



ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ СО АН СССР

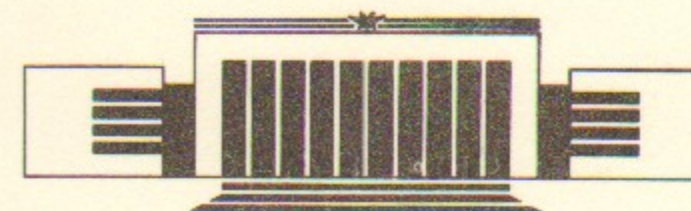
Э.А. Кураев, С.Н. Панов

СЕЧЕНИЯ ПРОЦЕССОВ

$e^+e^- \rightarrow e^+e^-(\gamma), \pi^+\pi^-(\gamma), \mu^+\mu^-(\gamma)$

ДЛЯ ОБЛАСТИ ЭНЕРГИЙ $200 \text{ МэВ} \leq 2E \leq 3 \text{ ГэВ}$

ПРЕПРИНТ 91-26



НОВОСИБИРСК

Сечение процессов
 $e^+e^- \rightarrow e^+e^-(\gamma), \pi^+\pi^-(\gamma), \mu^+\mu^-(\gamma)$
 для области энергий $200 \text{ МэВ} \leq 2E \leq 3 \text{ ГэВ}$

Э.А. Кураев, С.Н. Панов

Институт ядерной физики
 630090, Новосибирск 90, СССР

АННОТАЦИЯ

Приведены результаты расчетов сечений, справедливые начиная с области энергий вблизи порога: $\beta_\mu \sim \beta_\pi = \left(1 - \frac{m_\pi^2}{s}\right)^{1/2} \sim 1$. Принимаются во внимание однопетлевые поправки к амплитудам, также как и поправки за счет излучения мягких $\omega < \Delta\epsilon \ll \epsilon$ в с.ц.и. e^+e^- пучков фотонов. Отдельно представлены зарядово-четная и зарядово-нечетная части сечения для $\pi^+\pi^-(\gamma)$ и $\mu^+\mu^-(\gamma)$ каналов. Для случая образования пионов принимаются во внимание их формфакторы. Приведены полностью дифференциальные сечения процессов $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-\gamma, \pi^+\pi^-\gamma, e^+e^-\gamma$. Для каждого из процессов приведены соответствующие формулы в ультрарелятивистском приближении: $\sqrt{s} = E \gg m_\mu \sim m_\pi$. В качестве оценки вклада высших приближений теории возмущений (т.в.) приводится формула для сечения образования $\pi^+\pi^-$, учитывающая радиационные поправки в ведущем приближении с помощью метода структурных функций. Оценка вкладов высших порядков т.в. позволяет определить точность полученных результатов, которая составляет $\leq 0.5\%$ для области энергий вне узких резонансов (типа Ψ). Мы обсуждаем также способ интегрирования сечения, позволяющий избежать трудностей, происходящих от его сингулярного характера.

В эксперименте на встречных e^+e^- пучках повышается точность измерения сечений. В настоящее время на ВЭПП-2М начинается серия экспериментов с детектором КМД по измерению сечений $e^+e^- \rightarrow$ адроны с высокой точностью приблизительно 1—2%. Решение этой задачи требует знания Р.П. с точностью, не уступающей эксперименту. Данная работа посвящена их вычислению.

Она состоит из трех частей и заключения. В первой части мы рассматриваем однопетлевые поправки к амплитуде процесса рождения пионов; вклад излучения мягких фотонов и приводим дифференциальное сечение как функцию энергии, угла вылета пионов к оси пучков $\theta = \hat{q}_-, \hat{p}_-$ и параметра $\Delta\epsilon/\epsilon$, учитывающего излучение мягких, не регистрируемых на опыте фотонов. Отдельно приведены вклады зарядово-четный (1.21) и зарядово-нечетный (1.17) в сечение, а также их асимптотическое выражение (1.18, 1.22), согласующееся с полученным ранее выражением. При вычислении вклада бокс-диаграмм мы предполагаем пионы бесструктурными (точечными). В этой же части мы вычисляем сечение образования пионов с излучением дополнительного жесткого фотона, принимая во внимание формфакторы пионов и приводим сечение в случае $\beta_\pi \sim 1$ (1.24) и в ультрарелятивистском случае $1 - \beta_\pi \ll 1$ (1.26).

Во второй части аналогичные вычисления проводятся для процесса $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-(\gamma)$. Вклад виртуальных и мягких фотонов в зарядово-четную часть сечения приведен в формулах (2.4) для $\beta \sim 1$ и в (2.5) для $\beta \rightarrow 1$. Аналогичные выражения для зарядово-нечетной части даны в (2.9) и (2.10). Дифференциальное сече-

ние процесса $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^- \gamma$ приведено соответственно в (2.11) и (2.13).

В третьей части мы приводим известные выражения для сечения $e^+e^- \rightarrow e^+e^- (\gamma)$ с учетом излучения виртуальных и мягких фотонов (3.1) и сечение процесса с излучением дополнительного жесткого фотона (3.2) в ультррелятивистском приближении. Здесь же приведено сечение процесса e^+e^- рассеяния с излучением произвольного числа дополнительных фотонов (как виртуальных, мягких, так и жестких) в главнологарифмическом приближении. Оно имеет вид сечения процесса Дрелла — Яна.

$$d\sigma = \int dx_1 \int dx_2 D(x_1, \beta_q) D(x_2, \beta_q) \bar{d}\sigma_0 D\left(\frac{y}{y_1}, \beta_q\right) D\left(\frac{z}{z_1}, \beta_q\right) \frac{1}{y_1 z_1} \quad (1)$$

где $D(x, \beta)$ — структурная функция, описывающая вероятность найти электрон (позитрон) с долей энергии x и квадратом 4-импульса q^2 в начальном электро- (позитроне). Для рассеяния на большие углы можно принять

$$\beta_q \approx \beta = \frac{2\alpha}{\pi} (\rho_e - 1), \quad \rho_e = \ln \frac{s}{m_e^2}, \quad s = 4E^2, \quad d\bar{\sigma}_0 \approx \left(1 - \frac{\alpha}{3\pi} \rho_e\right)^{-2} d\hat{\sigma}_0,$$

$d\hat{\sigma}_0$ — борновское сечение процесса $e^+e^- \rightarrow e^+e^-$.

В заключении мы приводим формулы, аналогичные (1), для процессов $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$, $\pi^+\pi^-$, обсуждаем вид формул (для сечения), учитывающих результат точного расчета в однопетлевом приближении и вклад поправок более высоких порядков теории возмущений (т. в.) в приближении главных логарифмов (см. 4, 1.3)

$$\frac{\alpha}{\pi} \rho_e \sim 1. \quad (2)$$

Оценка неучтенных при этом членов

$$\left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^2 \rho_e \sim 0.01\% \quad (3)$$

определяет точность полученных таким образом формул (довольно громоздких).

Если ограничиться расчетом только поправок низшего порядка теории возмущений (приведенных в разделах 1—3), то гарантируемая точность определяется ведущим вкладом следующего приближения, который имеет порядок

$$\left(\frac{\alpha \rho_e}{\pi}\right)^2 \sim \frac{1}{400} \sim 0,2\%, \quad (4)$$

достаточный для сравнения с результатами современных опытов (вне области узких резонансов, где формулы типа (1) необходимы).

