48

ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ
им. Г.И. Будкера СО РАН

С.Ю. Таскаев

МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕЧЕНИЯ ПЛАЗМЕННОЙ СТРУИ ПРИ НАЛИЧИИ ЗАПЕРТЫХ ГОРЯЧИХ ИОНОВ

ИЯФ 94-72

НОВОСИБИРСК

Моделирование течения плазменной струи при наличии запертых горячих ионов

Таскаев С.Ю.

Институт ядерной физики им Г.И. Будкера
Новосибирск 630090, Россия

Аннотация

В рамках двужидкостной магнитной гидродинамики рассматривается течение плазменной струи в неоднородном магнитном поле при наличии в пробкотроне популяции горячих ионов. Решается одномерная временна́я задача. Описывается разностная схема численного счёта. Приводятся результаты численных расчётов и проводится их сравнение с экспериментально измеренными зависимостями.

Данное рассмотрение позволяет объяснить наблюдаемое уменьшение плотности мишенной плазмы при инжекции высокоэнергетичных атомарных пучков в пробкотрон установки "АМБАЛ - Ю" и уточнить энергобаланс.

©*Институт ядерной физики им. Г.И. Будкера СО РАН*

1 Введение

На установке "АМБАЛ - Ю" [1] было экспериментально обнаружено интересное и неожиданное явление: инжекция пучков высокоэнергетичных атомов водорода в пробкотрон приводит к значительному уменьшению плотности мишенной плазмы.

Инжекция пучков атомов водорода энергией 17 кэВ, током до 160 экв. А., в течение 200 μс [2] ведется в пробкотрон перпендикулярно оси. Пробкотрон предварительно заполняется "тёплой" плазмой плотностью $\sim 2\,10^{14} см^{-3}$, характерной температурой электронов и ионов порядка 10 эВ с помощью щелевого газоразрядного источника [3], расположенного в запробочной области. Генерируемая источником плазменная струя втекает в пробкотрон по силовым линиям магнитного поля. В результате ионизации электронами и ионами плазмы инжектируемых атомов или перезарядки на ионах плазмы (здесь происходит только замещение иона на более горячий) в пробкотроне в объёме 3 литров образуется популяция горячих ионов со средней энергией 6 кэВ плотностью до $1,1\,10^{13} см^{-3}$. В это время плотность мишенной плазмы уменьшается до 2,5 раз.

Данное явление было достаточно подробно исследовано экспериментально. Однако, во время проведения экспериментов не удалось до конца понять наблюдаемое явление и построить адекватную модель. Так, одножидкостное гидродинамическое рассмотрение [4] показывало, что нагрев ионов дозвуковой струи приводит к увеличению потоковой скорости и, соответственно, к уменьшению плотности плазмы. Однако, эта модель

не давала ответ на вопрос о механизме нагрева ионов и не объясняла некоторые экспериментальные результаты.

В данной работе рассматривается временна́я задача течения плазменной струи в рамках двужидкостной магнитной гидродинамики при наличии в пробкотроне популяции горячих ионов. Описывается разностная схема численного счёта. Приводятся результаты численных расчётов, и даётся их сравнение с экспериментальными результатами.

2 Модель

Рассмотрим плазменную струю в рамках двужидкостной магнитной гидродинамики.

Состояние каждого заряженного компонента описывается макроскопическими параметрами: плотностью n, температурой T и потоковой скоростью u. Система уравнений для макроскопических параметров содержит уравнения непрерывности, переноса импульса и переноса энергии [5, 6]. Применение этой модели плазмы возможно, если все величины в плазме мало изменяются на таких расстояниях, которые могут пройти частицы между столкновениями, и мы интересуемся изменениями, происходящими за промежутки времени гораздо бо́льшие, чем интервал между столкновениями.

Будем рассматривать течение однородной плазменной струи вдоль силовых линий неоднородного магнитного поля. Решим временну́ю задачу определения параметров плазменной струи на оси при появлении в локальном объёме пробкотрона популяции высокоэнергетичных протонов, которые характеризуются плотностью n_{hot}, средней энергией E_{hot} и усреднённым продольным давлением $p_{hot\|}$.

Плазма полностью ионизованная, и содержит один сорт ионов – протоны.

Сделаем только одно предположение, которое выполняется в данном эксперименте: потоковые скорости ионов и электронов равны. Это предположение основано на измерении электронного тока на торцевых пластинах [7].

Вследствие квазинейтральности плазмы плотность электронов n_e равна сумме плотностей ионов плазменной струи n_i и горячих ионов n_{hot}: $n_e = n_i + n_{hot}$. Значительное уменьшение плотности мишенной плазмы происходит при плотности горячих ионов, составляющей малую величину ($\sim 1\%$) от плотности ионов плазменной струи. Поэтому мы

будем полагать $n_e = n_i$ и в области горячих ионов вследствие их малой плотности. Такое предположение, как показывают оценки, не приводит к заметным изменениям параметров плазменной струи. В дальнейшем плотности электронов и ионов плазменной струи обозначаются как n без индекса.

Считаем $\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = 0$. Наличие плазмы, конечно, приводит к изменению магнитного поля B, однако оно мало и нами пренебрегается. Так, даже уменьшение поля по отношению к вакуумному полю не превышает 2 % вследствие малого β как плазменной струи, так и ионно-горячего компонента, рассматриваемого в задаче. В данном рассмотрении величина магнитного поля принимается равной величине вакуумного поля, создаваемого катушками пробкотрона и соленоидом плазменного источника.

Выберем систему координат с осью z, направленной вдоль силовых линий магнитного поля. Вектор скорости записывается как $\vec{u} = u\,\frac{\vec{B}}{B}$, и потоковая скорость имеет только компонент вдоль z.

Система уравнений рассматриваемой задачи, включающая в себя уравнение непрерывности, уравнение движения и уравнения потоков тепла, представляется в следующем виде:

$$\frac{\partial n}{\partial t} + B\,\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{n\,u}{B}\right) = 0\,; \tag{1}$$

$$M\,n\left(\frac{\partial u}{\partial t} + u\,\frac{\partial u}{\partial z}\right) = -\frac{\partial p}{\partial z} - \frac{\partial \pi_{izz}}{\partial z}\,; \tag{2}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{M\,n}{2}\,u^2 + \frac{3}{2}\,p_i\right) + \\ +B\,\frac{\partial}{\partial z}\left\{\frac{1}{B}\left(\left(\frac{Mn}{2}u^2 + \frac{5}{2}p_i + \pi_{izz}\right)u - \chi_{\|}^{i}\,\frac{\partial T_i}{\partial z}\right)\right\} = Q_i; \tag{3}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{3}{2}\,p_e\right) + B\,\frac{\partial}{\partial z}\left\{\frac{1}{B}\left(\frac{5}{2}\,p_e\,u - \chi_{\|}^{e}\,\frac{\partial T_e}{\partial z}\right)\right\} = Q_e\,. \tag{4}$$

Здесь M – масса протона, m – масса электрона.

