

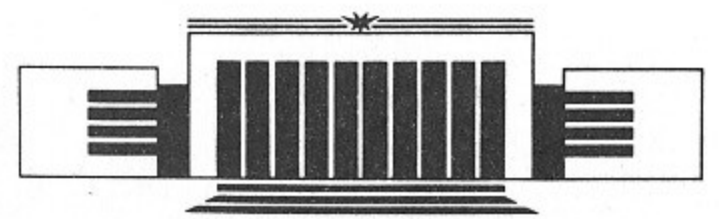


ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ СО АН СССР

А.Г. Грозин

**СИСТЕМА REDUCE В ФИЗИКЕ
ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ.
СЛАБЫЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ**

ПРЕПРИНТ 91-56



НОВОСИБИРСК

Система REDUCE
в физике элементарных частиц
Слабые взаимодействия

А. Г. Грозин

Институт ядерной физики
630090, Новосибирск, СССР

Аннотация

Настоящий препринт представляет собой третью часть пособия по применению языка аналитических вычислений REDUCE в физике элементарных частиц. Он содержит примеры вычисления вероятностей распадов и сечений рассеяния в теории электрослабого взаимодействия.

REDUCE in elementary
particle physics
Weak interactions

A. G. Grozin
Institute of Nuclear Physics
630090, Novosibirsk, USSR

Abstract

This preprint is the third part of the problem book on using REDUCE in elementary particle physics. It contains examples of width and cross section calculations in the electroweak theory.

© Институт ядерной физики СО АН СССР

§1. Электрослабое взаимодействие

Настоящий препринт посвящён применению системы аналитических вычислений REDUCE [1–2] для вычисления вероятностей распада и сечений рассеяния в теории слабых взаимодействий. Он продолжает серию [3–4].

Слабое взаимодействие вместе с электромагнитным описывается теорией Вайнберга-Салама. По значению её построение можно сравнить с созданием электродинамики Максвелла, объединившей электричество, магнетизм и оптику. Недавно были открыты предсказанные этой теорией переносчики слабого взаимодействия—векторные бозоны W^\pm , Z^0 , и все их свойства совпали с ожидаемыми.

Теория Вайнберга-Салама основана на комбинации двух идей—калибровочных полей (полей Янга-Миллса) и спонтанного нарушения симметрии (эффект Хиггса). Она подробно описана, например, в учебниках [5–6].

Калибровочные поля. Мы видели, что квантовая электродинамика является калибровочной теорией с локальной $U(1)$ симметрией. Можно построить теории с более сложными калибровочными группами (см. [3]). Для построения лагранжиана, инвариантного относительно локальных преобразований $U(x)$, заменим $\partial_\mu \varphi$ на $D_\mu \varphi = (\partial_\mu - igA_\mu)\varphi$, где A_μ —матрица, и потребуем, чтобы $D_\mu \varphi$ преобразовывалось как φ : $D_\mu \varphi \rightarrow D'_\mu \varphi' = U D_\mu \varphi$. Для этого необходимо, чтобы поле A_μ преобразовывалось как $A_\mu \rightarrow A'_\mu = U A_\mu U^{-1} - \frac{i}{g}(\partial_\mu U)U^{-1}$.

Коммутатор $[D_\mu, D_\nu] = -igF_{\mu\nu}$, где тензор напряжённости поля $F_{\mu\nu}$ преобразуется как $F_{\mu\nu} \rightarrow F'_{\mu\nu} = U F_{\mu\nu} U^{-1}$ и равен $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu - ig[A_\mu, A_\nu]$. Лагранжиан калибровочного поля $-\frac{1}{2} \text{Sp} F_{\mu\nu} F_{\mu\nu}$ инвариантен: $\text{Sp} U F_{\mu\nu} U^{-1} U F_{\mu\nu} U^{-1} = \text{Sp} F_{\mu\nu} F_{\mu\nu}$. Он содержит, кроме квадратичных, также члены третьей и четвертой степени по A_μ , т. е. калибровочное поле взаимодействует само с собой.

Матричное поле A_μ разлагается по генераторам: $A_\mu = A_\mu^a t^a$, $F_{\mu\nu} = F_{\mu\nu}^a t^a$, $F_{\mu\nu}^a = \partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a + g f^{abc} A_\mu^b A_\nu^c$, где f^{abc} —структурные константы; лагранжиан $-\frac{1}{4} F_{\mu\nu}^a F_{\mu\nu}^a$.

Подчеркнём, что $D_\mu \varphi = (\partial_\mu - igA_\mu^a t^a)\varphi$, где t^a —генераторы того представления, по которому преобразуется φ . Они могут быть разными для разных φ (аналогично заряду z). По какому представлению преобра-

здается $F_{\mu\nu}^a$?

$$F_{\mu\nu}^{a'} t^a = (1 + i\alpha^b t^b) F_{\mu\nu}^a t^a (1 - i\alpha^b t^b) = F_{\mu\nu}^a t^a - i\alpha^b F_{\mu\nu}^a [t^a, t^b] \\ = F_{\mu\nu}^a t^a + f^{abc} F_{\mu\nu}^a \alpha^b t^c, \quad F_{\mu\nu}^{a'} = (\delta^{ab} + f^{bca} \alpha^c) F_{\mu\nu}^b.$$

Это представление называется присоединённым; его генераторы $(t^a)^{bc} = -if^{cab}$. Коммутационное соотношение $[t^a, t^b] = if^{abc} t^c$ в нём следует из тождества Якоби

$$[t^a, [t^b, t^c]] + [t^b, [t^c, t^a]] + [t^c, [t^a, t^b]] = 0.$$

Можно доказать, что калибровочные теории перенормируемы, т. к. константа связи g безразмерна.

Спонтанное нарушение симметрии. Рассмотрим действительное скалярное поле φ с $L = \frac{1}{2}(\partial_\mu \varphi)(\partial_\mu \varphi) - V(\varphi)$. Здесь $V(\varphi)$ — плотность энергии постоянного поля φ . При малых φ главный член в $V(\varphi)$ — квадратичный: $\frac{m^2}{2}\varphi^2$. Поправка φ^3 недопустима, т. к. ведёт к неограниченной снизу энергии $V(\varphi)$, т. е. к неустойчивости вакуума. Допустима поправка $\frac{\lambda}{4}\varphi^4$ при $\lambda > 0$. Высшие степени φ приводят к перенормируемым теориям.

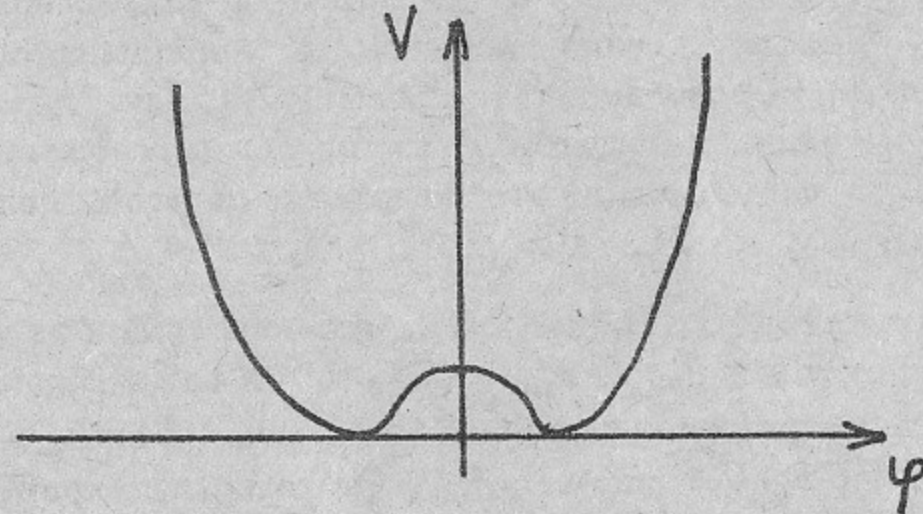


Рис. 1. Спонтанное нарушение симметрии

Что будет, если взять $m^2 < 0$? В этом случае точка $\varphi = 0$ будет максимумом энергии, а не минимумом. Возникнут 2 симметричных минимума $\varphi = \pm\eta$. Сдвинув начало отсчёта энергии, можно записать $V(\varphi) = \frac{\lambda}{4}(\varphi^2 - \eta^2)^2$ (рис. 1). Нулевое поле соответствует неустойчивому состоянию равновесия. В низшем энергетическом состоянии (вакууме) поле φ во всём пространстве равно $+\eta$ или $-\eta$. Вероятность туннелирования из одного минимума в другой в бесконечном объёме нулевая.

Таким образом, лагранжиан имеет симметрию $\varphi \rightarrow -\varphi$; у теории есть 2 вырожденных вакуума, каждый из которых такой симметрии не имеет. Они переходят друг в друга под действием преобразований нарушенной симметрии. Это называется спонтанным нарушением симметрии (в данном случае дискретной). Много примеров такого нарушения известно из статистической физики, например, выбор направления намагниченности ферромагнетика при охлаждении ниже точки Кюри.

Мы должны написать $\varphi = \eta + \chi$ или $-\eta + \chi$, в зависимости от того, в котором вакууме мы находимся, где χ описывает флуктуации поля вблизи минимума V . Потенциал (для определённости, в первом случае) равен $\lambda\eta^2\chi^2 + \lambda\eta\chi^3 + \frac{\lambda}{4}\chi^4$; он описывает частицы с массой $\eta\sqrt{2\lambda}$ с тройными и четверными взаимодействиями.

Рассмотрим теперь пример спонтанного нарушения непрерывной симметрии $U(1)$. Пусть поле φ будет комплексным. Лагранжиан $L = (\partial_\mu \varphi)^*(\partial_\mu \varphi) - V(\varphi)$, $V(\varphi) = m\varphi^*\varphi + \frac{\lambda}{2}(\varphi^*\varphi)^2$ симметричен относительно преобразований $\varphi \rightarrow e^{i\alpha}\varphi$. Он описывает частицы с массой m и четверным взаимодействием. Если взять $m^2 < 0$ и сдвинуть начало отсчёта энергии, то можно записать $V(\varphi) = \frac{\lambda}{2}(\varphi^*\varphi - \eta^2)^2$. Этот потенциал имеет максимум при $\varphi = 0$ и кольцо минимумов $\varphi = \eta e^{i\alpha}$. Значит, есть бесконечно много вырожденных вакуумов, переводимых друг в друга преобразованиями нарушенной симметрии $\varphi \rightarrow e^{i\alpha}\varphi$. Пусть, для определённости, мы находимся в вакууме с нулевой фазой. Тогда, записав $\varphi = \eta + \frac{\chi + i\psi}{\sqrt{2}}$, мы получим

$$V = \lambda\eta^2\chi^2 + \frac{\lambda\eta\chi^3}{\sqrt{2}} + \frac{\lambda\eta\chi\psi^2}{\sqrt{2}} + \frac{\lambda\chi^4}{8} + \frac{\lambda\psi^4}{8} + \frac{\lambda\chi^2\psi^2}{4}.$$

Этот потенциал описывает частицы χ с массой $\eta\sqrt{2\lambda}$ и безмассовые частицы ψ с набором тройных и четверных взаимодействий.

Поле ψ соответствует смещению вдоль линии минимумов, т. е. в направлении нарушенной симметрии. В этом направлении потенциал не меняется. Поэтому V не содержит члена ψ^2 , т. е. эта частица безмассовая. Это общая ситуация: при спонтанном нарушении непрерывной симметрии, каждому бесконечно малому преобразованию, симметрия относительно которого нарушена (т. е. вакуум не инвариантен), соответствует направление, в котором V не меняется (вырожденные вакуумы), и следовательно безмассовая скалярная частица. Это утверждение называется теоремой Голдстоуна, а безмассовые частицы — голдстоуновскими бозонами. Теорема Голдстоуна применима также в

статистической физике. Так, спонтанному нарушению симметрии относительно вращений спинов в ферромагнетике соответствуют магны, энергия которых стремится к 0 в длинноволновом пределе.

Эффект Хиггса. Что произойдёт при спонтанном нарушении калибровочной симметрии? Включим в предыдущую модель электромагнитное поле:

$$L = (D_\mu \varphi)^* (D_\mu \varphi) - \frac{\lambda}{2} (\varphi^* \varphi - \eta^2)^2 - \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F_{\mu\nu}, \quad D_\mu \varphi = (\partial_\mu - ieA_\mu) \varphi.$$

В этом случае калибровочная инвариантность позволяет нам выбрать фазу φ в каждой точке произвольным образом. Выберем её равной 0, и запишем $\varphi = \eta + \frac{\chi}{\sqrt{2}}$, где χ —действительное поле. Тогда

$$L = \frac{1}{2} (\partial_\mu \chi) (\partial_\mu \chi) - \lambda \eta^2 \chi^2 - \frac{\lambda \eta}{\sqrt{2}} \chi^3 - \frac{\lambda}{8} \chi^4 - \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F_{\mu\nu} + e^2 \eta^2 A_\mu A_\mu + \sqrt{2} e^2 \eta \chi A_\mu A_\mu + \frac{e^2}{2} \chi^2 A_\mu A_\mu.$$

Этот лагранжиан описывает фотон A_μ с массой $\sqrt{2}e\eta$ и нейтральный хиггсовский скалярный бозон χ с массой $\sqrt{2}\lambda\eta$, взаимодействующие друг с другом.

Голдстоуновский бозон исчез, зато у фотона появилась масса, т. е. у него теперь есть не только две поперечных поляризации, но и одна продольная. Число степеней свободы осталось неизменным.

Включение массы калибровочного поля при помощи эффекта Хиггса не нарушает перенормируемости теории, т. к. она определяется поведением при больших импульсах, где спонтанное нарушение симметрии несущественно.

Аналог эффекта Хиггса также известен в статистической физике: в сверхпроводнике фотон приобретает массу, что приводит к конечной глубине проникновения магнитного поля.

Теория Вайнберга-Салама. В слабых взаимодействиях отсутствуют P и C инвариантность, левые и правые частицы рассматриваются отдельно. Левые лептоны образуют дублеты по слабому изоспину

$$L = \begin{pmatrix} \nu_L \\ l_L \end{pmatrix},$$

а правые—синглеты ν_R, l_R (здесь $l = e, \mu, \tau$, а $\nu = \nu_e, \nu_\mu, \nu_\tau$). Слабый гиперзаряд Y определяется формулой $z = \frac{Y}{2} + T_3$, где T_3 —проекция

слабого изоспина. Т. е. Y —удвоенный средний заряд мультиплетта: $Y_{l_L} = Y_{\nu_L} = -1, Y_{l_R} = -2, Y_{\nu_R} = 0$. Подчеркнём, что слабые изоспин и гиперзаряд не имеют ничего общего с обычными, известными из теории сильных взаимодействий.

Имеется $SU(2)$ калибровочное поле W_μ^a , взаимодействующее со слабым изоспином, и $U(1)$ калибровочное поле B_μ , взаимодействующее со слабым гиперзарядом. Для дублетов $D_\mu = \partial_\mu - igW_\mu^a \frac{\tau^a}{2} - ig' B_\mu \frac{Y}{2}$, где τ^a —матрицы Паули. Синглеты не взаимодействуют с W_μ^a : $D_\mu = \partial_\mu - ig' B_\mu \frac{Y}{2}$.

Наконец, имеется дублет комплексных скалярных полей

$$\varphi = \begin{pmatrix} \varphi^+ \\ \varphi^0 \end{pmatrix}$$

с $Y = +1$, и антидублет $\varphi^+ = (\varphi^-, \bar{\varphi}^0)$. Они обеспечивают спонтанное нарушение симметрии за счёт потенциала $V(\varphi) = \frac{\lambda}{2} (\varphi^+ \varphi - \eta^2)^2$.

Индексы фундаментального представления $SU(2)$ можно опускать и поднимать инвариантными тензорами ε_{ij} и ε^{ij} , имеющими вид

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Поэтому из дублета φ^i можно построить антидублет $\bar{\varphi}_i = \varepsilon_{ij} \varphi^j$, или $\bar{\varphi} = (\varphi^0, -\varphi^+)$. Аналогично, из антидублета φ^+ получается дублет

$$\bar{\varphi}^+ = \begin{pmatrix} \bar{\varphi}^0 \\ -\varphi^- \end{pmatrix}.$$

Свёртки по a удобно записывать не как $x^a y^a = x^1 y^1 + x^2 y^2 + x^3 y^3$, а как $x^a y^a = x^0 y^0 + x^+ y^- + x^- y^+$, где $x^0 = x^3, x^\pm = \frac{x^1 \pm ix^2}{\sqrt{2}}$, и аналогично для y . В частности,

$$\tau^+ = \sqrt{2} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \tau^- = \sqrt{2} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

—повышающий и понижающий операторы.

Теперь мы можем выписать лагранжиан теории Вайнберга-Салама

$$\begin{aligned} L &= L_l + L_{W,B} + L_\varphi + L_{l\varphi}, \\ L_l &= \bar{l}_L \hat{D} L + \bar{\nu}_R \hat{D} \nu_R + \bar{\nu}_R i \hat{D} \nu_R, \\ L_W &= -\frac{1}{4} G_{\mu\nu}^a G_{\mu\nu}^a - \frac{1}{4} B_{\mu\nu} B_{\mu\nu}, \\ L_\varphi &= (D_\mu \varphi)^\dagger (D_\mu \varphi) - \frac{\lambda}{2} (\varphi^+ \varphi - \eta^2)^2, \\ L_{l\varphi} &= f_l (\bar{l}_R \varphi^+ L + \bar{L} \varphi l_R) + f_\nu (\bar{\nu}_R \bar{\varphi} L + \bar{L} \bar{\varphi}^+ \nu_R), \end{aligned} \quad (1)$$

где тензоры напряжённости $G_{\mu\nu}^a = W_{\mu\nu}^a + g\epsilon^{abc}W_\mu^b W_\nu^c$ (т. к. $[\frac{\tau^a}{2}, \frac{\tau^b}{2}] = i\epsilon^{abc}\frac{\tau^c}{2}$), $\partial_\mu W_\nu^a - \partial_\nu W_\mu^a$, $B_{\mu\nu} = \partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu$. Массовый член для l или ν нельзя написать по $SU(2)$ симметрии, но можно написать Юкавское взаимодействие с φ , которое после спонтанного нарушения симметрии приведёт к появлению масс.

Пользуясь калибровочной $SU(2)$ симметрией, можно привести φ в каждой точке к виду

$$\begin{pmatrix} 0 \\ \varphi^0 \end{pmatrix}.$$

Пользуясь калибровочной $U(1)$ симметрией, можно выбрать фазу φ^0 всюду равной 0. Итак, мы имеем

$$\varphi = \begin{pmatrix} 0 \\ \eta + \frac{\chi}{\sqrt{2}} \end{pmatrix},$$

где χ —действительное поле, описывающее нейтральную скалярную частицу (Хиггсовский бозон).