Здесь же мы излагаем способ интегрирования сечений, основанный на методе квазиреальных электронов [9], позволяющий избежать трудностей, связанных с «пиковостью» сечений в кинематической области когда фотон излучается под малым углом к направлению движения одной из заряженных частиц.

1. ПРОЦЕСС $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^- (\gamma)$

1.1. Вычисление однопетлевых поправок к борновской амплитуде

Соответствующие диаграммы Фейнмана приведены на рис. 1. При вычислении сечения возникает необходимость вычислить про-

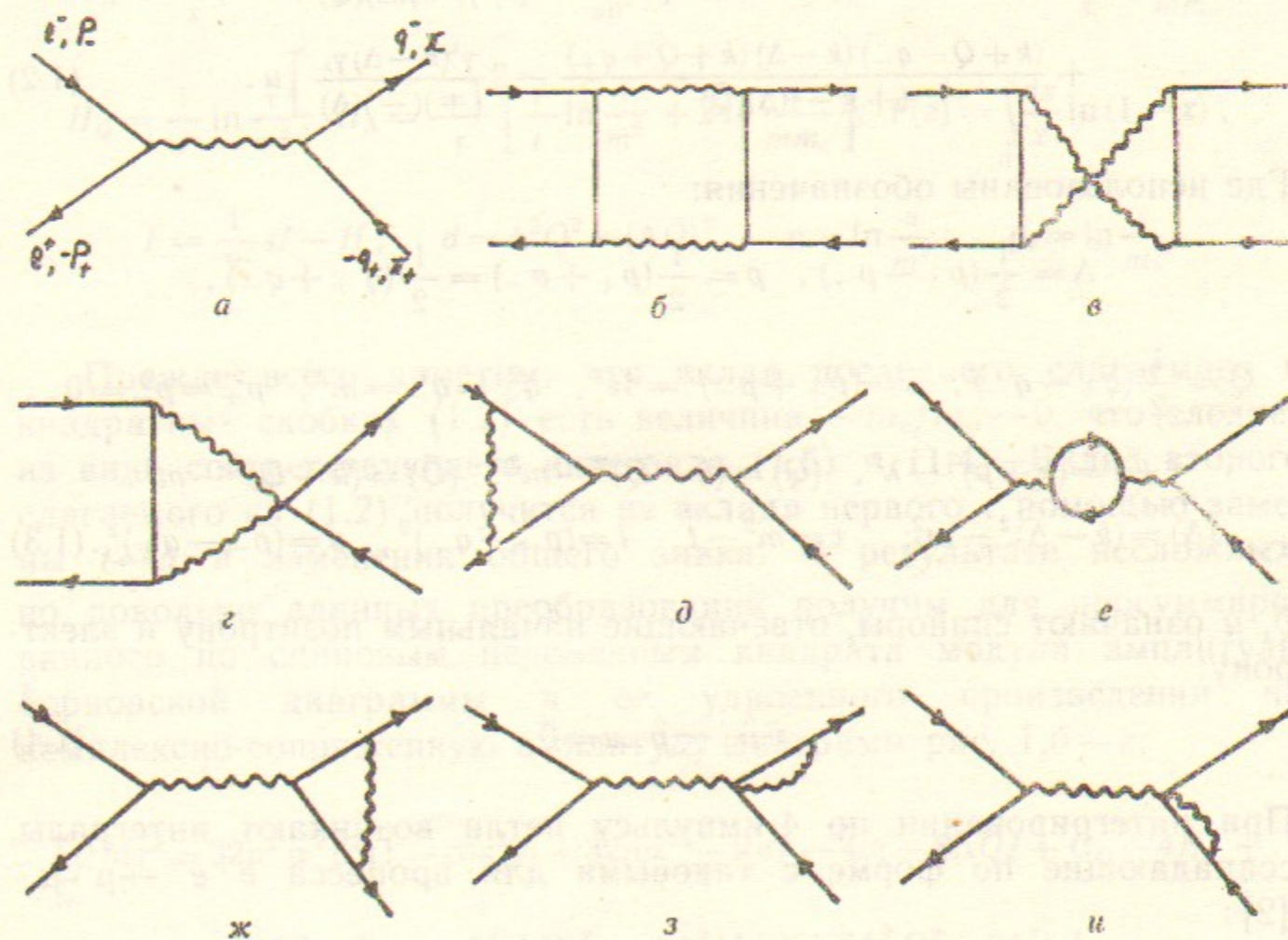


Рис. 1.

суммированный по спиновым состояниям квадрат модуля амплитуды процесса. Вклад диаграмм рис. 1,а отвечает борновскому сечению

$$\frac{d\sigma_0}{d\theta} = \frac{\alpha^2 \beta^3}{s} \sin^2 \theta |F_\pi(s)|^2, \quad \theta = \hat{q}_- \hat{p}_-, \quad \beta = \left(1 - \frac{m^2}{\varepsilon^2}\right)^{1/2}, \quad s = 4\varepsilon^2, \quad m = m_\pi. \quad (1.1)$$

$F_\pi(s)$ — формфактор пиона. Ниже мы покажем, что пренебрегая членами порядка (4), мы можем не рассматривать вклады в сечение от квадратов однопетлевых диаграмм (рис. 1,б—у). Вклады эти могут быть достаточно точно учтены с использованием метода структурных функций, о котором мы будем говорить в разделе 3.

Рассмотрим сначала зарядово-нечетную часть сечения. Матричный элемент, отвечающий диаграммам рис. 1,а—г, имеет вид

$$M = -\frac{8\pi\alpha i}{s} \bar{v} \hat{Q} u + i\alpha^2 \bar{v} \int \frac{d^4 k}{i\pi^2} \left[\frac{(k-Q-q_+)(k-\Delta)(k-Q+q_-)}{(+)(-)(\Delta)(Q)} + \frac{(k+Q-q_-)(k-\Delta)(k+Q+q_+)}{(+)(-)(\Delta)(\bar{Q})} - 2 \frac{\gamma^5(k-\Delta)\gamma_5}{(+)(-)(\Delta)} \right] u. \quad (1.2)$$

Где использованы обозначения:

$$\Delta = \frac{1}{2}(p_+ - p_-), \quad p = \frac{1}{2}(p_+ + p_-) = \frac{1}{2}(q_+ + q_-),$$

$$Q = \frac{1}{2}(q_+ - q_-), \quad s = (p_+ + p_-)^2 = 4\varepsilon^2, \quad q_+^2 = q_-^2 = m^2, \quad p_+^2 = p_-^2 = 0,$$

$$(\pm) = (k \mp p)^2 - \lambda^2, \quad (Q) = (k-Q)^2 - m^2, \quad (\bar{Q}) = (k+Q)^2 - m^2,$$

$$(\Delta) = (k-\Delta)^2 - m_e^2, \quad \tau = m^2 - t, \quad t = (p_- - q_-)^2, \quad u = (p_- - q_+)^2. \quad (1.3)$$