Давление $p = p_i + p_e$, где $p_i = n_i\,T_i$; $p_e = n_e\,T_e$.

Компонент тензора вязких напряжений π_{izz}:

$$\pi_{izz} = -\eta_0^i W_{zz}\,; \quad \eta_0^i = 0,96\;n_i\;T_i\;\tau_i\,, \quad W_{zz} = 2\,\frac{\partial u}{\partial z} - \frac{2}{3}\,B\,\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{u}{B}\right),$$

где τ_i – ионное время между столкновениями.

Потоки тепла q выражены следующим образом [5]:

$$q_i = -\chi_{\parallel}^{i}\ \nabla_{\parallel}\ T_i \quad q_e = -\chi_{\parallel}^{e}\ \nabla_{\parallel}\ T_e\ ,$$

где χ – коэффициенты теплопроводности.

В правой части уравнений переноса энергии (3, 4) члены Q обобщают в себе все источники тепла:

$$Q = Q_{ei} + Q_{hot} + Q_{FR}.$$

Здесь Q_{ei} — выделение тепла вследствие столкновений между электронами и ионами:

$$Q_{ei}^{i} = -Q_{ei}^{e} = \frac{3\ m}{M}\ \frac{n}{\tau_e}\ (T_e - T_i)\ ,$$

где τ_e – электронное время между столкновениями.

Q_{FR} — выделение тепла из-за работы сил:

$$Q_{FR}^{i} = -Q_{FR}^{e} = -u\ \frac{\partial p_e}{\partial z}\ .$$

Выделение тепла в электронах и в ионах в результате их столкновений с горячими ионами:

$$Q_{hot}^{e} = n_{hot}\ \frac{E_{hot}}{\tau_E^e}\ , \quad Q_{hot}^{i} = n_{hot}\ \frac{E_{hot}}{\tau_E^i}\ ,$$

где τ_E^e , τ_E^i – времена обменов энергией между горячими ионами и, соответственно, электронами и ионами плазменной струи [8]. В нашем случае эти времена могут быть представлены в достаточно простом виде. Так, при $m\ E_{hot} \ll M\ T_e$, τ_E^e выражается через время торможения ионов на электронах: $\tau_E^e = \tau_E^e(E_{hot}) \approx \tau_{dr}$. Ионное время, при $E_{hot} \gg T_i$, определяется временем ион-ионных столкновений: $\tau_E^i = 0,5\ \tau_1^{ii}$.

Практические выражения [1] для вышеупомянутых времен и коэффициентов теплопроводности и вязкости приведены здесь:

$$\tau_e = 3,5\ 10^4\ \frac{T_e^{1,5}}{n}\ , \tau_i = 2,121\ 10^6\ \frac{T_i^{1,5}}{n}\ , \tau_{dr} = 2,5\ 10^7\ \frac{T_e^{1,5}}{n}\ , \tau_1^{ii} = 8\ 10^5\ \frac{E_{hot}^{1,5}}{n}\ ,$$

$$\chi_{\parallel}^{i} = 7,6\ 10^{18}\ T_i^{2,5}\ , \quad \chi_{\parallel}^{e} = 1,9\ 10^{20}\ T_e^{2,5}\ , \quad \eta_0^i = 3,128\ 10^{-6}\ T_i^{2,5}\ .$$

[1] Во всех "практических" формулах здесь и далее температура выражается в электронвольтах, магнитное поле – в гауссах, а все остальные величины – в единицах CGS.

К вышеприведенной системе уравнений сделаем некоторые пояснения.

Уравнение непрерывности записано для случая источника плазмы на границе. Мы полагаем отсутствие источника ионов и электронов во всем внутреннем объеме плазмы.

Уравнения движения для электронов и ионов изначально записывались, аналогично работе [5]:

$$M\ n_i\ \frac{du_{iz}}{dt} = -\frac{\partial p_i}{\partial z} + e\ n_i\ E_z + \frac{e}{c}\ n_i\ [u_i\ B]_z - \frac{\partial \pi_{iz\alpha}}{\partial x_\alpha} + R_{iz}\ ; \qquad (5)$$

$$m\ n_e\ \frac{du_{ez}}{dt} = -\frac{\partial p_e}{\partial z} - e\ n_e\ E_z - \frac{e}{c}\ n_i\ [u_e\ B]_z - \frac{\partial \pi_{ez\alpha}}{\partial x_\alpha} + R_{ez}\ . \qquad (6)$$

Здесь E – электрическое поле, R – среднее изменение импульса частиц рассматриваемого сорта вследствие столкновений с остальными частицами.

Изменением импульса как электронов, так и ионов в результате столкновений с горячими ионами, продольное давление которых характеризуется усреднённой продольной температурой $T_{hot\parallel} \sim 500\ эВ$, пренебрегаем вследствие малости изменения [8]. Если определим изменение импульса частиц $\vec{p}_\alpha$ через время релаксации τ^α, как $\frac{d\ \vec{p}_\alpha}{d\ t} = -\frac{M\vec{u}}{\tau^\alpha}$, то для характерных параметров рассматриваемой задачи получим, что $\tau^i \sim \tau^e \sim 10\ мс$. Время же течения плазменной струи через область горячих ионов $\sim 10\ \mu c$.

Тогда изменение импульса протонов и электронов происходит вследствие столкновений их друг с другом, и $R_{iez} + R_{eiz} = 0$.

