК с такими параметрами, что даже в короткой системе $L = \lambda^B \alpha > 0.8$ и волна неустойчива относительно возбуждения спутников. Сравнилось развитие такой волны в плазме с неподвижными и подвижными ионами. Было найдено, что в обоих случаях развивается неустойчивость спутников. Возбуждение гармоник-спутников приводит к модуляции поля волны.

В плазме с неподвижными ионами развитие неустойчивости спутников сопровождается сильной стохастической неустойчивостью движения b -электронов и приводит к формированию долгоживущей структуры БГК – типа на фазовой плоскости.

В плазме с подвижными ионами модуляция поля при неустойчивости сателлитов приводит к модуляционной неустойчивости, а ее развитие приводит к коллапсу, поглощению энергии поля электронами плазмы и разрушению волны БГК.

В настоящей работе исследуется волна БГК с теми же параметрами, что и в случаях 1-2, 1-2К в работе [1], но в длинной системе $L = 3\lambda^B$. При этом для гармоники с фазовой скоростью, близкой к фазовой скорости волны БГК, $\alpha > 0.8$, так что возможна неустойчивость сателлитов.

Неустойчивость сателлитов волны БГК с такими параметрами в системе $L = 3\lambda^B$ в плазме с неподвижными ионами исследовалась в работах [3,4]. Было найдено, что на начальной стадии возбуждается гармоника - сателлит с V_ϕ^N близкой к V_ϕ^B . В районе областей захвата волны БГК и гармоники-сателлита развивается сильная стохастическая неустойчивость движения b -электронов, которая приводит к изменению функции распределения по скорости. В результате возбуждаются новые сателлиты, которые также включаются в сильную стохастическую неустойчивость. Это приводит к формированию на фазовой плоскости медленно развивающейся структуры БГК-типа.

Неустойчивость сателлитов развивается и в плазме с подвижными ионами. Развитие неустойчивости в течение некоторого времени не отличаются от случая с неподвижными ионами. Однако, возбуждение гармоник-сателлитов приводит к модуляции поля волны. При наличии затравочных возмущений плотности плазмы или ионно-звуковых шумов модуляция поля приводит к модуляционной неустойчивости. В случае волны БГК с рассматриваемыми параметрами модуляционная неустойчивость приводит к коллапсу, затуханию поля и разрушению волны БГК.

Численный эксперимент выполняется методом частиц в ячейках. Рассматривается одномерная система длиной $L = 300r_d$ с периодическими граничными условиями. Для электронов и ионов плазмы задается максвелловское распределение по скоростям с $T_e/T_i = 30$, обрезанное на $V \sim \pm 2V_T$ из-за ограниченности числа счетных частиц ($N^e \sim 10^4$ на длине $100r_d$).

В случаях 3-0, 3-0К рассматривается ленгмюровская волна с $\lambda/r_d = 100$; $N = L/\lambda = 3$ в плазме с подвижными ионами ($M/m = 10^2$). Параметры волны те же, что в случаях 1-0, 1-0К в работе [1]. В случаях 3-1 и 3-3 рассматривается волна БГК с $\lambda^B/r_d = 100$; $N^B = 3$ в плазме с неподвижными ионами ($M/m = 10^{10}$). Эти случаи рассматривались ранее - случай 3-1 в работе [3] - случай 1-4, случай 3-3 в работе [4] - случай 1. В случаях 3-2, 3-2К, 3-4К рассматривается волна БГК с $\lambda^B/r_d = 100$;

$N^B = 3$ в плазме с подвижными ионами ($M/m = 10^2$). Метод задания волны БГК описан в работе [1] и более подробно в работе [5]. Параметры волн в разных случаях приведены в таблице 1.

Отметим, что при задании волны БГК в рассматриваемых случаях задается ленгмюровская волна с параметрами случая 3-0 и ее область захвата на фазовой плоскости заполняется b -электронами. Амплитуда волны БГК в этих случаях $E_0^B = 15.16$ (здесь и далее E нормировано на mr_d/eT_{oe}^2) несколько отличается от случая 3-0 ($E_0 = 17.7$) из-за поля объемного заряда. Немного различаются и фазовые скорости.

Отметим также, что параметры волн БГК в случаях 3-1 и 3-3 и в случаях 3-2, 3-2К и 3-4К не отличаются. Различие заключается в том, что в случаях 3-1, 3-2, 3-2К задается затравочная для неустойчивости сателлитов ленгмюровская волна с параметрами $\lambda^N/r_d = 75$; $N = 4$; $V_\phi^N/V_T = 12.06$; $E_0^N = 0.7$; $V_s^N/V_T = 0.92$, а в случаях 3-3 и 3-4К неустойчивость сателлитов развивается от уровня электронных шумов.

Для снижения начального уровня шумов используется метод спокойного старта [6], позволяющий снизить уровень шумов на несколько порядков. Однако, этот метод не обеспечивает постоянного снижения уровня шумов - с течением времени уровень шумов (электронных и ионно-звуковых) нарастает. Ионно-звуковые шумы (i -шумы) могут играть роль затравочных возмущений плотности.

Другой тип затравочного возмущения может возникнуть при задании волны БГК или ленгмюровской волны в плазме с подвижными ионами. В этом случае на стадии установления волны в течение одного - двух плазменных периодов возникает небольшое возмущение скорости ионов, что приводит к возбуждению стоячей ионно-звуковой волны, которая и может играть роль затравочного возмущения плотности. Такое возмущение существенно в случаях 3-0 и 3-2. В случаях 3-0К, 3-2К, 3-4К начальное возмущение скорости ионов компенсируется заданием возмущения с противоположной фазой. В этом случае роль затравочных возмущений плотности играют i -шумы.

При описании различных случаев используются кривые зависимости от времени амплитуды гармоник электрического поля $E^N(t)$ (рис.1,4,7,12,15,20,23), зависимость от времени энергии поля W_E , энергии электронов плазмы $\Delta W_e = W_e - W_e^0$ (W_e^0 - тепловая энергия электронов плазмы) и потерь энергии b -электронов $\Delta W_b = -(W_b - W_b^B)$ (рис.2,9,10,17,18,21,25), распределение поля $E(x)$ или поля и возмущения плотности плазмы $\tilde{n}(x)$ в разные моменты времени (рис.3,6,11,14,19,22,26), зависимость от времени амплитуды гармоники плотности плазмы $\tilde{n}^N(t)$ (рис.5,8,13,16,24).

Таблица 1. Начальные параметры волн. $L/r_d = 300$; $\lambda^B/r_d = 100$; $N^B = 3$; $N_b^0 = 50$;
 $N_b^1 = 1.35 \cdot 10^4$.

Случай	Тип волны	M/m	V_ϕ^B/V_T	E_0^B	V_3^B/V_T	N	λ^N/r_d	V_ϕ^N/V_T	E_0^N	V_3^N/V_T	α^{B-N}
3-0	ленгм	10^2	16.09	17.7	5.30						
3-0К	ленгм	10^2	16.09	17.7	5.30						
3-1	БГК	10^{10}	15.09	15.6	5.01	4	75	12.06	0.7	0.92	1.96
3-3	БГК	10^{10}	15.09	15.6	5.01	4	75	12.06	—	—	1.65
3-2	БГК	10^2	15.15	15.6	5.01	4	75	12.06	0.7	0.92	1.91
3-2К	БГК	10^2	15.15	15.6	5.01	4	75	12.06	0.7	0.92	1.91
3-4К	БГК	10^2	15.15	15.6	5.01	4	75	12.06	—	—	1.62

В случаях 3-0К, 3-2К, 3-4К начальное возмущение скорости ионов скомпенсировано.

L, λ^B — длина системы и длина волны; $N^B = L/\lambda^B$ — номер гармоники основной волны; N_b^0 — число электронов на длине λ^B , захваченных в волне БГК; N_b^1 — число “взвешенных” b -электронов на длине λ^B (см.[1]); V_ϕ^B — фазовая скорость волны; E_0^B — амплитуда волны, E нормировано на mg_d/eT_{oe}^2 ; $V_3 = 2\sqrt{e\varphi/m}$; $N = L/\lambda^N$ — номер гармоники-спутника, V_ϕ^N, E_0^N — ее фазовая скорость и начальная амплитуда; $\alpha^{B-N} = \frac{V_3^B + V_3^N}{V_\phi^B - V_\phi^N}$.

Волна БГК с параметрами случая 3-1 ($\lambda^B/r_d = 100$; $N^B = 3$; $V_\phi^B/V_T = 15.09$; $E_0^B = 15.6$ и затравочная ленгмюровская волна с $\lambda/r_d = 75$, $N = 4$, $V_\phi/V_T = 12.06$; $E_0 = 0.7$; $\alpha^{III-IV} = \frac{V_\phi^{III} + V_\phi^{IV}}{V_\phi^{III} - V_\phi^{IV}} = 1.96$) в системе длиной $L = 3\lambda^B$ в плазме с неподвижными ионами ($M/m = 10^{10}$) исследовалась ранее (случай 1-4 в работе [3]). Было показано, что такая волна неустойчива относительно возбуждения спутников — ленгмюровских волн с фазовыми скоростями V_ϕ^N меньше фазовой скорости волны БГК. В случае 3-1 на начальной стадии неустойчивости спутников возбуждается гармоника $N = 4$ с фазовой скоростью, близкой к V_ϕ^B (рис.1). Далее в $t/T_{oe} \gtrsim 10$ эта гармоника начинает захватывать b -электроны и в районе областей захвата волны БГК и гармоники $N = 4$ развивается сильная стохастическая неустойчивость движения b -электронов ([3] рис.7). Эта неустойчивость приводит к изменению функции распределения по скорости b -электронов ([3] рис.8). В результате начинают возбуждаться новые гармоники-спутники с меньшими фазовыми скоростями — в $t/T_{oe} > 15$ $N = 5$, в $t/T_{oe} > 25$ — $N = 6$ и т.д. (рис.1). Эти гармоники также начинают захватывать электроны и включаются в сильную стохастическую неустойчивость. В результате b -электроны, замедляясь, передают часть энергии в поле гармоник — потери энергии b -электронов ΔW_b растут, одновременно растет энергия поля W_E и энергия возмущения электронов плазмы (рис.2).

Как показано в работе [4], развитие сильной стохастической неустойчивости приводит к размещиванию b -электронов на фазовой плоскости. С течением времени функция распределения приобретает вид плато, амплитуды исходной волны БГК и гармоник-спутников становятся в среднем постоянными, а на фазовой плоскости в области стохастического движения образуется долгоживущая структура БГК-типа.

Возбуждение гармоник-спутников в случае 3-1 на начальной стадии проявляется в модуляции поля волны БГК типа биений с длиной модуляции $\Delta x > \lambda^B$. В $t/T_{oe} > 60$ модуляция практически не меняется — распределение $E(x)$ сохраняется. Это видно из рис.3, где показано распределение поля $E(x)$ в разные моменты времени в случае 3-1.

В случае 3-2 ($\lambda^B/r_d = 100$; $N^B = 3$; $V_\phi^B/V_T = 15.15$; $E_0^B = 15.6$ и затравочная ленгмюровская волна с $(\lambda/r_d = 75$; $N = 4$; $V_\phi^B/V_T = 12.06$; $E_0 = 0.7$; $\alpha^{III-IV} = 1.91$) в плазме с подвижными ионами ($M/m = 10^2$) также наблюдается развитие неустойчивости спутников. Начальная стадия неустойчивости практически не отличается от случая 3-1. Из сравнения кривых $E^N(t)$ в случаях 3-1 и 3-2 (рис.1 и 4) видно, что в

обоих случаях вначале растет гармоника $N = 4$. Из кривых $W(t)$ (рис. 2 и 9) видно, что в обоих случаях потери энергии b -электронов растут и энергия передается в поле W_E и ΔW_e . Кривые $E^{IV}(t)$, $W(t)$, распределение поля $E(x)$ (рис. 3 и 6), фазовые плоскости ([1] рис. 7) до $t/T_{oe} \sim 15-20$ практически не различаются. Однако дальнейшее развитие различается кардинально.

В случае 3-2 модуляция поля при возбуждении гармоник - сателлитов становится затравкой для модуляционной неустойчивости. Действительно, из рис. 6 видно, что в $t/T_{oe} > 30-35$ начинают формироваться и расти впадины плотности, свидетельствующие о модуляционной неустойчивости. Неустойчивость облегчается наличием затравочного возмущения плотности $N_i = 3$ (это возмущение развивается в результате возмущения скорости ионов на стадии установления волны БГК в $t/T_{oe} \sim 0-1$). Из рис. 5, где показана зависимость от времени амплитуды гармоник плотности плазмы $\tilde{n}^N(t)$, видно, что гармоника $N_i = 3$ растет с самого начала и играет существенную роль и в $t/T_{oe} > 30-35$ на стадии развития модуляционной неустойчивости.

Развитие модуляционной неустойчивости в случае 3-2 (волна БГК) можно сравнить со случаем 3-0 ленгмюровской волны с близкими параметрами ($\lambda/r_d = 100$; $N = 3$; $V_\phi/V_T = 16.09$; $E_0 = 17.7$). В этом случае также есть затравочное возмущение плотности $N_i = 3$, подобное случаю 3-2. Наличие затравочного возмущения плотности приводит к конверсии ленгмюровской волны - генерации ленгмюровских волн - гармоник с номерами $N = N_e \pm \beta N_i$, $\beta = 1, 2, 3, \dots$ [2, 7, 8]. Генерация гармоник конверсии приводит к модуляции поля волны с длиной модуляции $\Delta x < \lambda$, что дает затравку модуляционной неустойчивости.

Из рис. 7, где показаны кривые $E^N(t)$ для случая 3-0, видно, что гармоника $N = N_e + N_i = 6$ начинает расти с самого начала. Это приводит к сильной модуляции волны с длиной модуляции $\Delta x < \lambda$ уже к $t/T_{oe} \sim 20$ (рис. 11). В это время начинается развитие модуляционной неустойчивости - рост впадин плотности (рис. 11) и соответственно гармоник $\tilde{n}^N(t)$ (рис. 8). Отметим, что в случае 3-0 гармоники модуляционной неустойчивости $N = 6-9-12, \dots$ совпадают с гармониками конверсии $N = N_e + \beta N_i = 6-9-12, \dots$. Гармоники конверсии $N = N_e - \beta N_i$ являются обратными волнами $N = \tau(3-6-9, \dots)$. Появление этих волн в $t/T_{oe} > 30$ проявляется в колебаниях $E^N(t)$ с периодом $\Delta t \sim T_{oe}/2$ (рис. 7).

Ранее [9] было показано, что конверсия волны БГК по типу возбуждаемых гармоник не отличается от ленгмюровской волны - в обоих случаях возбуждаются ленгмюровские волны с номерами гармоник $N = N_e \pm \beta N_i$. Однако, при малых возмущениях плотности $\tilde{n}/n_0 < 0.1$ амплитуда гар-

моник конверсии волны БГК много меньше, чем в случае ленгмюровской волны.

В случае 3-2 возмущение плотности $N_i = 3$ остается малым ($\tilde{n}/n_0 < 0.1$) до $t/T_{oe} \sim 30-35$ (рис. 5, 6), так что в это время конверсия волны БГК практически не играет роли. Поэтому в случае 3-2 на начальном этапе модуляция поля с $\Delta x < \lambda$ от конверсии, подобная случаю 3-0 (рис. 11 $t/T_{oe} \sim 20$), не проявляется. Модуляция поля с $\Delta x > \lambda$ определяется сателлитами (рис. 6). Однако затравочное возмущение плотности задает положение впадин плотности (рис. 6). С ростом возмущения плотности конверсии волны БГК, гармоник-сателлитов и гармоник модуляционной неустойчивости начинает играть роль, что приводит к возбуждению довольно широкого спектра гармоник и обратных волн (рис. 4).