\bar{v} , u означают спиноры, отвечающие начальным позитрону и электрону:

$$\bar{v} \hat{p}_+ = \hat{p}_- u = 0. \quad (1.4)$$

При интегрировании по 4-импульсу петли возникают интегралы, совпадающие по форме с таковыми для процесса $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$ [2]:

$$\int \frac{d^4 k}{i\pi^2} \frac{\{1; k^\mu\}}{(+)(-)(Q)(\Delta)} = \{J; J_\Delta \Delta^\mu + J_Q Q^\mu\};$$

$$\int \frac{d^4 k}{i\pi^2} \frac{\{1; k^\mu\}}{(Q)(\Delta)(\pm)} = \{H; \pm H_p p^\mu + H_\Delta \Delta^\mu + H_Q Q^\mu\};$$

$$\int \frac{d^4 k}{i\pi^2} \frac{\{1; k^\mu\}}{(Q)(+)(-)} = \{F_Q; Q^\mu G_Q\}; \quad \int \frac{d^4 k}{i\pi^2} \frac{\{1; k^\mu\}}{(\Delta)(+)(-)} = \{F_\Delta; G_\Delta \Delta^\mu\}. \quad (1.5)$$

$$J = -\frac{2}{s\tau} \ln \frac{s}{\lambda^2} \ln \frac{\tau}{mm_e}; \quad F_\Delta = \frac{1}{s} \left(\frac{\pi^2}{6} + \frac{1}{2} \rho_e^2 \right);$$

$$F_Q = \frac{1}{s\beta} \left\{ \frac{\pi^2}{6} + \frac{1}{2} \rho^2 + 2\rho \ln \frac{1+\beta}{2} + 4F \left(\frac{1-\beta}{2} \right) + 2F \left(-\frac{1-\beta}{1+\beta} \right) \right\}.$$

$$H = -\frac{1}{2\tau} \left[2 \ln \frac{\tau}{mm_e} \ln \frac{m^2}{\lambda^2} + \left(\ln \frac{\tau}{m^2} \right)^2 - \frac{1}{2} \ln^2 \left(\frac{m^2}{m_e^2} \right) + 2F \left(-\frac{t}{\tau} \right) \right];$$

$$J_\Delta = \frac{1}{2d} [(\Delta Q - Q^2)F + \Delta Q F_\Delta - Q^2 F_Q];$$

$$J_Q = \frac{1}{2d} [(\Delta Q - \Delta^2)F + \Delta Q F_Q - \Delta^2 F_\Delta];$$

$$G_\Delta = \frac{1}{s} [-2\rho_e + sF_\Delta]; \quad G_Q = \frac{1}{s\beta^2} [-2\rho + sF_Q]; \quad H_p = H + \frac{2}{\tau} \ln \frac{\tau}{mm_e};$$

$$H_Q = \frac{1}{t} \ln \frac{\tau}{m^2}; \quad H_\Delta = \frac{-1}{\tau} \left[\frac{\tau}{t} \ln \frac{\tau}{m^2} + 2 \ln \frac{\tau}{mm_e} \right], \quad F(z) = \int_0^z \frac{dx}{x} \ln(1-x),$$

$$F = \frac{1}{2} sJ - H; \quad d = \Delta^2 Q^2 - (\Delta Q)^2, \quad \rho = \ln \frac{s}{m^2}; \quad \rho_e = \ln \frac{s}{m_e^2}.$$

Прежде всего заметим, что вклад последнего слагаемого в квадратных скобках (1.2) есть величина $\sim m_e/m_\pi \rightarrow 0$, что следует из вида соответствующего интеграла (1.5) и (1.4). Вклад второго слагаемого из (1.2) получится из вклада первого с помощью замены $t \leftrightarrow u$ и изменения общего знака. В результате несложных, но довольно длинных преобразований получим для просуммированного по спиновым переменным квадрата модуля амплитуды борновской диаграммы и ее удвоенного произведения на комплексно-сопряженную амплитуду диаграмм рис. 1,б—г:

$$\sum_{\text{сп}} |M|^2 = 32\pi^2 \alpha^2 \beta^2 (1 - \cos^2 \theta) + 32\pi\alpha^3 \frac{1}{s} \text{Re} [-4d(-8\Delta QJ + G_Q - 4H) + (F + F_\Delta)(-16(\Delta Q)^2 + 16\Delta^2(\Delta Q) + 8\Delta^2 Q^2 - 8\Delta^4) + (F + F_Q)\Delta Q(8Q^2 - 16\Delta Q + 8\Delta^2) - (Q \leftrightarrow -Q)]. \quad (1.6)$$

Соотношение (1.6) мы перепишем в терминах коэффициента зарядовой асимметрии

$$\eta = \frac{\frac{d\sigma}{do}(c) - \frac{d\sigma}{do}(-c)}{\frac{d\sigma}{do}(c) + \frac{d\sigma}{do}(-c)}, \quad c = \cos(\hat{q}_-, \hat{p}_-) \equiv \cos\theta. \quad (1.7)$$

причем в знаменателе (1.7) достаточно взять борновское сечение (1.1). Вклад однопетлевых поправок после упрощения (1.6) с помощью (1.5) в величину η будет

$$\begin{aligned} \eta^{virt} = & \frac{\alpha}{\pi} \left\{ 2 \ln\left(\frac{2\varepsilon}{\lambda}\right) \ln\frac{1+\beta c}{1-\beta c} + \frac{1}{\beta^2 \sin^2\theta} \left\{ (1-\beta c) \times \right. \right. \\ & \times \left[-l_-^2 + 2\rho L_- + 2l_- L_- + 2F\left(\frac{1-\beta^2}{2(1-\beta c)}\right) - \frac{(1-\beta)^2}{2\beta} \left(\frac{1}{2}\rho^2 + \frac{\pi^2}{6}\right) + \right. \\ & \left. \left. + \frac{1+\beta^2}{\beta} \left(\rho \ln\left(\frac{2}{1+\beta}\right) + F\left(-\frac{1-\beta}{1+\beta}\right) - 2F\left(\frac{1-\beta}{2}\right)\right) \right] + \right. \\ & \left. \left. + (1-\beta^2) \left(\frac{1}{2}l_-^2 - L_-(\rho+l_-) - F\left(\frac{1-\beta^2}{2(1-\beta c)}\right)\right) \right\} - (c \leftrightarrow -c) \right\}. \quad (1.8) \end{aligned}$$

где

$$L_- = \ln\left(1 - \frac{1-\beta^2}{2(1-\beta c)}\right); \quad l_- = \ln\frac{1-\beta c}{2}; \quad F(z) = \int_0^z \frac{dx}{x} \ln(1-x).$$

В ультрарелятивистском пределе $1-\beta^2 = m^2/\varepsilon^2 \ll 1$

$$\eta_{as}^{virt} = \frac{\alpha}{\pi} \left[-8 \ln\left(\frac{2\varepsilon}{\lambda}\right) \ln \operatorname{tg} \frac{\theta}{2} - 2 \frac{\ln^2 \sin^2 \theta/2}{\cos^2 \theta/2} + 2 \frac{\ln^2 \cos \theta/2}{\sin^2 \theta/2} \right] \quad (1.8a)$$

Рассмотрим теперь диаграммы рис. 1, $\delta-u$. Вклад их в сечение является четной функцией $\cos \theta$ и имеет вид

$$\frac{d\sigma_{virt}^{even}}{do} = 2 \frac{d\sigma_0}{do} (\operatorname{Re} F_1^e + \operatorname{Re} F^\pi - \operatorname{Re} \Pi). \quad (1.9)$$