В сильном магнитном поле ($\omega\tau \gg 1$, где ω – циклотронная частота, τ – время между столкновениями, $\omega_i\tau_i = 2\ 10^{10} B\ T_i^{1,5}\ n^{-1}$) компоненты тензора $\pi_{z\alpha}$ имеют следующий вид:

$$\pi_{zz} = -\eta_0\ W_{zz}\ ;$$

$$\pi_{zx} = -\eta_2\ W_{xz} - \eta_4\ W_{yz}\ ;$$

$$\pi_{zy} = -\eta_2\ W_{yz} + \eta_4\ W_{xz}\ ,$$

где коэффициенты вязкости при Z = 1:

$$\eta_0^i = 0,96\ n_i\ T_i\ \tau_i\ , \quad \eta_2^i = 1,25\ \frac{\eta_0^i}{\omega_i^2\tau_i^2}\ , \quad \eta_4^i = 1,042\ \frac{\eta_0^i}{\omega_i\tau_i}\ ,$$

$$\eta_0^e = 0,73\ n_e\ T_e\ \tau_e\ , \quad \eta_2^e = 2,13\ \frac{\eta_0^e}{\omega_e^2\tau_e^2}\ , \quad \eta_4^e = -1,042\ \frac{\eta_0^e}{\omega_e\tau_e}\ .$$

Поскольку $\omega\,\tau \gg 1$, и компонент тензора скорости сдвигов W_{zz} заведомо не является малым по сравнению с W_{xz} и W_{yz}, пренебрегаем членами с $(\omega\,\tau)^{-1}$, $(\omega\,\tau)^{-2}$ и вязкостью электронов ($\eta_0{}^e \ll \eta_0{}^i$). Тогда в тензоре вязких напряжений остается только один компонент π_{izz}.

С учетом вышесказанного, сложив уравнения (5) и (6), получим уравнение движения плазмы в виде (2).

Уравнение переноса энергии записывались в наиболее общем виде:

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{Mn}{2}\,u^2+\frac{3}{2}p\right)+B\frac{\partial}{\partial z}\left\{\frac{1}{B}\left(\left(\frac{Mn}{2}u^2+\frac{5}{2}p\right)u+\pi_{\beta z}u_\beta+q\right)\right\}= \\ = n\vec{F}\vec{u}+\vec{R}\vec{u}+Q, \quad (7)$$

где в правой части уравнения первые два члена учитывают работу, соответственно, "сглаженной" макроскопической силы $\vec{F}_\alpha = e_\alpha\vec{E}$ и быстро флуктуирующих микросил (столкновительных), возникающих при сильном сближении частиц, а третий член Q – выделение тепла в газе частиц данного сорта вследствие столкновений с другими частицами.

Из уравнения движения для электронов (6) нетрудно увидеть, что макроскопическая и столкновительная силы уравновешиваются градиентом давления:

$$0 = -\frac{\partial p_e}{\partial z} - e\;n\;E_z + R_{eiz}. \quad (8)$$

Тогда выделение тепла из-за работы этих сил в электронном и ионном компонентах выражается, как представлено выше в Q_{FR}.

Начальные условия соответствуют течению плазменной струи в отсутствии горячих ионов. Измерения параметров струи показывает, что осуществляется дозвуковое течение до выходной пробки и сверхзвуковое в расширителе.

Появление горячих ионов не приводит к изменению режима работы источника плазмы (не изменяются напряжение и ток разряда), поэтому полагаем постоянным генерируемый поток плазмы. С учётом того, что в плазменном источнике температуры электронов и ионов практически фиксированны, граничные условия у плазменного источника записываются следующим образом:

$$T_e = const\ , \quad T_i = const\ , \quad n\;u = const\ , \quad \frac{\partial n}{\partial z} = 0\ .$$

Другая граница находится в расширителе, где течение струи сверхзвуковое и длина свободного пробега частиц достаточно большая. Эта

граница является границей применимости гидродинамического рассмотрения; материальная стенка расположена дальше. Из соображений беспрепятственного переноса, например, тепла через эту "виртуальную" границу задаются следующие граничные условия:

$$\frac{\partial^2 T_e}{\partial z^2} = 0\ , \quad \frac{\partial^2 T_i}{\partial z^2} = 0\ , \quad \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = 0\ .$$

Мы интересуемся изменением течения плазменной струи при появлении в пробкотроне популяции горячих ионов.

3 Разностная схема

Решаемая система дифференциальных уравнений в частных производных содержит одно уравнение первого порядка гиперболического типа (уравнение непрерывности) и три уравнения второго порядка параболического типа. В качестве приближенного метода решения этой системы дифференциальных уравнений в частных производных использован численный метод — метод сеток (называемый также методом конечных разностей).

Пространственные производные уравнений второго порядка аппроксимируются 3-х точечной (или, так называемой, центральной) разностной формулой второго порядка точности, а уравнения непрерывности – 2-х точечной разностной формулой первого порядка точности на равномерной сетке с 320 узлами и шагом по пространству h = 1 см. Производная по временно́му шагу τ аппроксимируется простейшей формулой первого порядка точности. В качестве примеров аппроксимации представлены разностная схема уравнения непрерывности и производная потоковой скорости:

$$\frac{n_j^{k+1}-n_j^k}{\tau} = B_j^k\left(\frac{n_{j-1}^k\,u_{j-1}^k}{B_{j-1}^k}-\frac{n_j^k\,u_j^k}{B_j^k}\right)\frac{1}{h}\ ; \qquad \frac{\partial u}{\partial z}\Big|_j = \frac{u_{j+1}-u_{j-1}}{2\,h}\ .$$

Полученная система разностных схем явная, т. е. по заданным значениям переменных в определённый момент времени можно сразу вычислить их значения в следующий момент времени. Разностные схемы разрешимы.

Вопросы аппроксимации, устойчивости и сходимости разностных схем рассмотрим, обращаясь к работам [9, 10, 11, 12].

Анализ устойчивости разностной схемы уравнения непрерывности спектральным методом (методом гармоник) показывает, что схема устойчива при выполнении условия Куранта-Фридрихса-Леви: $u\ \tau\ /\ h \leq 1$.

Можно заметить, что в уравнении непрерывности возможна аппроксимация производной по пространству трехточечной разностной формулой. Хотя спектральный метод показывает её абсолютную неустойчивость, но анализ энергетическим методом [11] дает тот результат, что на ограниченном временном пространстве T разностная схема устойчива при $\tau \leq \frac{c_0 h^2}{u^2}$, где $c_0 = const$ и $c_0 \geq \frac{1}{T}$. Устойчивость разностной схемы при такой аппроксимации демонстрировали проводимые расчёты.

Анализ устойчивости разностных схем параболических уравнений спектральным методом выявил, что разностные схемы условно устойчивы. Требуется выполнение двух условий устойчивости: условия Куранта-Фридрихса-Леви и условия, которое, например, для разностной схемы уравнения переноса энергии электронов записывается следующим образом:

$$\tau < \frac{h^2}{0,7\ 10^{20}\ n^{-1}\ T_e^{2,5} + \max_j |u_j| h}.$$

При соответствующем выборе шагов h и τ все разностные схемы устойчивы.