Сравнение распределения поля и возмущения плотности в случаях 3-2 и 3-0 (рис. 6 и 11) показывает, что в обоих случаях впадины формируются на каждой длине волны. В случае 3-0 распределение $E(x)$ и $\tilde{n}(x)$ практически одинаково во всех впадинах. В случае 3-2 впадины и плотность энергии поля в них несколько различаются, сохраняя память о начальной модуляции с длиной $\Delta x > \lambda^B$.

Развитие модуляционной неустойчивости в случаях 3-2 (рис. 6) и 3-0 (рис. 11) приводит к росту глубины впадин плотности, концентрации в них электрического поля и росту плотности энергии поля. Плотность энергии достигает максимума $E_{\max}^2/E_0^2 \sim 22.2$ в $t_{\max}/T_{oe} \sim 44.7$ в случае 3-2 и $E_{\max}^2/E_0^2 \sim 6.1$ в $t_{\max}/T_{oe} \sim 52.3$ в случае 3-0. Глубина впадины из-за инерции ионов достигает максимума несколько позже - $\tilde{n}_{\min}/n_0 \sim 0.62$ в $t/T_{oe} \sim 59$ в случае 3-2 и $\tilde{n}_{\min}/n_0 \sim 0.38$ в $t/T_{oe} \sim 64$ в случае 3-0. В $t > t_{\max}$ поле затухает (рис. 9 и 10), а в $t > t_{\min}$ впадины плотности схлопываются (рис. 6 и 11).

Анализ фазовых плоскостей в случаях 3-2 и 3-0 показывает, что в $t \gtrsim t_{\max}$, подобно случаям, рассмотренным в работе [2], начинается захват электронов плазмы коротковолновыми гармониками модуляционной неустойчивости и конверсии. Это свидетельствует о развитии сильной стохастической неустойчивости движения электронов плазмы [2, 10]. Ускорение электронов плазмы при этой неустойчивости приводит к затуханию поля гармоник и основной волны (рис. 4 и 7) и поглощению энергии поля электронами плазмы (рис. 9 и 10). Волна БГК при этом разрушается.

Таким образом, модуляционная неустойчивость как ленгмюровской волны (случай 3-0), так и волны БГК (случай 3-2) приводит к коллапсу.

В таблице 2 приведены некоторые величины, характеризующие развитие коллапса, а также энергия, потерянная b -электронами и поглощенная

Таблица 2

Случай	$\frac{t_{\max}}{T_{oe}}$	$\frac{E_{\max}^2}{E_0^2}$	$\frac{t_{\min}}{T_{oe}}$	$\frac{\tilde{n}_{\min}}{n_0}$	$\frac{t}{T_{oe}}$	$\frac{\Delta W_b}{W_e^0}$	$\frac{\Delta W_e}{W_e^0}$	$\frac{V_{b,\max}}{V_T}$	$\frac{V_{b,\min}}{V_T}$	$\frac{V_{e,\max}}{V_T}$	$\frac{V_{e,\min}}{V_T}$
3-1	—	—	—	—	100	0.34	0.28	21.8	2.9	4.4	-3.5
3-0	52.3	6.1	64	0.38	100	—	0.20	—	—	7.9	-7.7
3-2	44.7	22.2	59	0.62	100	0.39	0.55	25.0	-1.5	7.8	-6.9
3-2K	70.7	19.5	87	0.45	100	0.38	0.54	26.8	0.7	12.7	-13.0
3-0K	109.6	7.4	120	0.48	200	—	0.21	—	—	7.5	-7.5
3-4K	103.6	17.8	114	0.47	200	0.37	0.55	22.5	-1.4	14.3	-11.3
3-3	—	—	—	—	200	0.43	0.33	22.4	1.0	5.1	-3.4
2-1	—	—	—	—	100	0.44	0.57	23.4	1.6	5.0	-3.6
2-0	35.6	5.3	46	0.54	100	—	0.65	—	—	9	-9
2-2	45	8.4	55	0.58	100	0.55	1.16	20.7	-3.5	8.8	-8.0
2-2K	64.5	5.4	76	0.53	100	0.56	1.17	21.5	0.5	10.1	-9.9

t_{\max} — момент времени, когда плотность энергии E_{\max}^2/E_0^2 максимальна ($E_0 = 15.6$ в серии 3, $E_0 = 28.8$ в серии 2); t_{\min} — момент времени, когда максимальна глубина впадины \tilde{n}_{\min}/n_0 ; $\Delta W_b = -(W_b - W_b^0)$, $\Delta W_e = (W_e - W_e^0)$ — потери энергии b -электронов и энергии электронов плазмы в $t/T_{oe} = 100$ или 200; $V_{b,\max}$, $V_{b,\min}$, $V_{e,\max}$, $V_{e,\min}$ — максимальные и минимальные скорости b -электронов и электронов плазмы в $t/T_{oe} = 100$ или 200.

электронами плазмы, и предельные скорости b -электронов и электронов плазмы в $t/T_{oe} \sim 100$ или 200 после затухания поля в разных случаях. Приведены также случаи серии 2, рассмотренные в работе [2].

Отметим, что энергия, поглощенная электронами плазмы к $t/T_{oe} \sim 100$, в случае 3-2 $\Delta W_e/W_e^0 \sim 0.55$ (рис.9) заметно больше, чем в случае 3-0 — $\Delta W_e/W_e^0 \sim 0.2$ (рис.10). Это связано с тем, что энергия электрического поля перед началом модуляционной неустойчивости в случае 3-2 ($W_E/W_E^0 \sim 0.25$), больше, чем в случае 3-0 ($W_E/W_E^0 \sim 0.1$) из-за передачи части энергии b -электронов в поле гармоник при неустойчивости сателлитов. Этим же объясняется и большая максимальная плотность энергии поля в случае 3-2 ($E_{\max}^2/E_0^2 \sim 22.2$) по сравнению со случаем 3-0 ($E_{\max}^2/E_0^2 \sim 6.1$) при модуляционной неустойчивости.

Рассмотрим случай 3-0K (ленгмюровская волна с параметрами $\lambda/r_d = 100$; $N = 3$; $V_{\phi}/V_T = 16.09$; $E_0 = 17.7$) и случай 3-2K (волна БГК с параметрами $\lambda^B/r_d = 100$; $N^B = 3$; $V_{\phi}^B/V_T = 15.15$; $E_0^B = 15.6$ и затравочная ленгмюровская волна та же, что в случае 3-2 $N = 4$, $\alpha^{III-IV} = 1.91$), $M/m = 10^2$. В этих случаях параметры волн не отличаются от случаев 3-0 и 3-2 соответственно. Различие заключается в том, что в случаях 3-0K и 3-2K начальное возмущение скорости ионов $N_i = 3$ скомпенсировано заданием возмущения в противофазе, так что затравочного возмущения плотности $N_i = 3$ не возникает. Затравочные возмущения плотности в этих случаях возникают в результате роста ионно-звуковых шумов. Амплитуда шумовых колебаний плотности (максимальное значение $\tilde{n}(x)$) достигает величины $\tilde{n}/n_0 \sim 0.1$ и $t/T_{oe} \sim 50$. При этом спектр шума $\tilde{n}^N(N)$ близок к равномерному.

В случае 3-2K начальная стадия развития волны БГК определяется сателлитной неустойчивостью. Из рис.12, где показаны кривые $E^N(t)$ для случая 3-2K, видно, что с самого начала растет амплитуда гармоники — сателлита $N = 4$, в $t/T_{oe} > 15$ возбуждается гармоника $N = 5$, в $t/T_{oe} > 30$ — $N = 6$. Возбуждение гармоник — сателлитов приводит к модуляции поля (рис.14).

Сравнение случая 3-2K (рис.12,14,17) со случаем 3-1 волны БГК в плазме с неподвижными ионами (рис.1,3,2) показывает, что развитие сателлитной неустойчивости в этих случаях практически не различается до $t/T_{oe} \sim 40 - 45$. Действительно, кривые $E^N(t)$ (рис.1 и 12) и $W(t)$ (рис.2 и 17), распределение поля $E(x)$ (рис.3 и 14), вид фазовых плоскостей ([3] рис.7) до $t/T_{oe} \sim 40 - 50$ в случаях 3-2K и 3-1 практически одинаковы.

Отличия появляются в $t/T_{oe} \gtrsim 45 - 60$, когда в случае 3-2K начина-

ется развитие модуляционной неустойчивости. Действительно из рис.14 видно, что в это время начинают формироваться впадины плотности и соответственно растут гармоники $\tilde{n}^N(t)$ (рис.13). Развитие модуляционной неустойчивости приводит к концентрации поля во впадинах плотности, росту плотности энергии и глубины впадин (рис.14). При этом формируются узкие впадины, а огибающая этих впадин хранит память о начальной модуляции поля с длиной $\Delta x > \lambda^B$.

Развитие модуляционной неустойчивости в случае 3-2К начинается заметно позже (на $\sim 20T_{oe}$), чем в случае 3-2 (рис.5,6 и 13,14) и имеет другой характер. Действительно, в случае 3-2, где существенную роль играет возмущение плотности $N_i = 3$, модуляционная неустойчивость развивается в затравочных впадинах плотности (рис.6), а в случае 3-2К область, где развивается модуляционная неустойчивость, задается модуляцией поля на длине $\Delta x > \lambda^B$. (рис.14). Это показывает существенную роль начальных возмущений плотности, что подтверждает и сравнение развития модуляционной неустойчивости ленгмюровской волны в случаях 3-0 и 3-0К.

Действительно из сравнения кривых $E^N(t)$ (рис.7) для случая 3-0 и рис.15 для случая 3-0К видно, что в случае 3-0К конверсия на начальной стадии не играет роли - гармоники конверсии $N = 6 - 9 - \dots$ в случае 3-0К не развиваются и поле не модулируется до $t/T_{oe} \sim 40 - 50$ (рис.19). Модуляционная неустойчивость в случае 3-0К начинается в $t/T_{oe} > 50 - 60$ (рис.16,19), заметно позже, чем $t/T_{oe} > 20 - 30$ в случае 3-0 (рис.8,11).

Развитие модуляционной неустойчивости в случае 3-0К приводит к модуляции поля с длиной модуляции $\Delta x < \lambda$ и к формированию впадин плотности на каждой длине волны (рис.19) подобно случаю 3-0, хотя в случае 3-0К эти впадины различаются. Это отличается от случая 3-2К волны БГК, где длина модуляции $\Delta x > \lambda^B$ определяется сателлитной неустойчивостью.

В целом развитие модуляционной неустойчивости в случаях 3-0К и 3-2К, также как и в случаях 3-0 и 3-2, имеет характер коллапса. Действительно, развитие неустойчивости приводит к росту глубины впадин и плотности энергии поля (рис.14,19). Плотность энергии достигает максимума $E_{\max}^2/E_0^2 \sim 19.5$ в $t_{\max}/T_{oe} \sim 70.7$ в случае 3-2К и $E_{\max}^2/E_0^2 \sim 7.4$ в $t_{\max}/T_{oe} \sim 109.6$ в случае 3-0К. Глубина впадины достигает максимума несколько позже - $\tilde{n}_{\min}/n_0 \sim 0.45$ в $t_{\min}/T_{oe} \sim 87$ в случае 3-2К и $\tilde{n}_{\min}/n_0 \sim 0.48$ в $t_{\min}/T_{oe} \sim 120$ в случае 3-0К. В $t > t_{\max}$ поле затухает (рис.17,18), а в $t > t_{\min}$ впадины схлопываются (рис.14 и 19).

Анализ фазовых плоскостей в случаях 3-0К и 3-2К показывает, что в $t \gtrsim t_{\max}$, также как в случаях 3-0 и 3-2, начинается захват электронов

плазмы коротковолновыми гармониками, т.е. развивается сильная стохастическая неустойчивость движения электронов плазмы. Ускорение электронов при этой неустойчивости приводит к затуханию поля гармоник и основной волны (рис.12 и 15) и поглощению энергии поля электронами плазмы (рис.17 и 18). Волна БГК, как и в случае 3-2 разрушается.

Отметим, что так же, как в случаях 3-2 и 3-0, максимальная плотность энергии и энергии, поглощенная электронами плазмы к $t/T_{oe} \sim 100$ в случае 3-2К ($E_{\max}^2/E_0^2 \sim 19.5$; $\Delta W_e/W_e^0 \sim 0.54$) больше, чем в случае 3-0К ($E_{\max}^2/E_0^2 \sim 7.4$; $\Delta W_e/W_e^0 \sim 0.21$).

Таким образом, разные затравочные возмущения, меняют конкретный характер развития модуляционной неустойчивости, но не меняют общего характера - при заданных параметрах волны БГК и ленгмюровской волны модуляционная неустойчивость приводит к коллапсу.

Рассмотрим случай 3-3 ($\lambda^B/r_d = 100$; $N^B = 3$; $V_{\phi}^B/V_T = 15.09$; $E_0^B = 15.6$; $\alpha^{III-IV} = \frac{V_{III}^{III}}{V_{III}^{III} - V_{IV}^{IV}} = 1.65$; $M/m = 10^{10}$) и случай 3-4К ($\lambda^B/r_d = 100$; $N^B = 3$; $V_{\phi}^B/V_T = 15.15$; $E_0^B = 15.6$; $\alpha^{III-IV} = 1.62$; $M/m = 10^{10}$). В этих случаях затравочная ленгмюровская волна для неустойчивости сателлитов не задается. В случае 3-4К начальное возмущение скорости ионов компенсируется заданием возмущения в противофазе.

Волна БГК с параметрами случая 3-3 в системе длиной $L = 3\lambda^B$ в плазме с неподвижными ионами ($M/m = 10^{10}$) исследовалась ранее (случай 1 в работе [4]). Было показано, что неустойчивость сателлитов развивается и в этом случае. Поскольку затравочной волны $N = 4$ в случае 3-3 нет, развитие гармоник сателлитов начинается от уровня электронных шумов. Амплитуда гармоник $N = 4$ достигает заметной величины только в $t/T_{oe} > 50$. Еще позже развиваются гармоники $N = 5$, $N = 6 \dots$ (рис.20). Развитие гармоник сателлитов приводит к модуляции поля типа биений с длиной модуляции $\Delta x > \lambda^B$ (рис.22).

Неустойчивость сателлитов сопровождается развитием сильной стохастической неустойчивости движения b -электронов, что приводит к потере ими энергии и к росту энергии поля W_E и электронов плазмы ΔW_e (рис.21). Развитие неустойчивости сателлитов в случае 3-3 практически не отличается от случая 3-1 за исключением сдвига во времени.

В работе [4] подробно исследовано развитие неустойчивости сателлитов и сопровождающей ее сильной стохастической неустойчивости движения b -электронов в случае 3-3. Показано, что развитие неустойчивости приводит к формированию на фазовой плоскости долгоживущей структуры БГК-типа.

В случае 3-4К в плазме с подвижными ионами также наблюдается

развитие сателлитной неустойчивости. Из рис.23, где показаны кривые $E^N(t)$ для случая 3-4К, видно, что амплитуда гармоники $N = 4$ достигает заметной величины в $t/T_{oe} > 50$, амплитуда гармоники $N = 5$ - в $t/T_{oe} > 70$. Кривые $E^N(t)$ (рис.23 и 20) и кривые $W(t)$ (рис.25 и 21) до $t/T_{oe} \sim 70 - 80$ практически одинаковы в случаях 3-4К и 3-3. Практически одинакова и модуляция $E(x)$ (рис.26 и 22).