Входящие в (1.9) величины

$$\operatorname{Re} F_1^e = \frac{\alpha}{\pi} \left[\left(\ln \frac{m_e}{\lambda} - 1 \right) (1-\rho_e) - \frac{1}{4} \rho_e^2 + \frac{\pi^2}{3} - \frac{1}{4} \rho_e \right], \quad \rho_e = \ln \frac{s}{m_e^2},$$

$$-\operatorname{Re} \Pi = \frac{\alpha}{\pi} \left(\frac{1}{3} \rho_e - \frac{5}{9} \right) + \delta_\mu + \delta_H, \quad (1.10)$$

$$\psi^h = \frac{1}{\alpha} \left(\frac{5}{1} b^h \left(1 - \frac{3}{1} b_{\frac{5}{3}}^h \right) \right) \ln \frac{1-b^h}{1+b^h} - \frac{\partial}{\partial} + \frac{3}{1} b_{\frac{5}{3}}^h \equiv \frac{1}{\alpha} \psi^h:$$

$$\beta_\mu = \left(1 - \frac{m_\mu^2}{\varepsilon^2} \right)^{1/2},$$

известные выражения [1] для поправок к дираковской части электронной вершинной функции и поляризации вакуума за счет электронов и мюонов. Величина δ_H представляет вклад в поляризацию вакуума за счет адронов

$$\delta_H = -\frac{s}{4\pi^2 \alpha} \mathcal{P} \int_{4m_\pi^2}^{\infty} \frac{ds' \sigma_h(s')}{s'-s} \approx \frac{\alpha}{\pi} \Delta_H, \quad (1.11)$$

где символ \mathcal{P} означает взятие интеграла в смысле главного значения; $\sigma_h(s)$ — сечение образования адронов при e^+e^- столкновении. Если ограничиться только каналом $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$, то (1.11) можно аппроксимировать

$$\sigma_h(s) \Rightarrow \frac{\pi \alpha^2}{3s} \beta_\pi^3, \quad \delta_H \Rightarrow \delta_\pi = \frac{\alpha}{\pi} \left(\frac{1}{12} \ln \frac{1+\beta_\pi}{1-\beta_\pi} - \frac{2}{3} - 2\beta_\pi^2 \right) \equiv \frac{\alpha}{\pi} \Delta_\pi. \quad (1.11a)$$

Рассмотрим, наконец, диаграммы рис. 1, $\delta-u$, содержащие поправку к вершинной функции пиона

$$F^\pi(q_-, q_+) = (q_- - q_+)^2 e \{ 1 + F^{(2)}(q^2) \}, \quad q = q_- - q_+, \quad F^{(2)}(0) = 0.$$

Стандартное вычисление с использованием процедуры Фейнмана объединения знаменателей, интегрирования по 4-импульсу петли и регуляризации дает

$$\begin{aligned} F^{(2)}(q^2) = & \frac{\alpha}{4\pi} \left\{ (q^2 - 2m^2) \int_0^1 \frac{dx \left[\ln m^2/\lambda^2 - 2 + \ln(1 - (q^2/m^2)x(1-x)) \right]}{m^2 - q^2 x(1-x)} + \right. \\ & \left. + 2 \left(\ln \frac{m^2}{\lambda^2} - 2 \right) \right\} = \frac{\alpha}{4\pi} \left\{ 2 \left(\ln \frac{m^2}{\lambda^2} - 2 \right) + \right. \\ & \left. + \frac{1+\beta^2}{\beta} \left[\left(\ln \frac{q^2}{\lambda^2} - 2 \right) \ln \frac{1-\beta}{1+\beta} - \frac{1}{2} \ln^2 \left(\frac{1+\beta}{2} \right) + \right. \right. \end{aligned}$$

$$+ \frac{1}{2} \ln^2 \left(\frac{1-\beta}{2} \right) + \ln \beta \ln \frac{1-\beta}{1+\beta} + F \left(-\frac{1-\beta}{2\beta} \right) - F \left(\frac{1+\beta}{2\beta} \right) \Big] \Big\}. \quad (1.12)$$

Подставляя приведенные выражения в (1.9), запишем его в виде

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma_{virt}^{even}}{d\omega} = \frac{d\sigma_0}{d\omega} \frac{2\alpha}{\pi} \Big\{ & \left(\ln \frac{m_e}{\lambda} - 1 \right) (1 - \rho_e) - \frac{1}{4} \rho_e^2 + \frac{\pi^2}{3} - \frac{1}{4} \rho_e + \\ & + \left(\ln \frac{m}{\lambda} - 1 \right) \left(1 - \frac{1+\beta^2}{2\beta} \ln \frac{1+\beta}{1-\beta} \right) - \frac{1+\beta^2}{8\beta} \left(\rho^2 - \frac{\pi^2}{3} \right) + \frac{1}{3} \rho_e - \\ & - \frac{5}{9} + \frac{1+\beta^2}{2\beta} \left[-\rho \ln \beta + \frac{1}{2} \ln^2 \left(\frac{1+\beta}{2} \right) - \frac{1}{2} \ln^2 \beta - \ln \beta \ln \frac{1+\beta}{2} + \right. \\ & \left. + F \left(-\frac{1-\beta}{1+\beta} \right) \right] + \Delta_\mu + \Delta_H \Big\} \quad (1.13) \end{aligned}$$

1.2. Излучения дополнительного фотона

Диаграммы, описывающие процесс $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\gamma$ в борновском приближении, представлены на рис. 2