Начнём с того, что выясним, какие массы получили калибровочные поля. Можно разделить L_W на квадратичные члены

$$L_0 = -\frac{1}{4}W_{\mu\nu}^a W_{\mu\nu}^a - \frac{1}{4}B_{\mu\nu} B_{\mu\nu} = -\frac{1}{2}W_{\mu\nu}^+ W_{\mu\nu}^- - \frac{1}{4}W_{\mu\nu}^0 W_{\mu\nu}^0 - \frac{1}{4}B_{\mu\nu} B_{\mu\nu}$$

и члены взаимодействия L'_W . Массовые члены происходят из первого слагаемого в L_φ . Вычислим производную:

$$D_\mu \varphi = \begin{pmatrix} -\frac{ig}{\sqrt{2}}W_\mu^- \\ \partial_\mu + \frac{i}{2}(gW_\mu^0 - g'B_\mu) \end{pmatrix} \left(\eta + \frac{\chi}{\sqrt{2}}\right),$$

откуда

$$(D_\mu \varphi)^+ (D_\mu \varphi) = \frac{1}{2}(\partial_\mu \chi)(\partial_\mu \chi) + \frac{g^2}{2}W_\mu^+ W_\mu^- \left(\eta + \frac{\chi}{\sqrt{2}}\right)^2 + \frac{1}{4}(gW_\mu^0 - g'B_\mu)^2 \left(\eta + \frac{\chi}{\sqrt{2}}\right)^2.$$

Видно, что поля W_μ^\pm приобрели массу $m_W = \frac{g\eta}{\sqrt{2}}$. Вместо W_μ^0 , B_μ введём повернутые поля Z_μ , A_μ :

$$\begin{cases} Z_\mu = W_\mu^0 \cos \theta_W - B_\mu \sin \theta_W \\ A_\mu = W_\mu^0 \sin \theta_W + B_\mu \cos \theta_W \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} W_\mu^0 = Z_\mu \cos \theta_W + A_\mu \sin \theta_W \\ B_\mu = -Z_\mu \sin \theta_W + A_\mu \cos \theta_W \end{cases}, \quad (2)$$

где $\cos \theta_W = \frac{g}{\bar{g}}$, $\sin \theta_W = \frac{g'}{\bar{g}}$, $\bar{g} = \sqrt{g^2 + g'^2}$ (θ_W называется углом Вайнберга). Квадратичные члены сохраняют свой вид при повороте:

$$L_0 = -\frac{1}{2}W_{\mu\nu}^+ W_{\mu\nu}^- - \frac{1}{4}Z_{\mu\nu} Z_{\mu\nu} - \frac{1}{4}A_{\mu\nu} A_{\mu\nu},$$

где $Z_{\mu\nu} = \partial_\mu Z_\nu - \partial_\nu Z_\mu$, $A_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$. Тогда

$$(D_\mu \varphi)^+ (D_\mu \varphi) = \frac{1}{2}(\partial_\mu \chi)(\partial_\mu \chi) + \frac{g^2}{2}\left(\eta + \frac{\chi}{\sqrt{2}}\right)^2 W_\mu^+ W_\mu^- + \frac{\bar{g}^2}{4}\left(\eta + \frac{\chi}{\sqrt{2}}\right)^2 Z_\mu Z_\mu.$$

Поле Z_μ приобрело массу $m_Z = \frac{\bar{g}\eta}{\sqrt{2}}$, поле A_μ осталось безмассовым—это фотон. Второе слагаемое в L_φ равно $-\lambda\eta^2\chi^2 - \frac{\lambda\eta}{\sqrt{2}}\chi^3 - \frac{\lambda}{8}\chi^4$, откуда $m_\chi = \sqrt{2\lambda}\eta$.

Перейдём к лептонам. Члены с $i\hat{\partial}$ в L_l дают $\bar{l}i\hat{\partial}l + \bar{\nu}i\hat{\partial}\nu$, где $l = l_L + l_R$, $\nu = \nu_L + \nu_R$, $l_{L,R} = \frac{1 \pm \gamma_5}{2}l$, $\nu_{L,R} = \frac{1 \pm \gamma_5}{2}\nu$. Первый член в $L_{l\varphi}$ равен

$$f_l \left(\eta + \frac{\chi}{\sqrt{2}}\right) (l_R l_L + \bar{l}_L l_R) = f_l \left(\eta + \frac{\chi}{\sqrt{2}}\right) \bar{l}l.$$

Поэтому лептон получает массу $m_l = f_l \eta$. Точно так же, второй член в $L_{l\varphi}$, равный $f_\nu \left(\eta + \frac{\chi}{\sqrt{2}}\right) \bar{\nu}\nu$, даёт массу нейтрино $m_\nu = f_\nu \eta$. Существование у нейтрино ненулевой массы не доказано, и мы будем считать $f_\nu = 0$. В этом случае правые нейтрино вообще ни с чем не взаимодействуют, и об их существовании можно забыть.

Остальные члены в L_l определяют электрослабые взаимодействия лептонов. Члены с W_μ^\pm дают

$$\frac{g}{\sqrt{2}} (\bar{l}_L \hat{W}^+ \nu_L + \bar{\nu}_L \hat{W}^- l_L) = m_W \sqrt{\frac{G}{\sqrt{2}}} [\bar{l} \hat{W}^+ (1 + \gamma_5) \nu + \bar{\nu} \hat{W}^- (1 + \gamma_5) l],$$

где по историческим причинам введена размерная константа слабого взаимодействия Ферми

$$G = \frac{g^2}{4\sqrt{2}m_W^2} = \frac{1}{2\sqrt{2}\eta^2}.$$

Остальные члены дают

$$\bar{g} \sum \bar{\psi} (\hat{W}^0 T_3 \cos \theta_W + \hat{B} \frac{Y}{2} \sin \theta_W) \psi,$$

где суммирование производится по $\psi = l_{L,R}, \nu_{L,R}$, а $T_3 = \frac{\tau^3}{2}$ — проекция слабого изоспина. Подставляя сюда физические поля A_μ и Z_μ , получим

$$\bar{g} \cos \theta_W \sin \theta_W \sum z \bar{\psi} \hat{A} \psi + \bar{g} \sum \bar{\psi} \hat{Z} (T_3 - z \sin^2 \theta_W) \psi,$$

Здесь $z = \frac{Y}{2} + T_3$ — заряд, так что первый член есть обычное электромагнитное взаимодействие, и $e = \bar{g} \cos \theta_W \sin \theta_W$. Второй член можно записать в виде суммы по $\psi = l, \nu$ как

$$m_Z \sqrt{\frac{G}{2\sqrt{2}}} \sum \bar{\psi} \hat{Z} (c_V + c_A \gamma_5) \psi,$$

где $c_A = \pm 1$ для верхних и нижних компонент слабых дублетов, а $c_V = c_A - 4 \sin^2 \theta_W$.

Наконец, займёмся последней частью лагранжиана — самодействием калибровочных полей L'_W . Подставляя $G_{\mu\nu}^a = W_{\mu\nu}^a + g \epsilon^{abc} W_\mu^b W_\nu^c$ в $L_{W,B}$ и учитывая $\epsilon^{abc} \epsilon^{ab'c'} = \delta^{bb'} \delta^{cc'} - \delta^{bc'} \delta^{cb'}$, получим

$$L'_W = \frac{1}{2} g^2 \epsilon^{abc} W_{\mu\nu}^a W_\mu^b W_\nu^c + \frac{g^2}{4} (W_\mu^a W_\mu^a)^2 + \frac{g^2}{4} W_\mu^a W_\nu^a W_\mu^b W_\nu^b.$$

Вычисляем суммы по a, b, c с учётом $\epsilon^{0+-} = -i$:

$$\begin{aligned} L'_W = & + \frac{1}{2} g^2 W_\mu^+ W_\nu^- W_{\mu\nu}^0 + \frac{1}{2} g^2 W_\mu^0 W_\nu^- W_{\mu\nu}^+ + \frac{1}{2} g^2 W_\mu^0 W_\nu^+ W_{\mu\nu}^- \\ & + \frac{1}{2} g^2 [(W_\mu^+ W_\mu^-)^2 + (W_\mu^+ W_\mu^+)(W_\nu^- W_\nu^-)] \\ & + \frac{1}{2} g^2 [(W_\mu^+ \bullet W_\mu^-)(W_\nu^0 W_\nu^0) - (W_\mu^+ \bullet W_\mu^0)(W_\nu^- W_\nu^0)]. \end{aligned}$$

В первом слагаемом можно перебросить производную с W_μ^0 на W_μ^\pm и W_μ^- , отбросив полную дивергенцию, так что W_μ^0 выделится общим множителем во всех кубических членах. Подставляя физические поля A_μ и Z_μ , получим для этих членов

$$- \frac{1}{2} i e (A_\mu + Z_\mu \operatorname{ctg} \theta_W) W_\nu^+ (2 \partial_\nu W_\mu^- - \partial_\mu W_\nu^- - g_{\mu\nu} \partial_\lambda W_\lambda^-) - (+ \leftrightarrow -).$$

Члены

$$- \frac{1}{2} g^2 [(W_\mu^+ \bullet W_\mu^-)^2 - (W_\mu^+ W_\mu^+)(W_\nu^- W_\nu^-)]$$

не нуждаются в дальнейших преобразованиях. Остальные равны

$$\begin{aligned} - \frac{1}{2} e^2 [(W_\mu^+ W_\mu^-)(A_\nu A_\nu) - (W_\mu^+ A_\mu)(W_\nu^- A_\nu)] \\ + \frac{1}{2} e^2 \operatorname{ctg} \theta_W [2(W_\mu^+ \bullet W_\mu^-)(A_\nu Z_\nu) - (W_\mu^+ A_\mu)(W_\nu^- Z_\nu) - (W_\mu^- A_\mu)(W_\nu^+ Z_\nu)] \\ + \frac{1}{2} e^2 \operatorname{ctg}^2 \theta_W [(W_\mu^+ W_\mu^-)(Z_\nu Z_\nu) - (W_\mu^+ Z_\mu)(W_\nu^- Z_\nu)]. \end{aligned}$$

Обсудим теперь включение кварков. Сложность заключается в том, что исходные кварки, образующие левые дублеты и правые синглеты

$$\begin{pmatrix} u'_{iL} \\ d'_{iL} \end{pmatrix}, \quad u'_{iR}, \quad d'_{iR}$$

(i — номер поколения), не совпадают с физическими кварками, имеющими определённые массы. Юкавские константы связи f_u^{ij}, f_d^{ij} — матрицы, что приводит к матричным массовым членам. Массовые матрицы диагонализуются в базисе, дающем физические кварки $u_i = (U^+)_{ij} u'_j$, $d_i = (D^+)_{ij} d'_j$ с массами m_{u_i}, m_{d_i} (U, D — унитарные матрицы). Члены же, описывающие электрослабые взаимодействия кварков, включают исходные поля u'_i, d'_i . Взаимодействие с A_μ, Z_μ имеет вид суммы по $\psi = u'_i, d'_i$: $\sum \bar{\psi} \dots \psi$. Подставляя в него физические поля $u'_i = U_{ij} u_j$, $d'_i = D_{ij} d_j$, получим сумму такого же вида. Взаимодействие же с W^\pm даёт

$$\sum_i (\bar{d}'_i \hat{W}^+ u'_i + \bar{u}'_i \hat{W}^- d'_i) = \sum_i (\bar{d}''_i \hat{W}^+ u_i + \bar{u}_i \hat{W}^- d''_i),$$

где $d''_i = V_{ij} d_j$, $V = U^+ D$. Конечно, с равным успехом его можно было бы записать как

$$\sum_i (\bar{d}_i \hat{W}^+ u''_i + \bar{u}''_i \hat{W}^- d_i),$$

где $u''_i = (V^+)_{ij} u_j$. Матрица смешивания V_{ij} (Кобаяши-Маскавы) — унитарная матрица 3×3 ; для неё имеются различные параметризации.

Подведём итоги. Лагранжиан теории Вайнберга-Салама (1) содержит следующие параметры: калибровочные константы связи g, g' ; Хиггсовскую константу связи λ и вакуумное среднее η ; Юкавские константы f_l, f_u^{ij}, f_d^{ij} . Вместо них мы будем использовать элементарный заряд e и угол Вайнберга θ_W ($g = e / \sin \theta_W, g' = e / \cos \theta_W$); константу Ферми G ($\eta = 1 / \sqrt{2\sqrt{2}G}$) и массу Хиггсовского бозона m_χ ($\lambda = \sqrt{2} G m_\chi^2$); массы лептонов и кварков и матрицу смешивания Кобаяши-Маскавы V_{ij} . Массы W^\pm и Z^0 не являются независимыми параметрами:

$$m_W = \frac{e}{2\sqrt{\sqrt{2}G} \sin \theta_W}, \quad m_Z = \frac{m_W}{\cos \theta_W}. \quad (3)$$

Теперь мы можем получить правила Фейнмана в теории Вайнберга-Салама. Часть из них совпадает с теми, которые известны из квантовой электродинамики. Добавляются пропагаторы W и Z , имеющие вид (4.3.3) с соответствующими массами, и пропагатор χ (4.3.1) с массой m_χ . Вершины приведены на рис. 2.

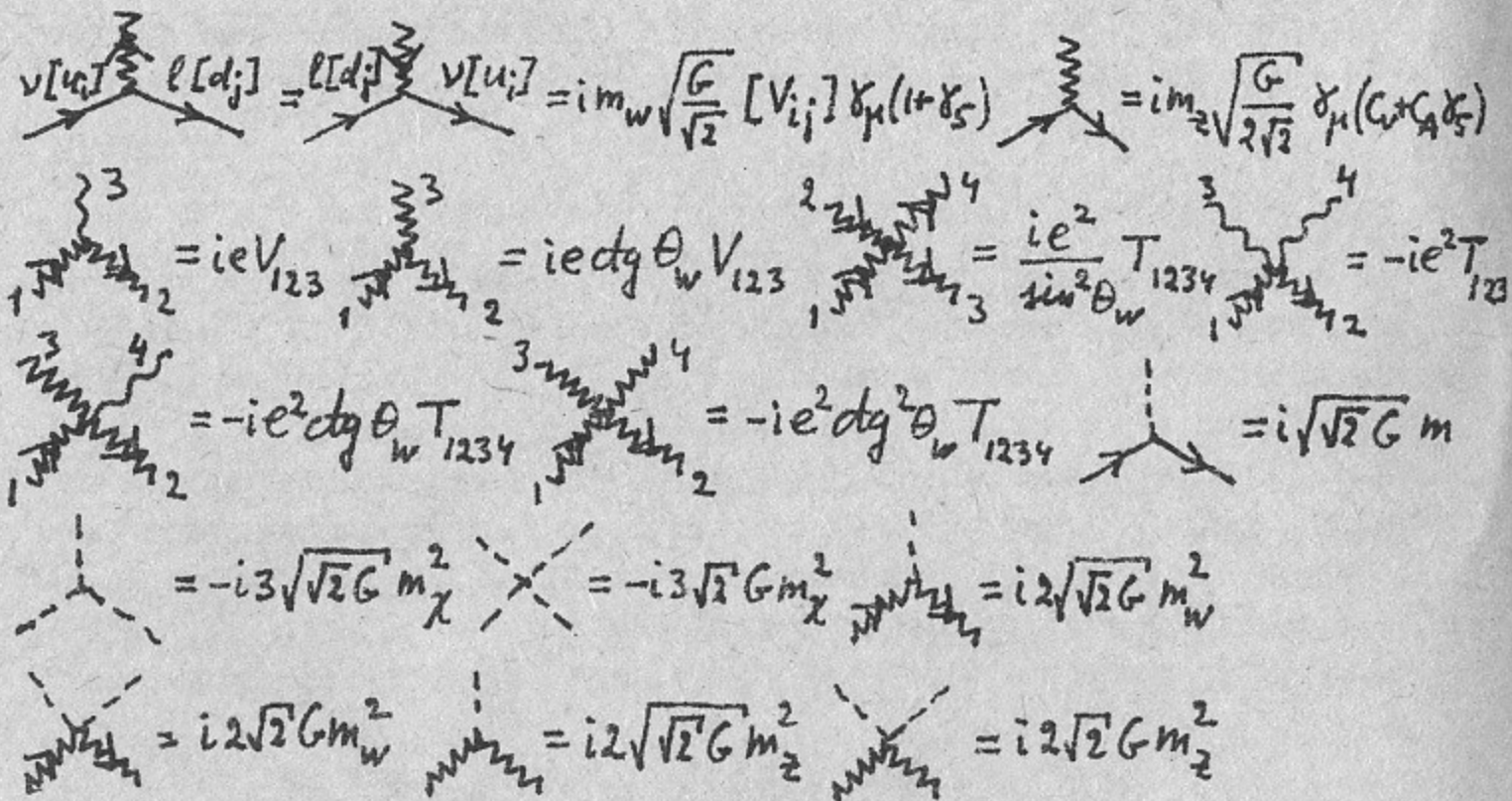


Рис. 2. Правила Фейнмана в теории Вайнберга-Салама

$$(V_{123} = \delta_{\mu_1 \mu_2} (P_1 - P_2)_{\mu_3} + \delta_{\mu_2 \mu_3} (P_2 - P_3)_{\mu_1} + \delta_{\mu_3 \mu_1} (P_3 - P_1)_{\mu_2}, T_{1234} = 2\delta_{\mu_1 \mu_2} \delta_{\mu_3 \mu_4} - \delta_{\mu_1 \mu_3} \delta_{\mu_2 \mu_4} - \delta_{\mu_1 \mu_4} \delta_{\mu_2 \mu_3}).$$

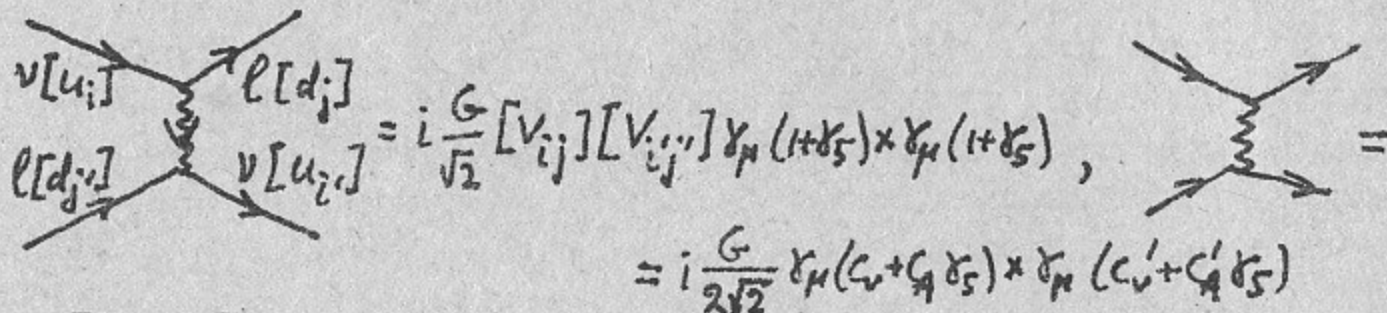


Рис. 3. Правила Фейнмана для слабых взаимодействий при низких энергиях

При энергиях, много меньших $m_{W,Z}$, две вершины взаимодействия фермионов с W , Z и пропагатор между ними сливаются в эффективную 4-фермионную вершину (рис. 3), где 2 γ -матричных выражения относятся к двум фермионным линиям, а в случае кварков добавляются соответствующие множители V_{ij} .

Классификация слабых процессов. При высоких энергиях $\gg m_{W,Z}$ существует единое электрослабое взаимодействие, характеризуемое константой α . Несколько условно к слабым взаимодействиям можно отнести процессы рождения и распада W и Z . W^- распадается на $l^- \bar{\nu}_l$, $q\bar{q}'$, где $q = d, s, b$; $\bar{q}' = \bar{u}, \bar{c}, \bar{t}$, а Z — на $l\bar{l}$, $q\bar{q}$ (§2). Одиночное рождение

W и Z может происходить в обратных процессах: наблюдается мощный резонанс $e^+e^- \rightarrow Z$; на встречных $p\bar{p}$ пучках происходят процессы $q\bar{q}' \rightarrow W$, $q\bar{q} \rightarrow Z$. На встречных e^+e^- пучках W могут рождаться только попарно: $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$ (§4). Есть предложения о создании встречных γe и $\gamma\gamma$ пучков; на них должны происходить реакции $\gamma e^- \rightarrow W^- \nu_e$ и $\gamma\gamma \rightarrow W^+W^-$ (§4).