Однако развитие неустойчивости сателлитов в случае 3-4К происходит в условиях высокого уровня ионно-звуковых шумов. Уже в $t/T_{oe} \gtrsim 50$ амплитуда шумов достигает уровня $\tilde{n}/n_0 \gtrsim 0.1$. В $t/T_{oe} \gtrsim 80$ начинают формироваться впадины плотности (рис.26) и растут гармоники плотности (рис.24), свидетельствуя о начале модуляционной неустойчивости. Так же как и в предыдущих случаях модуляционная неустойчивость приводит к коллапсу. Плотность энергии поля и глубина впадин плотности растут. Плотность энергии достигает максимума $E_{\max}^2/E_0^2 \sim 17.8$ в $t_{\max}/T_{oe} \sim 103.6$, а глубина впадин достигает максимума $\tilde{n}_{\min}/n_0 \sim 0.47$ в $t_{\min}/T_{oe} \sim 114$. В $t > t_{\max}$ поле гармоник и основной волны затухает (рис.23), а энергия поля поглощается электронами плазмы, энергия которых к $t/T_{oe} \sim 200$ достигает величины $\Delta W_e/W_e^0 \sim 0.55$ (рис.25).

Таким образом, высокий уровень шумов на стадии сателлитной неустойчивости не препятствует ее развитию и развитию модуляционной неустойчивости и коллапса.

Сопоставление результатов, полученных в работах [1,2] и настоящей работе показывает, что характер развития волны БГК типа ступок в плазме с подвижными ионами зависит от параметров волны и системы.

В работе [3,4] показано, что волна БГК такого типа неустойчива относительно возбуждения сателлитов - ленгмюровских волн с фазовыми скоростями $V_{\phi}^N < V_{\phi}^B$. Неустойчивость сателлитов имеет заметный инкремент $\gamma/\omega_{oe} > 1 \cdot 10^{-3}$, если параметр $\alpha = \frac{V_{\phi}^B + V_{\phi}^N}{V_{\phi}^B - M_{\phi}^N} > 0.8$. Если $\alpha < 0.8$ волна БГК в плазме с неподвижными ионами практически устойчива в течение длительного времени порядка сотен плазменных периодов.

В работе [1] исследованы случаи волн БГК с такими параметрами, что $\alpha < 0.8$. Такие волны в плазме с подвижными ионами также оказались устойчивыми относительно неустойчивости сателлитов. Устойчивы они и относительно модуляционной неустойчивости даже при наличии ионно-звуковых шумов и возмущений плотности небольшой амплитуды $\tilde{n}/n_0 \lesssim 0.05 - 0.1$.

В работе [2] и настоящей работе исследованы случаи волн БГК с такими параметрами, что $\alpha > 0.8$ в системе длиной $L = \lambda^B$ [2] или $L = 3\lambda^B$

(настоящая работа). Такие волны неустойчивы относительно неустойчивости сателлитов и в плазме с подвижными ионами.

Развитие неустойчивости сателлитов волн БГК с такими же параметрами в плазме с неподвижными ионами исследовано в работах [3,4]. Показано, что на начальной стадии возбуждается гармоника сателлит с $V_{\phi}^N < V_{\phi}^B$, ближней к V_{ϕ}^B . В районе областей захвата волны БГК и гармоники-сателлита развивается сильная стохастическая неустойчивость движения b -электронов, которая приводит к изменению функции распределения по скорости. В результате возбуждаются новые более коротковолновые гармоники-сателлиты, которые также включаются в сильную стохастическую неустойчивость. Это приводит к формированию на фазовой плоскости медленно развивающейся структуры БГК-типа.

В плазме с подвижными ионами развитие неустойчивости сателлитов в течение некоторого времени не отличается от случая с неподвижными ионами. Однако возбуждение гармоник-сателлитов приводит к модуляции поля волны, которая становится затравкой для модуляционной неустойчивости. Сравнение с ленгмюровской волной с близкими параметрами показывает, что развитие модуляционной неустойчивости волны БГК и ленгмюровской волны имеет общий характер. Модуляционная неустойчивость приводит к формированию впадин плотности, концентрации поля во впадинах, росту плотности энергии и глубины впадин. В случае волн с параметрами, рассмотренными в работе [2] и настоящей работе, развитие модуляционной неустойчивости волны БГК и ленгмюровской волны приводит к коллапсу, поглощению энергии поля ускоренными электронами плазмы и к разрушению волны БГК. Некоторые величины, характеризующие развитие коллапса и изменение энергии b -электронов и электронов плазмы, а также их предельные скорости после затухания поля для случаев, рассмотренных в работе [2] и настоящей работе приведены в таблице 2.

Сравнение случаев с разными затравочными возмущениями плотности плазмы показывает, что тип возмущения определяет конкретный характер развития модуляционной неустойчивости (например, число впадин плотности, их максимальную глубину, предельные скорости электронов плазмы и b -электронов и т.п.), но не меняет общей картины коллапса. Из таблицы 2 видно, что во всех случаях максимальная плотность энергии и энергия, поглощенная электронами плазмы в результате коллапса, в случае волны БГК больше, чем в случае ленгмюровской волны. Это обусловлено передачей части энергии b -электронов в электрическое поле при неустойчивости сателлитов перед началом коллапса.

Литература

- 1 Г.А. Артин, Н.С. Бучельникова. Волна Бернштейна-Грина-Крускала. Модуляционная неустойчивость. I. Препринт ИЯФ 96-30, 1996.
- 2 Г.А. Артин, Н.С. Бучельникова. Волна Бернштейна-Грина-Крускала. Модуляционная неустойчивость. II. Препринт ИЯФ 96-31, 1996.
- 3 Г.А. Артин, Н.С. Бучельникова, Б.Н. Лазеев. Волна Бернштейна-Грина-Крускала в длинной системе. I. Неустойчивость сателлитов. Препринт ИЯФ 95-23, 1995.
- 4 Г.А. Артин, Н.С. Бучельникова, Б.Н. Лазеев. Волна Бернштейна-Грина-Крускала в длинной системе. II. Неустойчивость сателлитов. Препринт ИЯФ 95-24, 1995.
- 5 Н.С. Бучельникова, Б.Н. Лазеев. Волна Бернштейна-Грина-Крускала. I. Препринт ИЯФ 93-97, 1993.
- 6 J.A. Byers, M.S. Grewal. Phys. Fluids, 13, 1819, 1970.
- 7 P.K. Kaw, A.T. Lin, J.N. Dawson. Phys. Fluids, 16, 1967, 1973.
- 8 N.S. Buchelnikova, E.P. Matochkin. Physica Scripta, 24, 566, 1981.
- 9 Н.С. Бучельникова, Б.Н. Лазеев. Конверсия волны Бернштейна-Грина-Крускала на возмущении плотности. I, II, III. Препринты ИЯФ 94-48, 94-49, 94-50, 1994.
- 10 N.S. Buchelnikova, E.P. Matochkin. Phys. Lett. 112A, 330, 1985.

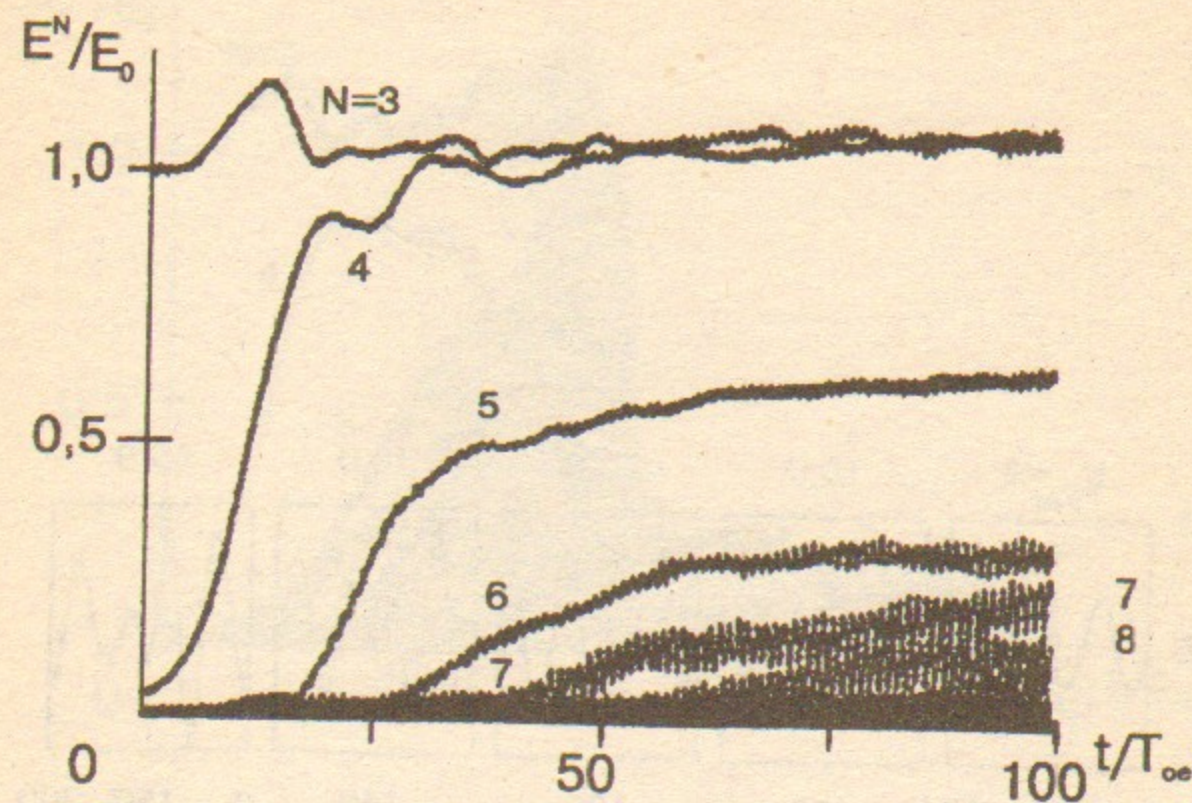


Рис. 1: Зависимость от времени амплитуды волны БГК $N = 3$ и гармоник $N = 1 - 30$. Случай 3-1. $E_0 = 15,6$ (здесь и далее E нормировано на mg_d/eT_{oe}^2).

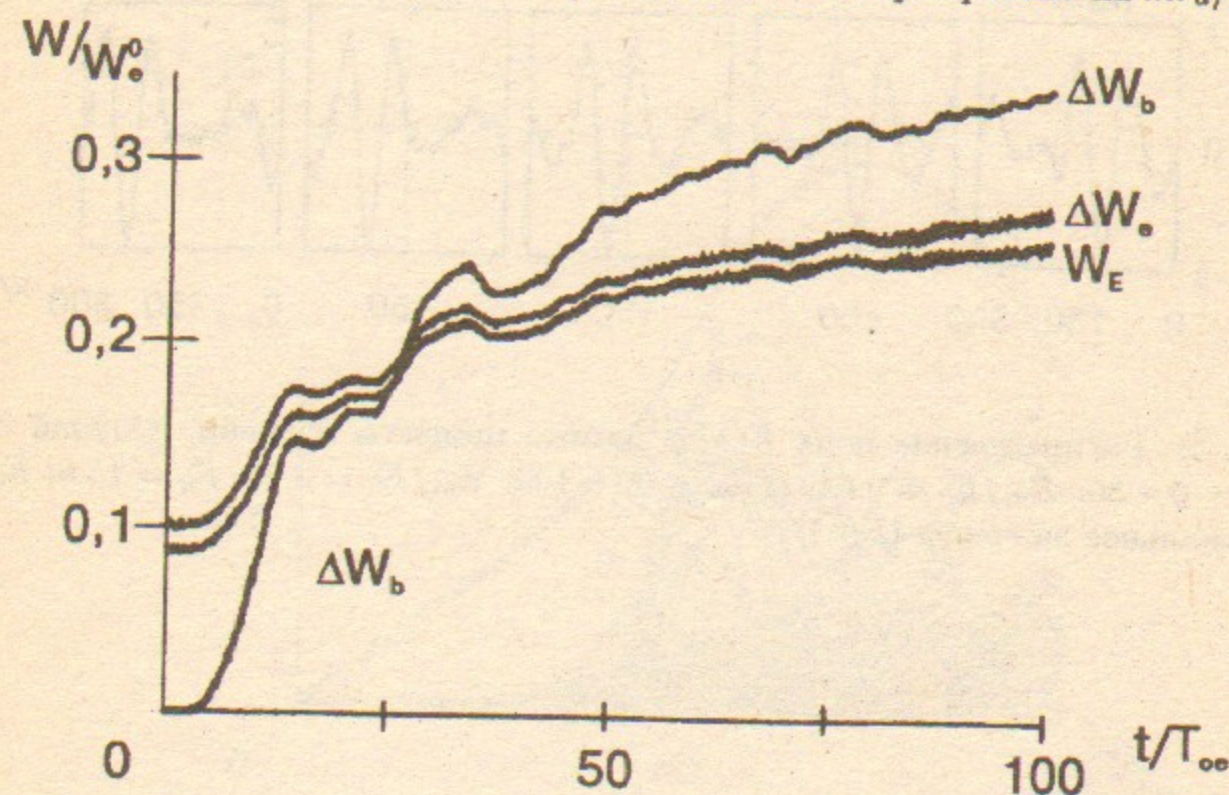


Рис. 2: Зависимость от времени энергии поля W_E , энергии электронов плазмы $\Delta W_e = W_e - W_e^0$ и потерь энергии b -электронов $\Delta W_b = -(W_b - W_b^0)$. Случай 3-1.

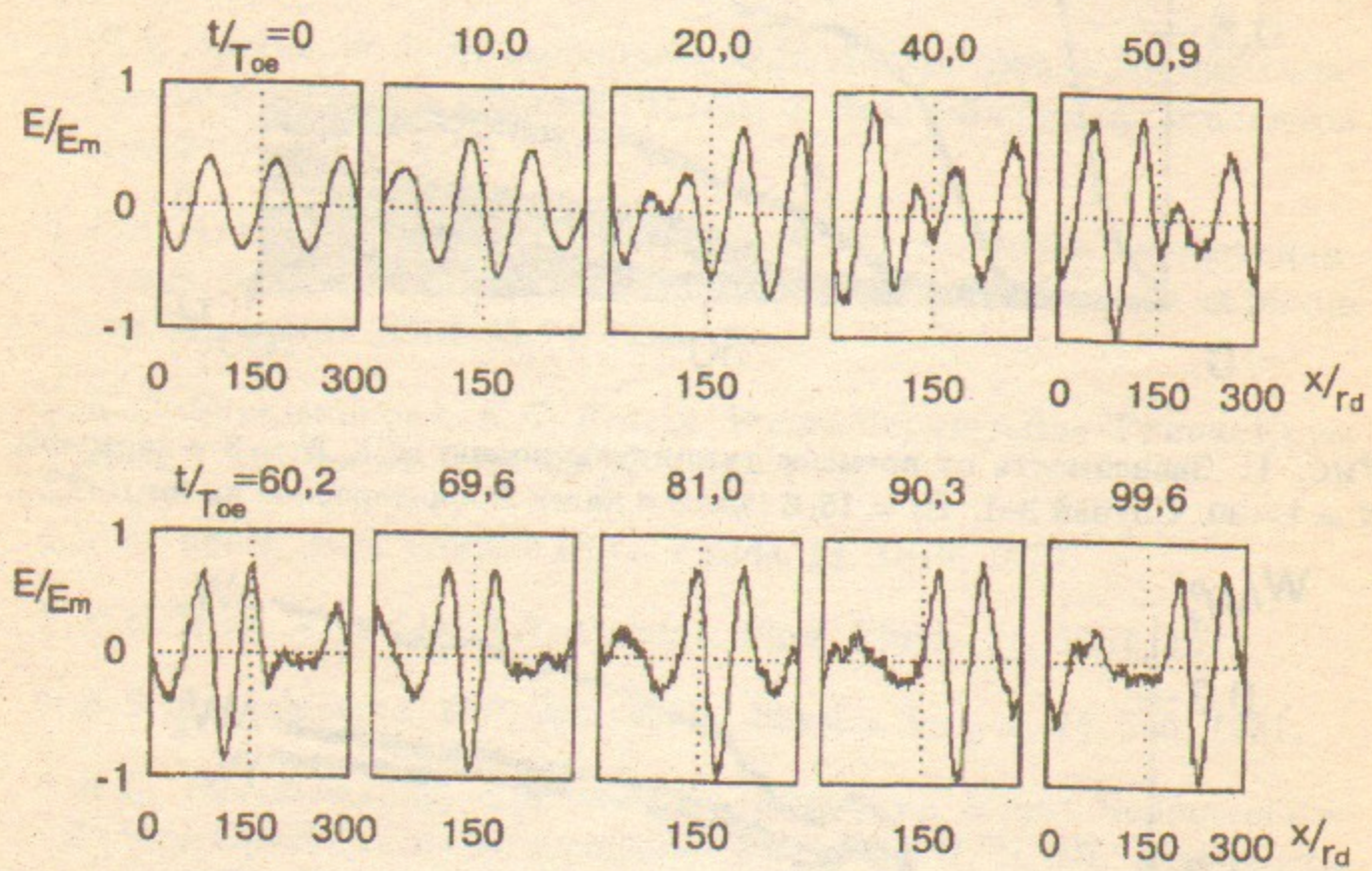


Рис. 3: Распределение поля $E(x)$ в разные моменты времени. Случай 3-1. $t/T_{oe} \sim 0 - 50$: $E_m/E_0 = 2.64$; $t/T_{oe} \sim 60 - 100$: $E_m/E_0 = 3.25$; $E_0 = 15.6$; E_m - максимальное значение $|E(x)|$.