Разностные схемы абсолютно аппроксимируют дифференциальные уравнения.

Известная теорема эквивалентности Лакса гласит, что аппроксимируемость и устойчивость разностной схемы есть необходимое и достаточное условие сходимости разностного решения к точному дифференциальному при $\tau, h \to 0$.

4 Постановка задачи

Решается смешанная задача. Требуется найти решение системы уравнений в прямоугольнике ($1 \leq z \leq 320$, $0 \leq t \leq T$), удовлетворяющее начальным ($u(z,0) = u_0(z)$, $T_e(z,0) = T_{e0}(z)$, $T_i(z,0) = T_{i0}(z)$, $n(z,0) = n_0(z)$) и граничным условиям.

Левая граница (z = 1) соответствует выходу плазменной струи из газоразрядного источника, а правая (z = 320) – области слабого магнитного поля расширителя. Граничные условия, согласно вышеопределённым, записываются следующим образом: $T_e(1,t) = T_e(1,0)$, $T_i(1,t) = T_i(1,0)$, $n(1,t) = n(2,t)$, $n(1,t)\,u(1,t) = n(1,0)\,u(1,0)$, а на правой границе: $T_i(320,t) = 2\,T_i(319,t) - T_i(318,t)$ и аналогично этому.

Начальным условием рассматриваемой смешанной задачи является стационарное решение задачи Коши этой же системы дифференциальных уравнений при отсутствии горячих ионов. Суть её состоит в поиске n(z), u(z), $T_e(z)$ и $T_i(z)$ при условии, что на левой границе заданы их значения: $T_e(1) = 10\ эВ$, $T_i(1) = 10\ эВ$, $n(1) = 2\ 10^{14} см^{-3}$, $u(1) = 0.61\ 10^6\ см/с$. Первые три параметра характерны для плазменной струи и экспериментально измерены. Граничное значение потоковой скорости подбиралось таким образом, чтобы в магнитных пробках потоковая скорость была близка к скорости звука. Это необходимо для того, чтобы в выходной пробке осуществить переход от дозвукового течения плазменной струи к сверхзвуковому. Такой режим течения осуществляется в эксперименте. На возможность такого течения плазменной струи через две одинаковые магнитные пробки указано, например, в работе [13]. Точнее, пространство было разбито на два отрезка: [1; 220] и [220; 320]. Координата z = 220 соответствует положению выходной пробки. На отрезке [1; 220] находилось решение задачи Коши, соответствующее дозвуковому течению плазменной струи с приближением к скорости звука в пробках, а на отрезке [220; 320] – сверхзвуковому. Граничные условия в точке z = 220 для решения на втором отрезке брались равными значениям решения в этой точке на первом отрезке, за исключением потоковой скорости, которая бралась несколько большей для её равенства скорости звука. Потом решения сшивались в точке z = 220. Ниже будет понятно, что данное действие не является большим криминалом. Дело в том, что система уравнений стационарного случая достаточно сложна. Чтобы ее решить, поступили следующим образом: отбросили некоторые члены в этой системе (как те, которые малы, так и те, которые не позволяли упростить уравнения), привели эту систему уравнений к явному виду, решили её, а затем это решение поставили в качестве начального во временну́ю задачу (без горячих ионов) и смотрели, приходят ли параметры плазмы к стационарному состоянию. Если да, то это решение и будет являться начальным условием решаемой временно́й задачи с запертыми горячими ионами. Более того, тем членом, которым жертвовали ради упрощения, а не ввиду его малости, была электронная теплопроводность, поэтому в явной схеме было попробовано два варианта: температуру электронов считали либо постоянной, либо равной ионной. Получили два решения упрощенной схемы стационарной задачи. При подстановке этих решений в качестве начальных условий во временну́ю задачу оба решения стремились к стационарному состоянию и сходились друг к другу. Одно из этих решений уже временно́й задачи и использовалось в качестве начального условия той же временно́й задачи, но уже с учетом присутствия горячих

ионов.

5 Результаты численных расчётов

На Рис.1 приведены используемые в расчётах продольные распределения магнитного поля и плотности горячих ионов. Временна́я зависимость плотности горячих ионов задавалась как линейный рост в течении 10 μc, а затем постоянная величина, равная 2 $10^{12} см^{-3}$. Энергия ионов задавалась $E_{hot} = 5$ кэВ. Расчеты при значениях плотности горячих ионов, равных 1 $10^{12} см^{-3}$ и 4 $10^{12} см^{-3}$, проводились, но, поскольку они качественно не отличались, то они нашли свое отражение только на Рис.4 и Рис.6, что специально оговаривается.

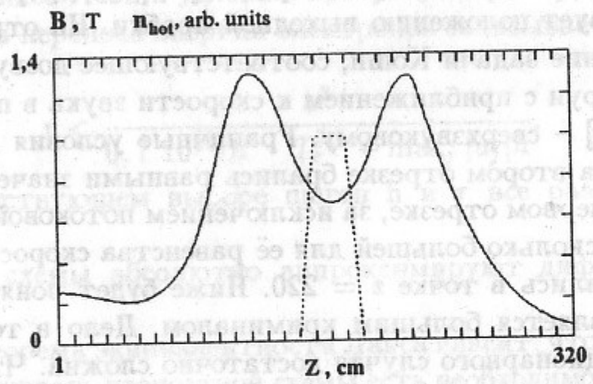

Рис. 1: *Распределения вдоль оси z величины магнитного поля (——) и плотности горячих ионов* $(\cdots)$.

На Рис.2 представлены начальные условия задачи и стационарное решение временно́й задачи. Следует заметить, что под стационарным решением временно́й задачи подразумевается решение временно́й задачи в момент времени t = 100 μc. Это решение называется стационарным в том смысле, что параметры плазменной струи уже достаточно слабо изменяются со временем. Временно́е изменение параметров плазменной струи показано на Рис.3.

Гидродинамическое рассмотрение применимо, поскольку отношение длины свободного пробега частиц λ к локальному размеру изменения магнитного поля, определяемого как $L = |\frac{B}{dB/dz}|$, меньше 0,07 для начальных условий и меньше 0,8 для решений временно́й задачи.