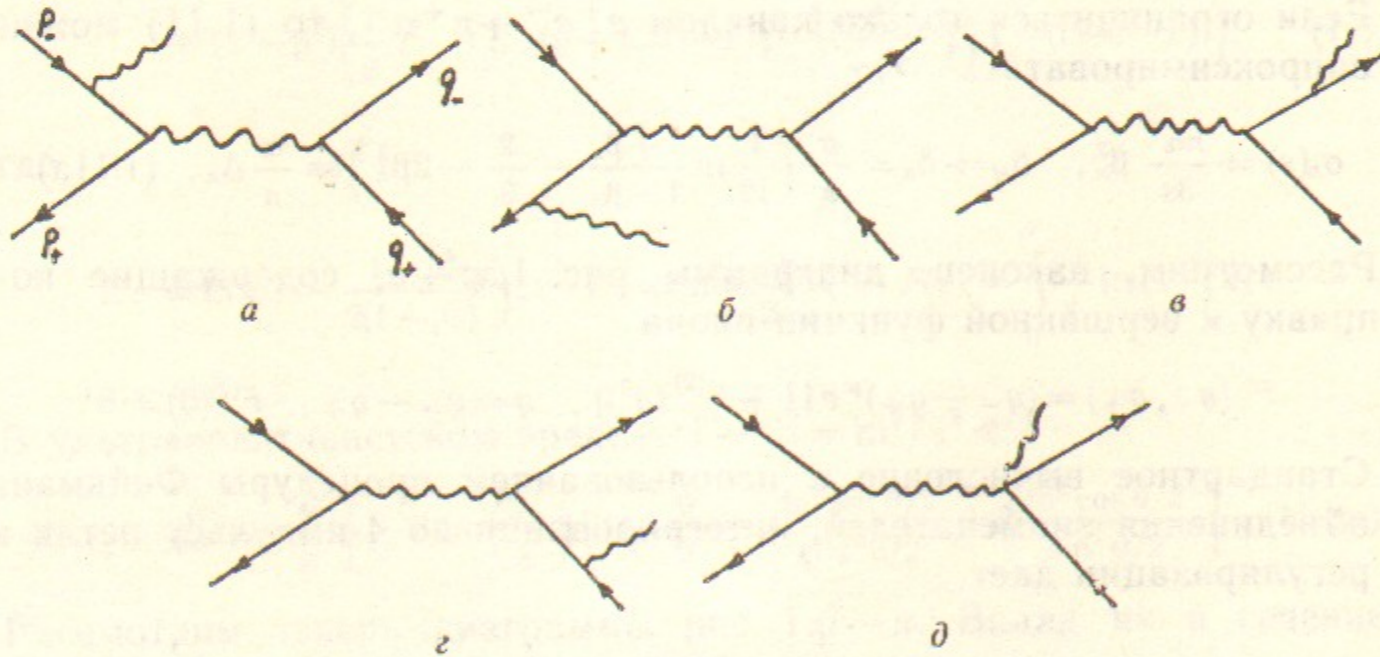


Рис. 2.

$$e^+(p_+) + e^-(p_-) \rightarrow \pi^+(q_+) + \pi^-(q_-) + \gamma(k). \quad (1.14)$$

Мы рассмотрим сначала случай, когда фотон в с.ц.и. является мягким

$$k_0 = \omega < \Delta\epsilon \ll \epsilon. \quad (1.15)$$

Квадрат модуля амплитуды процесса (1.9), просуммированный по спиновым состояниям всех частиц $\Sigma |M|^2$ отличается от аналогичной величины для процесса $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$ в борновском приближении $\Sigma |M_0|^2$ известным множителем сопровождающего излучения:

$$\sum_{сп} |M|^2 = - (4\pi\alpha) \left(\frac{p_-}{p_-k} - \frac{p_+}{p_+k} + \frac{q_+}{q_+k} - \frac{q_-}{q_-k} \right)^2 \sum_{сп} |M_0|^2. \quad (1.16)$$

Мы рассмотрим сначала часть его, меняющую знак при замене 4-импульсов мезонов:

$$\frac{p_+q_-}{p_+kq_-k} - \frac{p_-q_-}{p_+kq_-k} - \frac{p_+q_+}{p_+kq_+k} + \frac{p_-q_+}{p_-kq_+k}.$$

Ее вклад в коэффициент зарядовой асимметрии

$$\eta^{soft} = 4 \left(-\frac{4\alpha\pi}{16\pi^3} \right) \int_{\omega < \Delta\epsilon} \frac{d^3k}{\omega \cdot q_- k} \left(\frac{p_+q_-}{p_+k} - \frac{p_-q_-}{p_-k} \right),$$

фактически совпадает с точностью до замены $m_\mu \rightarrow m_\pi$ с величиной, приведенной ниже в [2.7] для процесса $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-(\gamma)$. Мы приведем здесь выражение для $\eta = \eta^{soft} + \eta^{virt}$:

$$\begin{aligned} \eta = \frac{2\alpha}{\pi} \Big\{ & \ln \frac{1-\beta c}{1+\beta c} \ln \left(\frac{\Delta\epsilon}{\epsilon} \right) + \frac{1}{2} l_-^2 + \\ & + F \left(\frac{\beta^2(1-c^2)}{1+\beta^2+2\beta c} \right) - \frac{(1-\beta c)l_-^2}{2\beta^2(1-c^2)} + \\ & + \left(F \left(\frac{1-\beta^2}{2(1-\beta c)} \right) + (\rho + l_-) L_- \right) \left(-1 + \frac{1+\beta^2-2\beta c}{2\beta^2(1-c^2)} \right) + \\ & + \frac{c}{4\beta^2(1-c^2)} \left[(1-\beta)^2 \left(\frac{1}{2} \rho^2 + \frac{\pi^2}{6} \right) - 2(1+\beta^2) \left(\rho \ln \frac{2}{1+\beta} + \right. \right. \\ & \left. \left. + F \left(-\frac{1-\beta}{1+\beta} \right) - 2F \left(\frac{1-\beta}{2} \right) \right) \right] + \frac{(1-\beta^2)l_-^2}{4\beta^2(1-c^2)} + \\ & \left. + \int_0^{1-\beta^2} \frac{dx}{x} \left(1 - \frac{x}{\chi t} \right)^{-1/2} f(x) - (c \leftrightarrow -c) \right\}, \quad (1.17) \end{aligned}$$

где обозначения приведены в (1.8), кроме того

$$\chi_i = \frac{(1-\beta c)^2}{1+\beta^2-2\beta c},$$

$$f(z) = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\sqrt{1-z}} - 1 \right) \ln \frac{z}{4} - \frac{1}{\sqrt{1-z}} \ln \frac{1+\sqrt{1-z}}{2}. \quad (1.17a)$$

В ультрарелятивистском пределе это выражение согласуется с полученным в работе [2]:

$$(\eta)_{as} = \frac{2\alpha}{\pi} \left\{ 4 \ln \operatorname{tg} \frac{\theta}{2} \ln \left(\frac{\Delta \varepsilon}{\varepsilon} \right) + \left(2 - \frac{1}{\cos^2 \theta/2} \right) \ln^2 \sin \frac{\theta}{2} - \left(2 - \frac{1}{\sin^2 \theta/2} \right) \ln^2 \cos \theta/2 + \int_{\cos^2 \theta/2}^{\sin^2 \theta/2} \frac{dx}{x} \ln(1-x) \right\}, \quad \varepsilon \gg m_\pi. \quad (1.18)$$

Заметим, что выражение (1.12) получено в предположении точечности (бесструктурности) пиона. Эффект структуры можно учесть в довольно грубом приближении заменой

$$\eta \rightarrow \frac{1}{|F_\pi(s)|} \cdot \eta, \quad (1.19)$$

при этом мы считали пион точечным в петлевых диаграммах.

При вычислении вклада в зарядово-четную часть сечения от излучения мягких фотонов мы пользуемся выражениями

$$\begin{aligned} & -\frac{4\pi\alpha}{16\pi^3} \int_{\omega < \Delta \varepsilon} \frac{d^3 k}{\omega} \left\{ \frac{n^2}{(q+k)^2}; \frac{m_e^2}{(p+k)^2}; \frac{p+p-}{p+k \cdot p-k}; \frac{q+q-}{q+k \cdot q-k} \right\} = \\ & = -\frac{\alpha}{\pi} \left\{ \ln \left(\frac{2\Delta \varepsilon}{\lambda} \right) - \frac{1}{2\beta} \ln \frac{1+\beta}{1-\beta}; \right. \\ & \left. \ln \left(\frac{2\Delta \varepsilon}{\lambda} \right) - \frac{1}{2} \rho_e; \rho_e \ln \left(\frac{2\Delta \varepsilon}{\lambda} \right) - \frac{1}{4} \rho_e^2 - \frac{\pi^2}{6}; \right. \\ & \left. \frac{1+\beta^2}{2\beta} \left[\ln \left(\frac{2\Delta \varepsilon}{\lambda} \right) \ln \frac{1+\beta}{1-\beta} - \frac{1}{4} \ln^2 \left(\frac{1+\beta}{1-\beta} \right) + \ln \frac{1+\beta}{1-\beta} \ln \frac{1+\beta}{2\beta} - \right. \right. \\ & \left. \left. - \frac{\pi^2}{6} - F \left(\frac{1-\beta}{1+\beta} \right) \right] \right\}. \quad (1.20) \end{aligned}$$

Искомый вклад получится из (1.16) и (1.20).