Сюда можно было бы отнести также процессы рождения и распада хиггсовских бозонов. Но механизм этих процессов существенно зависит от массы m_χ , сколь-нибудь надёжная информация о которой отсутствует. Поэтому мы не будем рассматривать эти процессы.

При низких энергиях $E \ll m_{W,Z}$ слабые взаимодействия являются слабыми из-за большой массы W , Z в знаменателе пропагатора. Они делятся на лептонные, полулептонные и нелептонные. В чистом виде слабые процессы встречаются в распадах частиц, сильные и электромагнитные распады которых запрещены, и в рассеянии нейтрино, которые ни в каких других взаимодействиях не участвуют. В некоторых случаях оказывается возможным обнаружить примесь слабого взаимодействия в сильных и электромагнитных процессах по качественным эффектам (несохранение P и C чётности). Мы не будем рассматривать такие случаи (см. задачу в §2).

Мюон распадается на $\nu_\mu e^- \bar{\nu}_e$, а τ^- — на $\nu_\tau e^- \bar{\nu}_e$, $\nu_\tau \mu^- \bar{\nu}_\mu$ (лептонные распады), $\nu_\tau d\bar{u}$, $\nu_\tau s\bar{u}$ (полуадронные распады) (§3). Распады в странном канале, как говорят, Каббиво-подавлены: V_{us} значительно меньше $V_{ud} \approx 1$.

Из вида вершин $W^+ \rightarrow u\bar{d}$, $W^- \rightarrow d\bar{u}$ видно, что с точки зрения сильных взаимодействий W^\pm ведёт себя в этих процессах как векторная или аксиальная изовекторная частица с $T_3 = \pm 1$ (как ρ^\pm или A_1^\pm). Векторный W^\pm имеет G -чётность $+1$, а аксиальный — $G = -1$. Записав вершину $\gamma^* \rightarrow q\bar{q}$ как

$$A_\mu \left(\frac{2}{3} \bar{u} \gamma_\mu u - \frac{1}{3} \bar{d} \gamma_\mu d - \frac{1}{3} \bar{s} \gamma_\mu s \right) = A_\mu \left[\frac{1}{2} (\bar{u} \gamma_\mu u - \bar{d} \gamma_\mu d) + \frac{1}{6} (\bar{u} \gamma_\mu u + \bar{d} \gamma_\mu d - 2\bar{s} \gamma_\mu s) \right],$$

мы видим, что фотон с точки зрения сильных взаимодействий ведёт себя как изовекторная (с $T_3 = 0$) или изоскалярная частица (как ρ^0 или ω^0), причём изовекторный фотон входит в один изотриплет с векторными W^\pm (изовекторный фотон имеет $G = +1$, а изоскалярный — $G = -1$).

Это позволяет получать из изотопической симметрии связи между слабыми и электромагнитными процессами. Так, распады τ на нестранную векторную систему адронов связаны с сечениями $e^+e^- \rightarrow \gamma^* \rightarrow$ адроны с $I = 1$ (§3). Точно так же, в процессах $W^+ \rightarrow u\bar{s}$, $W^- \rightarrow s\bar{u}$ W^\pm ведут себя как векторные или аксиальные странные частицы с $I = \frac{1}{2}$ и $I_3 = \pm \frac{1}{2}$ (как $K^{*\pm}$), откуда следуют изотопические соотношения в полуплептонных распадах с изменением странности. Векторные нестранные и странные W^\pm вместе с изовекторным и изоскалярным фотоном входят в один октет адронной $SU(3)$ симметрии (как π^\pm , K^\pm , π^0 и η), что позволяет связывать более широкий круг слабых и электромагнитных процессов, но с меньшей точностью.

Полуплептонные распады нестранных частиц ($n \rightarrow pe^- \bar{\nu}_e$, $\pi^- \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_\mu$) вызваны взаимодействием с вершинами $d \rightarrow uW^-$, $W^- \rightarrow l^- \bar{\nu}_l$ (есть и распады странных частиц без изменения странности, например, $\Sigma^- \rightarrow \Lambda e^- \bar{\nu}_e$).

Распады странных частиц могут быть полуплептонными ($s \rightarrow uW^-$, $W^- \rightarrow l^- \bar{\nu}_l$) и нелептонными ($s \rightarrow uW^-$, $W^- \rightarrow d\bar{u}$). Очевидно, в полуплептонных распадах частиц, содержащих s , образуется l^- , а $\bar{s} \rightarrow l^+$. Например, K мезоны могут распадаться на $l\bar{\nu}$, $\pi l\bar{\nu}$, $2\pi l\bar{\nu}$; 2π , 3π . Нейтральные каоны имеют уникальное свойство: во втором порядке по слабому взаимодействию возможен переход $K^0 \leftrightarrow \bar{K}^0$, что приводит к очень интересным явлениям (мы их рассматривать не будем). Полуплептонные распады гиперонов ($\Lambda \rightarrow pl^- \bar{\nu}$; $\Sigma^- \rightarrow nl^- \bar{\nu}$; $\Xi^- \rightarrow \Lambda l^- \bar{\nu}$, $\Sigma^0 l^- \bar{\nu}$; $\Xi^0 \rightarrow \Sigma^+ l^- \bar{\nu}$; $\Omega^- \rightarrow \Xi^0 l^- \bar{\nu}$) менее вероятны, чем нелептонные ($\Lambda \rightarrow p\pi^-$, $n\pi^0$; $\Sigma^+ \rightarrow p\pi^0$, $n\pi^+$; $\Sigma^- \rightarrow n\pi^-$; $\Xi^0 \rightarrow \Lambda\pi^0$; $\Xi^- \rightarrow \Lambda\pi^-$; $\Omega^- \rightarrow \Lambda K^-$, $\Xi^0\pi^-$, $\Xi^-\pi^0$).

Как уже говорилось, в полуплептонных распадах с изменением странности W уносит изоспин $\frac{1}{2}$, что позволяет получить соотношения между вероятностями распадов. В нелептонных распадах W уносит изоспин $\frac{1}{2}$, а затем превращается в адроны с $I = 1$. Изменение изоспина может быть равно $\frac{1}{2}$ или $\frac{3}{2}$. По динамическим причинам, связанным с сильным взаимодействием, амплитуды с $\Delta I = \frac{1}{2}$ усилены по сравнению с $\Delta I = \frac{3}{2}$.

Распады очарованных адронов приближённо сводятся к распаду свободного c кварка. По этой модели, времена жизни всех очарованных мезонов и барионов должны быть одинаковы, что не вполне соответствует эксперименту, но для оценок она годится. Полуплептонные распады делятся на Каббиво-разрешённые ($c \rightarrow sl^+\nu$) и Каббиво-подавленные ($c \rightarrow dl^+\nu$). Нелептонные—на Каббиво-разрешённые ($c \rightarrow sud$), 2 типа подавленных ($c \rightarrow su\bar{s}$, dud) и дважды подавленные ($c \rightarrow du\bar{s}$).

Распады адронов, содержащих b кварк, хорошо описываются моделью распада свободного кварка. b кварк преимущественно переходит в c , с меньшей вероятностью в u . Возможны полуплептонные ($b \rightarrow cl^- \bar{\nu}$), Каббиво-разрешённые ($b \rightarrow cd\bar{u}$, $cs\bar{c}$) и подавленные ($c \rightarrow cs\bar{u}$, $cd\bar{c}$) нелептонные распады, а также аналогичные переходы в u . B^0 мезон, как K^0 , может переходить в \bar{B}^0 во втором порядке по слабому взаимодействию.

Нейтрино могут рассеиваться на лептонах и нуклонах. При не очень больших энергиях преобладают реакции (квази-) упругого рассеяния типа $\nu N \rightarrow l^- N$, νN . При больших энергиях и переданных импульсах (глубоко неупругое рассеяние) нейтрино рассеивается на практически свободных кварках. При этом может происходить рождение тяжёлых кварков.

§2. Распады W и Z

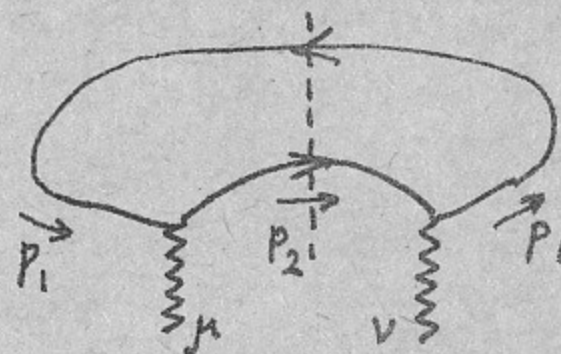


Рис. 4. Лептонный тензор

Распады W . Сначала определим, как в [4], лептонный тензор

$$T_{\mu\nu}^l(p_1, p_2) = \frac{G}{\sqrt{2}} \text{Sp } O_\mu 2\rho(p_1) \bar{O}_\nu 2\rho(p_2)$$

(рис. 4), который будет полезен во многих задачах. Здесь $O_\mu = \bar{O}_\mu = \gamma_\mu(1 + \gamma_5)$ —вершина взаимодействия лептона с W , а $2\rho(p) = \hat{p} + m$.

```
OPERATOR R,V,TL;VECTOR A,P1,P2,L1,L2,L;NOSPUR F;
G(F,L1)*(1+G(F,A))$FOR ALL L1 SAVEAS V(L1); % Вершина
G(F,P1)+SQRT(P1.P1)$FOR ALL P1 SAVEAS R(P1); % Матрица плотности
SPUR F;4/SQRT(2)*V(L1)*R(P1)*V(L2)*R(P2);
- (8*(P2.P1*L2.L1 - P2.L2*P1.L1 - P2.L1*P1.L2 - EPS(P2,P1,
L2,L1)*I))/SQRT(2)
FOR ALL P1,L1,P2,L2 SAVEAS TL(P1,L1,P2,L2); % Лептонный тензор
```


Интересно, что лептонный тензор с учётом поляризаций

$$T_{\mu\nu}^l(p_1, a_1, p_2, a_2) = \frac{G}{\sqrt{2}} \text{Sp } O_\mu 2\rho(p_1, a_1) \bar{O}_\nu 2\rho(p_2, a_2)$$

может быть выражен через $T_{\mu\nu}^l(p_1, p_2)$. Действительно, $2\rho(p, a) = (\hat{p} + m)(1 + \gamma_5 \hat{a}) = (\hat{p} + m\gamma_5 \hat{a}) + (m + \hat{p}\gamma_5 \hat{a})$, где первая скобка антикоммутирует с γ_5 , а вторая коммутирует. Если оставить первую скобку, то фактор $(1 + \gamma_5)$ из O_μ при переносе через неё и через γ_n и останется собой, и мы получим $(1 + \gamma_5)^2 = 2(1 + \gamma_5)$. Если же оставить вторую, то вместо этого получится $(1 - \gamma_5)(1 + \gamma_5) = 0$. Таким образом, можно заменить $2\rho(p_1, a_1) \rightarrow \hat{p}_1 + m_1\gamma_5 \hat{a}_1$. Кроме того, т. к. левее $2\rho(p_1, a_1)$ стоит $(1 + \gamma_5)$ из O_μ , а $(1 + \gamma_5)\gamma_5 = 1 + \gamma_5$, можно опустить γ_5 : $2\rho(p_1, a_1) \rightarrow \hat{p}_1 + m_1 a_1$. Аналогично, $2\rho(p_2, a_2) \rightarrow \hat{p}_2 + m_2 a_2$. Поэтому

$$T_{\mu\nu}^l(p_1, a_1, p_2, a_2) = T_{\mu\nu}^l(p_1 + m_1 a_1, p_2 + m_2 a_2). \quad (1)$$

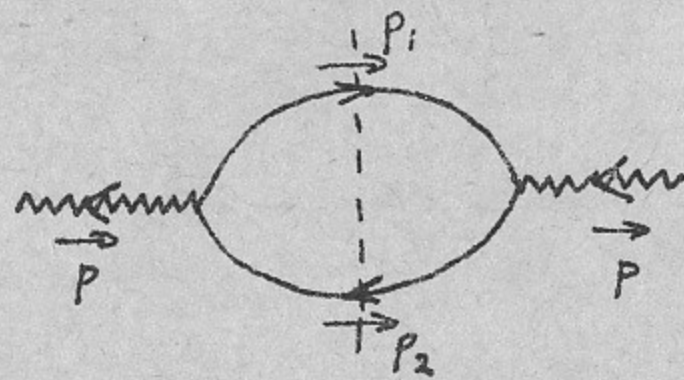


Рис. 5. Распад $W^- \rightarrow l^- \bar{\nu}_l$

Теперь легко вычислить вероятность распадов $W^- \rightarrow l^- \bar{\nu}_l, q\bar{q}'$ (где q —кварк с зарядом $-\frac{1}{3}$, а q' —с зарядом $+\frac{2}{3}$) (рис. 5). Размерная оценка даёт $\Gamma_W \sim Gm_W^3 \sim m_W \alpha$. Программа получает

$$\Gamma = \frac{Gm_W^3}{6\sqrt{2}\pi} \left[1 - \frac{m_1^2 + m_2^2}{2m_W^2} + \frac{(m_1^2 - m_2^2)^2}{2m_W^4} \right] \times \sqrt{1 + \frac{m_1^4}{m_W^4} + \frac{m_2^4}{m_W^4} - 2\frac{m_1^2}{m_W^2} - 2\frac{m_2^2}{m_W^2} - 2\frac{m_1^2 m_2^2}{m_W^4}} \xrightarrow{m_1, m_2 \rightarrow 0} \frac{Gm_W^3}{6\sqrt{2}\pi} \quad (2)$$

(в случае $q\bar{q}'$ нужно добавить множитель $N_c |V_{q'q}|^2$).

В случае W с поляризацией $\vec{\epsilon}$

$$4\pi \frac{d\Gamma}{d\Omega} = \Gamma_{\parallel} |\vec{\epsilon} \cdot \vec{n}|^2 + \Gamma_{\perp} (1 - |\vec{\epsilon} \cdot \vec{n}|^2), \quad \Gamma = \frac{\Gamma_{\parallel} + 2\Gamma_{\perp}}{3},$$

$$\Gamma_{\parallel} = \frac{Gm_W}{4\sqrt{2}\pi} \left[\frac{m_1^2 + m_2^2}{m_W^2} - \frac{(m_1^2 - m_2^2)^2}{m_W^4} \right] \times \sqrt{1 + \frac{m_1^4}{m_W^4} + \frac{m_2^4}{m_W^4} - 2\frac{m_1^2}{m_W^2} - 2\frac{m_2^2}{m_W^2} - 2\frac{m_1^2 m_2^2}{m_W^4}} \xrightarrow{m_1, m_2 \rightarrow 0} 0,$$

$$\Gamma_{\perp} = \frac{Gm_W}{4\sqrt{2}\pi} \left[1 - \frac{m_1^2 + m_2^2}{m_W^2} \right] \times \sqrt{1 + \frac{m_1^4}{m_W^4} + \frac{m_2^4}{m_W^4} - 2\frac{m_1^2}{m_W^2} - 2\frac{m_2^2}{m_W^2} - 2\frac{m_1^2 m_2^2}{m_W^4}} \xrightarrow{m_1, m_2 \rightarrow 0} \frac{Gm_W^3}{4\sqrt{2}\pi}, \quad (3)$$

где \vec{n} —ось распада. Если массами фермионов можно пренебречь, то они ведут себя как нейтрино, т. е. во взаимодействии с W участвуют только фермионы с отрицательной спиральностью и антифермионы с положительной. Поэтому проекция спина продуктов на ось распада равна -1 ; т. к. проекция орбитального момента равна 0 , проекция спина W на ось распада также равна -1 , и только Γ_{\perp} отлично от 0 .

Поляризация фермиона в распаде неполяризованного W является продольной, т. к. кроме \vec{n} нет выделенных направлений. Её степень

$$\zeta_{\parallel} = \frac{1 - \frac{m_1^2 - m_2^2}{2m_W^2}}{1 - \frac{m_1^2 + m_2^2}{2m_W^2} + \frac{(m_1^2 - m_2^2)^2}{2m_W^4}} \times \sqrt{1 + \frac{m_1^4}{m_W^4} + \frac{m_2^4}{m_W^4} - 2\frac{m_1^2}{m_W^2} - 2\frac{m_2^2}{m_W^2} - 2\frac{m_1^2 m_2^2}{m_W^4}} \xrightarrow{m_1, m_2 \rightarrow 0} 1, \quad (4)$$

в соответствии с приведёнными рассуждениями.

: Задача. Найдите поляризацию продуктов распада поляризованного W .