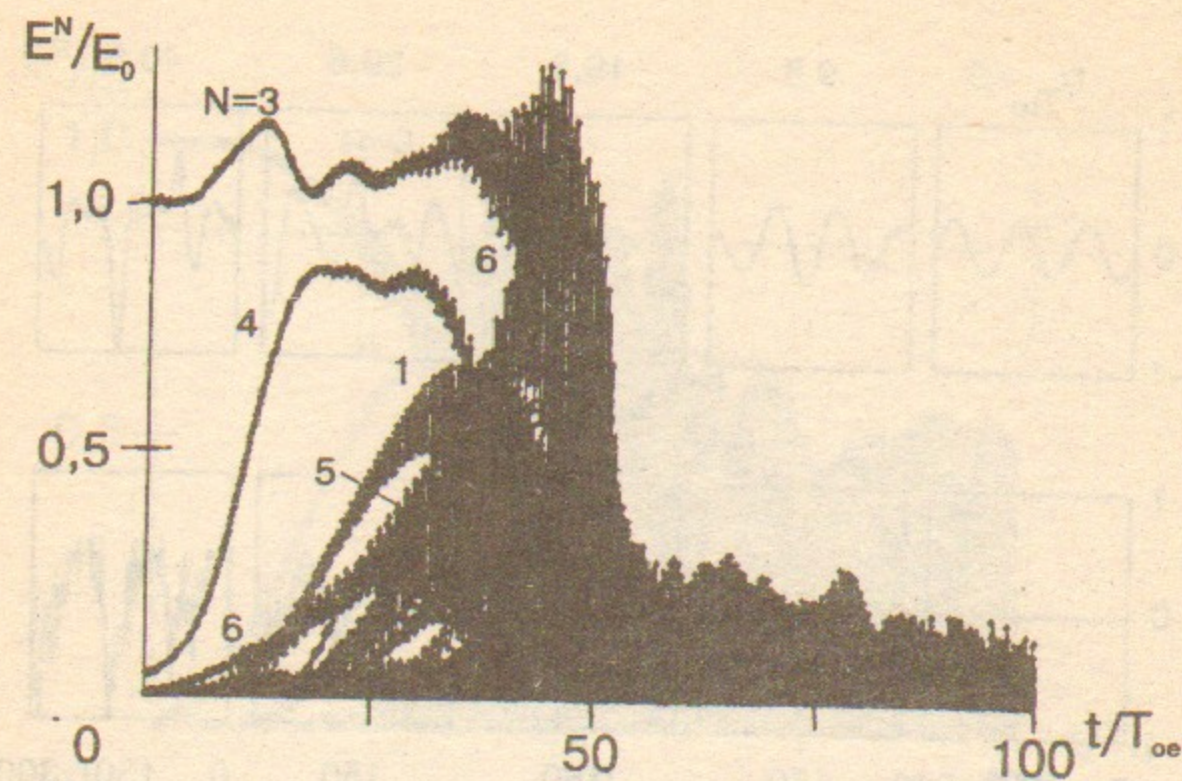


Рис. 4: Зависимость от времени амплитуды волны БГК $N = 3$ и гармоник $N = 1 - 30$. Случай 3-2. $E_0 = 15.6$.

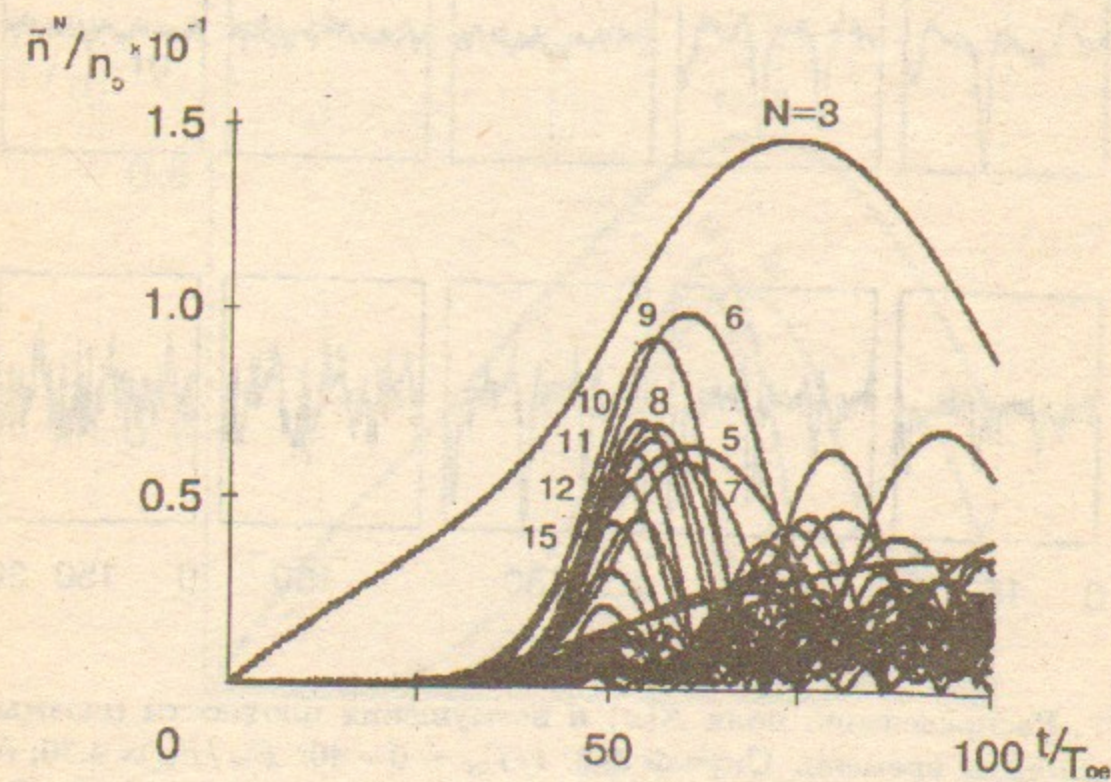


Рис. 5: Зависимость от времени амплитуды гармоник плотности $N_i = 1 - 30$. Случай 3-2.

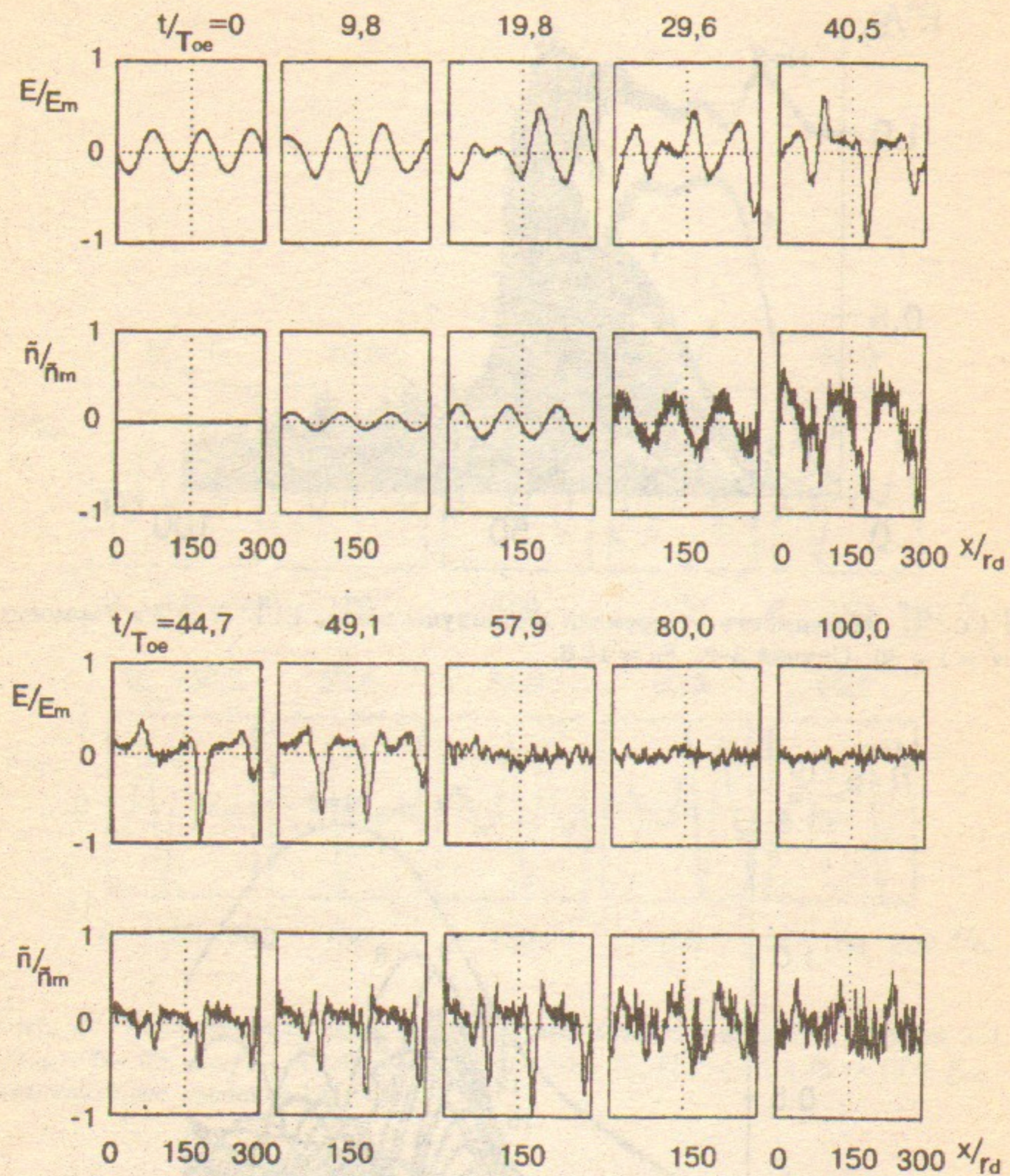


Рис. 6: Распределение поля $E(x)$ и возмущения плотности плазмы $\tilde{n}(x)$ в разные моменты времени. Случай 3-2. $t/T_{oe} \sim 0 - 40$: $E_m/E_0 = 4.30$; $\tilde{n}_m/n_0 = 0.17$; $t/T_{oe} \sim 44 - 100$: $E_m/E_0 = 4.71$; $\tilde{n}_m/n_0 = 0.62$; $E_0 = 15.6$; E_m , \tilde{n}_m - максимальные значения $|E(x)|$, $|\tilde{n}(x)|$.

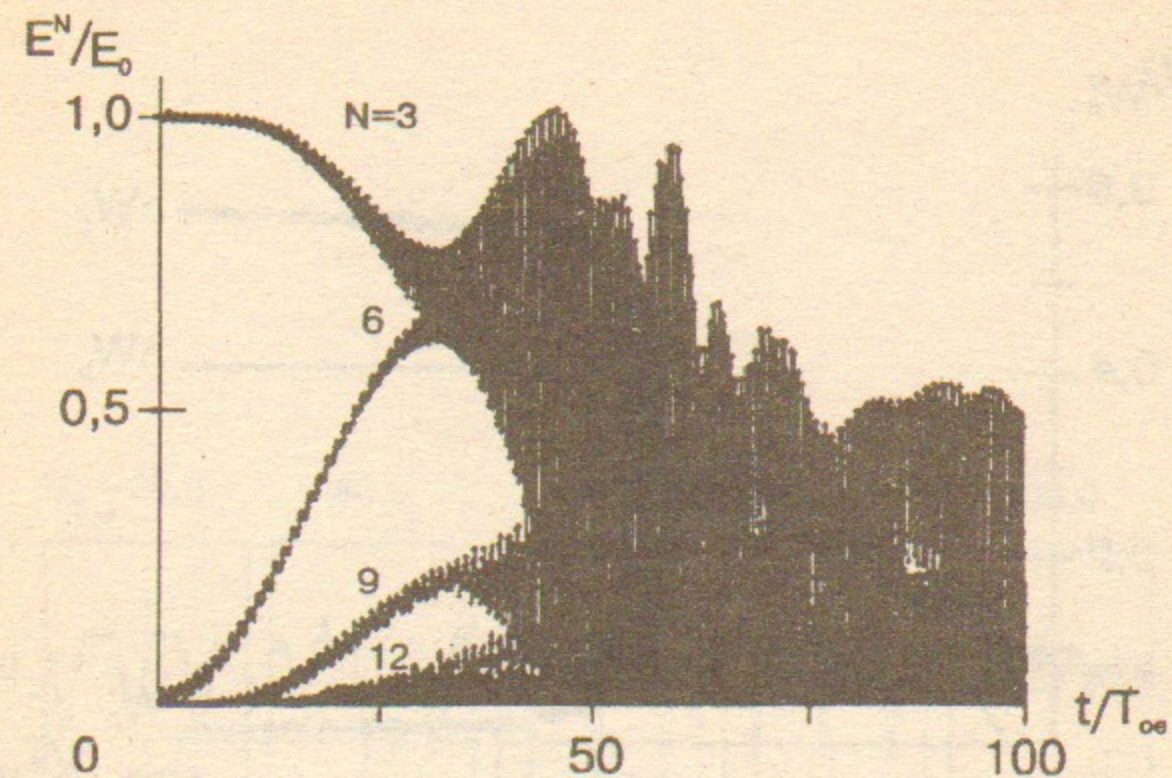


Рис. 7: Зависимость от времени амплитуды ленгмюровской волны $N = 3$ и гармоник $N = 1 - 20$. Случай 3-0. $E_0 = 17.7$.