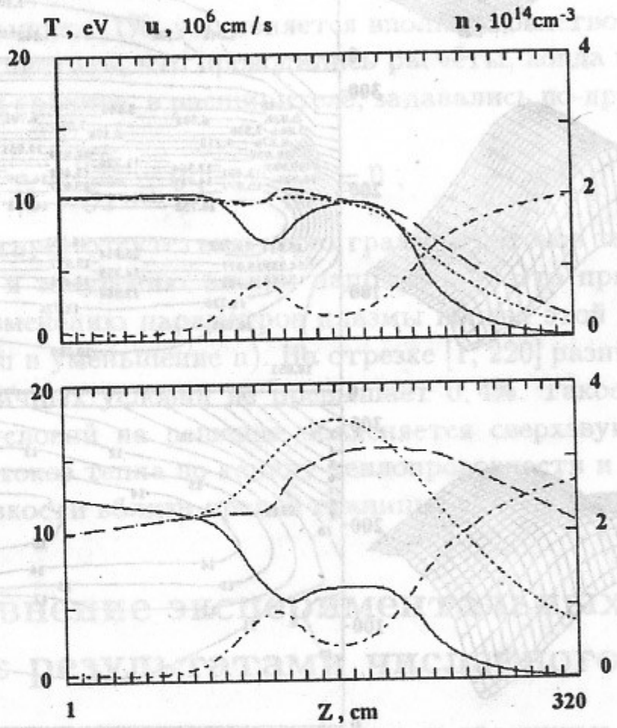

Рис. 2: *Распределения плотности плазмы (—), температур электронов* $(\cdots)$ *и ионов (- - -) и потоковой скорости* $(- \cdot -)$ *вдоль оси z в моменты времени 0 (вверху) и 100* μc *(внизу).*

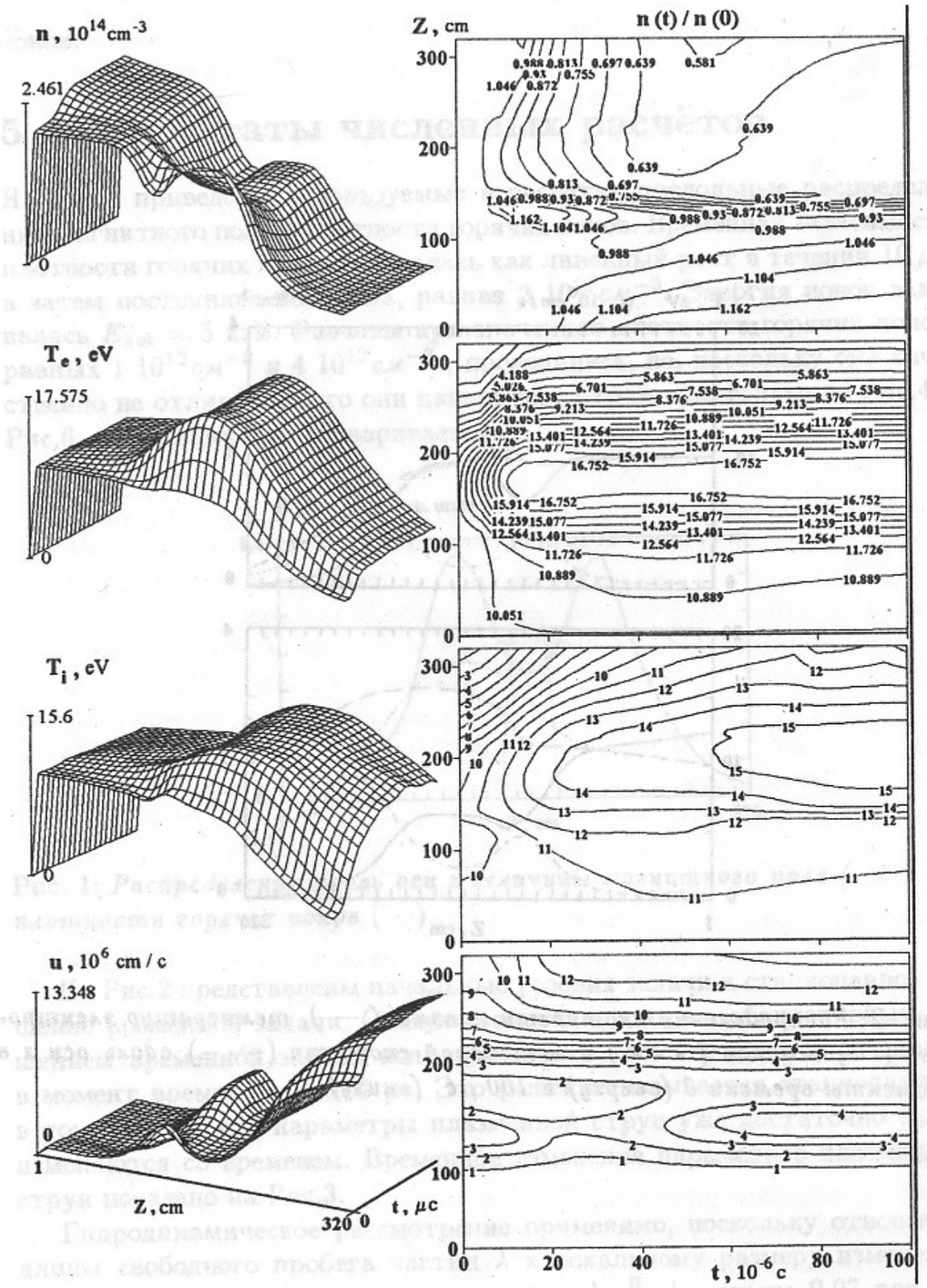

Рис. 3: *Распределения n, T_e, T_i, u в пространстве и времени в изометрии (слева) и на графике изолиний.*

В процессе счёта на каждом временно́м слое k вычисляются энергосодержание всей плазмы W^k, полное количество частиц N^k, поглощённая энергия Q, складывающаяся из полного потока энергии, переносимого через границы, и энергии, получаемой от горячих ионов, количество частиц, привнесенных через границы N_b, и определяются $\delta E = (W^k - W^0) - Q$, $\delta N = (N^k - N^0) - N_b$, характеризующие собой фиктивные источники энергии и частиц, появляющиеся вследствие перехода от дифференциальных уравнений к конечно-разностным. В расчётах величины $\frac{\delta E}{W^k - W^0}$ и $\frac{\delta N}{N^k}$ не превышают 1%, что является вполне удовлетворительным.