% РАСПАД W

% -----

MASS P=1,P1=M1,P2=M2;MSHELL P,P1,P2; % MW = 1

LET P.P1=(1+M1**2-M2**2)/2,P.P2=(1+M2**2-M1**2)/2,

P1.P2=(1-M1**2-M2**2)/2;

INDEX L1,L2;MM:=(P.L1*P.L2-L1.L2)*TL(P1,L1,-P2,L2)/3\$REMIIND L1,L2;

% Подразумевается G

ON FACTOR;GAM:=MM/2*PH2(1,M1,M2);SUB(M2=0,WS);SUB(M1=0,WS);OFF FACTOR;

```

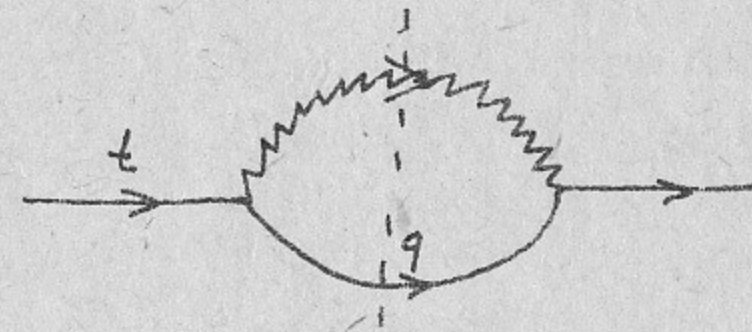
      4      2 2      2 4      2 4
GAM := (SQRT(M2 - 2*M2 *M1 - 2*M2 + M1 - 2*M1 + 1)*(M2
      2 2      2 4      2
      - 2*M2 *M1 + M2 + M1 + M1 - 2))/(12*SQRT(2)*
      PI)
      2      2      2
      (M1 + 2)*(M1 + 1) *(M1 - 1)
-----
      12*SQRT(2)*PI
      1
-----
      6*SQRT(2)*PI
% Поляризованный W
EW:=SECOND(ORT({P.L,P1.L}))$
MML:=SUB(L=L1,EW)*SUB(L=L2,EW)*TL(P1,L1,-P2,L2)$
INDEX L1,L2;ON FACTOR;GAML:=MML/2*PH2(1,M1,M2);REMIND L1,L2; % Вдоль EW
      4      2 2      2 4      2
GAML := (SQRT(M2 - 2*M2 *M1 - 2*M2 + M1 - 2*M1 + 1)*(
      4      2 2      2 4      2
      M2 - 2*M2 *M1 - M2 + M1 - M1 ))/(4*SQRT(2)*
      PI)
SUB(M2=0,WS);SUB(M1=0,WS);CLEAR EW,MML,GAML;OFF FACTOR;
      2      2 2
      (M1 + 1) *(M1 - 1) *M1
-----
      4*SQRT(2)*PI
0
MASS W=I;MSHELL N;LET N.P=0,N.P1=0,N.P2=0;
ON FACTOR;GAMT:=TL(P1,N,-P2,N)/2*PH2(1,M1,M2); % Поперек EW
      4      2 2      2 4      2
GAMT := (SQRT(M2 - 2*M2 *M1 - 2*M2 + M1 - 2*M1 + 1)*(
      2 2
      M2 + M1 - 1))/(4*SQRT(2)*PI)
SUB(M2=0,WS);SUB(M1=0,WS);CLEAR N.P,N.P1,N.P2;CLEAR GAMT;OFF FACTOR;
      2      2
      (M1 + 1) *(M1 - 1)
-----
      4*SQRT(2)*PI
      1
-----
      4*SQRT(2)*PI

```

```

% Поляризация конечной частицы
VECTOR A1;LET P1.A1=0,P.A1=P2.A1;E1:=SECOND(ORT({P1.L,P2.L}))$
INDEX L1,L2;MMP:=(P.L1*P.L2-L1.L2)*TL(P1-M1*A1,L1,-P2,L2)/3$
REMIND L1,L2;CLEAR P1.A1,P.A1;GAM:=MMP/2*PH2(1,M1,M2)$
GAM:=EPOL(A1,Z*E1,GAM)$ON FACTOR;
DF(GAM,Z)/SUB(Z=0,GAM);SUB(M2=0,WS);SUB(M1=0,WS);OFF FACTOR;
      2      2
      - ((M2 - M1 + 2)*(M2 + M1 + 1)*(M2 + M1 - 1)*(M2 - M1 + 1
      4      2 2      2 4
      )*(M2 - M1 - 1))/(SQRT(M2 - 2*M2 *M1 - 2*M2 + M1
      2      4      2 2      2 4      2
      - 2*M1 + 1)*(M2 - 2*M2 *M1 + M2 + M1 + M1 - 2))
      2
      M1 - 2
-----
      2
      M1 + 2
      - 1
CLEAR MMP,GAM;

```

Рис. 6. Распад $t \rightarrow qW^+$

Распад t . Ещё не открытый t кварк должен быть тяжелее W . Поэтому он может распадаться на qW^+ ($q = b, s, d$) (рис. 6). Для этого процесса $|M|^2$ получается из предыдущего умножением на $\frac{3}{2}$ (усреднение

по спину), и вероятность распада

$$\Gamma = \frac{G|V_{tq}|^2 m_t^3}{8\sqrt{2}\pi} \left[\left(1 - \frac{m_q^2}{m_t^2}\right)^2 + \frac{m_W^2}{m_t^2} \left(1 + \frac{m_q^2}{m_t^2}\right) - 2\frac{m_W^4}{m_t^4} \right] \times \sqrt{1 + \frac{m_W^4}{m_t^4} + \frac{m_q^4}{m_t^4} - 2\frac{m_W^2}{m_t^2} - 2\frac{m_q^2}{m_t^2} - 2\frac{m_W^2 m_q^2}{m_t^4}} \quad (5)$$

$$\xrightarrow{m_q \rightarrow 0} \frac{G|V_{tq}|^2 m_t^3}{8\sqrt{2}\pi} \left(1 + 2\frac{m_W^2}{m_t^2}\right) \left(1 - \frac{m_W^2}{m_t^2}\right)^2$$

% Распад t

ON FACTOR; MM:=3/2*MM\$GAM:=MM/(2*M1)*PH2(M1,1,M2);SUB(M2=0,WS);

```
GAM := (SQRT(M2 - 2*M2 *M1 - 2*M2 + M1 - 2*M1 + 1)*(M2
- 2*M2 *M1 + M2 + M1 + M1 - 2))/(24*SQRT(2)*
```

PI*M1)

```
(M1 + 2)*(M1 + 1) *(M1 - 1)
```

8*SQRT(2)*PI*M1

OFF FACTOR; CLEAR GAM;

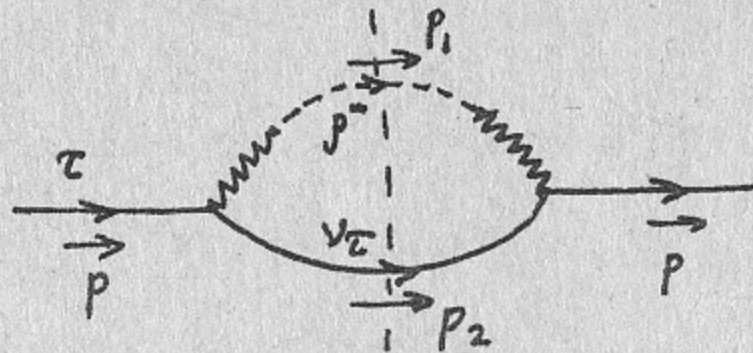


Рис. 7. Распад $\tau^- \rightarrow \nu_\tau \rho^-$

Распад $\tau^- \rightarrow \nu_\tau \rho^-$. Этот распад (рис. 7) очень похож на предыдущий, только теперь виртуальный W^- переходит в ρ^- через вершину $m_W \sqrt{\frac{G}{2}} V_{ud} m_\rho f_\rho e_\mu$ (ср. [4]). Поэтому вместо множителя $\frac{G}{2} m_W^2$ вершины дают $\frac{G^2}{2} m_\rho^2 f_\rho^2$:

$$\Gamma = \frac{G^2 |V_{ud}|^2 m_\tau^3 f_\rho^2}{16\pi} \left(1 + 2\frac{m_\rho^2}{m_\tau^2}\right) \left(1 - \frac{m_\rho^2}{m_\tau^2}\right)^2 \quad (6)$$

Аналогичная формула (с $|V_{us}|^2$) справедлива для распада $\tau^- \rightarrow \nu_\tau K^{*-}$.

Распад $\tau^- \rightarrow \nu_\tau \rho^-$ по изотопической симметрии связан с реакцией $e^+ e^- \rightarrow \rho^0$ (см. [4]). Формулу (6) можно переписать в виде

$$R_{\rho^-} = \frac{\Gamma(\tau^- \rightarrow \nu_\tau \rho^-)}{\Gamma(\tau^- \rightarrow \nu_\tau e^- \bar{\nu}_e)} = 12\pi^2 |V_{ud}|^2 \frac{f_\rho^2}{m_\tau^2} (1 + 2x_\rho)(1 - x_\rho^2),$$

где $x_\rho = \frac{m_\rho^2}{m_\tau^2}$ (вероятность распада $\tau^- \rightarrow \nu_\tau e^- \bar{\nu}_e$ вычислена в следующем параграфе). Т. к. кварковый состав $\rho^0 = \frac{\bar{u}u - \bar{d}d}{\sqrt{2}}$, вершина его взаимодействия с γ содержит

$$ef_{\rho^0} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\frac{2}{3} - \left(-\frac{1}{3}\right) \right) ef_\rho,$$

и сечение [4]

$$R_{\rho^0}(s) = \frac{\sigma(e^+ e^- \rightarrow \rho^0)}{\sigma(e^+ e^- \rightarrow \mu^+ \mu^-)} = 6\pi^2 f_\rho^2 \delta(s - m_\rho^2).$$

Поэтому

$$R_{\rho^-} = 2|V_{ud}|^2 \int R_{\rho^0}(m_\tau^2 x) (1 + 2x)(1 - x)^2 dx \quad (7)$$

Формула (7) применима к любым векторным нестранным состояниям с изоспином 1 в τ распаде и $e^+ e^-$ аннигиляции, например, 2π и 4π , т. к. их всегда можно формально рассматривать как бесконечное число узких резонансов типа ρ .

Программа находит угловые распределения продольно- и поперечно-поляризованных ρ мезонов в распаде поляризованного τ :

$$4\pi \frac{d\Gamma_{\parallel}}{d\Omega} = \frac{G^2 |V_{ud}|^2 m_\tau^3 f_\rho^2}{16\pi} \left(1 - \frac{m_\rho^2}{m_\tau^2}\right)^2 (1 - \zeta \cos \theta),$$

$$4\pi \frac{d\Gamma_{\perp}}{d\Omega} = \frac{G^2 |V_{ud}|^2 m_\tau^3 f_\rho^2}{16\pi} 2 \frac{m_\rho^2}{m_\tau^2} \left(1 - \frac{m_\rho^2}{m_\tau^2}\right)^2 (1 + \zeta \cos \theta), \quad (8)$$

где ζ —степень поляризации τ , а θ —угол между его поляризацией и направлением вылета ρ .

```
% Распад тау -> нв ро
% поляризационные эффекты
M2:=0$ % M тау = 1    M ро = M2
RL:=SUB(L=L1,E1)*SUB(L=L2,E1)$ % продольная поляризация ро
RT:=P1.L1*P1.L2/M1**2-L1.L2-RL$ % поперечная поляризация ро
LET P.N=0,P2.N=-P1.N,P1.N=-C*PP(1,M1,0); % N - поляризация тау
INDEX L1,L2;ON FACTOR;
% Угловое распределение продольно поляризованных ро
GAML:=TL(P-N,L1,P2,L2)*RL*M1**2/SQRT(2)/2/2*PH2(1,M1,0);

          2      2
      (C - 1)*(M1 + 1) *(M1 - 1)
GAML := -----
          16*PI

% Угловое распределение поперечно поляризованных ро
GAMT:=TL(P-N,L1,P2,L2)*RT*M1**2/SQRT(2)/2/2*PH2(1,M1,0);

          2      2      2
      M1 *(C + 1)*(M1 + 1) *(M1 - 1)
GAMT := -----
          8*PI

OFF FACTOR;REMIND L1,L2;CLEAR M2,RL,RT,GAML,GAMT;CLEAR P.N,P1.N,P2.N;
```

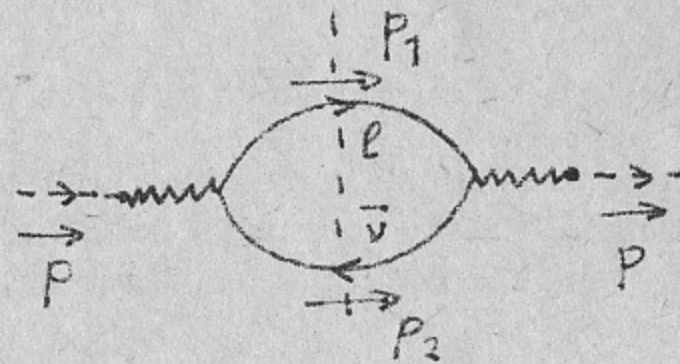


Рис. 8. Распад $\pi^- \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_\mu$

Распад π^- . π^- мезон может перейти в виртуальный W^- . Поскольку единственным вектором в задаче является импульс p_μ , вершина имеет вид $f_\pi p_\mu$, где f_π —константа размерности массы. Поэтому π^- распадается на $l^- \bar{\nu}_l$, где $l = e, \mu$ (рис. 8). По сохранению момента l^- имеет положительную спиральность, что запрещено при $m_l = 0$

(когда лептон ведёт себя как нейтрино). Поэтому матричный элемент $M \sim \bar{u}_l \hat{p}(1 + \gamma_5)v_{\bar{\nu}} = m_l \bar{u}_l(1 + \gamma_5)v_{\bar{\nu}}$ пропорционален m_μ , и размерная оценка $\Gamma \sim G^2 m_\pi f_\pi^2 m_l^2$. Она показывает, что распад $\pi^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e$ примерно в $(m_e/m_\mu)^2$ раз менее вероятен, чем $\pi^- \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_\mu$. Программа получает

$$\Gamma = \frac{G^2 |V_{ud}|^2 m_\pi f_\pi^2 m_l^2}{8\pi} \left(1 - \frac{m_l^2}{m_\pi^2}\right)^2 \quad (9)$$

Аналогичная формула (с $|V_{us}|^2$) справедлива для распада $K^- \rightarrow l^- \bar{\nu}_l$.

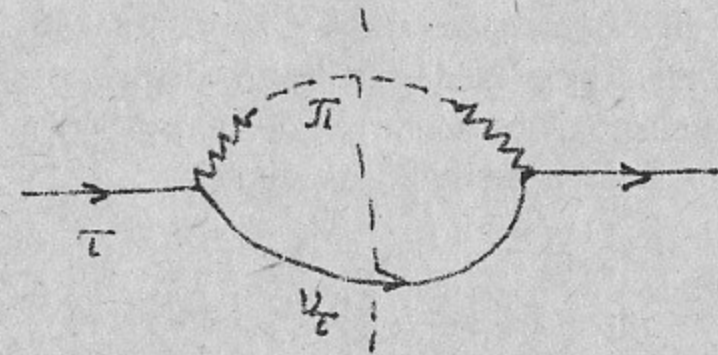


Рис. 9. Распад $\tau^- \rightarrow \nu_\tau \pi^-$

Квадрат матричного элемента распада $\tau^- \rightarrow \nu_\tau \pi^-$ (рис. 9) даётся той же формулой, и вероятность

$$\Gamma = \frac{G^2 |V_{ud}|^2 m_\tau^3 f_\pi^2}{8\pi} \left(1 - \frac{m_\pi^2}{m_\tau^2}\right)^2 \quad (10)$$

(аналогично для $\tau^- \rightarrow \nu_\tau K^-$).

```
% Распад пи
% -----
M2:=0$MM:=TL(P1,P,-P2,P)/SQRT(2)$ON FACTOR;
GAM:=MM/2*PH2(1,M1,0); % пи -> мв анти-нв

          2      2      2
      (M1 + 1) *(M1 - 1) *M1
GAM := -----
          8*PI

GAM:=MM/(2*M1)*PH2(M1,1,0); % тау -> пи нв

          2      2
      (M1 + 1) *(M1 - 1)
GAM := -----
          8*PI*M1

OFF FACTOR;CLEAR M2,MM,GAM;
```

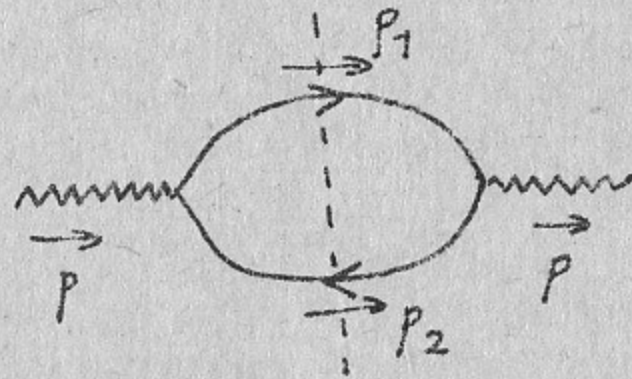


Рис. 10. Распад $Z \rightarrow f\bar{f}$

Распады Z . Размерная оценка даёт (рис. 10) $\Gamma(Z \rightarrow f\bar{f}) \sim Gm_Z^3 \sim m_Z \alpha$, где f — лептон или кварк. В программе вводится вершина взаимодействия Z (в ней подразумевается c_V , а $c = \frac{c_A}{c_V}$), и вычисляется лептонный тензор для Z . Вероятность распада

$$\Gamma = \frac{Gm_Z^3}{24\sqrt{2}\pi} \left[c_V^2 \left(1 + 2 \frac{m_f^2}{m_Z^2} \right) + c_A^2 \left(1 - 4 \frac{m_f^2}{m_Z^2} \right) \right] \sqrt{1 - 4 \frac{m_f^2}{m_Z^2}} \quad (11)$$

$$\xrightarrow{m_f \rightarrow 0} \frac{Gm_Z^3 (c_V^2 + c_A^2)}{24\sqrt{2}\pi}$$

(для кварков это нужно домножить на число цветов N_c , см. препринт по КХД). В случае поляризованного Z угловое распределение

$$\Gamma_{\parallel} = \frac{Gm_Z^3}{4\sqrt{2}\pi} c_V^2 \frac{m_f^2}{m_Z^2} \sqrt{1 - 4 \frac{m_f^2}{m_Z^2}} \xrightarrow{m_f \rightarrow 0} 0$$

$$\Gamma_{\perp} = \frac{Gm_Z^3}{16\sqrt{2}\pi} \left[c_V^2 + c_A^2 \left(1 - 4 \frac{m_f^2}{m_Z^2} \right) \right] \sqrt{1 - 4 \frac{m_f^2}{m_Z^2}} \quad (12)$$

$$\xrightarrow{m_f \rightarrow 0} 0 \frac{Gm_Z^3 (c_V^2 + c_A^2)}{16\sqrt{2}\pi}$$

Задача. Найдите поляризацию продуктов распада Z .