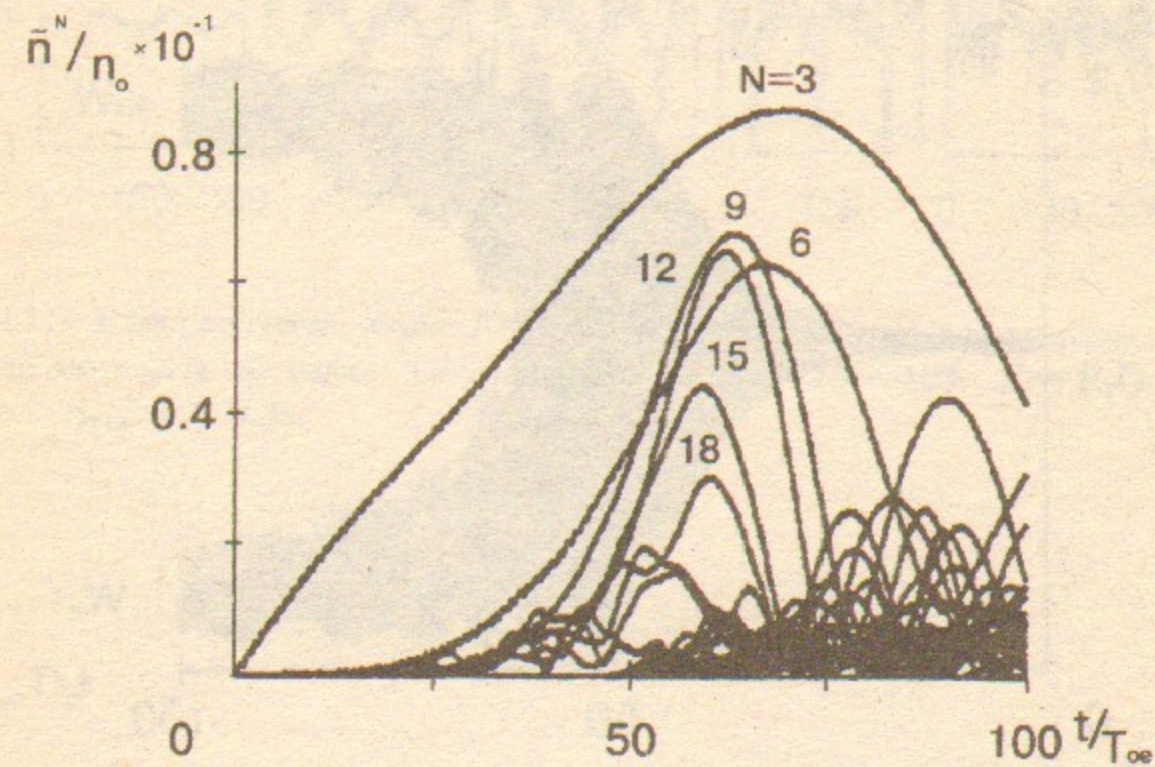


Рис. 8: Зависимость от времени амплитуды гармоник плотности $N_i = 1 - 20$. Случай 3-0.

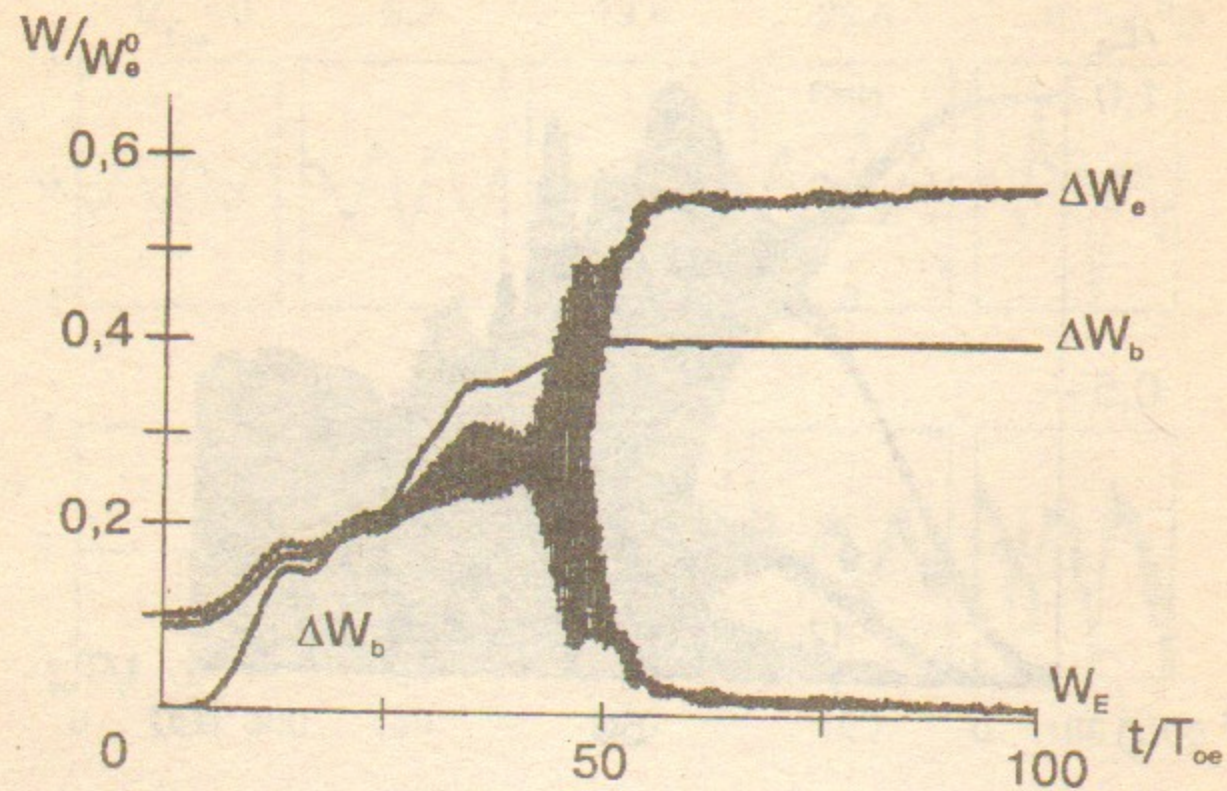


Рис. 9: Зависимость от времени энергии поля W_E , энергии электронов плазмы ΔW_e и потерь энергии b -электронов ΔW_b . Случай 3-2.

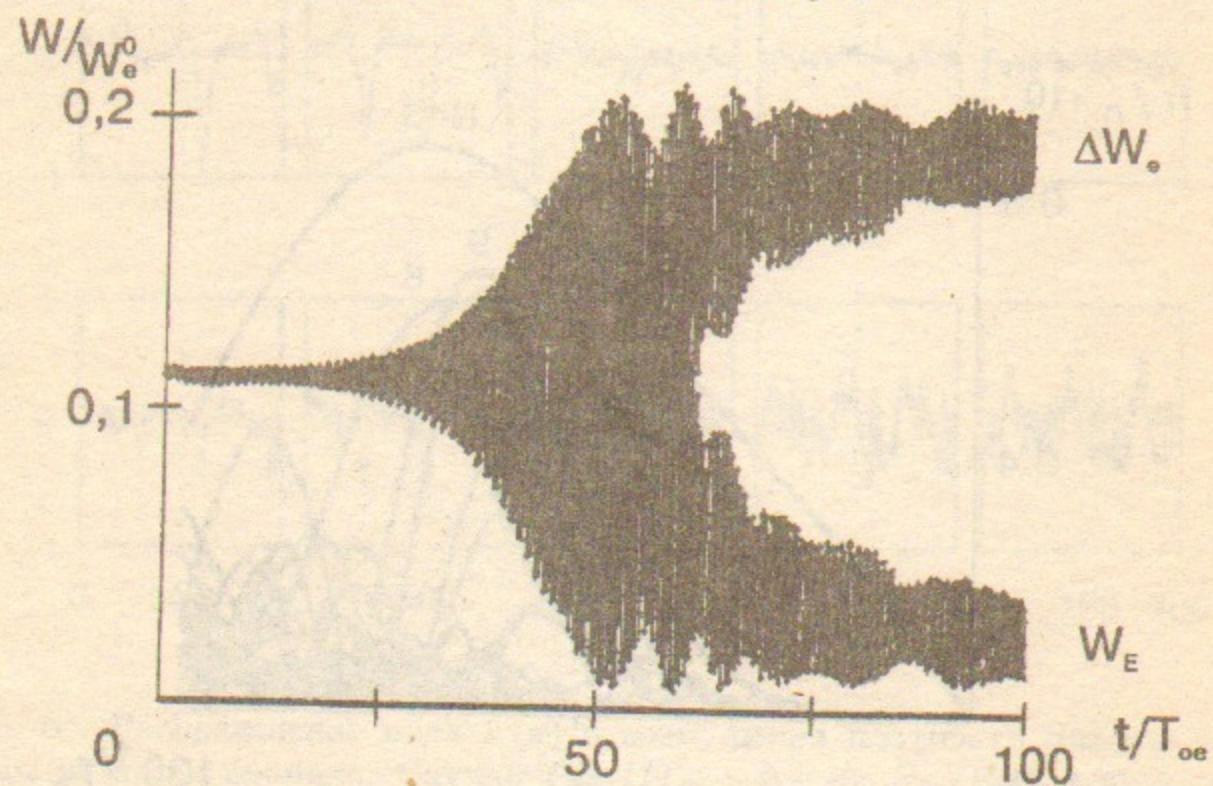


Рис. 10: Зависимость от времени энергии поля W_E , энергии электронов плазмы ΔW_e и потерь энергии b -электронов ΔW_b . Случай 3-0.

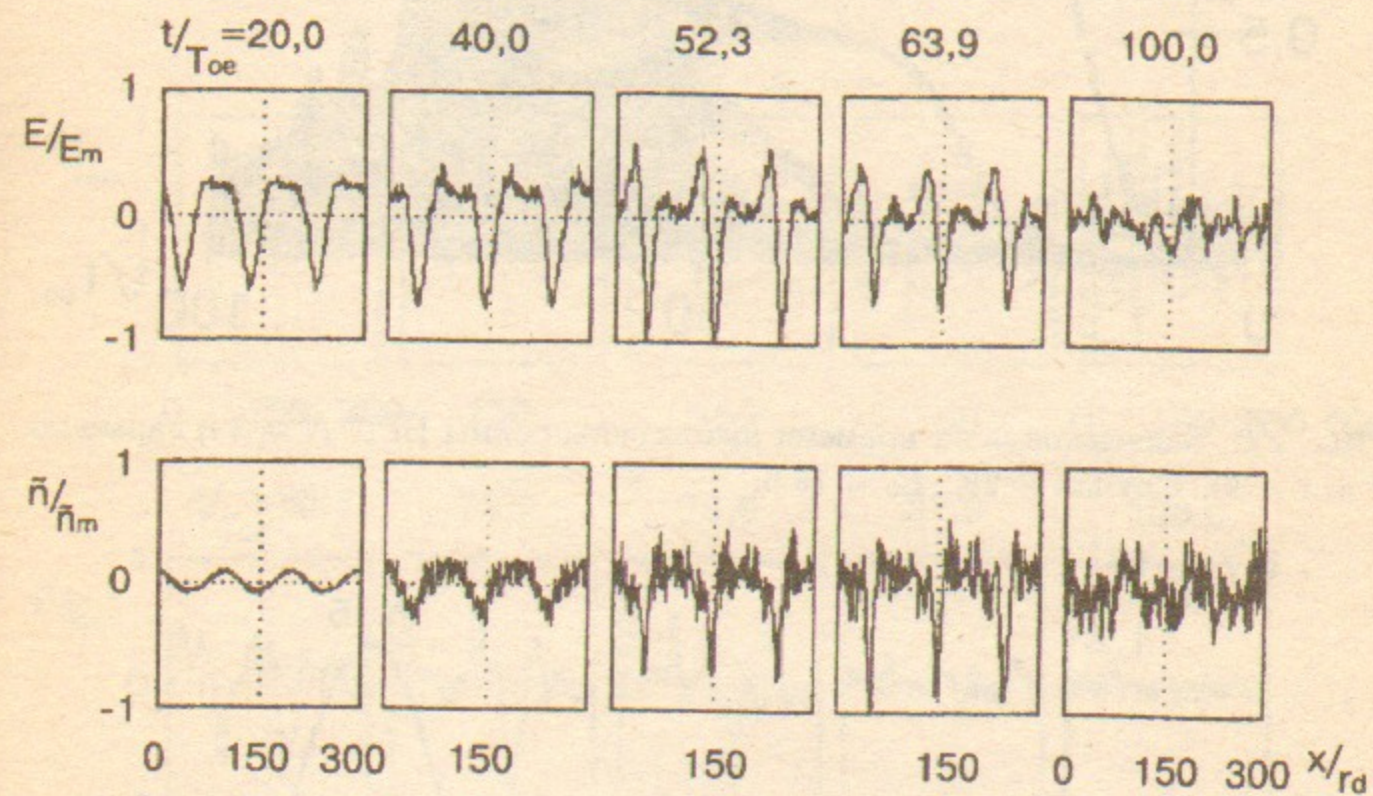


Рис. 11: Распределение поля $E(x)$ и возмущения плотности плазмы $\tilde{n}(x)$ в разные моменты времени. Случай 3-0. $t/T_{oe} \sim 20 - 100$; $E_m/E_0 = 2.47$; $E_0 = 17.7$; $\tilde{n}_m/n_0 = 0.38$.

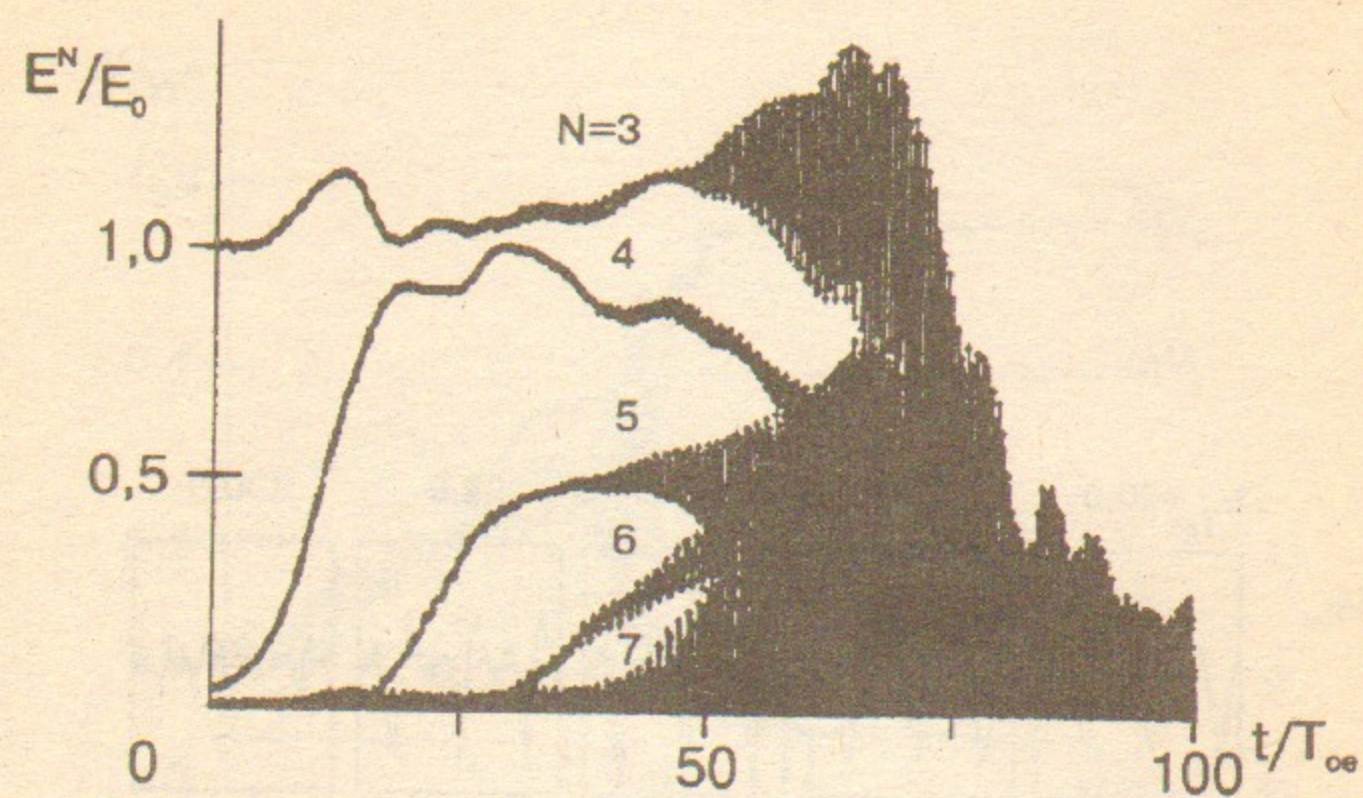


Рис. 12: Зависимость от времени амплитуды волны БГК $N = 3$ и гармоник $N = 1 - 30$. Случай 3-2К. $E_0 = 15.6$.