Следует отметить, что проводились расчёты, когда граничные условия на правой границе, в расширителе, задавались по-другому, а именно:

$$\frac{\partial T_e}{\partial z} = 0\,, \qquad \frac{\partial T_i}{\partial z} = 0\,, \qquad \frac{\partial u}{\partial z} = 0\,,$$

что соответствует отсутствию через границу потоков тепла из-за теплопроводности и занулению вязких напряжений. Это приводит только к заметному изменению параметров плазмы вблизи этой границы (увеличение T_e, T_i, u и уменьшение n). На отрезке [1, 220] разница решений для разных граничных условий не превышает 0,4%. Такое слабое влияние граничных условий на решение объясняется сверхзвуковым течением, малостью потоков тепла по каналу теплопроводности и незначительным влиянием вязкости вблизи правой границы.

6 Сравнение экспериментальных результатов с результатами численного счёта

Топология магнитного поля, начальные и граничные условия рассмотренной задачи ближе всего соответствовали режиму генерации плазменной струи щелевым источником с согласованным включением соленоида. Поэтому представляемые экспериментальные результаты относятся именно к этому режиму.

На Рис. 4 – 7 для сравнения показаны экспериментально измеренные и расчётные зависимости: плотности плазмы в центре пробкотрона от энергосодержания горячих ионов и от времени; тока торцевого электростатического энергоанализатора от запирающего напряжения; потенциала плазмы.

Расчёт хорошо согласуется с измерениями зонда, расположенного в транспортирующей области (z = 80 см), показывающего постоянство плотности плазмы и температуры электронов с точностью 10%.

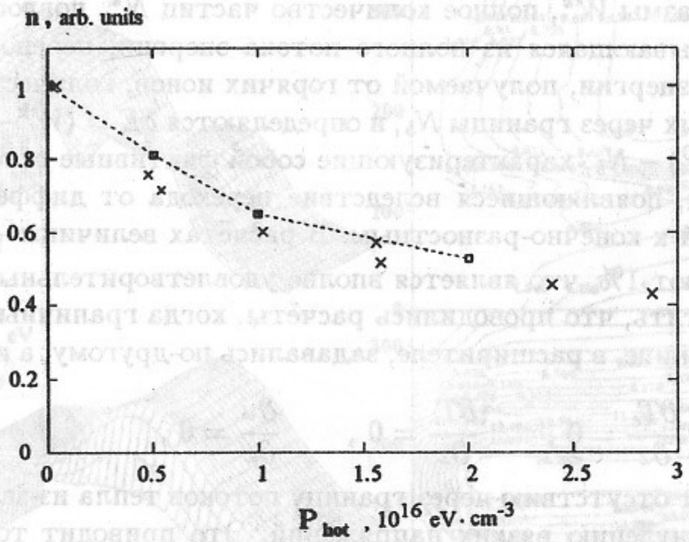

Рис. 4: *Зависимость плотности плазмы в центре пробкотрона от энергосодержания горячих ионов (× -эксперимент, — - расчёт).*

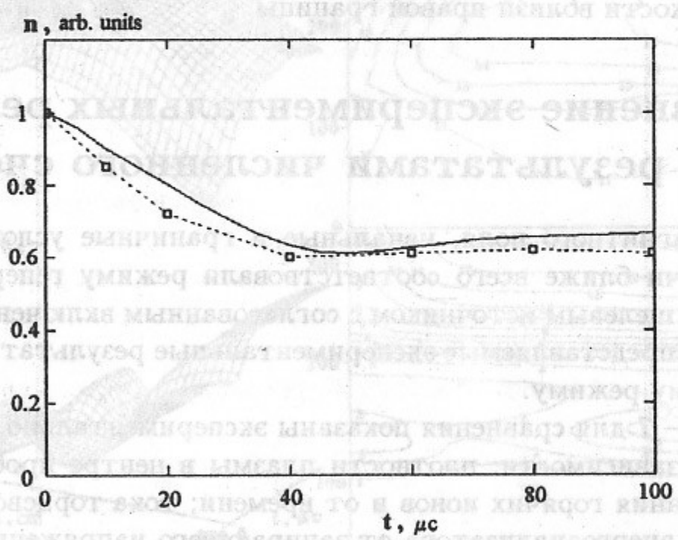

Рис. 5: *Временно́е распределение плотности плазмы в центре пробкотрона (— - расчёт).*

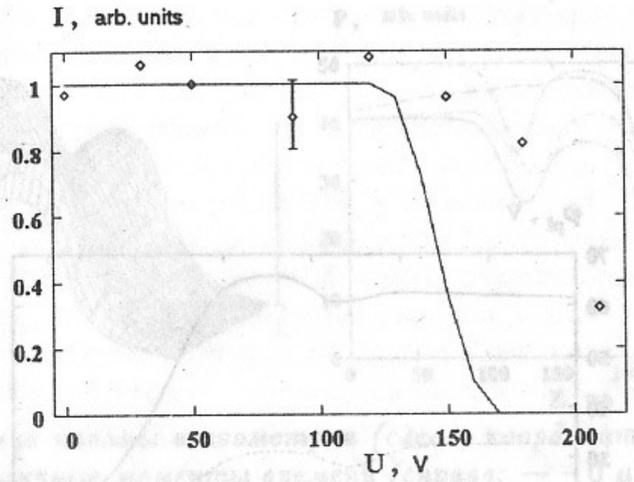

Рис. 6: *Зависимость тока торцевого электростатического анализатора от запирающего напряжения: — - расчёт при $n_{hot} = 4\ 10^{12} см^{-3}$; ◇ - эксперимент.*

Расчёт согласуется с увеличением при инжекции до 4 раз тока болометра, расположенного в расширителе рядом с торцевым электростатическим энергоанализатором.

В продольном распределении плотности плазмы в пробкотроне экспериментально наблюдается движение скачка уплотнения плотности от области инжекции в направлении к источнику. Между счётом и экспериментом в этом случае есть только качественное согласие, объясняющееся тем, что столь важные измерения удалось провести с несколько другим режимом заполнения пробкотрона, а именно, с помощью осевого источника [14] через касп.

Проведенное сравнение показывает хорошее согласие между экспериментом и численным счётом.

7 Обсуждение

На основе полученных результатов опишем влияния ионно-горячей плазмы на течение плазменной струи.