Окончательный результат для зарядово-четной части сечения с учетом однопетлевых поправок (1.13) и поправки за счет излуче-

ния мягкого фотона имеет вид

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma^{even}}{d\omega} &= \frac{d\sigma_0}{d\omega} \cdot \frac{2\alpha}{\pi} \left\{ \left(\rho_e - 2 + \frac{1+\beta^2}{2\beta} \ln \frac{1+\beta}{1-\beta} \right) \ln \left(\frac{\Delta \varepsilon}{\varepsilon} \right) + \right. \\ &+ \frac{13}{12} \rho_e + \frac{\pi^2}{6} - \frac{23}{9} + \frac{1+\beta^2}{2\beta} \left[\rho - \frac{\pi^2}{12} - F \left(\frac{1-\beta}{1+\beta} \right) + \right. \\ &+ F \left(-\frac{1-\beta}{1+\beta} \right) + \frac{3}{2} \ln^2 \left(\frac{1+\beta}{2} \right) - 3 \ln \frac{1+\beta}{2} \ln \beta - \frac{1}{2} \ln^2 \beta + \rho \ln \frac{1+\beta}{2\beta^2} + \\ &\left. \left. + 3 \ln \frac{1+\beta}{2} \right] + \frac{1-\beta}{2\beta} \left(\rho + (1+\beta) \ln \frac{1+\beta}{2} \right) + \Delta_\mu + \Delta_H \right\}. \quad (1.21) \end{aligned}$$

В ультрарелятивистском пределе получим

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma^{even}}{d\omega} &= \frac{d\sigma_0}{d\omega} \cdot \frac{2\alpha}{\pi} \left\{ (\rho + \rho_e - 2) \ln \left(\frac{\Delta \varepsilon}{\varepsilon} \right) + \right. \\ &\left. + \frac{13}{12} \rho_e + \rho + \frac{\pi^2}{12} - \frac{23}{9} + \Delta_\mu + \Delta_\pi \right\}. \quad (1.22) \end{aligned}$$

Рассмотрим теперь случай, когда дополнительный фотон в (1.14) жесткий. Соответствующий матричный элемент имеет вид:

$$\begin{aligned} M^{e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\gamma} &= i(4\pi\alpha)^{3/2} (m_e + m_\pi), \\ m_e &= \frac{1}{s_1} F_\pi(s_1) (q_- - q_+)^{\mu} \bar{v} \left[\gamma_\mu \frac{\hat{p}_- - \hat{k}}{-2p_- k} \hat{e} + \hat{e} \frac{(-p_+ + k)}{-2p_+ k} \gamma_\mu \right] u \\ m_\pi &= \frac{1}{s} F_\pi(s) \bar{v} \gamma_\mu u \left[\frac{(2q_- + k)^\nu (k + q_- - q_+)^{\mu}}{2q_- k} + \right. \\ &\left. + \frac{(q_- - q_+ - k)^\nu (-2q_+ - k)^\mu}{2q_+ k} - 2q^{\mu\nu} \right] e_\nu. \quad (1.23) \end{aligned}$$

Легко убедиться, что (1.23) удовлетворяет условию калибровочной инвариантности: каждое слагаемое отдельно m_e и m_π обращаются в нуль при замене $e \rightarrow k$. Выражение (1.23) также согласуется с (1.16) при $k \rightarrow 0$. Опуская несложные, но громоздкие вычисления, мы приведем выражение для сечения процесса (1.14)

$$d\sigma^{e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\gamma} = \frac{\alpha^3}{2\pi^2 s^2} R \frac{d^3 q_+ d^3 q_- d^3 k}{\varepsilon_+ \varepsilon_- \omega} \delta^{(4)}(p_+ + p_- - q_+ - q_- - k), \quad (1.24)$$

где $R = R_0 + \Delta R$.

$$R_0 = \left\{ \frac{s}{s_1^2} |F_\pi(s_1)|^2 \left[\frac{p_+ p_-}{\chi_+ \chi_-} - \frac{2}{\chi_-} - \frac{m_e^2}{\chi_-^2} + \frac{\chi_+}{p_+ p_-} \left(\frac{1}{\chi_-} + \frac{m_e^2}{\chi_-^2} \right) + (q_+ \leftrightarrow q_-) \right] + \right. \\ \left. + \frac{2}{s_1} \operatorname{Re}(F_\pi(s) F_\pi^*(s_1)) \left(\frac{p_+}{\chi_+} - \frac{p_-}{\chi_-} \right) \left(\frac{q_+}{\chi'_+} - \frac{q_-}{\chi'_-} \right) \right\} (p_+ Q p_- Q); \quad (1.25a)$$

$$\Delta R = \frac{s}{s_1^2} |F_\pi(s_1)|^2 \left[\frac{1}{\chi_-} (p_+ Q k_- Q) + \frac{1}{\chi_+} (p_- Q k_+ Q) + \right. \\ \left. + \frac{2Qk}{\chi_+ \chi_-} (p_+ Q p_- k) \right] + \frac{1}{s} |F_\pi(s)|^2 \left\{ \frac{q_+ q_-}{2\chi'_+ \chi'_-} (\chi_+ \chi_- - 2(p_+ Q p_- Q)) + \right. \\ \left. + \frac{m^2}{4\chi_+^2} (p_+ (k+2Q) p_- (k+2Q)) - \right. \\ \left. - \frac{1}{\chi'_+} [\chi_+ \cdot p_- q_+ + \chi_- \cdot p_+ q_+ + 2(p_- Q p_+ q_+) + p_+ p_- \cdot Q^2] + \right. \\ \left. + (q_+ \leftrightarrow q_-) \right\} + \frac{1}{s_1} \operatorname{Re}(F_\pi(s) F_\pi^*(s_1)) \left\{ (p_+ Q p_- k) \left(\frac{p_+}{\chi_+} - \frac{p_-}{\chi_-} \right) \frac{q_+}{\chi'_+} - \right. \\ \left. - 2(p_+ - p_-) Q - \frac{1}{\chi'_+} (k(p_+ - p_-) Q q_+) + \frac{2Qk \cdot Q p_+ \cdot p_- q_+}{\chi_- \chi'_+} - \right. \\ \left. - \frac{2Qk \cdot Q p_- \cdot p_+ q_+}{\chi_+ \chi'_+} + Q^2 \left[- \frac{\chi_+ \cdot q_+ p_-}{\chi_- \chi'_+} + \frac{\chi_- \cdot q_+ p_+}{\chi_+ \chi'_+} + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{q_- (p_+ - p_-)}{\chi'_+} \right] - (q_+ \leftrightarrow q_-) \right\} \quad (1.256)$$

где

$$Q = \frac{1}{2} (q_+ - q_-), \quad (abcd) = ab \cdot cd + ad \cdot bc - ac \cdot bd; \quad k_\pm = k - p_\pm \frac{kp_\pm}{p_+ p_-}.$$