% Распад Z
% -----

OPERATOR R,V,TL;VECTOR A,P1,P2,P,L1,L2,N;NOSPUR F;
LET P2.P2=P1.P1;

G(F,P1)+SQRT(P1.P1)\$FOR ALL P1 SAVEAS R(P1);
G(F,L1)*(1+C*G(F,A))\$FOR ALL C,L1 SAVEAS V(C,L1); % Вершина Z
SPUR F;4/(2*SQRT(2))*V(C,L1)*R(P1)*V(C,L2)*R(P2);

$$- \frac{(2*(P2.P1*L2.L1*C^2 + P2.P1*L2.L1 - P2.L2*P1.L1*C^2 - P2.L2 * P1.L1 - P2.L1*P1.L2*C^2 - P2.L1*P1.L2 + P1.P1*L2.L1 * C^2 - P1.P1*L2.L1 - 2*EPS(P2,P1,L2,L1)*C*I))/SQRT(2)}$$

FOR ALL C,P1,L1,P2,L2 SAVEAS TL(C,P1,L1,P2,L2); % Лепт. тензор Z
LET P.P=1,P1.P1=M1**2,P.P1=1/2,P.P2=1/2,P1.P2=1/2-M1**2;
INDEX L1,L2;
MM:=-TL(C,P1,L1,-P2,L2)*(P.L1*P.L2-L1.L2)/3\$REMINO L1,L2;
GAM:=MM/2*PH2(1,M1,M1);SUB(M1=0,WS);
GAM := -

$$\frac{SQRT(-4*M1^2 + 1)*(4*C^2*M1^2 - C^2 - 2*M1^2 - 1)}{24*SQRT(2)*PI}$$

$$\frac{C^2 + 1}{24*SQRT(2)*PI}$$

N:=P1-P2\$N:=N/SQRT(-N.N)\$
GAML:=-TL(C,P1,N,-P2,N)/2*PH2(1,M1,M1);SUB(M1=0,GAML); % Вдоль

$$GAML := - \frac{M1^2*(4*M1^2 - 1)}{4*SQRT(-4*M1^2 + 1)*SQRT(2)*PI}$$

0
CLEAR N;MASS N=I;MSHELL N;LET P.N=0,P1.N=0,P2.N=0;
GAMT:=-TL(C,P1,N,-P2,N)/2*PH2(1,M1,M1);SUB(M1=0,GAMT); % Поперек
GAMT := -

$$\frac{SQRT(-4*M1^2 + 1)*(4*C^2*M1^2 - C^2 - 1)}{16*SQRT(2)*PI}$$

$$\frac{C^2 + 1}{16*SQRT(2)*PI}$$

$$16*SQRT(2)*PI$$

CLEAR P.N,P1.N,P2.N; CLEAR GAML,GAMT;

§3. Слабые распады

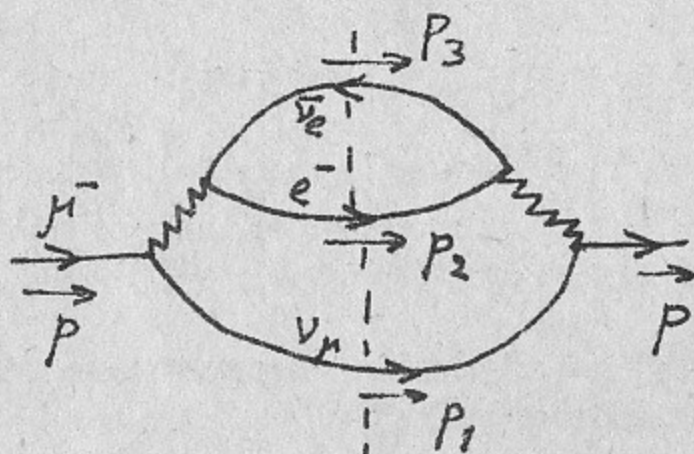


Рис. 11. Распад μ

Распад μ . Размерная оценка вероятности распада $\mu^- \rightarrow \nu_\mu e^- \bar{\nu}_e$ (рис. 11) даёт $\Gamma \sim G^2 m_\mu^5$. Программа получает для квадрата матричного элемента простую формулу

$$|M|^2 = 64G^2 p \cdot p_3 p_1 \cdot p_2$$

при произвольных массах всех частиц. Более простой при ручном счёте вывод этой формулы приведён в [5]. В приближении $m_e = 0$ программа получает ($x_i = \frac{2\epsilon_i}{m_\mu}$)

$$\begin{aligned} \frac{d^2\Gamma}{dx_e dx_{\bar{\nu}}} &= \frac{G^2 m_\mu^5}{16\pi^3} x_{\bar{\nu}} (1 - x_{\bar{\nu}}), \\ \frac{d\Gamma}{dx_e} &= \frac{G^2 m_\mu^5}{96\pi^3} x_e^2 (3 - 2x_e), \\ \Gamma &= \frac{G^2 m_\mu^5}{192\pi^3}. \end{aligned} \quad (1)$$

% РАСПАД μ
% -----

```
MASS P=1,P1=M1,P2=M2,P3=M3;MSHELL P,P1,P2,P3;
INDEX L1,L2;MM:=-TL(P,L2,P1,L1)*TL(P2,L1,-P3,L2)/2;
MM := 64*P.P3*P2.P1
REMIND L1,L2; % очень простой результат
```

```
LET P.P1=1-(X2+X3)/2,P.P2=X2/2,P.P3=X3/2,
P1.P2=(1+M3**2-M1**2-M2**2-X3)/2,
P1.P3=(1+M2**2-M1**2-M3**2-X2)/2,
P2.P3=(-1+M1**2-M2**2-M3**2+X2+X3)/2;
```

```
M1:=M2:=M3:=0$ % безмассовый случай
GAM:=MM/2/(4*(2*PI)**3)/4; % DГ / DX2 DX3
```

$$GAM := - \frac{X3*(X3 - 1)}{16*PI}$$

```
GAM:=DINT(GAM,X3,1-X2,1); % DГ / DX2
```

$$GAM := - \frac{X2*(2*X2 - 3)}{96*PI}$$

```
GAM:=DINT(GAM,X2,0,1); % Г
```

$$GAM := \frac{1}{192*PI}$$

Для рассмотрения распада поляризованного мюона, достаточно в $|M|^2$ заменить p на $p - m$. Усредним $|M|^2$ по направлениям импульсов нейтрино p_1 и p_3 при фиксированном $q = p_1 + p_3$:

$$\overline{p_{1\mu} p_{3\nu}} = \frac{1}{4} q_\mu q_\nu - \frac{1}{4} \overline{n_\mu n_\nu} = \frac{1}{4} q_\mu q_\nu - \frac{n^2}{12} \left(\delta_{\mu\nu} - \frac{q_\mu q_\nu}{q^2} \right) = \frac{1}{12} (q^2 \delta_{\mu\nu} + 2q_\mu q_\nu)$$

($n = p_1 - p_3$, $n^2 = -q^2$). Программа получает

$$\begin{aligned} 4\pi \frac{d\Gamma}{d\Omega dx_e} &= \frac{G^2 m_\mu^5}{96\pi^3} x_e^2 [3 - 2x_e + (1 - 2x_e)\zeta \cos \theta], \\ 4\pi \frac{d\Gamma}{d\Omega} &= \frac{G^2 m_\mu^5}{192\pi^3} \left(1 - \frac{1}{3}\zeta \cos \theta \right). \end{aligned} \quad (2)$$

В приближении нулевой массы электрона, он ведёт себя как нейтрино, т. е. рождается только с отрицательной спиральностью. Поэтому при максимальной энергии $x_e \rightarrow 1$, когда нейтрино и антинейтрино летят параллельно, унося нулевую проекцию момента, электроны летят преимущественно против спина мюона ($1 - \cos \theta$). При малой энергии $x_e \rightarrow 0$, когда нейтрино и антинейтрино летят в противоположные стороны, унося единичную проекцию момента, электрон компенсирует проекцию $\frac{1}{2}$ и летит преимущественно по спину мюона ($1 + \cos \theta$).

```

% Поляризованный мв
VECTOR Q,Z;Q:=P1+P3$LET P.Z=0,P2.Z=-X2/2*C,P1.Z=-P2.Z-P3.Z;
MMP:=64*(P-Z).L1*P2.L2*(Q.Q*L1.L2+2*Q.L1*Q.L2)/12$
GAMP:=MMP/2/(4*(2*PI)**3)/4*X2;

```

$$GAMP := \frac{X2^2 * (2*C*X2 - C + 2*X2 - 3)}{96*PI}$$

```

GAMP:=DINT(GAMP,X2,0,1);CLEAR GAMP;

```

$$GAMP := \frac{C - 3}{576*PI}$$

При учёте массы электрона

$$\frac{d\Gamma}{dx_e} = \frac{G^2 m_\mu^5}{96\pi^3} \left[x_e(3 - 2x_e) - \frac{m_e^2}{m_\mu^2} (4 - 3x_e) \right] \sqrt{x_e^2 - 4 \frac{m_e^2}{m_\mu^2}} \quad (3)$$

$$\Gamma = \Gamma_0 f\left(\frac{m_e}{m_\mu}\right), \quad f(x) = 1 - 8x^2 + 8x^6 - x^8 - 24x^4 \ln x.$$

Задача. При учёте ненулевой массы электрона он поляризован не полностью. Вычислите его поляризацию.

```

% учет массы e
CLEAR M2;GAMO:=GAM$GAM:=MM/2/(4*(2*PI)**3)/4$
DALITZ(1,M2,0,0,X2/2,E3P,E3M)$
GAM:=DINT(GAM,X3,2*E3M,2*E3P);CLEAR E3M,E3P;
GAM :=

```

$$\frac{\sqrt{(X2^2 - 4*M2^2) * (2*X2^2 - 3*X2*M2 - 3*X2 + 4*M2^2)}}{96*PI}$$

```

LOAD ALGINT;GAM:=DINT(GAM,X2,2*M2,1+M2**2)$
FOR ALL X LET LOG(-X)=LOG(X);
FOR ALL X,Y LET LOG(X*Y)=LOG(X)+LOG(Y),LOG(X**Y)=Y*LOG(X);
GAM:=GAM$
FOR ALL X CLEAR LOG(-X);FOR ALL X,Y CLEAR LOG(X*Y),LOG(X**Y);
GAM/GAMO;CLEAR GAM,GAMO;

```

$$- (24*LOG(M2)*M2^4 + M2^8 - 8*M2^6 + 8*M2^2 - 1)$$

Эти формулы относятся и к распадам $\tau^- \rightarrow \nu_\tau e^- \bar{\nu}_e, \nu_\tau \mu^- \bar{\nu}_\mu$. Кроме лептонных распадов τ , возможны полуадронные: $\tau \rightarrow \nu_\tau d \bar{u}, \nu_\tau s \bar{u}$. В приближении свободных кварков вероятности этих распадов отличаются от лептонных множителем $N_c |V_{ud}|^2$ или $N_c |V_{us}|^2$ (N_c — число цветов). Это приближение не очень точно из-за недостаточно большой массы τ . Те же формулы с множителем N_c и соответствующими $|V_{ij}|^2$ относятся к распадам c и b кварков. В случае c они также не очень точны.

Задача. Массы всех продуктов распада могут быть ненулевыми. Принято записывать вероятность распада в виде $\Gamma = \Gamma_0 f\left(\frac{m_1}{m}, \frac{m_2}{m}, \frac{m_3}{m}\right)$. Поскольку $|M|^2$ симметричен относительно замены $1 \leftrightarrow 2$, $f(x_1, x_2, x_3) = f(x_2, x_1, x_3)$. Мы вычислили $f(0, x, 0)$ (формула (2)). В общем виде $f(x_1, x_2, x_3)$ выражается через элементарные функции; в случаях, когда один из продуктов распада безмассовый, интегралы берутся в элементарных функциях. Вычислите $f(0, x_2, x_3) = f(x_2, 0, x_3)$ и $f(x_1, x_2, 0)$.

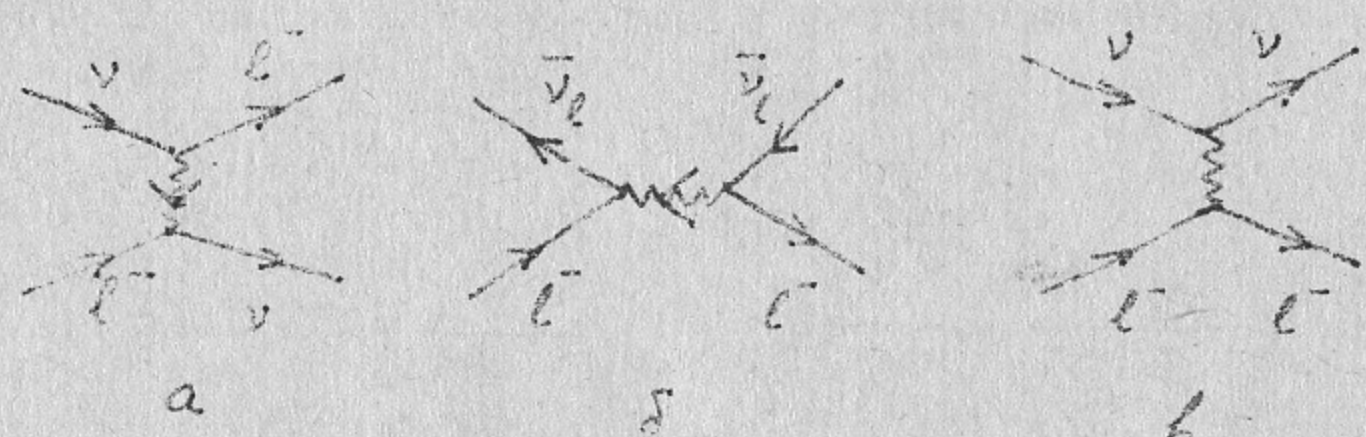


Рис. 12. Рассеяние нейтрино

Рассеяние нейтрино. Другим каналом той же реакции является рассеяние $\nu_\mu e^- \rightarrow \mu^- \nu_e$ (рис. 12а). Нейтрино имеет только одно поляризованное состояние, поэтому усреднять по нему не надо (если считать, что правые нейтрино существуют, хотя не взаимодействуют, то усреднение даст множитель $\frac{1}{2}$; но тогда нужно считать падающие нейтрино полностью поляризованными, что даст множитель 2). Программа полу-

чает

$$\frac{d\sigma}{dt} = \frac{G^2 s - m_\mu^2}{\pi s - m_e^2},$$

$$\sigma = \frac{G^2 (s - m_\mu^2)^2}{\pi s}.$$
(4)

Эта же формула с добавлением $|V_{q'q}|^2$ описывает рассеяние $\nu_l q \rightarrow l^- q'$ (q —кварк с зарядом $-\frac{1}{3}$, q' —с зарядом $\frac{2}{3}$).

Рассеяние $\bar{\nu}_e e^- \rightarrow \bar{\nu}_\mu \mu^-$ (рис. 12б) является t -каналом той же реакции:

$$\frac{d\sigma}{dt} = \frac{G^2 (t - m_\mu^2)(t - m_e^2)}{\pi (s - m_e^2)^2},$$

$$\sigma = \frac{G^2 \left(s^2 + \frac{m_\mu^2 + m_e^2}{2} s + m_\mu^2 m_e^2 \right) (s - m_\mu^2)^2}{3\pi s^3}.$$
(5)

Эта же формула с добавлением $|V_{q'q}|^2$ описывает рассеяние $\nu_e e^- \rightarrow q \bar{q}'$.

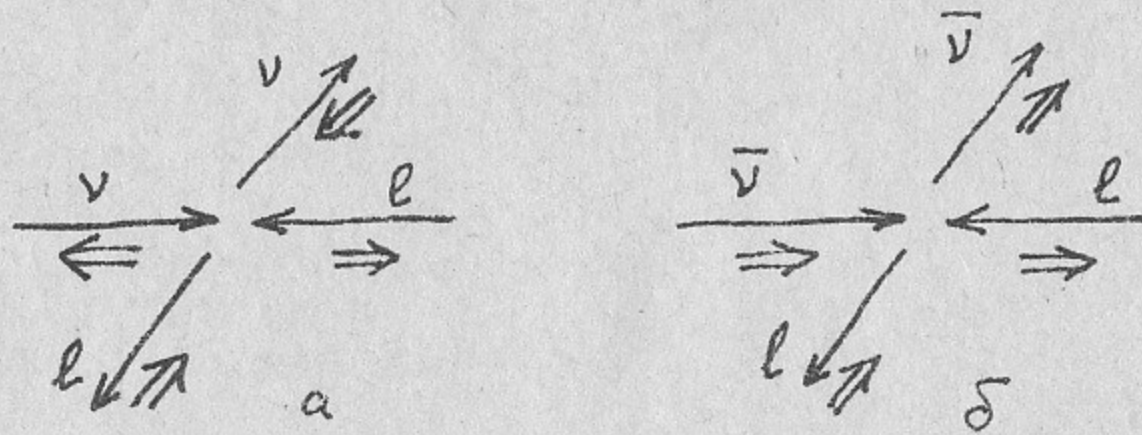


Рис. 13. Сохранение спиральности при рассеянии нейтрино

При $s \gg m_\mu^2$ размерная оценка сечений этих реакций даёт $\sigma \sim G^2 s$. В первом случае (рис. 13а) проекция момента на направление движения как начальных, так и конечных частиц равна 0. Угловое распределение в системе центра масс является изотропным, что естественно для точечного взаимодействия. Во втором случае (рис. 13б) проекция момента на обе оси равна 1. В угловом распределении появляется квадрат модуля амплитуды вероятности того, что момент 1 с проекцией 1 на одну ось имеет также проекцию 1 на другую ось, направленную под углом θ . Эта амплитуда равна $\sin^2 \frac{\theta}{2}$, а угловое распределение — $\frac{t^2}{s^2} = \sin^4 \frac{\theta}{2}$. Полное сечение поэтому в 3 раза меньше. Это можно получить и не из углового

распределения: из 3 возможных проекций момента конечных частиц на ось столкновения разрешена только 1.

Задача. Рассмотрите рассеяние $\nu_\mu e^- \rightarrow \nu_\mu e^-$, $\nu_l q \rightarrow \nu_l q$ (рис. 12в); $\nu_e e^- \rightarrow \nu_e e^-$ (рис. 12а, в); $\bar{\nu}_e e^- \rightarrow \bar{\nu}_e e^-$ (рис. 12б, в).

LET P1.P2=(S-M2**2)/2,P.P3=(S-1)/2,P.P1=(1-T)/2,P2.P3=(M2**2-T)/2,

P1.P3=(S+T-1-M2**2)/2,P.P2=(S+T)/2;

ON GCD;SIG:=MM/(64*PI*JJ(S,0,M2)**2);

S - 1

SIG := -----

2

PI*(S - M2)

MANDEL(0,M2,1,0,S,TM,TP)\$SIGT:=DINT(SIG,T,TP,TM)\$

CLEAR TM,TP;ON FACTOR;SIGT;

2

(S - 1)

S*PI

SIG:=SUB(S=T,T=S,MM)/(64*PI*JJ(S,0,M2)**2);OFF FACTOR;

2

(T - M2)*(T - 1)

SIG := -----

2 2

(S - M2) *PI

MANDEL(0,M2,1,0,S,TM,TP)\$SIGT:=DINT(SIG,T,TP,TM)\$

CLEAR TM,TP;ON FACTOR;SIGT;

2

2

2

2

(2*S + S*M2 + S + 2*M2)*(S - 1)

3

6*S *PI

Задача. Рассмотрите реакцию $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$, $q\bar{q}$ с учётом аннигиляции через γ и Z . Найдите зарядовую асимметрию—разность вероятностей рождения μ^+ и μ^- (или q и \bar{q}) под углом θ .

Полулептонные распады мезонов. Рассмотрим распады псевдоскалярного мезона на псевдоскалярный мезон и лептоны, например, $K^- \rightarrow \pi^0 l^- \bar{\nu}_l$, $D^- \rightarrow K^0 l^- \bar{\nu}_l$, $B^- \rightarrow D^0 l^- \bar{\nu}_l$ (рис. 11). Только векторный ток имеет ненулевой матричный элемент

$$f_+(q^2)P_\mu + f_-(q^2)q_\mu, \quad P = p + p_1, \quad q = p - p_1.$$

Программа получает

$$\frac{d\Gamma}{dE_M dE_l} = \frac{G^2 |V_{qq'}|^2}{4\pi^3} \left\{ f_+^2 \left[m(m - 2E_\nu)(E_\nu - E_M^0 + E_M) - m_M^2 e_\nu + \frac{m_l^2}{4}(E_M^0 - E_M) \right] + f_+ f_- \frac{m_l^2}{2}(2E_\nu - E_M^0 + E_M) + f_-^2 \frac{m_l^2}{4}(E_M^0 - E_M) \right\}, \quad (6)$$

где $E_\nu = m - E_M - E_l$ — энергия нейтрино, а $E_M^0 = \frac{m^2 + m_M^2 - m_l^2}{2m}$ — максимальная энергия мезона. Поскольку $q^2 = m^2 + m_M^2 - 2mE_M$, интеграл по E_l берётся в общем виде:

$$\frac{d\Gamma}{dE_M} = \frac{G^2 |V_{qq'}|^2 m^2 p_M}{2\pi^3} \left(\frac{E_M^0 - E_M}{q^2} \right)^2 \left\{ f_+^2 \left[\frac{2}{3} p_M^2 \left(1 + 2 \frac{m_l^2}{q^2} \right) + \frac{1}{8} \frac{m_l^2}{m^2} (m^2 + m_M^2 + 2mE_M) \right] + f_+ f_- \frac{m_l^2}{2} \frac{m^2 - m_M^2}{m^2} + f_-^2 \frac{m_l^2}{4} \frac{q^2}{m^2} \right\}, \quad (7)$$

где $p_M = \sqrt{E_M^2 - m_M^2}$ — импульс мезона. Если массой лептона можно пренебречь, то f_- не даёт вклада, и

$$\frac{d\Gamma}{dE_M dE_l} = \frac{G^2 |V_{qq'}|^2 m f_+^2}{4\pi^3} [2E_\nu E_l - m(E_M^0 - E_M)], \quad (8)$$

$$\frac{d\Gamma}{dE_M} = \frac{G^2 |V_{qq'}|^2 f_+^2 m p_M^3}{12\pi^3}.$$

В этом случае виртуальный W является чисто векторным, и поэтому распад происходит в P волне, что и объясняет пороговое поведение p_M^3 .