Быстрый нагрев электронов вследствие их столкновений с горячими ионами приводит к значительному увеличению давления плазмы в некотором локальном объёме (Рис.8). Текущий плазменный поток тормо-

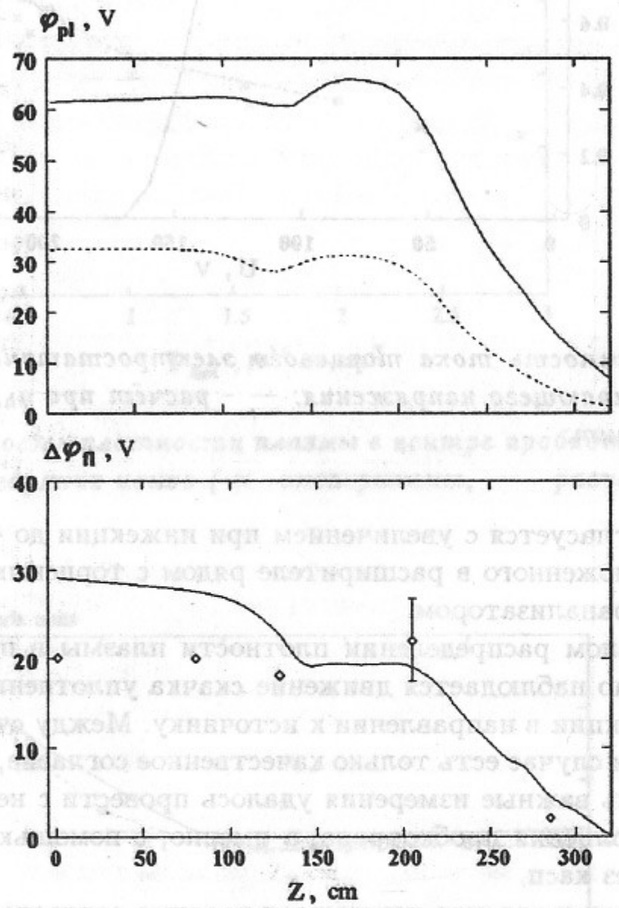

Рис. 7: *Распределения потенциала плазмы при $t = 0$ μc (пунктирная линия) и $t = 100$ μc (сплошная линия). Изменение при появлении горячих ионов плавающего потенциала зонда: сплошная линия на нижнем графике – расчётное; ◇ – экспериментально измеренное.*

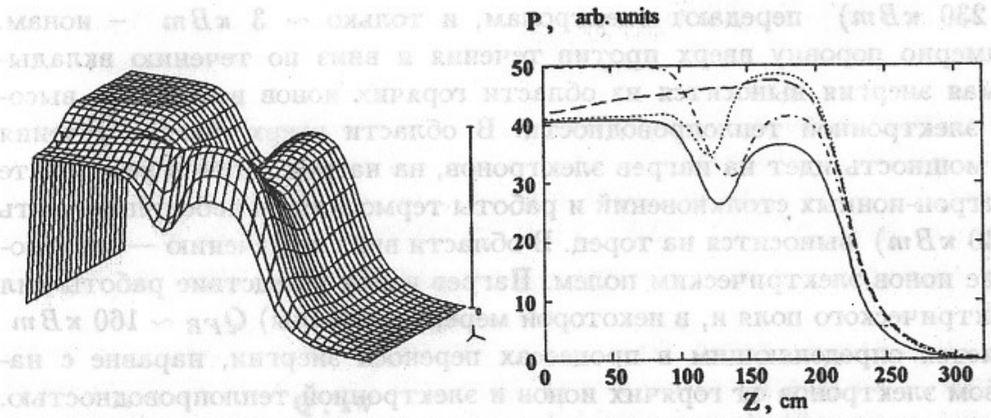

Рис. 8: *Давление плазмы в изометрии (слева; координаты аналогичны Рис.3) и в различные моменты времени (справа; — – 0 μc, ··· – 10 μc, – – – – 20 μc, – · – – 100 μc).*

зится перед этой областью высокого давления. Происходит уменьшение потока плазмы через область горячих ионов и накопление плазмы перед областью повышенного давления. В результате нагрева электронов вследствие высокой электронной теплопроводности и ионов в результате электрон-ионных столкновений возрастает давление плазмы в области между источником и горячими ионами. Это процесс сопровождается движением скачка уплотнения вверх против течения струи. В то же время плазма, находящаяся ниже по течению струи области горячих ионов, ускоряется электрическим полем. Изменение течения струи приводит к такому режиму в стационаре, когда потоковая скорости в пробкотроне становится больше, что при возврате к начальному потоку плазмы через пробкотрон приводит к уменьшению плотности.

Как краткое резюме, можно сказать, что уменьшение плотности мишенной плазмы при инжекции атомарных пучков происходит вследствие влияния горячих ионов на течение плазменной струи, проявляющееся вначале в уменьшении потока плазмы через область инжекции из-за торможения потока вверху против течения, а в стационаре в увеличении потоковой скорости в пробкотроне.

Обсудим основные процессы, происходящие в стационаре.

Горячие ионы в результате столкновений бóльшую часть мощности[2]

[2]Нижеприводимые значения потоков энергий являются усреднёнными по всему объёму однородной плазменной струи, чья площадь в медианной плоскости пробкотрона, для удобства сравнения с экспериментом, равна 70 $см^2$. Такое обобщение возможно вследствие незначительного влияния вязкости.

($\approx$ 230 $кВт$) передают электронам, и только $\sim$ 3 $кВт$ – ионам. Примерно поровну вверх против течения и вниз по течению вкладываемая энергия выносится из области горячих ионов вследствие высокой электронной теплопроводности. В области вверх против течения эта мощность идет на нагрев электронов, на нагрев ионов в результате электрон-ионных столкновений и работы термосилы, и небольшая часть ($\approx$ 30 $кВт$) выносится на торец. В области вниз по течению — на ускорение ионов электрическим полем. Нагрев ионов вследствие работы сил (электрического поля и, в некоторой мере, термосилы) $Q_{FR} \sim 160$ $кВт$ является определяющим в процессах переноса энергии, наравне с нагревом электронов от горячих ионов и электронной теплопроводностью. Характерные величины других процессов следующие: выделение тепла вследствие вязкости $Q^i_{visc} \approx \frac{3}{4}\eta^i_0 W^2_{zz} \sim 30$ $кВт$, $Q_{ei} \sim 16$ $кВт$. Потоки энергии приведены на Рис.9. Вкладываемая в струю мощность в основном выносится макроскопическим потоком преимущественно в виде кинетической энергии ионов в результате их ускорения электрическим полем, поддерживаемым поступлением мощности по каналу электронной теплопроводности. В данных экспериментах вынос энергии на левую границу вследствие электронной теплопроводности не являлся определяющим в накоплении горячих ионов, что и подтверждали безуспешные попытки увеличить плотность горячих ионов уменьшением теплопроводности в результате либо заполнения пробкотрона через касп, либо быстрого выключения разряда в источнике. Конечно, при бóльшей плотности горячих ионов относительная доля потерь энергии на торец по каналу теплопроводности возрастает.