Величина ΔR не содержит коллинеарных расходимостей, т.е. конечна при $\chi_\pm \rightarrow 0$. В ультрарелятивистском пределе, получим

$$R = |F_\pi(s)|^2 \left[\frac{tu + t_1 u_1}{ss_1} \cdot \frac{4s_1}{\chi'_+ \chi'_-} - \right. \\ \left. - \frac{8m^2}{s^2} \left(\frac{tu_1}{\chi_+^2} + \frac{t_1 u}{\chi_-^2} \right) \right] + \\ + |F_\pi(s_1)|^2 \left[\frac{tu + t_1 u_1}{ss_1} \cdot \frac{4s}{\chi_+ \chi_-} - \frac{4m_e^2}{ss_1} (tu_1 + t_1 u) \left(\frac{1}{\chi_+^2} + \frac{1}{\chi_-^2} \right) \right] + \\ + \frac{[tu + t_1 u_1]}{ss_1} \frac{[ss_1(t + t_1 - u - u_1) + (s + s_1)(tt_1 - uu_1)]}{\chi_+ \chi'_+ \chi_- \chi'_-} \operatorname{Re}(F_\pi(s) F_\pi^*(s_1)), \quad (1.26)$$

где

$$s = (p_+ + p_-)^2, \quad s_1 = (q_+ + q_-)^2, \quad t = (p_- - q_-)^2, \quad t_1 = (p_+ - q_+)^2,$$

$$u = (p_- - q_+)^2, \quad u_1 = (p_+ - q_-)^2, \quad \chi_\pm = kp_\pm, \quad \chi'_\pm = kq_\pm, \quad (1.27)$$

2. ПРОЦЕСС $e^+ e^- \rightarrow \mu^+ \mu^-$ (*)

Здесь мы не будем интересоваться областью энергий, в которой были бы существенны поправки за счет состояний с промежуточным z -бозоном

$$\frac{s}{M_z^2} \ll 10^{-3}. \quad (2.1)$$

Большая часть формул уже приводилась в литературе, мы дадим их здесь для полноты. Сечение процесса $e^+(p_+) + e^-(p_-) \rightarrow \mu^+(q_+) + \mu^-(q_-)$ в борновском приближении имеет вид:

$$\frac{d\sigma_0}{d\Omega} = \frac{\alpha^2 \beta}{4s} (2 - \beta^2 \sin^2 \theta), \quad \beta = \left(1 - \frac{m_\mu^2}{s} \right)^{1/2}; \quad s = 4\varepsilon^2, \quad \theta = \hat{q}_+ \hat{p}_-. \quad (2.2)$$

Рассмотрим зарядово-четную часть сечения, определяемую диаграммами Фейнмана рис. 3(a-e).

В случае $\beta \sim 1$ будет давать вклад в сечение и паулиевский формфактор мюона F_2 :

$$\Gamma^\mu(q) = \gamma^\mu F_1(q^2) - \frac{1}{4m} [\gamma_\mu, (\hat{q}_+ + \hat{q}_-)] F_2(q^2),$$

$$F_1(q^2) = 1 + F_1^{(2)}(q^2); \quad F_1^{(2)}(0) = 0.$$

Действительно от интерференции с борновской амплитудой

$$\frac{1}{4} \operatorname{Sp} p_+ \gamma^\mu p_- \gamma^\nu - \frac{1}{4} \operatorname{Sp} (q_- + m) \left(\gamma_\mu F_1 - \right. \\ \left. - \frac{[\gamma_\mu, (\hat{q}_+ + \hat{q}_-)]}{4m} F_2 \right) (q_+ - m) \left(\gamma_\nu F_1 + \frac{[\gamma_\nu, (q_+ + q_-)]}{4m} F_2 \right) = \\ = \frac{s^2}{4} (2 - \beta^2 \sin^2 \theta) \left[F_1^2 + \frac{4}{2 - \beta^2 \sin^2 \theta} F_2 F_1 \right] \approx \frac{s^2}{4} (2 - \beta^2 \sin^2 \theta) \left[1 + 2F_1^{(2)} + \right. \\ \left. + \frac{4}{2 - \beta^2 \sin^2 \theta} F_2 \right].$$

Подставляя значения формфакторов

$$F_1^{(2)} = \frac{\alpha}{\pi} \left\{ \left(\ln \frac{m}{\lambda} - 1 \right) \left(1 - \frac{1+\beta^2}{2\beta} \ln \frac{1+\beta}{1-\beta} \right) + \frac{1+\beta^2}{2\beta} \left[\frac{\pi^2}{3} - \frac{1}{4} \ln^2 \left(\frac{1+\beta}{1-\beta} \right) + \ln \left(\frac{1+\beta}{1-\beta} \right) \ln \left(\frac{1+\beta}{2\beta} \right) - F \left(\frac{1-\beta}{1+\beta} \right) \right] - \frac{1}{4\beta} \ln \frac{1+\beta}{1-\beta} \right\};$$

$$F_2 = \frac{\alpha}{\pi} \cdot \frac{1-\beta^2}{4\beta} \ln \frac{1-\beta}{1+\beta}$$

и учитывая вклад излучения мягких фотонов (такой же с точностью до замены $\beta_\pi \rightarrow \beta_\mu \equiv \beta$) как и в случае образования пионов):

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{even}^{soft} = \frac{2\alpha}{\pi} \frac{d\sigma_0}{d\Omega} \left\{ (\rho_e - 1) \ln \left(\frac{2\Delta\varepsilon}{\lambda} \right) - \frac{1}{4} \rho_e^2 - \frac{\pi^2}{6} + \frac{1}{2} \rho_e + \frac{1}{2\beta} \ln \frac{1+\beta}{1-\beta} + \ln \left(\frac{2\Delta\varepsilon}{\lambda} \right) \left(\frac{1+\beta^2}{2\beta} \ln \frac{1+\beta}{1-\beta} - 1 \right) + \frac{1+\beta^2}{2\beta} \left[-\frac{1}{4} \ln^2 \left(\frac{1+\beta}{1-\beta} \right) + \ln \frac{1+\beta}{1-\beta} \ln \frac{1+\beta}{2\beta} - \frac{\pi^2}{6} - F \left(\frac{1-\beta}{1+\beta} \right) \right] \right\} \quad (2.3)$$

получим следующее выражение для зарядово-четной части сечения

$$\frac{d\sigma_{even}}{d\Omega} = \frac{d\sigma_0}{d\Omega} \frac{2\alpha}{\pi} \left\{ (\rho_e - 2 + \frac{1+\beta^2}{2\beta} \ln \frac{1+\beta}{1-\beta}) \ln \left(\frac{\Delta\varepsilon}{\varepsilon} \right) - \frac{(1-\beta^2) \ln \frac{1+\beta}{1-\beta}}{2\beta(2-\beta^2 \sin^2 \theta)} + \frac{13}{12} \rho_e + \frac{\pi^2}{6} - \frac{31}{9} + \frac{1}{3} \beta^2 + \rho \left(-\frac{1}{2} + \frac{3}{4\beta} + \beta - \frac{1}{6} \beta^3 \right) + \left(\frac{1}{2\beta} + 2\beta - \frac{1}{3} \beta^3 \right) \ln \frac{1+\beta}{2} + \frac{1+\beta^2}{2\beta} \left[\frac{\pi^2}{6} + 2\rho \ln \frac{1+\beta}{2\beta} + 2 \ln \frac{1+\beta}{2} \ln \frac{1+\beta}{2\beta^2} - 2F \left(\frac{1-\beta}{1+\beta} \right) \right] + \Delta_H \right\}. \quad (2.4)$$