% M1 -> M2 Б АНТИ-НУ
% -----

```
MASS P=1,P1=M1,P2=M2,P3=0;MSHELL P,P1,P2,P3;
LET P.P1=E1,P.P2=E2,P.P3=1-E1-E2,
P1.P2=(1-M1**2-M2**2)/2-1+E1+E2,
P1.P3=(1+M2**2-M1**2)/2-E2,
P2.P3=(1+M1**2-M2**2)/2-E1;
FACTOR F;VECTOR J;J:=P+P1+F*(P-P1)$ % адронный ток перехода
MM:=TL(P2,J,-P3,J)/SQRT(2)$ON GCD;
GAM:=MM/2/(32*PI**3); % dГ / d E1 d E2
```

$$\text{GAM} := (F * M2 * (2 * E1 + M2 - M1 - 1) + 2 * F * M2 * (4 * E2 + 2 * E1 - M2 + M1 - 3) + 16 * E2 + 16 * E2 * E1 - 8 * E2 * M2 - 16 * E2 - 6 * E1 * M2 - 8 * E1 + M2 - M2 * M1 + 3 * M2 + 4 * M1 + 4) / (32 * PI)$$

```
DALITZ(1,M1,M2,0,E1,E2M,E2P);GAM1:=DINT(GAM,E2,E2M,E2P)$CLEAR E2M,E2P;
ON FACTOR;GAM1;OFF FACTOR;
```

$$\text{(SQRT(E1}^2 - M1^2) * (12 * F * E1 * M2 - 12 * F * E1 * M2 * M1 - 12 * F * E1 * M2 + 3 * F * M2 * M1 + 6 * F * M2 * M1 + 3 * F * M2 + 12 * F * E1 * M2 * M1 - 12 * F * E1 * M2 - 6 * F * M2 * M1 + 6 * F * M2 - 16 * E1 + 4 * E1 * M2 + 8 * E1 * M1 + 8 * E1 + 16 * E1 * M1 + 3 * M2 * M1 - 10 * M2 * M1 + 3 * M2 - 8 * M1 - 8 * M1) * (2 * E1 + M2 - M1 - 1)) / (96 * (2 * E1 - M1 - 1) * PI)$$

```
SUB(M2=0,GAM);SUB(M2=0,GAM1);
```

$$\frac{4 * E2 + 4 * E2 * E1 - 4 * E2 - 2 * E1 + M1 + 1}{8 * PI * \text{SQRT(E1}^2 - M1^2) * (E1 - M1)}$$

Задача. Найдите поляризацию конечного лептона в этом распаде.

Задача. Рассмотрите полулептонный распад псевдоскалярного мезона на векторный: введите формфакторы и вычислите вероятность распада и поляризацию конечного мезона.

Распад $\pi^- \rightarrow \pi^0 e^- \bar{\nu}_e$. Формфакторы этого распада по изотопической симметрии связаны с электромагнитными формфакторами пиона. Из-за сохранения тока $f_- = 0$. $\pi^- = d\bar{u}$ может перейти в $\pi^0 = \frac{u\bar{u} + d\bar{d}}{\sqrt{2}}$ за счёт перехода $d \rightarrow u$ (заряд 1) или $\bar{u} \rightarrow \bar{d}$ (заряд -1). В электромагнитном переходе $\pi^- \rightarrow \pi^-$ заряд $-\frac{1}{3} - \frac{2}{3} = -1$. Поэтому слабый формфактор $f_+(q^2)$ получается из электромагнитного $f(q^2)$ домножением на $\sqrt{2}$. Поскольку q^2 в этом распаде очень мало, можно считать формфактор константой $f(q^2) = 1$.

Энерговыделение в этом распаде $\Delta = m_{\pi^-} - m_{\pi^0} \ll m_{\pi^-}$. Размерная оценка даёт $\Gamma \sim G^2 |V_{ud}|^2 \Delta^5$. В программе масса и энергия электрона m_e, E_e измеряются в единицах Δ , а кинетическая энергия π^0 мезона $T_{\pi^0} = E_{\pi^0} - m_{\pi^0}$ — в единицах Δ^2/m_{π^-} , после чего можно перейти к пределу $m_{\pi^-} \rightarrow \infty$. Восстановить степень Δ в ответе можно по размерности. Программа получает

$$\begin{aligned} \frac{d\Gamma}{dE_e dT_{\pi^0}} &= \frac{G^2 |V_{ud}|^2 m_{\pi^-}}{2\pi^3} [m_{\pi^-} (T_{\pi^0}^0 - T_{\pi^0}) - 2E_e (\Delta - E_e)], \\ \frac{d\Gamma}{dT_{\pi^0}} &= \frac{G^2 |V_{ud}|^2 \sqrt{2m_{\pi^-}}}{3\pi^3} \left(\frac{T_{\pi^0}^0 - T_{\pi^0}}{q^2} \right)^2 \left[4m_{\pi^-} T_{\pi^0} - m_e^2 \left(1 - \frac{4\Delta^2}{q^2} \right) \right], \\ \frac{d\Gamma}{dE_e} &= \frac{G^2 |V_{ud}|^2 \sqrt{E_e^2 - m_e^2} E_e (\Delta - E_e)^2}{\pi^3}, \\ \Gamma &= \frac{G^2 |V_{ud}|^2 \Delta^5}{30\pi^3} \left[\left(1 - \frac{9m_e^2}{2\Delta^2} - 4\frac{m_e^4}{\Delta^4} \right) v + \frac{15}{4} \ln \frac{1+v}{1-v} \right], \end{aligned} \quad (9)$$

где $T_{\pi^0}^0 = \frac{\Delta^2 - m_e^2}{2m_{\pi^-}}$ — максимальная кинетическая энергия π^0 , $q^2 = \Delta^2 - 2m_{\pi^-} T_{\pi^0}$, а $v = \sqrt{1 - \frac{m_e^2}{\Delta^2}}$ — максимальная скорость электрона. Полную вероятность можно получить интегрированием спектра электронов или мезонов.

```

PROCEDURE NONREL(X);
BEGIN SCALAR A,B,C;
      C:=SUB(M1=1-D,M2=M2*D,E1=1-D+D**2*T1,E2=D*E2,X);
      A:=NUM(C);B:=DEN(C);
      WHILE (C:=SUB(D=0,A))=0 DO A:=A/D;A:=C;
      WHILE (C:=SUB(D=0,B))=0 DO B:=B/D;RETURN A/C
END;
NONREL

```

```

GAM:=NONREL(2*SUB(F=0,GAM))$GAM1:=NONREL(2*SUB(F=0,GAM1))$
DALITZ(1,M2,M1,0,E2,E1M,E1P)$
T1M:=NONREL(E1M-M1)$T1P:=NONREL(E1P-M1)$
GAM2:=DINT(GAM,T1,T1M,T1P)$
ON FACTOR;GAM;GAM1:=SUB(T1=V**2/2,GAM1);GAM2;OFF FACTOR;

```

$$\begin{aligned} & \frac{2^2 T_1 - 4 E_2^2 + 4 E_2^2 + M_2^2 - 1}{4 \pi^3} \\ \text{GAM1} & := - \\ & \frac{(2^4 V^2 - V^2 M_2^2 - 2^2 V^2 - 3^2 M_2^2) * (V^2 + M_2^2 - 1) * V}{12 * (V + 1)^3 * (V - 1)^3 * \pi} \\ & \frac{\text{SQRT}(E_2^2 - M_2^2) * (E_2 - 1) * E_2}{\pi^3} \\ \text{GAMT} & := \text{DINT}(\text{GAM1} * V, V, 0, V) \$ \\ \text{LET LOG}(-1) & = 0, \text{LOG}(V+1) = \text{LOG}((1+V)/(1-V)) + \text{LOG}(V-1), V**2 = 1 - M_2**2; \\ \text{GAMT} & ; \\ & \frac{15 * \text{LOG}\left(\frac{-V-1}{V-1}\right) * M_2^4 - 16 * V * M_2^4 - 18 * V * M_2^2 + 4 * V}{120 * \pi^3} \end{aligned}$$

Задача. Вычислите поправку порядка $\frac{\Delta}{m}$.

Распад нейтрона. Для распада $n \rightarrow p e^- \bar{\nu}_e$ (рис. 11) размерная оценка даёт $\Gamma \sim G^2 |V_{ud}|^2 \Delta^5$, $\Delta = m_n - m_p \ll m_N$. Матричные элементы векторного и аксиального тока для перехода $n \rightarrow p$ имеют вид

$$\begin{aligned} & \bar{p}(f_1 \gamma_\mu + f_2 \sigma_{\mu\nu} q_\nu + f_3 q_\mu) n, \\ & \bar{p}(g_1 \gamma_\mu + g_2 \sigma_{\mu\nu} q_\nu + g_3 q_\mu) \gamma_5 n. \end{aligned}$$

Члены f_3 и g_2 запрещены по G -чётности.

Векторные формфакторы по изотопической симметрии выражаются через изовекторную часть электромагнитных формфакторов:

$$f_1(q^2) = F_{1p}(q^2) - F_{1n}(q^2), \quad f_2(q^2) = \frac{F_{2p}(q^2) - F_{2n}(q^2)}{2m_N}.$$

В распаде нейтрона q^2 мало, и можно использовать формфакторы при $q^2 = 0$: слабый заряд $f_1 = 1$ и слабый магнетизм $f_2 = \frac{g_p - g_n}{2m_n}$ (g_p, g_n — аномальный магнитный момент протона и нейтрона).

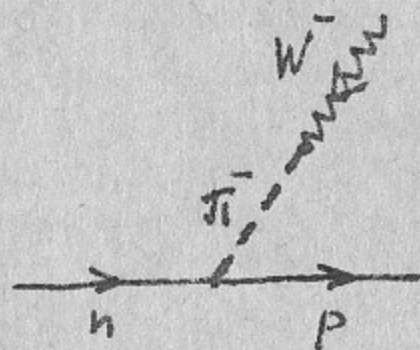


Рис. 14. Эффективный псевдоскаляр

Эффективный псевдоскаляр g_3 (называемый так потому, что он даёт массу лептона и точечное псевдоскалярное взаимодействие) в основном определяется пионным обменом (рис. 14), т. к. масса пиона мала:

$$g_3(q^2) = \frac{gf_\pi}{q^2 - m_\pi^2},$$

где вершина перехода $n \rightarrow p\pi^-$ обозначена $g\gamma_5$. Поэтому характерный масштаб изменения g_3 , равный m_π^2 , много меньше, чем у других формфакторов. В пределе нулевых масс u и d кварков аксиальный ток сохраняется: $\partial_\mu \bar{u}\gamma_\mu\gamma_5 d = -(m_u + m_d)\bar{u}d \rightarrow 0$. В этом пределе пионы являются безмассовыми: взяв матричный элемент между π^- и вакуумом, получим $f_\pi m_\pi^2 = (m_u + m_d) \langle 0 | \bar{u}d | \pi^- \rangle \rightarrow 0$. Применяя сохранение аксиального тока к переходу $n \rightarrow p$, найдём

$$-2m_N g_1 + g_3 q^2 = 0,$$

или подставляя g_3 при $m_\pi = 0$, получим соотношение Гольдбергера-Треймана для аксиального заряда

$$g_1 = \frac{gf_\pi}{2m_N}.$$

Все эти формулы строго применимы в пределе безмассовых кварков (и следовательно безмассового пиона) при $q \rightarrow 0$, и могут быть не очень точными в реальном мире.

В распаде нейтрона характерные q очень малы, поэтому можно пренебречь слабым магнетизмом и эффективным псевдоскаляром, а векторный и аксиальный заряд взять при $q^2 = 0$. Формфакторы f_2 и g_3 более существенны в процессе μ -захвата (см. задачу). Программа получает

$$\begin{aligned} \frac{d\Gamma}{dE_e dT_p} &= \frac{G^2 |V_{ud}|^2 m_n}{16\pi^3} [(1 - g_1^2) m_p (T_p^0 - T_p) - 2(1 + g_1^2) E_e (\Delta - E_e)], \\ \frac{d\Gamma}{dT_p} &= \frac{G^2 |V_{ud}|^2 \sqrt{2T_p}}{24\pi^3} \left(\frac{T_p^0 - T_p}{q^2} \right)^2 \\ &\times \left[4m_p T_p + 2g_1^2 (3\Delta^2 - 4m_p T_p) - m_e^2 (1 + g_1^2) \left(1 - \frac{4\Delta^2}{q^2} \right) \right], \\ \frac{d\Gamma}{dE_e} &= \frac{G^2 |V_{ud}|^2 (1 + 3g_1^2) \sqrt{E_e^2 - m_e^2} E_e (\Delta - E_e)^2}{8\pi^3}, \\ \Gamma &= \frac{G^2 |V_{ud}|^2 \Delta^5 (1 + 3g_1^2)}{240\pi^3} \left[\left(1 - \frac{9m_e^2}{2\Delta^2} - 4\frac{m_e^4}{\Delta^4} \right) v + \frac{15}{4} \ln \frac{1+v}{1-v} \right]. \end{aligned} \quad (10)$$

Форма спектра электронов, а потому и функция от $\frac{m_e}{\Delta}$ в полной вероятности, такая же, как в распаде $\pi^- \rightarrow \pi^0 e^- \bar{\nu}_e$. Можно переписать двойную дифференциальную вероятность через угол между импульсами электрона и нейтрино:

$$\begin{aligned} \frac{d\Gamma}{dE_e d\cos\theta} &= \frac{G^2 |V_{ud}|^2 (1 + 3g_1^2) E_e^2 (\Delta - E_e)^2 v_e}{16\pi^3} \\ &\times \left[1 + \frac{1 - g_1^2}{1 + 3g_1^2} v_e \cos\theta \right], \end{aligned} \quad (11)$$

где $v_e = \sqrt{E_e^2 - m_e^2}/E_e$ — скорость электрона.

% РАСПАД НЕЙТРОНА
% -----

```

NOSPUR F;G(F,L1)*(1+B*G(F,A))$FOR ALL B,L1 SAVEAS V(B,L1);
SPUR F;4/SQRT(2)*V(B,L1)*R(P1)*V(B,L2)*R(P2)$
FOR ALL B,P1,L1,P2,L2 SAVEAS TB(B,P1,L1,P2,L2);
MASS P=1,P1=M1,P2=M2,P3=0;MSHELL P,P1,P2,P3;
INDEX L1,L2;MM:=-TB(B,P,L2,P1,L1)*TL(P2,L1,-P3,L2)/2;

```

```

MM := 16*(P.P2*P1.P3*B2 - 2*P.P2*P1.P3*B + P.P2*P1.P3 + P.P3
      *P2.P1*B2 + 2*P.P3*P2.P1*B + P.P3*P2.P1 + P2.P3*B2
      *M1 - P2.P3*M1)

```

```

LET P.P1=E1,P.P2=E2,P.P3=1-E1-E2,
P1.P2=(1-M1**2-M2**2)/2-1+E1+E2,
P1.P3=(1+M2**2-M1**2)/2-E2,
P2.P3=(1+M1**2-M2**2)/2-E1;

```

```

GAM:=MM/2/(4*(2*PI)**3)/4;

```

```

GAM := - (4*B2*E22 + 4*B2*E2*E1 - 2*B2*E2*M2 - 4*B2*E2 + 2
          *B2*E12 - B2*E1*M2 - B2*E1*M1 + 2*B2*E1*M1 - 3*
          B2*E1 + B2*M2*M1 + B2*M2 - B2*M1 + B2*M1 - B2
          *M1 + B2 + 8*B2*E2*E1 - 4*B2*E2*M1 - 4*B2*E2 + 4*B2
          *E12 - 2*B2*E1*M2 - 2*B2*E1*M1 - 6*B2*E1 + 2*B2*M2
          + 2*B2*M1 + 2*B2 + 4*E22 + 4*E2*E1 - 2*E2*M2 - 4*
          E2 + 2*E12 - E1*M2 - E1*M1 - 2*E1*M1 - 3*E1 -
          M2*M1 + M2 + M1 + M1 + M1 + 1)/(32*PI)

```

```

PROCEDURE NONREL(X);

```

```

BEGIN SCALAR A,B,C;

```

```

C:=SUB(M1=1-D,M2=M2*D,E1=1-D+D**2*T1,E2=D*E2,X);

```

```

A:=NUM(C);B:=DEN(C);

```

```

WHILE (C:=SUB(D=0,A))=0 DO A:=A/D;A:=C;

```

```

WHILE (C:=SUB(D=0,B))=0 DO B:=B/D;RETURN A/C

```

```

END;

```

```

NONREL

```

```

GAM:=NONREL(GAM);

```

```

GAM := - (2*B2*T1 + 4*B2*E22 - 4*B2*E2 + B2*M2 - B2 - 2*T1
          + 4*E22 - 4*E2 - M2 + 1)/(32*PI)

```

```

DALITZ(1,M1,M2,0,E1,E2M,E2P)$
E2M:=NONREL(E2M)$E2P:=NONREL(E2P)$
GAM1:=DINT(GAM,E2,E2M,E2P)$
DALITZ(1,M2,M1,0,E2,E1M,E1P)$
T1M:=NONREL(E1M-M1)$T1P:=NONREL(E1P-M1)$
GAM2:=DINT(GAM,T1,T1M,T1P)$
ON FACTOR;GAM1:=SUB(T1=V**2/2,GAM1);GAM2;OFF FACTOR;

```

```

GAM1 := - ((4*B2*V2 + B2*V*M22 - 10*B2*V + 3*B2*M22 + 6*
            B2 - 2*V2 + V*M22 + 2*V + 3*M22)*
            (V2 + M22 - 1)*V)/(96*(V + 1)*
            (V - 1)*PI)

```

```

GAMT:=DINT(GAM1*V,V,0,V)$
LET LOG(-1)=0,LOG(V+1)=LOG((1+V)/(1-V))+LOG(V-1),V**2=1-M2**2;
ON FACTOR;GAMT;OFF FACTOR;

```

```

- (V + 1)4 - 16*V*M24 - 18*V*M24 + 4*V*(3*
  (15*LOG(-----)*M24 - 16*V*M24 - 18*V*M24 + 4*V)*(3*
  V - 1
  B + 1))/(960*PI)

```

```

GAM:=SUB(T1=(E2**2-M2**2+(1-E2)**2)/2+SQRT(E2**2-M2**2)*(1-E2)*C,
          GAM)*SQRT(E2**2-M2**2)*(1-E2)$
ON FACTOR;SUB(C=0,GAM);DF(GAM,C)/SUB(C=0,GAM);OFF FACTOR;

```

```

SQRT(E22 - M22)*(3*B2 + 1)*(E2 - 1)*E2
-----
16*PI
(B + 1)*(B - 1)*(E2 + M2)*(E2 - M2)
-----
SQRT(E22 - M22)*(3*B2 + 1)*E2

```

Для учёта поляризации электрона, в $|M|^2$ нужно заменить $p_e \rightarrow p_e - m_e a_e$; этот множитель должен входить в $|M|^2$ линейно. По той же причине в $|M|^2$ линейно входит p_ν . В приближении $\frac{\Delta}{m_N} \ll 1$ остальная часть $|M|^2$ может содержать только общий 4-вектор скорости нейтрона и протона n . После усреднения по направлениям вылета нейтрино, p_ν превращается в вектор, пропорциональный n . Поэтому $|M|^2 \sim (p_e - m_e a_e)_\mu n_\mu \sim 1 - v_e \zeta_{||}$. Поляризация электрона является продольной, и равна $-v_e$. Это рассуждение применимо также для распада $\pi^- \rightarrow \pi^0 e^- \bar{\nu}_e$.