Проведенные рассчёты показывают, что увеличение энергосодержания горячих ионов в 4 раза достигнуто увеличением мощности инжекции атомарных пучков в 2,65 раза. Примерно такая же пропорция зарегистрирована экспериментально, когда увеличение инжекции в 3 раза привело к увеличению энергосодержания в 4,1 раза. Энергосодержание горячих ионов при увеличении мощности инжекции атомарных пучков растет быстрее, чем линейно. Хотя уменьшается захват инжектируемых атомов, но время жизни горячих ионов, определяемое в данных экспериментах торможением на электронах, увеличивается как за счёт уменьшения плотности электронов, так и за счёт увеличения электронной температуры.

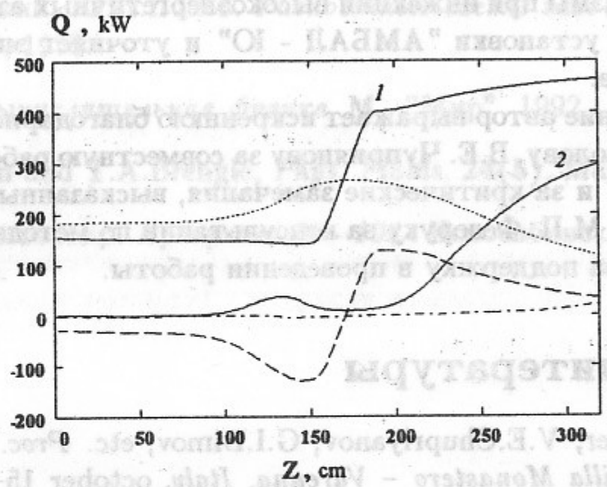

Рис. 9: *Распределения вдоль оси z полного потока энергии (сплошная линия 1) при t = 100 μс. Приведены составляющие полного потока энергии: поток кинетической энергии (сплошная линия 2), внутренней и работы давления, объединенных одной кривой (· · ·), электронный (– – –) и ионный (– · –) потоки тепла. Поток тепла вследствие вязкости не приведен ввиду его малости.*

8 Заключение

В рамках двужидкостной магнитной гидродинамики рассмотрено течение однородной плазменной струи вдоль силовых линий неоднородного магнитного поля при наличии в пробкотроне популяции горячих ионов. Численно решена временна́я задача. Проведено сравнение результатов численного счёта с экспериментальными. Показано их хорошее соответствие.

Данное рассмотрение объясняет наблюдаемое уменьшение плотности мишенной плазмы при инжекции высокоэнергетичных атомарных пучков в пробкотрон установки "АМБАЛ - Ю" и уточняет энергобаланс этих экспериментов.

В заключение автор выражает искреннюю благодарность А.А. Кабанцеву, В.Г. Соколову, В.Е. Чуприянову за совместную работу на установке "АМБАЛ–Ю" и за критические замечания, высказанные в ходе данного исследования, М.П. Федоруку за консультации по методам вычислений и Г.И. Димову за поддержку в проведении работы.

Список литературы

[1] E.D.Bender, V.E.Chupriyanov, G.I.Dimov, etc. *Proc. of the workshop held at Villa Monastero – Varenna, Italy*, october 15–24, 1990, p.157–170.

[2] В.И.Давыденко, Г.В.Росляков, В.Я.Савкин. *Вопросы атомной науки и техники. Сер: Термоядерный синтез.* **2** (1983) 67.

[3] Г.И.Димов, А.А.Кабанцев, С.Ю.Таскаев. *Вопросы атомной науки и техники. Сер: Термоядерный синтез.* **3** (1989) 58.

[4] А.А.Кабанцев, В.Г.Соколов, С.Ю.Таскаев, В.Е.Чуприянов. *Материалы VIII Всесоюзной конференции по физике низкотемпературной плазмы.* Минск. 1991. Часть 1. Стр. 194.

[5] С.И.Брагинский. *Вопросы теории плазмы, под ред. М.А.Леонтовича.* **Вып. 1**. М. (1963).

[6] J.M.Dawson and M.F.Uman, *Nuclear Fusion*, **5** (1965) 242.

[7] А.А.Кабанцев, В.М.Карлинер, В.Г.Соколов и др. *Препринт 89 - 46* . Новосибирск. ИЯФ СО АН СССР. 1989.

[8] Б.А.Трубников. *Вопросы теории плазмы, под ред. М.А.Леонтовича.* **Вып. 1**. М. (1963).

[9] И.С.Березин, Н.П.Жидков. *Методы вычислений.* М. 1959.

[10] И.С.Березин, М.П.Федорук. *Моделирование нестационарных плазменных процессов.* Новосибирск: ВО "Наука", 1993.

[11] А.А.Самарский, Ю.П.Попов. *Разностные схемы газовой динамики.* М., "Наука", 1975.

[12] С.Кунин. *Вычислительная физика.* М., "Мир", 1992.

[13] T.D.Rognlien and T.A.Brengle, *Phys. Fluids*, **24(5)**, May 1981, 871.

[14] В.И.Давыденко и др. *Препринт 86 - 104* . Новосибирск. ИЯФ СО АН СССР. 1986.

С.Ю. Таскаев

Моделирование течения плазменной струи при наличии запертых горячих ионов

ИЯФ 94-72

Ответственный за выпуск С.Г. Попов
Работа поступила 7 июля 1994 г.

Сдано в набор 22 августа 1994 г.
Подписано в печать 1 сентября 1994 г.
Формат бумаги 60×90 1/16 Объем 1.1 печ.л., 0.9 уч.-изд.л.
Тираж 200 экз. Бесплатно. Заказ № 72

Обработано на IBM PC и отпечатано на
ротапринте ИЯФ им. Г.И. Будкера СО РАН,
Новосибирск, 630090, пр. академика Лаврентьева, 11.