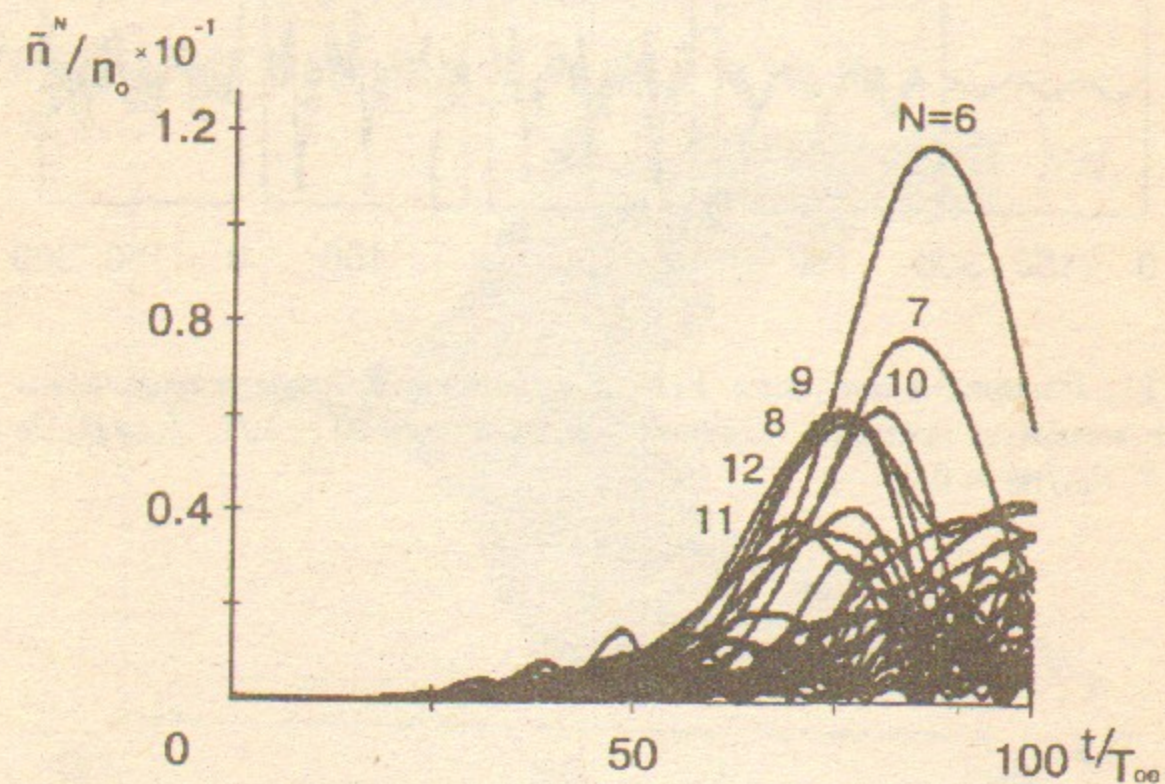


Рис. 13: Зависимость от времени амплитуды гармоник плотности $N_i = 1 - 30$. Случай 3-2К.

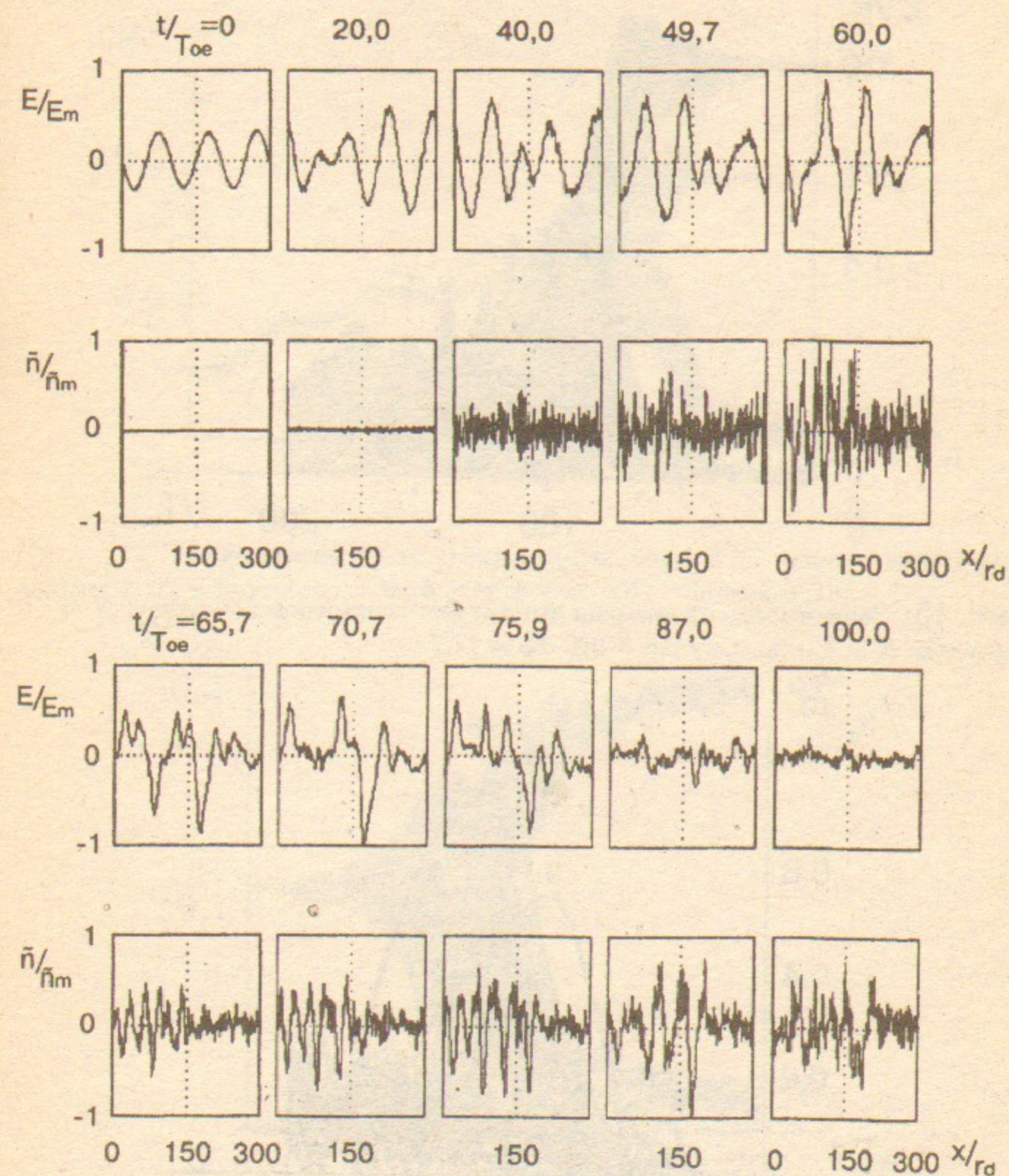


Рис. 14: Распределение поля $E(x)$ и возмущения плотности плазмы $\tilde{n}(x)$ в разные моменты времени. Случай 3-2К. $t/T_{oe} \sim 0 - 60$: $E_m/E_0 = 3.19$; $\tilde{n}_m/n_0 = 0.18$; $t/T_{oe} \sim 65 - 100$: $E_m/E_0 = 3.89$; $\tilde{n}_m/n_0 = 0.45$; $E_0 = 15.6$.

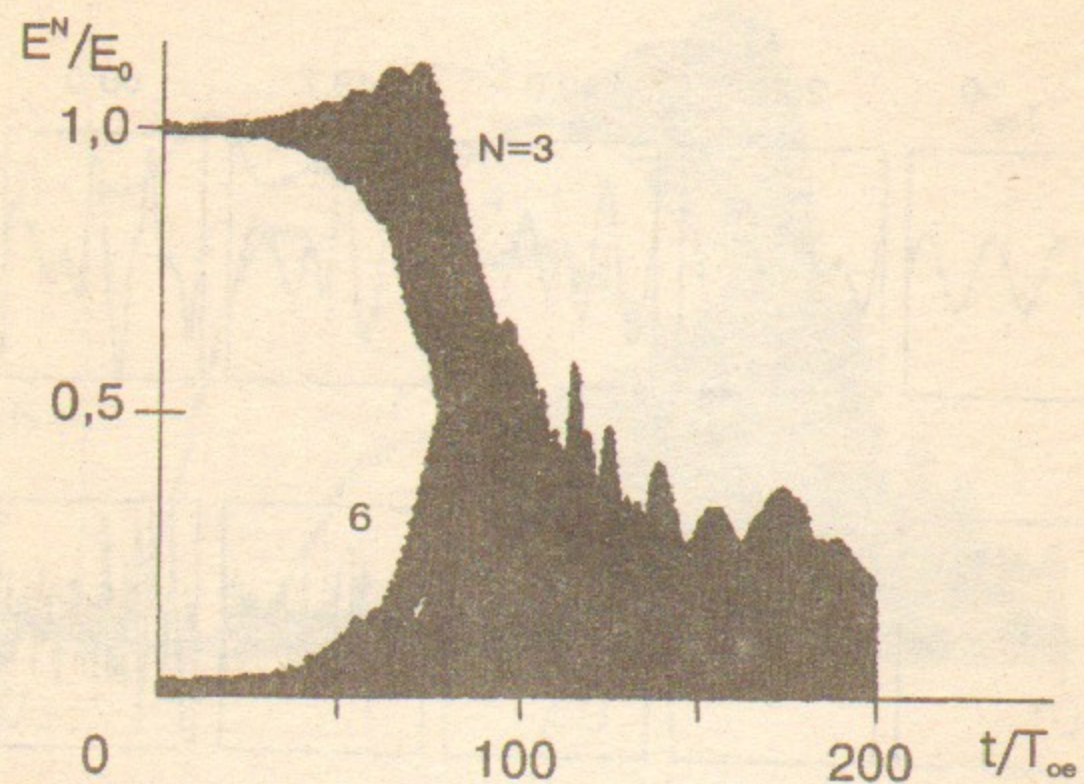


Рис. 15: Зависимость от времени амплитуды ленгмюровской волны $N = 3$ и гармоник $N = 1 - 20$. Случай 3-0К. $E_0 = 17.7$.

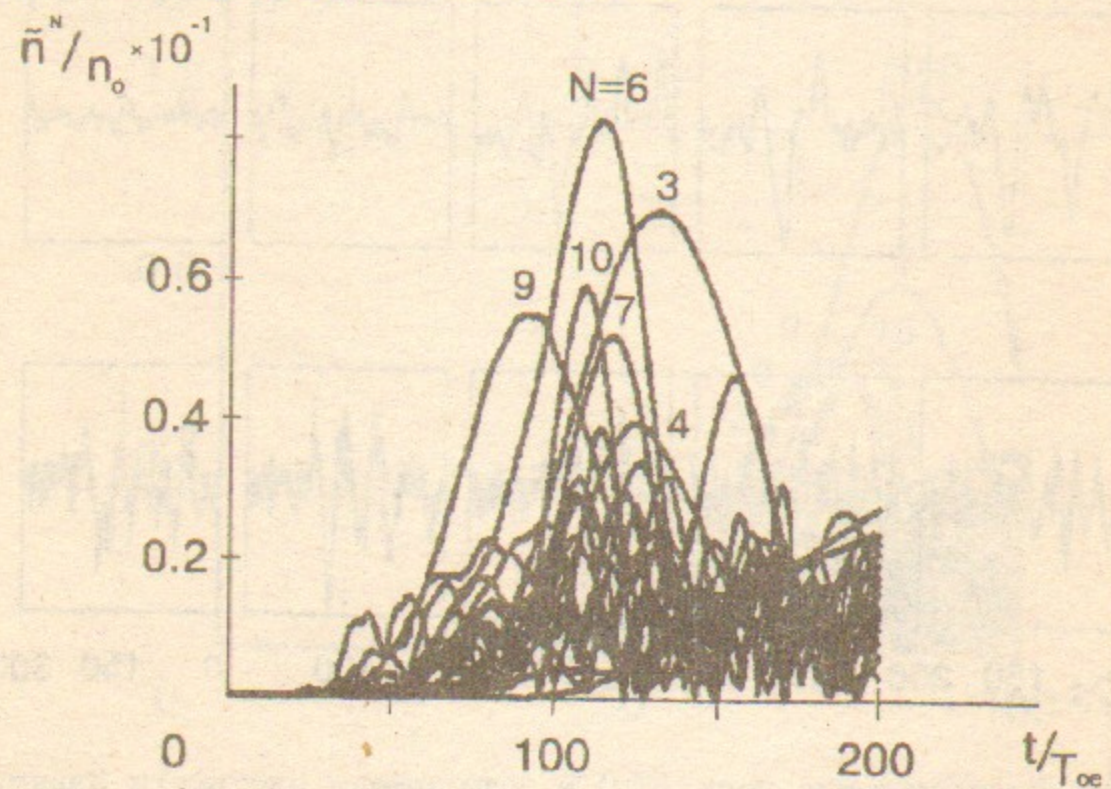


Рис. 16: Зависимость от времени амплитуды гармоник плотности $N_i = 1 - 20$. Случай 3-0К.

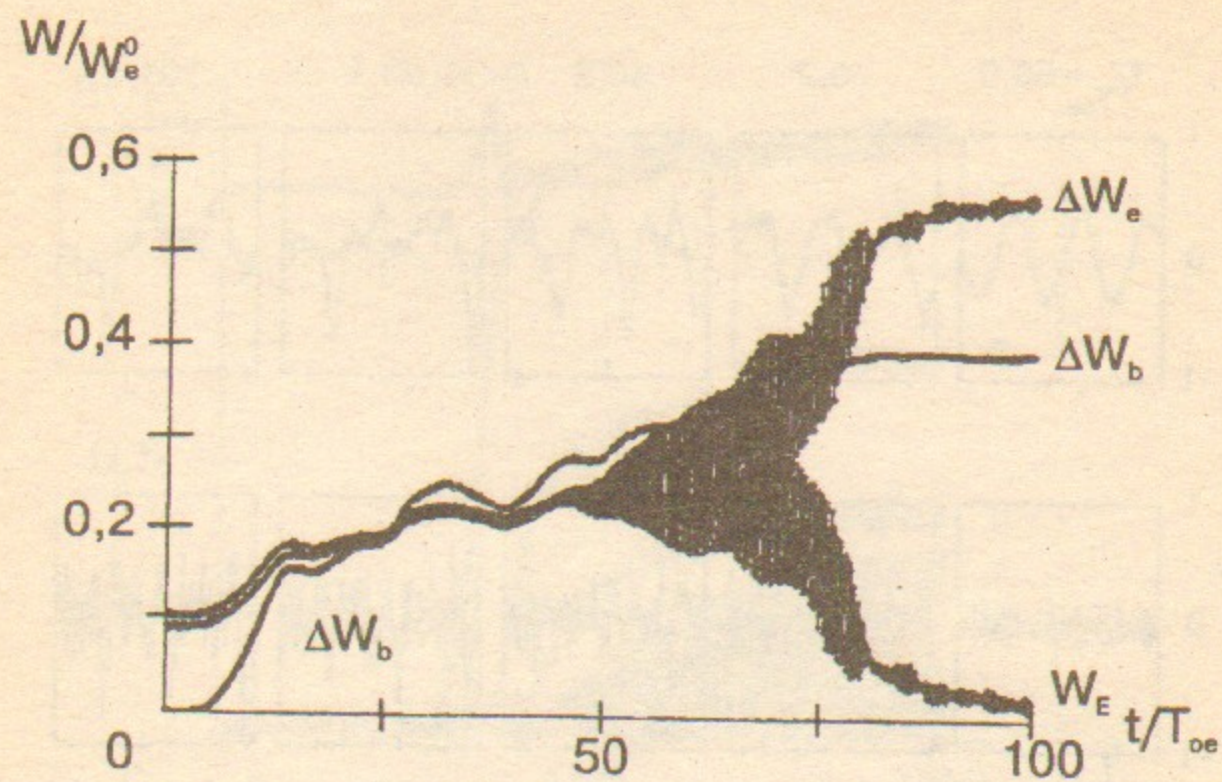


Рис. 17: Зависимость от времени энергии поля W_E , энергии электронов плазмы ΔW_e и потерь энергии b -электронов ΔW_b . Случай 3-2К.