В случае распада поляризованного нейтрона, программа вычисляет корреляцию его поляризации и направлений вылета электрона и нейтрино. Отсюда она получает угловые распределения электрона и нейтрино: $1 + a_{e,\nu} \vec{\zeta} \cdot \vec{v}_{e,\nu}$, где

$$a_{e,\nu} = \frac{2g_1(1 \mp g_1)}{1 + 3g_1^2}. \quad (12)$$

% Поляризованный нейтрон

VECTOR EE;LET P.EE=0,P1.EE=-P2.EE-P3.EE,

P2.EE=-SQRT(E2**2-M2**2)*CE,P3.EE=-(1-E1-E2)*CN;

MM:=4/SQRT(2)*V(B,L1)*R(P,EE)*V(B,L2)*R(P1)*TL(P2,L1,-P3,L2)/2\$

GAM:=MM/2/(4*(2*PI)**3)/4\$ON GCD;

GAM:=NONREL(GAM)\$ON FACTOR;

GAM:=SUB(T1=(E2**2-M2**2+(1-E2)**2)/2+SQRT(E2**2-M2**2)*(1-E2)*C,

GAM)*SQRT(E2**2-M2**2)*(1-E2);

$$\begin{aligned} \text{GAM} := & - \left((2 * \text{SQRT}(E2^2 - M2^2))^2 * B * CN * E2 + 3 * \text{SQRT}(E2^2 - M2^2) * \right. \\ & B * E2 - 2 * \text{SQRT}(E2^2 - M2^2) * B * CN * E2 + \text{SQRT}(E2^2 - \\ & M2^2) * E2 - B * C * E2 + B * C * M2 - 2 * B * CE * E2 + 2 * \\ & B * CE * M2 - 2 * B * CE * E2 + 2 * B * CE * M2 + C * E2 - C * \\ & \left. M2 \right) * (E2 - 1) / (16 * PI) \end{aligned}$$

GAM:=DINT(GAM,C,-1,1);

$$\begin{aligned} & - \left((2 * \text{SQRT}(E2^2 - M2^2))^2 * B * CN * E2 + 3 * \text{SQRT}(E2^2 - M2^2) * B * E2 - \right. \\ & \left. 2 * \text{SQRT}(E2^2 - M2^2) * B * CN * E2 + \text{SQRT}(E2^2 - M2^2) * E2 - 2 * B * \right. \end{aligned}$$

$$CE * E2^2 + 2 * B * CE * M2^2 - 2 * B * CE * E2^2 + 2 * B * CE * M2^2) *$$

$$(E2 - 1) / (8 * PI)$$

GAMO:=SUB(CE=0,CN=0,GAM)\$DF(GAM,CE)/GAMO;DF(GAM,CN)/GAMO;

$$2 * (B + 1) * (E2 + M2) * (E2 - M2) * B$$

$$\text{SQRT}(E2^2 - M2^2) * (3 * B + 1) * E2$$

$$2 * (B - 1) * B$$

$$3 * B + 1$$

Задача. Найдите поправку порядка $\frac{\Delta}{m}$. Она заметна в полулептонных распадах гиперонов с большим энерговыделением.

Задача. Вычислите сечение $\mu^- p \rightarrow \nu_\mu n$ при малых скоростях. Получите из него вероятность μ -захвата в основном состоянии μ -атома водорода, и сравните её с вероятностью распада μ .

Задача. Вычислите сечение рассеяния $\nu_l n \rightarrow l^- p$ через формфакторы.

Задача. Рассмотрите рассеяние $\nu N \rightarrow \nu N$.

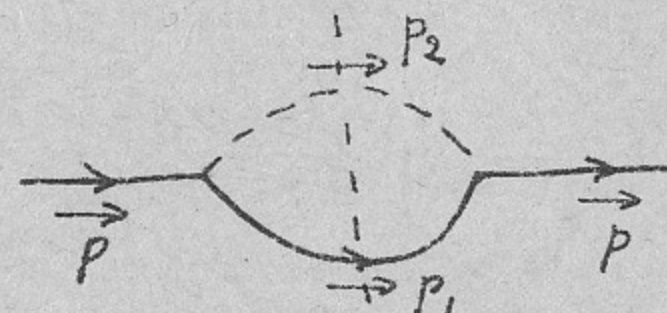


Рис. 15. Нелептонные распады гиперонов

Нелептонные распады гиперонов. Вершина нелептонного распада гиперона (рис. 15) имеет вид $G V_{us} m_\pi^2 \bar{u}_2 (A + B \gamma_5) u_1$, где A описывает распад в S волне, а B — в P волне. Вероятность распада

$$\begin{aligned} \Gamma &= \frac{G^2 |V_{us}|^2 m_\pi^4 p_\pi}{8\pi} \frac{[(m_1 + m_2)^2 - m_\pi^2] |A|^2 + [(m_1 - m_2)^2 - m_\pi^2] |B|^2}{m_1^2} \\ &\rightarrow \frac{G^2 |V_{us}|^2 m_\pi^4 \sqrt{\Delta^2 - m_\pi^2} (|S|^2 + |P|^2)}{\pi}, \end{aligned} \quad (13)$$

где в нерелятивистском приближении удобнее использовать $S = A$ и $P = B \frac{\sqrt{\Delta^2 - m_\pi^2}}{2m_1}$. Угловое распределение пионов в распаде поляризованного гиперона имеет вид $1 - a \vec{\zeta} \cdot \vec{n}_\pi$, где

$$a = \frac{SP^* + S^*P}{|S|^2 + |P|^2} \quad (14)$$

Поляризация конечного бариона в распаде неполяризованного гиперона является продольной, и равна a .

% НЕЛЕПТОННЫЕ РАСПАДЫ ГИПЕРОНОВ

% -----

MASS P=1, P1=M1, P2=M2; MSHELL P, P1, P2;

LET P.P1=(1+M1**2-M2**2)/2, P.P2=(1-M1**2+M2**2)/2,

P1.P2=(1-M1**2-M2**2)/2;

MM:=4*(1+B*G(F,A))*(G(F,P)+1)*(1-BC*G(F,A))*(G(F,P1)+M1)\$

ON GCD; GAM:=MM/2*PH2(1, M1, M2);

GAM := - (SQRT(M2⁴ - 2*M2²*M1² - 2*M2² + M1⁴ - 2*M1² + 1))*(

B*BC*M2² - B*BC*M1² + 2*B*BC*M1 - B*BC + M2² -

M1² - 2*M1 - 1))/(8*PI)

PROCEDURE NONREL(X);

BEGIN SCALAR U, V, W;

W:=SUB(M1=1-D, M2=D*M2,

B=2*B/D/SQRT(1-M2**2), BC=2*BC/D/SQRT(1-M2**2), X);

U:=NUM(W); V:=DEN(W);

WHILE (W:=SUB(D=0, U))=0 DO U:=U/D; U:=W;

WHILE (W:=SUB(D=0, V))=0 DO V:=V/D; RETURN U/W

END;

NONREL

NONREL(GAM);

SQRT(- M2² + 1)*(B*BC + 1)

PI

% поляризованный гиперон

VECTOR EE; LET P.EE=0, P1.EE=-P2.EE, P2.EE=-P1.EE*(1, M1, M2)*C;

MM:=(1+B*G(F,A))*(G(F,P)+1)*(1-G(F,A,EE))*(1-BC*G(F,A))*(G(F,P1)+M1)\$

DF(MM, C)/SUB(C=0, MM); NONREL(WS);

(SQRT(M2⁴ - 2*M2²*M1² - 2*M2² + M1⁴ - 2*M1² + 1)*(B + BC))/(

B*BC*M2² - B*BC*M1² + 2*B*BC*M1 - B*BC + M2² - M1² - 2*M1

- 1)

B + BC

B*BC + 1

% поляризация конечного бариона

L1:=-SECOND(ORT({P1.L, P.L}))\$INDEX L; PEE:=P.L*L1\$REMIIND L;

LET P1.EE=0, P2.EE=P.EE, P.EE=Z*PEE;

MM:=(1+B*G(F,A))*(G(F,P)+1)*(1-BC*G(F,A))*(G(F,P1)+M1)*(1-G(F,A,EE))\$

DF(MM, Z)/SUB(Z=0, MM); NONREL(WS);

(B*M2⁴ - 2*B*M2²*M1² - 2*B*M2² + B*M1⁴ - 2*B*M1² + B + BC

*M2⁴ - 2*BC*M2²*M1² - 2*BC*M2² + BC*M1⁴ - 2*BC*M1² + BC)

/((SQRT(M2⁴ - 2*M2²*M1² - 2*M2² + M1⁴ - 2*M1² + 1)*(B*BC*M2

- B*BC*M1² + 2*B*BC*M1 - B*BC + M2² - M1² - 2*M1 - 1))

B + BC

B*BC + 1

Задача. Найдите поляризацию конечного бариона в распаде поляризованного гиперона.

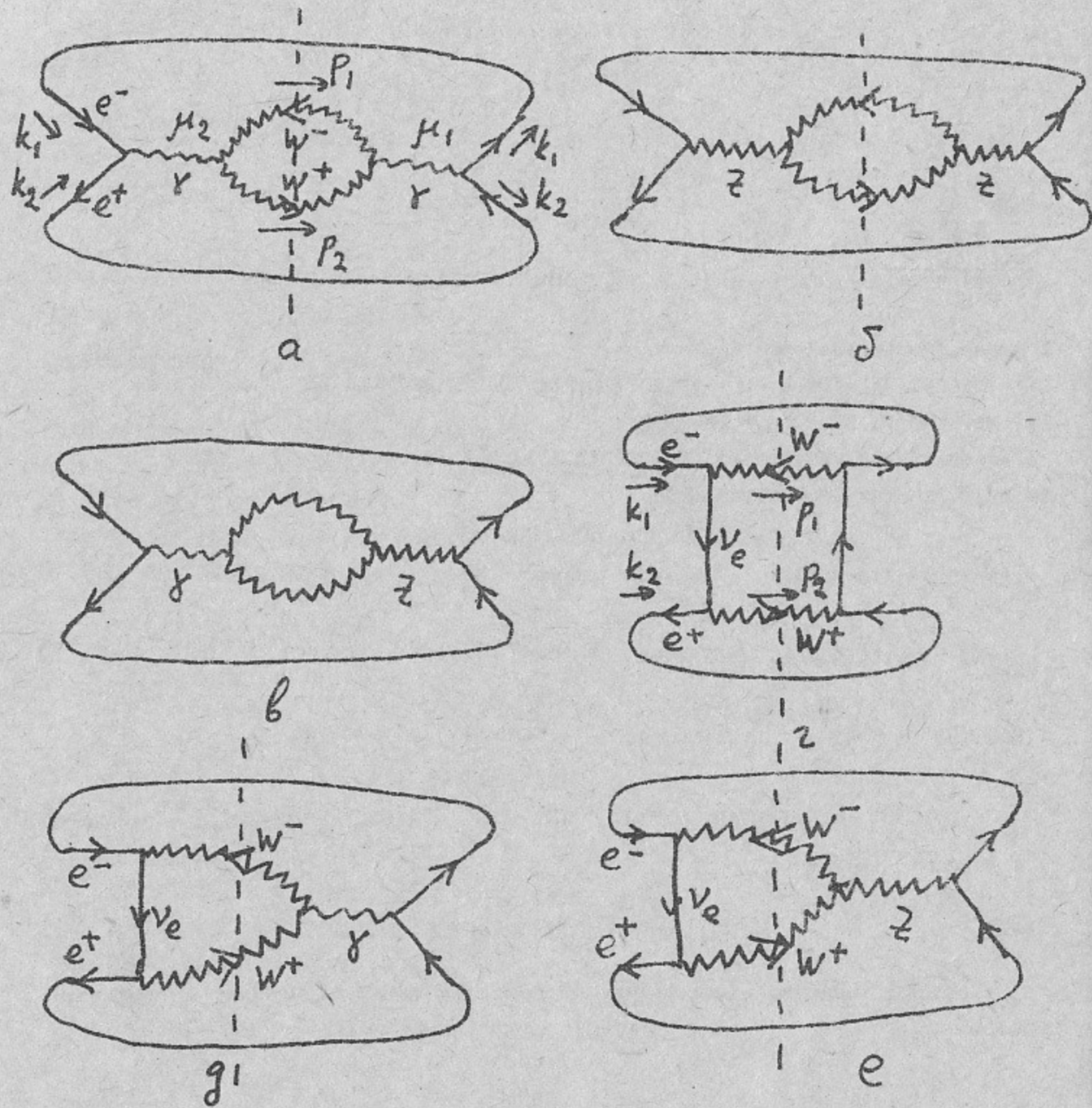


Рис. 16. $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$

§4. Рождение W

$e^+e^- \rightarrow W^+W^-$. Сечение этого процесса (рис. 16) равно (мы

приняли $m_W = 1$ для упрощения записи)

$$\sigma = \frac{\pi\alpha^2}{96 \sin^4 \theta_W s^3 (s \cos^2 \theta_W - 1)} \times \left\{ 24 [s(s^2 + s + 4) - (s^3 + 2s^2 + 10s + 4) \sin^2 \theta_W] \ln \frac{s - 2 - \sqrt{s(s-4)}}{s - 2 + \sqrt{s(s-4)}} + \frac{\sqrt{s(s-4)}}{s \cos^2 \theta_W - 1} [3s(21s^2 - 20s + 32) - 16(8s^3 + 3s^2 + 16s + 6) \sin^2 \theta_W + 4(15s^3 + 8s^2 + 160s + 96) \sin^4 \theta_W] \right\}. \quad (1)$$

Программы этого параграфа были получены путём введения ряда улучшений в программы, сгенерированные системой CompuHEP [7]. Так, в данном случае средняя петля на рис. 16а-в одна и та же (с точностью до множителей $\sin \theta_W$ и $\cos \theta_W$). Конечно, можно было бы написать более короткие программы, но эти очень экономно используют память, и могут выполняться на персональном компьютере.

Задача. Исследуйте угловое распределение в этом процессе.

```
LET CW**2=1-SW**2,E**2=4*PI;MZ:=1/CW$
MASS K1=0,K2=0,P1=1,P2=1;MSHELL K1,K2,P1,P2;VECTOR L1,L2,N1,N2,N,NN;
LET K1.K2=S/2,P1.P2=S/2-1,K1.P1=(1-T)/2,K2.P2=(1-T)/2,
K1.P2=(S+T-1)/2,K2.P1=(S+T-1)/2;
OPERATOR R,V,VW,VZ,V3,D,DZ;VECTOR !=P,!=L,!=P1,!=P2,!=P3,!=L1,!=L2,!=L3;
FOR ALL P LET R(P)=G(F,P),D(P)=1/P.P,DZ(P)=1/(P.P-MZ**2);
FOR ALL L LET V(L)=E*G(F,L),
VW(L)=E/(2*SQRT(2)*SW)*G(F,L)*(1+G(F,A)),
VZ(L)=E/(CW*SW)*G(F,L)*((1+G(F,A))/4-SW**2);
FOR ALL P1,P2,P3,L1,L2,L3 LET V3(P1,P2,P3,L1,L2,L3)=
E*(L1.L2*(P1-P2).L3+L2.L3*(P2-P3).L1+L3.L1*(P3-P1).L2);
% диаграмма 1
VL:=V3(P1+P2,-P1,-P2,N2,L1,L2)$VR:=V3(P1+P2,-P1,-P2,N1,L1,L2)$
VV:=SUB(L1=P1,L2=P2,VL)*SUB(L1=P1,L2=P2,VR)$
UL:=SUB(L2=P2,VL)$UR:=SUB(L2=P2,VR)$INDEX L1;VV:=VV-UL*UR$REMIIND L1;
UL:=SUB(L1=P1,VL)$UR:=SUB(L1=P1,VR)$INDEX L2;VV:=VV-UL*UR$CLEAR UL,UR;
INDEX L1;VV:=VV+VL*VR$REMIIND L1,L2;CLEAR VL,VR;
MM1:=R(K1)*V(N1)*R(K2)*V(N2)$INDEX N1,N2;MM1:=MM1*VV$REMIIND N1,N2;
MM1:=MM1*D(K1+K2)**2$
```


$$\begin{aligned}
& \frac{2}{\sqrt{S^2 - 4S} + S - 2} \left(24 \log \left(\frac{4S^2 + 2SW^2 + 10SW^2 + 4S^2}{\sqrt{S^2 - 4S} + S - 2} \right) \right) \pi (SW^2 + 2SW^2 + 10SW^2 + 4S^2) \\
& \frac{2}{\sqrt{S^2 - 4S} + S - 2} \left(S^2 + 4SW^2 - 2SW^2 - 2SW^2 - 12SW^2 + 6SW^2 + 4SW^2 \right. \\
& \left. + S^4 + 3S^2 - 4S^2 \right) + \sqrt{S^2 - 4S} \pi (60SW^2 + 32SW^2 + 640SW^2 + 384SW^2 - 128SW^2 - 48SW^2 - 256SW^2 - 96SW^2 \\
& \left. + 63S^3 - 60S^2 + 96S) \right) / (96SW^2 (SW^2 - 2SW^2 + 2SW^2 + S^2 - 2S + 1))
\end{aligned}$$

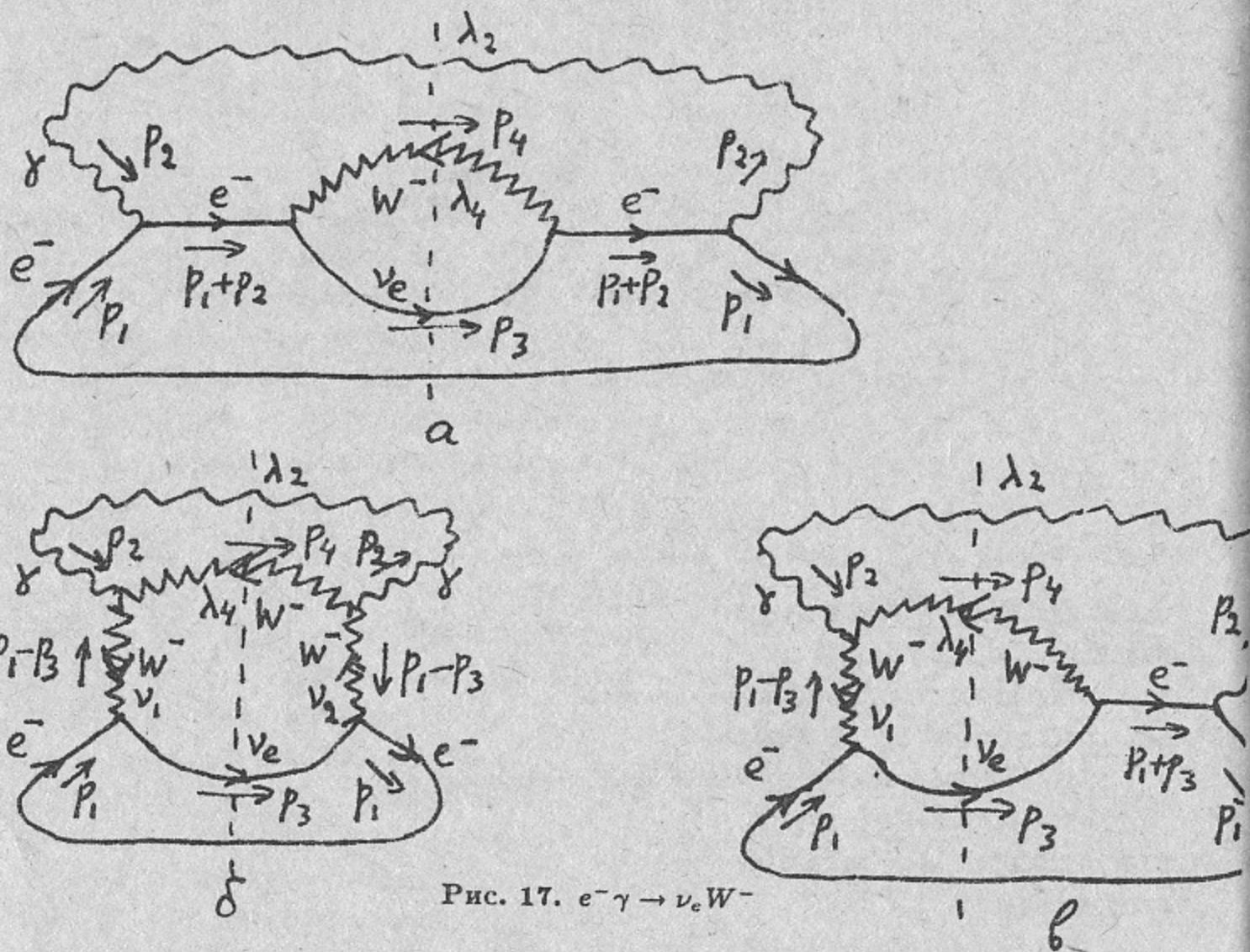


Рис. 17. $e^- \gamma \rightarrow \nu_e W^-$

$e^- \gamma \rightarrow \nu_e W^-$. Сечение этого процесса (рис. 17) равно ($x = 1 - t$)

$$\begin{aligned}
\frac{d\sigma}{dx} &= \frac{\pi \alpha^2}{2 \sin^2 \theta_W s^3 x^2} (2s^3 - 4s^2 x + 3s x^2 - 2s x + 2s - x^3 + 2x^2 - 2x), \\
\sigma &= \frac{\pi \alpha^2}{4 \sin^2 \theta_W s^3} [4s^3 + s^2 + 2s - 7 - (2s^2 + s + 1) \ln s].
\end{aligned} \tag{2}$$

```

LET CW**2=1-SW**2,E**2=4*PI;
MASS P1=0,P2=0,P3=0,P4=1;MSHELL P1,P2,P3,P4;VECTOR L2,L4,N1,N2,NN;
LET P1.P2=S/2,P3.P4=(S-1)/2,P1.P3=(X-1)/2,P2.P4=X/2,
P1.P4=(1+S-X)/2,P2.P3=(S-X)/2;
OPERATOR R,V,VW,V3,D,DW;VECTOR !=P,!=L,!=P1,!=P2,!=P3,!=L1,!=L2,!=L3,A;
FOR ALL P LET R(P)=G(F,P),D(P)=1/P.P,DW(P)=1/(P.P-1);
FOR ALL L LET V(L)=E*G(F,L),
VW(L)=E/(2*SQRT(2)*SW)*G(F,L)*(1+G(F,A));
FOR ALL P1,P2,P3,L1,L2,L3 LET V3(P1,P2,P3,L1,L2,L3)=
E*(L1.L2*(P1-P2).L3+L2.L3*(P2-P3).L1+L3.L1*(P3-P1).L2);

```

% диаграмма 1

```

NOSPUR F;MM:=VW(L4)*R(P3)*VW(L4)$
MM1:=-SUB(L4=P4,MM)$INDEX L4;MM1:=MM1+MM$REMINDE L4;CLEAR MM;
SPUR F;INDEX L2;MM1:=MM1*R(P3+P4)*V(L2)*R(P1)*V(L2)*R(P3+P4)$
REMINDE L2;MM1:=MM1*D(P3+P4)**2$

```

% диаграмма 2

```

VL:=V3(P2,-P4,P1-P3,L2,L4,N1)$VR:=SUB(N1=N2,VL)$
UL:=SUB(L4=P4,VL)$UR:=SUB(L4=P4,VR)$INDEX L2;VV:=-UL*UR$CLEAR UL,UR;
INDEX L4;VV:=VV+VL*VR$CLEAR VR;REMINDE L2,L4;
MM:=R(P1)*VW(N2)*R(P3)*VW(N1)$NN:=P1-P3$
MM2:=SUB(N1=NN,N2=NN,MM)*SUB(N1=NN,N2=NN,VV)$
UL:=SUB(N2=NN,MM)$UR:=SUB(N2=NN,VV)$INDEX N1;MM2:=MM2-UL*UR$REMINDE N1;
UL:=SUB(N1=NN,MM)$UR:=SUB(N1=NN,VV)$INDEX N2;MM2:=MM2-UL*UR$CLEAR UL,UR;
INDEX N1;MM2:=MM2+MM*VV$REMINDE N1;CLEAR MM,VV;
MM2:=MM2*DW(NN)**2$

```

% диаграмма 3

```

MM:=R(P1)*V(L2)*R(P3+P4)*VW(L4)*R(P3)*VW(N1)$
UL:=SUB(L4=P4,N1=NN,MM)$UR:=SUB(L4=P4,N1=NN,VL)$
INDEX L2;MM3:=UL*UR$REMINDE L2;
UL:=SUB(L4=P4,MM)$UR:=SUB(L4=P4,VL)$
INDEX L2,N1;MM3:=MM3-UL*UR$REMINDE L2,N1;
UL:=SUB(N1=NN,MM)$UR:=SUB(N1=NN,VL)$
INDEX L2,L4;MM3:=MM3-UL*UR$CLEAR UL,UR;

```

```
INDEX N1;MM3:=MM3+MM*VL$REMINDE L2,L4,N1;CLEAR MM,VL;
MM3:=-2*SUB(I=0,MM3)*D(P1+P2)*DW(P1-P3)$
```

% сумма

```
ON GCD;SIG:=(MM1+MM2+MM3)/(16*PI*S**2); % d СИГМА / d x
```

SIG :=

$$\frac{\pi \cdot (2s^3 - 4s^2x + 3s^2x^2 - 2sx^3 + 2s^2 - x^3 + 2x^2 - 2x)}{2s^2 \cdot s^3 \cdot x}$$

```
CLEAR MM1,MM2,MM3;
```

```
MANDEL(0,0,0,1,S,T1,T2)$
```

```
SIG:=DINT(SIG,X,1-T1,1-T2)$ % полное сечение
```

```
FACTOR LOG;SIG;
```

$$\frac{4 \cdot \log(s) \cdot \pi \cdot (2s^2 + s + 1) + \pi \cdot (-4s^3 - s^2 - 2s + 7)}{4s^2 \cdot s^3}$$

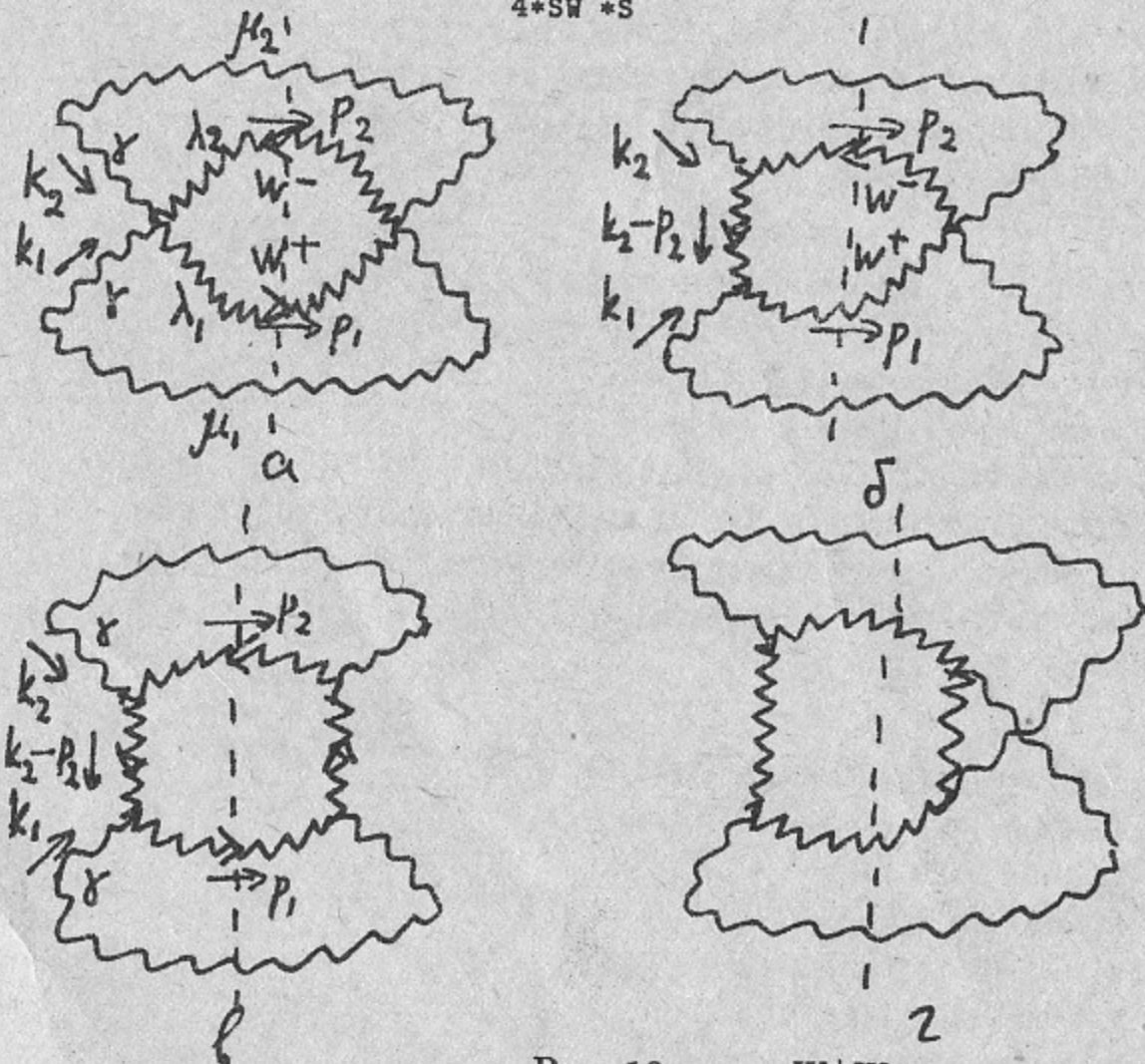


Рис. 18. $\gamma\gamma \rightarrow W^+W^-$

$\gamma\gamma \rightarrow W^+W^-$. Сечение этого процесса (рис. 18) равно ($x = 2t + s - 2$)

$$\frac{d\sigma}{dx} = \frac{\pi\alpha^2}{s^2(s^2 - x^2)^2} (19s^4 - 24s^3 + 10s^2x^2 + 96s^2 + 24sx^2 + 3x^4),$$

$$\sigma = \frac{2\pi\alpha^2}{s^3} \left[12(s-2) \ln \frac{s - \sqrt{s(s-4)}}{s + \sqrt{s(s-4)}} + \sqrt{s(s-4)}(4s^2 + 3s + 12) \right]. \quad (3)$$

```
LET E**2=4*PI;
```

```
MASS K1=0,K2=0,P1=1,P2=1;MSHELL K1,K2,P1,P2;VECTOR L1,L2,M1,M2,N1,N2,NN;
```

```
LET K1.K2=S/2,P1.P2=S/2-1,
```

```
K1.P1=(S-X)/4,K2.P2=(S-X)/4,K1.P2=(S+X)/4,K2.P1=(S+X)/4;
```

```
OPERATOR V3,V4,D,DW;VECTOR !=P,!=P1,!=P2,!=P3,!=L1,!=L2,!=L3,!=L4;
```

```
FOR ALL P LET D(P)=1/P.P,DW(P)=1/(P.P-1);
```

```
FOR ALL P1,P2,P3,L1,L2,L3 LET V3(P1,P2,P3,L1,L2,L3)=
```

```
E*(L1.L2*(P1-P2).L3+L2.L3*(P2-P3).L1+L3.L1*(P3-P1).L2);
```

```
FOR ALL L1,L2,L3,L4 LET V4(L1,L2,L3,L4)=
```

```
E**2*(2*L1.L2*L3.L4-L1.L3*L2.L4-L1.L4*L2.L3);
```

% диаграмма 1

```
VL:=V4(M1,M2,L1,L2)$VR:=V4(M1,M2,L1,L2)$
```

```
U1:=SUB(L1=P1,L2=P2,VL)$U2:=SUB(L1=P1,L2=P2,VR)$
```

```
INDEX M1,M2;MM1:=U1*U2$REMINDE M1,M2;CLEAR U1,U2;
```

```
U1:=SUB(L2=P2,VL)$U2:=SUB(L2=P2,VR)$
```

```
INDEX M1,M2,L1;MM1:=MM1-U1*U2$REMINDE M1,M2,L1;CLEAR U1,U2;
```

```
U1:=SUB(L1=P1,VL)$U2:=SUB(L1=P1,VR)$
```

```
INDEX M1,M2,L2;MM1:=MM1-U1*U2$CLEAR U1,U2;
```

```
INDEX L1;MM1:=MM1+VL*VR$CLEAR VL;REMINDE L1,L2,M1,M2;
```

% диаграмма 2

```
NN:=K2-P2$VU:=V3(K2,-P2,-NN,M2,L2,N1)$VD:=V3(K1,-P1,NN,M1,L1,N1)$
```

```
VL:=-SUB(N1=NN,VU)*SUB(N1=NN,VD)$INDEX N1;VL:=VL+VU*VD$
```

```
REMINDE N1;CLEAR VU,VD;VL:=VL*DW(NN)$
```

```
U1:=SUB(L1=P1,L2=P2,VL)$U2:=SUB(L1=P1,L2=P2,VR)$
```

```
INDEX M1,M2;MM2:=U1*U2$REMINDE M1,M2;CLEAR U1,U2;
```

```
U1:=SUB(L2=P2,VL)$U2:=SUB(L2=P2,VR)$
```

```
INDEX M1,M2,L1;MM2:=MM2-U1*U2$REMINDE M1,M2,L1;CLEAR U1,U2;
```

```
U1:=SUB(L1=P1,VL)$U2:=SUB(L1=P1,VR)$
```

```
INDEX M1,M2,L2;MM2:=MM2-U1*U2$CLEAR U1,U2;
```

```
INDEX L1;MM2:=MM2+VL*VR$REMINDE M1,M2,L1,L2;CLEAR VR;
```

```
MM2:=2*SUB(I=0,MM2)$MM2:=MM2+SUB(X=-X,MM2)$
```

% диаграмма 3

```
VR:=VL$U1:=SUB(L1=P1,L2=P2,VL)$U2:=SUB(L1=P1,L2=P2,VR)$
INDEX M1,M2;MM3:=U1*U2$REMIND M1,M2;CLEAR U1,U2;
U1:=SUB(L2=P2,VL)$U2:=SUB(L2=P2,VR)$
INDEX M1,M2,L1;MM3:=MM3-U1*U2$REMIND M1,M2,L1;CLEAR U1,U2;
U1:=SUB(L1=P1,VL)$U2:=SUB(L1=P1,VR)$
INDEX M1,M2,L2;MM3:=MM3-U1*U2$CLEAR U1,U2;
INDEX L1;MM3:=MM3+VL*VR$REMIND M1,M2,L1,L2;CLEAR VR;
MM3:=MM3+SUB(X=-X,MM3)$
```

% диаграмма 4

```
VR:=SUB(K1=K2,K2=K1,M1=M2,M2=M1,X=-X,VL)$
U1:=SUB(L1=P1,L2=P2,VL)$U2:=SUB(L1=P1,L2=P2,VR)$
INDEX M1,M2;MM4:=U1*U2$REMIND M1,M2;CLEAR U1,U2;
U1:=SUB(L2=P2,VL)$U2:=SUB(L2=P2,VR)$
INDEX M1,M2,L1;MM4:=MM4-U1*U2$REMIND M1,M2,L1;CLEAR U1,U2;
U1:=SUB(L1=P1,VL)$U2:=SUB(L1=P1,VR)$
INDEX M1,M2,L2;MM4:=MM4-U1*U2$CLEAR U1,U2;
INDEX L1;MM4:=MM4+VL*VR$REMIND M1,M2,L1,L2;CLEAR VR;
MM4:=2*SUB(I=0,MM4)$
```

% сумма

```
ON GCD;SIG:=(MM1+MM2+MM3+MM4)/(128*PI*S**2);
```

```
SIG := (PI*(19*S4 - 24*S3 + 10*S2*X + 96*S2 + 24*S*X + 3*  
X4))/(S*(S4 - 2*S2*X + X4))
```

```
MANDEL(0,0,1,1,S,T1,T2)$
```

```
SIG:=DINT(SIG,X,2*T1+S-2,2*T2+S-2)$
```

```
LET LOG(-SQRT(S**2-4*S)-S)=LOG(SQRT(S**2-4*S)+S),  
LOG(SQRT(S**2-4*S)-S)=LOG(-SQRT(S**2-4*S)+S),  
LOG(-SQRT(S**2-4*S)+S)=LOG((-SQRT(S**2-4*S)+S)/(SQRT(S**2-4*S)+S))  
+LOG(SQRT(S**2-4*S)+S);
```

```
FACTOR LOG;SIG:=SIG;
```

```
SIG := - (24*LOG( $\frac{-\sqrt{S^2-4S}+S}{\sqrt{S^2-4S}+S}$ ))*PI*(S-2) + 2*  
SQRT(S2-4*S)*PI*(4*S2+3*S+12))/S
```

Задача. Исследуйте поляризационные эффекты в процессах, рассмотренных в этом параграфе.

Литература

1. Hearn A. C. REDUCE User's Manual. —RAND Corporation, pub. CP78, rev. 7/87, 1987.
2. Грозин А. Г. // Препринты ИЯФ 88-118, 136, 140.—Новосибирск, 1988.
3. Грозин А. Г. // Препринт ИЯФ 90-42.—Новосибирск, 1990.
4. Грозин А. Г. // Препринт ИЯФ 90-71.—Новосибирск, 1990.
5. Окунь Л. Б. Лептоны и кварки. —М.: Наука, 1990.
6. Комминс Ю., Буксбаум Ф. Слабые взаимодействия лептонов и кварков. —М.: Энергоатомиздат, 1987.
7. Boos E. E., Dubinin N. M., Edneral V. F. et al. // Препринт НИИЯФ МГУ 89-63.—Москва, 1989.

А.Г.Грозин

СИСТЕМА REDUCE В ФИЗИКЕ
ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ.
СЛАБЫЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ

Препринт 91-056

Работа поступила 27 мая 1991 г.

Ответственный за выпуск С.Г.Попов

Подписано к печати 27 мая 1991 г.

Формат бумаги 60x90 1/16. Объем 3,4 печ.л.,
2,7 уч.-изд.л.

Тираж 200 экз. Бесплатно. Заказ №56

Ротапринт ИЯФ СО АН СССР, г.Новосибирск, 90