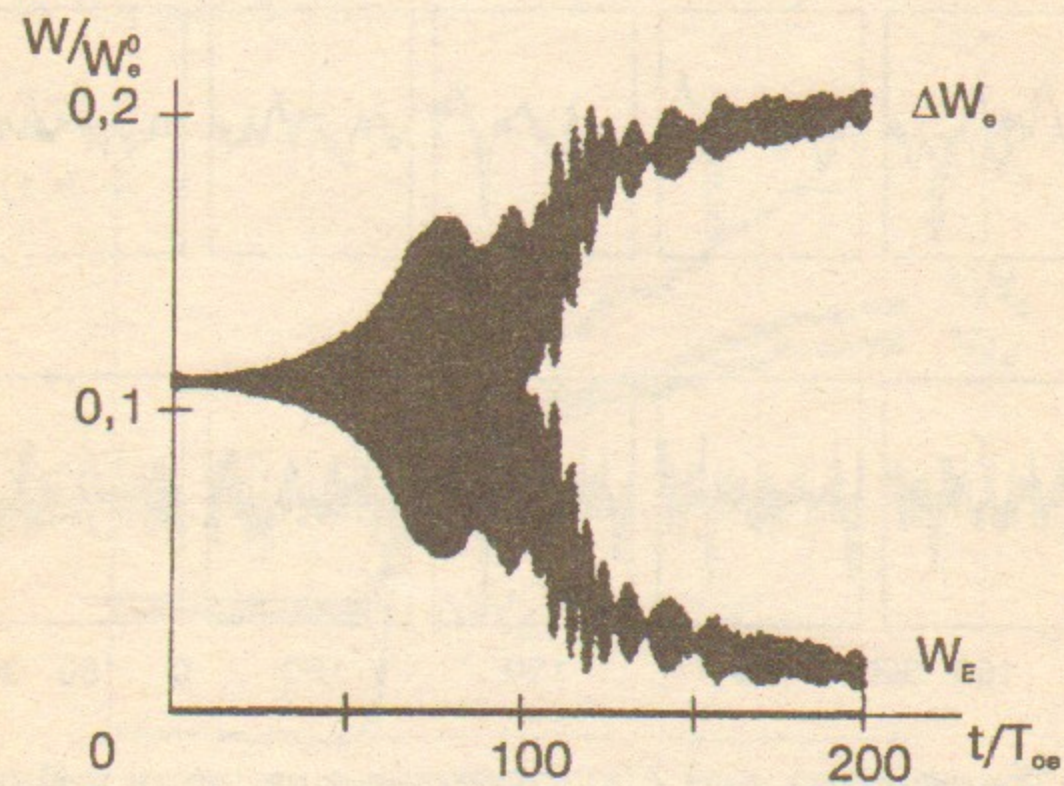


Рис. 18: Зависимость от времени энергии поля W_E , энергии электронов плазмы ΔW_e и потерь энергии b -электронов ΔW_b . Случай 3-0К.

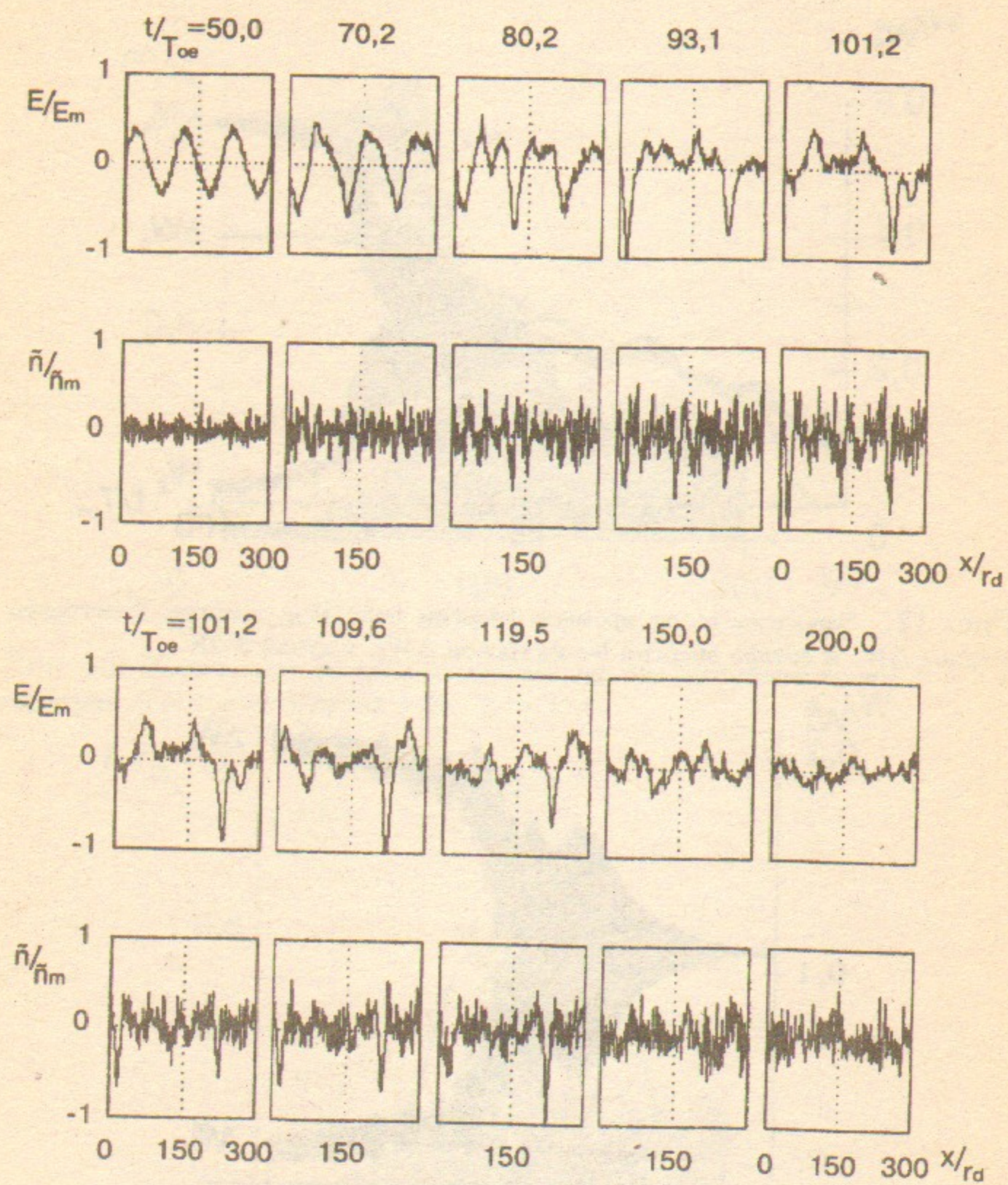


Рис. 19: Распределение поля $E(x)$ и возмущения плотности плазмы $\tilde{n}(x)$ в разные моменты времени. Случай 3-0К. $t/T_{oe} \sim 50 - 101$: $E_m/E_0 = 2.47$; $\tilde{n}_m/n_0 = 0.32$; $t/T_{oe} \sim 101 - 200$: $E_m/E_0 = 2.73$; $\tilde{n}_m/n_0 = 0.48$; $E_0 = 17.7$.

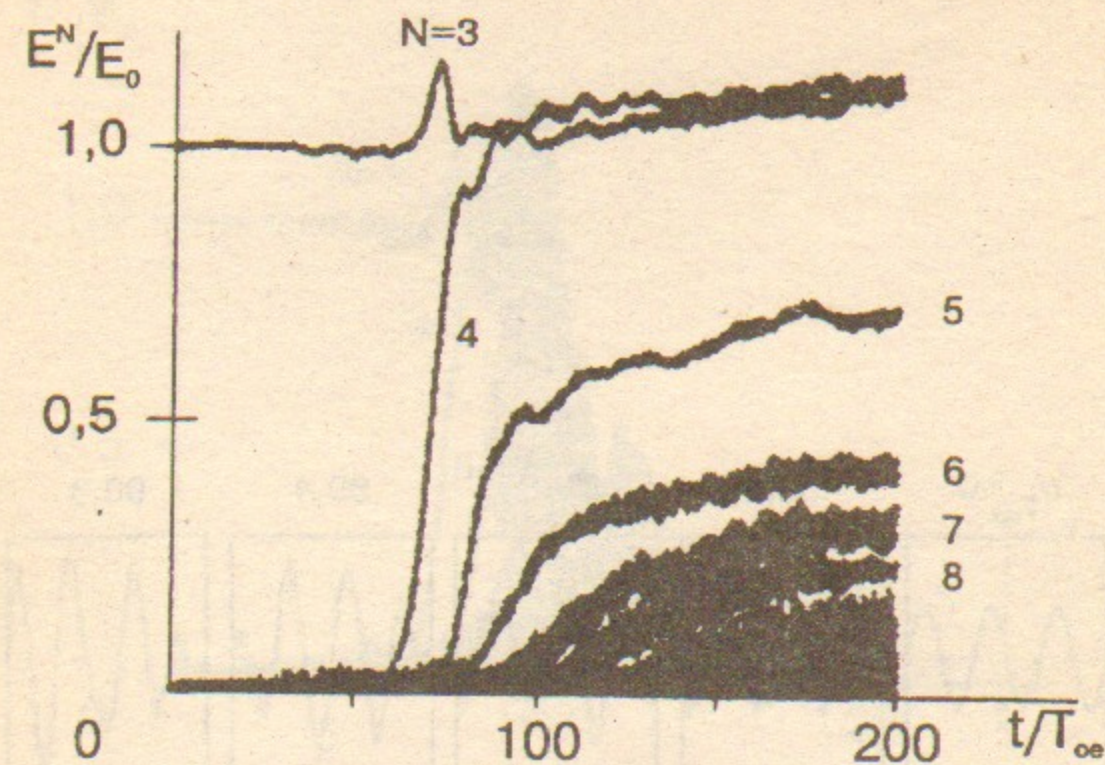


Рис. 20: Зависимость от времени амплитуды волны БГК $N = 3$ и гармоник $N = 1 - 20$. Случай 3-3. $E_0 = 15.6$.

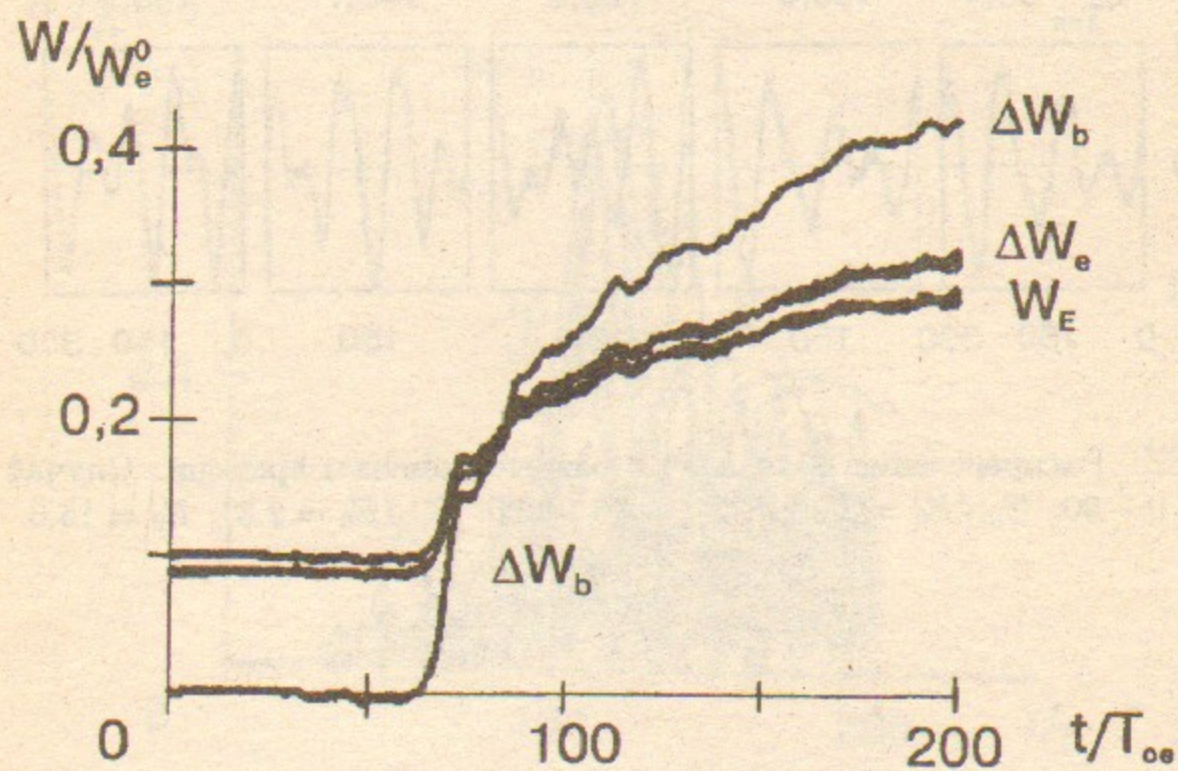


Рис. 21: Зависимость от времени энергии поля W_E , энергии электронов плазмы ΔW_e и потерь энергии b -электронов ΔW_b . Случай 3-3.

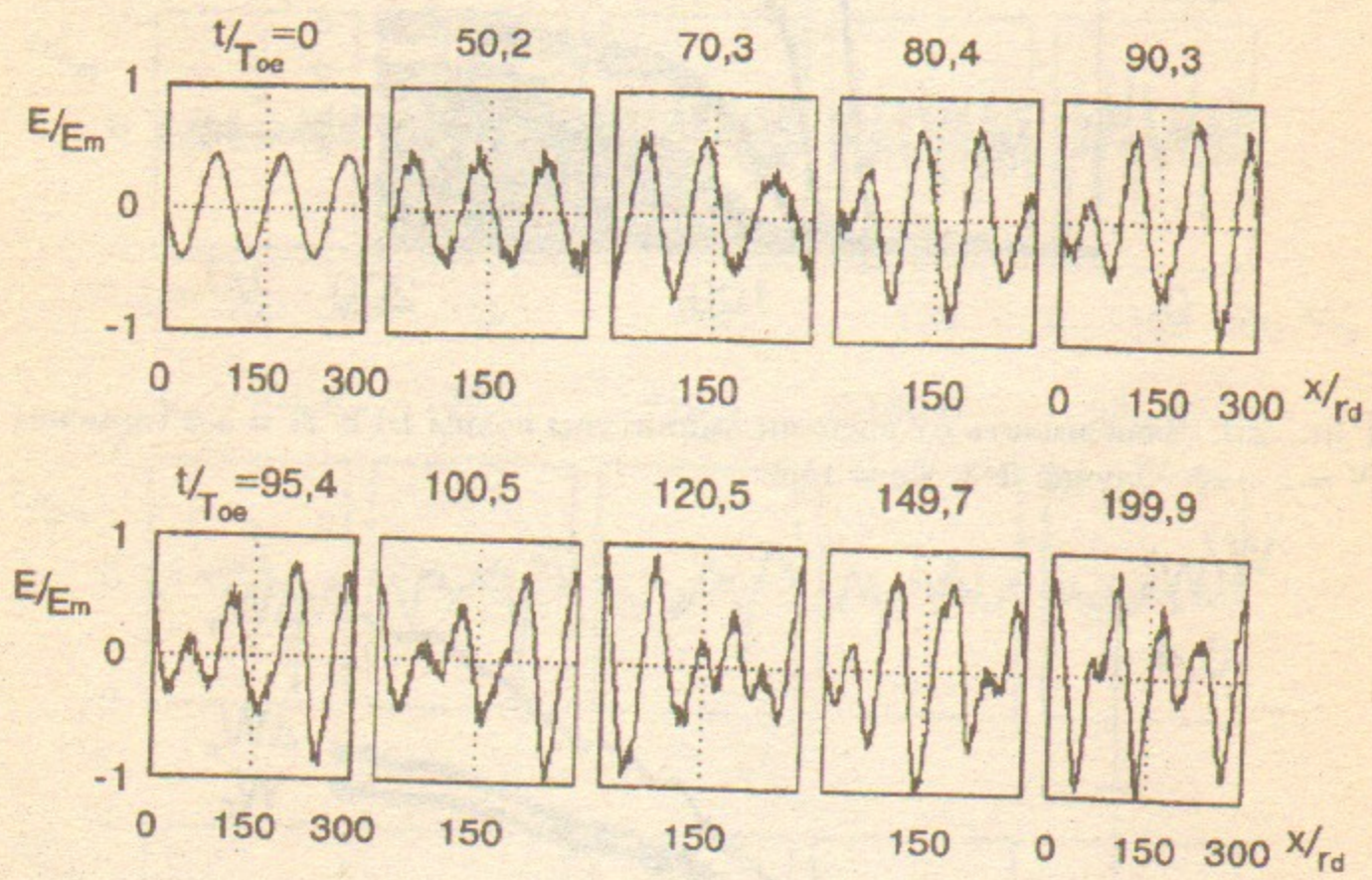


Рис. 22: Распределение поля $E(x)$ в разные моменты времени. Случай 3-3. $t/T_{oe} \sim 0 - 90$: $E_m/E_0 = 2.39$; $t/T_{oe} \sim 95 - 200$: $E_m/E_0 = 2.81$; $E_0 = 15.6$.

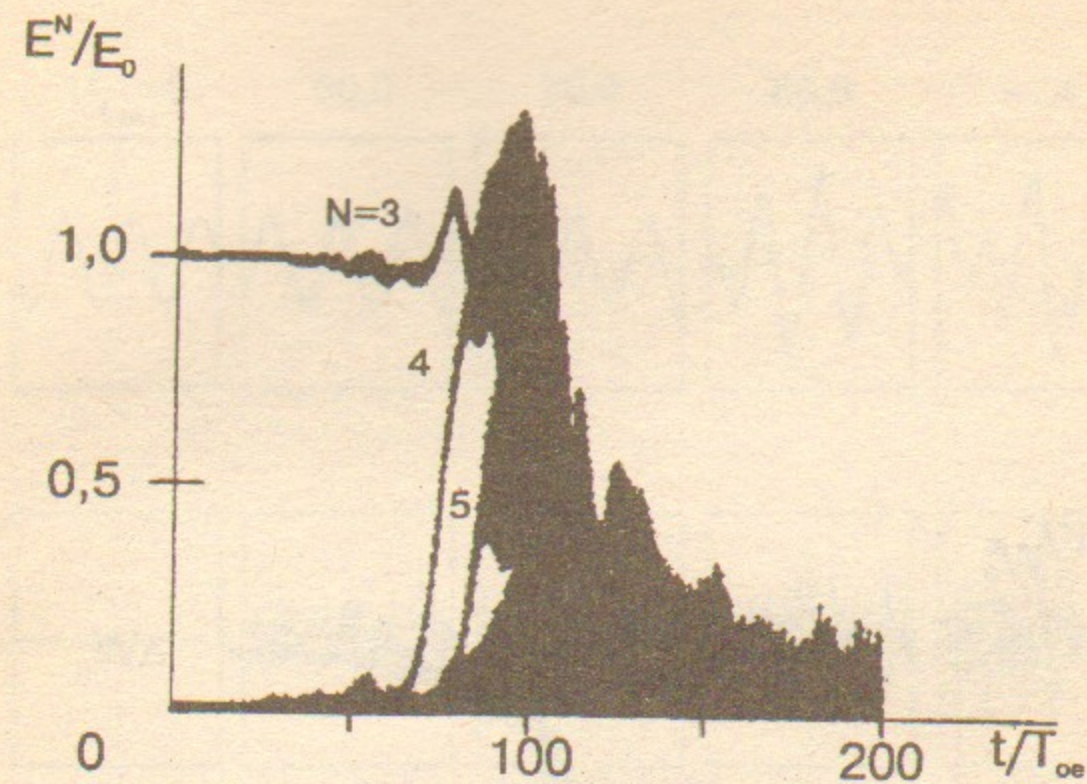


Рис. 23: Зависимость от времени амплитуды волны БГК $N = 3$ и гармоник $N = 1 - 20$. Случай 3-4К. $E_0 = 15.6$.

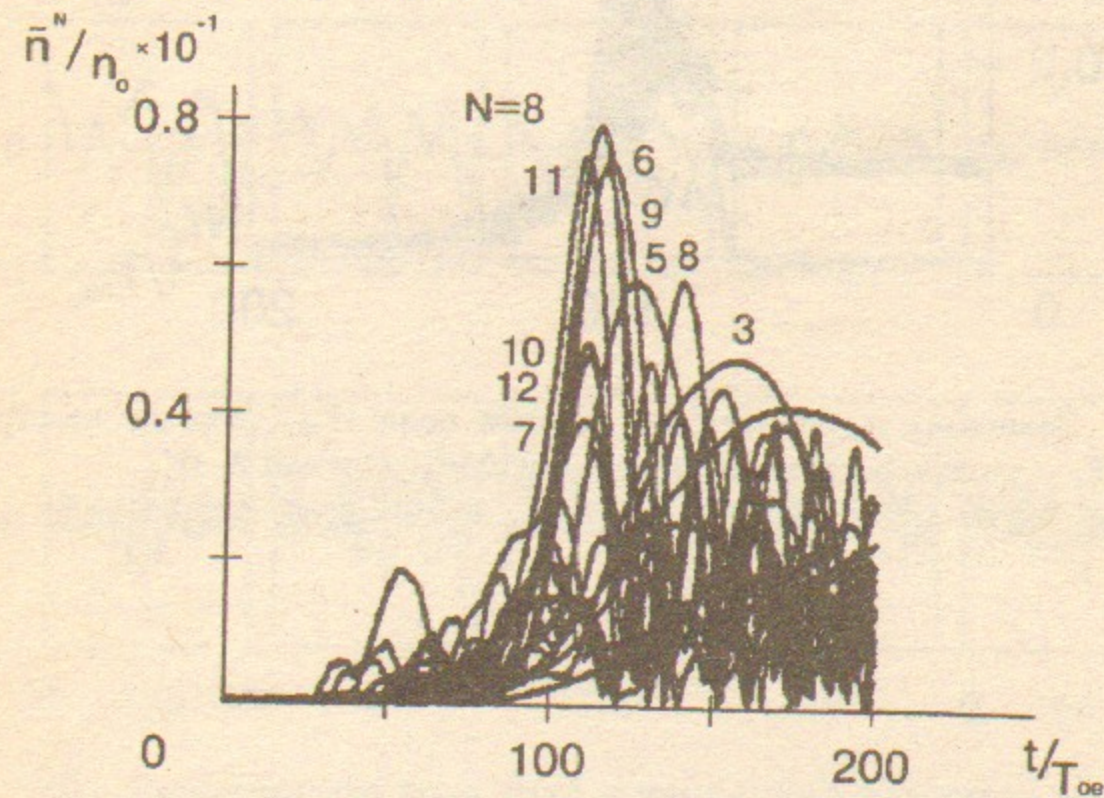


Рис. 24: Зависимость от времени амплитуды гармоник плотности $N_i = 1 - 20$. Случай 3-4К.

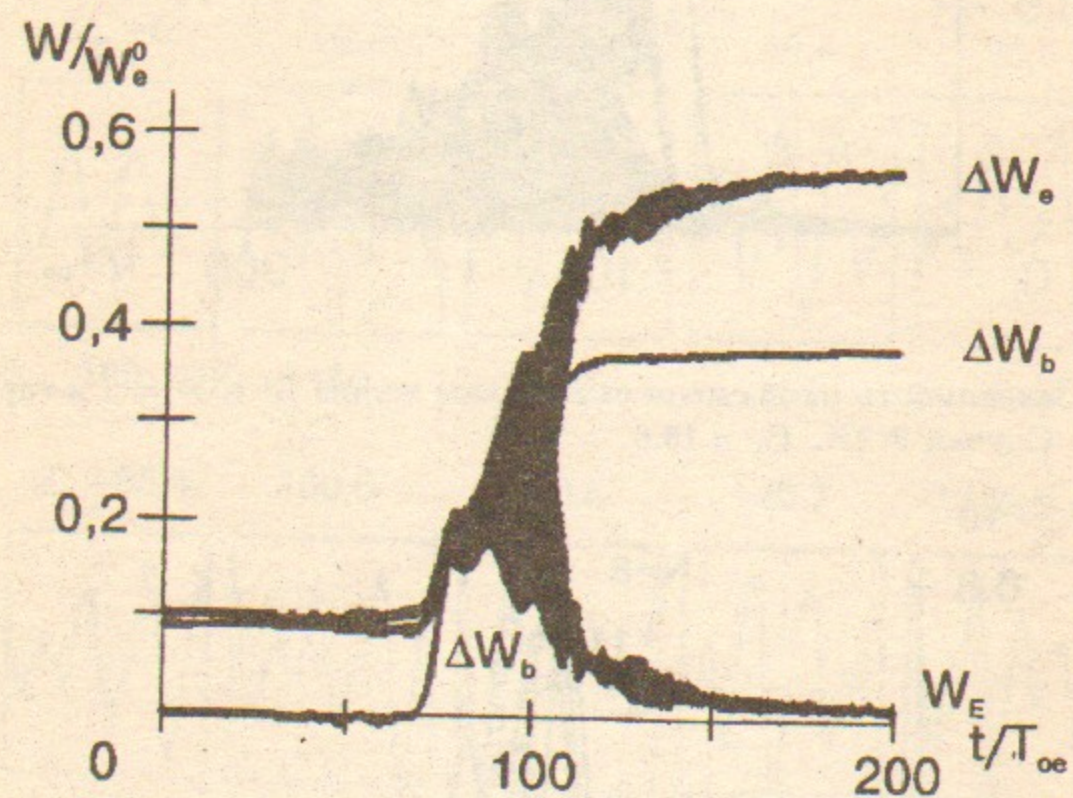


Рис. 25: Зависимость от времени энергии поля W_E , энергии электронов плазмы ΔW_e и потерь энергии b -электронов ΔW_b . Случай 3-4К.

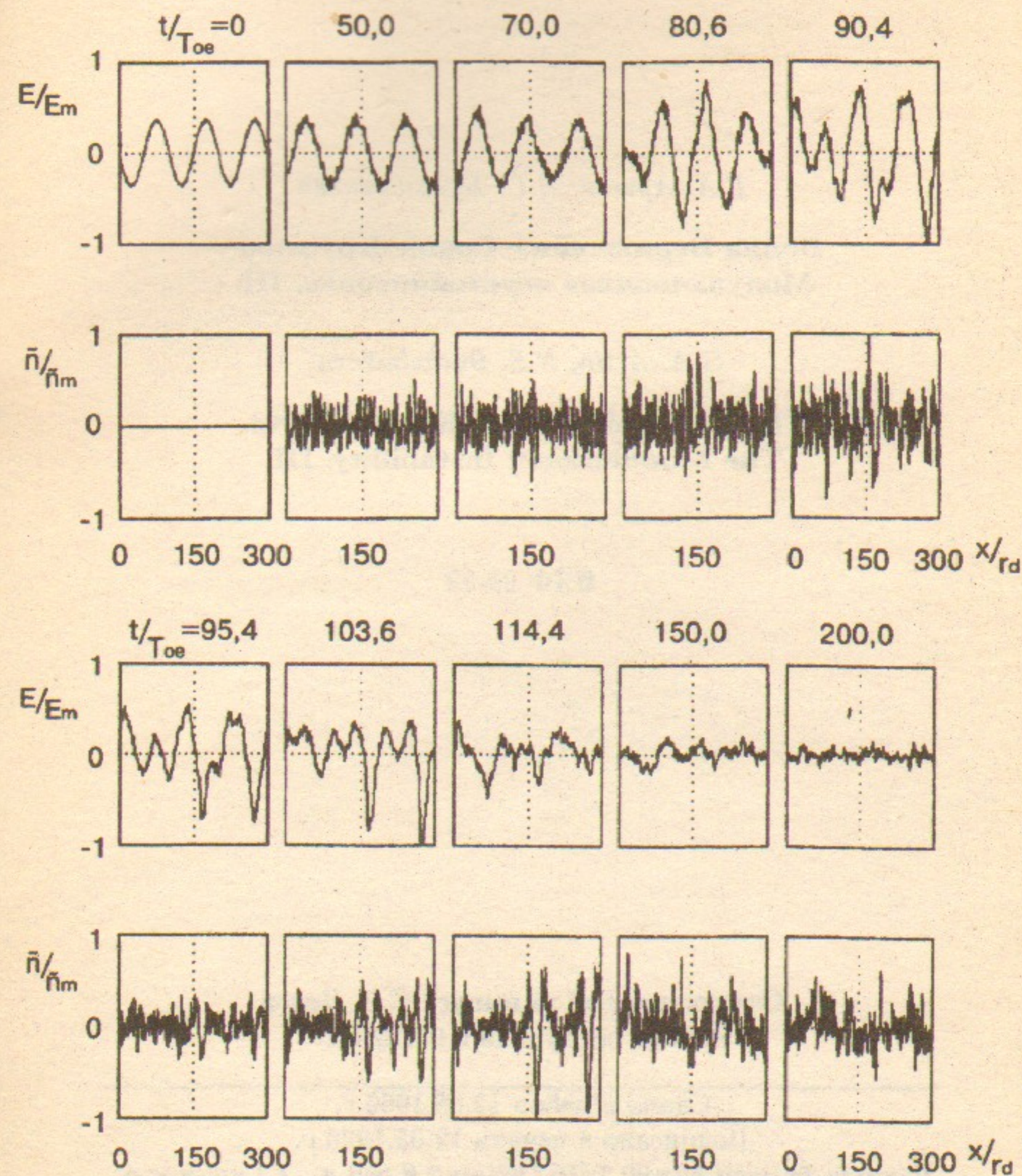


Рис. 26: Распределение поля $E(x)$ и возмущения плотности плазмы $\tilde{n}(x)$ в разные моменты времени. Случай 3-4К. $t/T_{oe} \sim 0 - 90$: $E_m/E_0 = 2.77$; $\tilde{n}_m/n_0 = 0.21$; $t/T_{oe} \sim 95 - 200$: $E_m/E_0 = 4.22$; $\tilde{n}_m/n_0 = 0.47$; $E_0 = 15.6$.

Г.А. Артин, Н.С. Бучельникова

**Волна Бернштейна–Грина–Крускала.
Модуляционная неустойчивость. III.**

G.A. Artin, N.S. Buchelnikova

**The Bernstein–Green–Kruskal Wave.
The Modulational Instability. III.**

ИЯФ 96-32

Ответственный за выпуск С.Г. Попов
Работа поступила 6.05.1996 г.

Сдано в набор 12.05.1996 г.

Подписано в печать 12.05.1996 г.

Формат бумаги 60×90 1/16 Объем 2.8 печ.л., 2.3 уч.-изд.л.

Тираж 250 экз. Бесплатно. Заказ № 32

Обработано на IBM PC и отпечатано на
ротопринте ГНЦ РФ "ИЯФ им. Г.И. Будкера СО РАН",
Новосибирск, 630090, пр. академика Лаврентьева, 11.