Заметим, что в работе [3] была допущена ошибка: второе слагаемое в скобках (2.4) было вдвое меньше. В ультрарелятивистском пределе имеем:

$$\frac{d\sigma_{even}}{d\Omega} = \frac{\alpha^3}{2\pi s} (1+c^2) \left[(\rho_e + \rho - 2) \left(\ln \frac{\Delta\varepsilon}{\varepsilon} + \frac{13}{12} \right) + \frac{\pi^2}{3} - \frac{17}{18} + \Delta_H \right]. \quad (2.5)$$

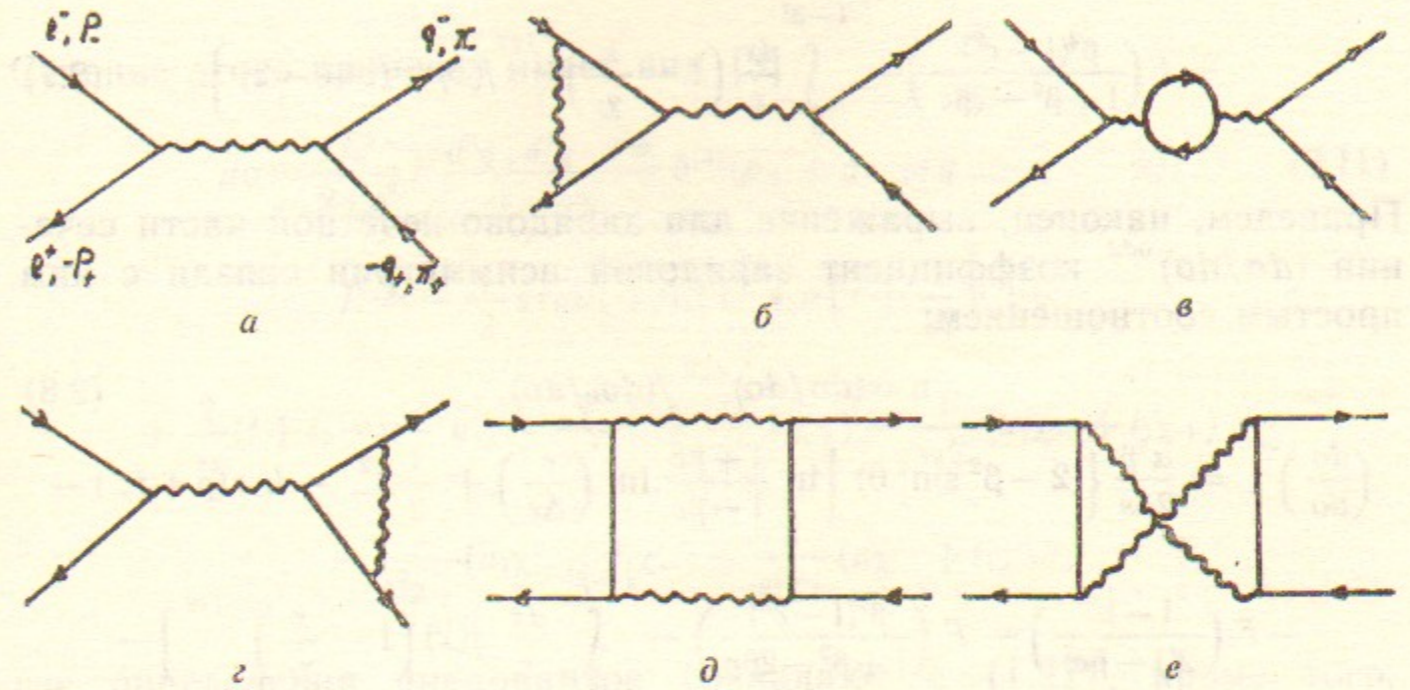


Рис. 3.

Рассмотрим теперь зарядово-нечетную часть сечения $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$. Однопетлевой вклад происходит от диаграмм рис. 3, д, е и имеет вид [3]

$$\frac{d\sigma_{odd}^{virt}}{d\Omega} = \frac{\alpha^3 \beta}{2\pi s} \left\{ (2 - \beta^2 \sin^2 \theta) \ln \frac{1+\beta c}{1-\beta c} \cdot \ln \left(\frac{2\varepsilon}{\lambda} \right) - \frac{1-\beta^2(1+\sin^2 \theta)}{1+\beta^2-2\beta c} (\rho + l_-) + \beta c \left[-\frac{1}{2\beta^2} \rho - \frac{1}{2} sF_\Delta + \frac{1}{2} sF_Q \left(-1 - \frac{\beta^2}{2} + \frac{1}{2\beta^2} \right) + \frac{1}{4} (\rho_e^2 + \rho^2) + \frac{\pi^2}{6} - \frac{1}{2} l_-^2 + L_-(\rho + l_-) + F \left(\frac{1-\beta^2}{2(1-\beta c)} \right) \right] - (1-\beta^2) \left[\frac{1}{4} l_-^2 - \frac{1}{2} L_-(\rho + l_-) - \frac{1}{2} F \left(\frac{1-\beta^2}{2(1-\beta c)} \right) \right] - (c \leftrightarrow -c) \right\}. \quad (2.6)$$

Все величины, входящие в (2.6), определены выше (см. (1.5), (1.8)). Вклад излучения мягких фотонов совпадает (с точностью до замены $\beta_\pi \rightarrow \beta_\mu = \beta$) с таковым для процесса $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$ и имеет вид:

$$\frac{d\sigma_{odd}^{soft}}{d\Omega} = \frac{\alpha^3 \beta}{2\pi s} (2 - \beta^2 \sin^2 \theta) \left\{ -\ln \frac{1+\beta c}{1-\beta c} \ln \left(\frac{2\Delta\varepsilon}{\lambda} \right) + \frac{1}{2} l_-^2 - L_-(\rho + l_-) - F \left(\frac{1-\beta^2}{2(1-\beta c)} \right) - \right.$$

$$-F\left(\frac{\beta^2(1-c^2)}{1+\beta^2-2\beta c}\right) - \int_0^{1-\beta^2} \frac{dx}{x} \left(1 - \frac{x}{\chi_t}\right)^{-1/2} f(x) - (c \leftrightarrow -c) \}. \quad (2.7)$$

Приведем, наконец, выражение для зарядово-нечетной части сечения $(d\sigma/d\omega)^{odd}$ коэффициент зарядовой асимметрии связан с ним простым соотношением:

$$\eta = (d\sigma/d\omega)^{odd} / (d\sigma_0/d\omega), \quad (2.8)$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{d\sigma}{d\omega}\right)^{odd} &= \frac{\alpha^3 \beta}{2\pi s} \left\{ (2 - \beta^2 \sin^2 \theta) \left[\ln \frac{1+\beta c}{1-\beta c} \ln \left(\frac{\varepsilon}{\Delta\varepsilon}\right) + \frac{1}{2} l_-^2 - L_-(\rho + l_-) - \right. \right. \\ &- F\left(\frac{1-\beta^2}{2(1-\beta c)}\right) - F\left(\frac{\beta^2(1-c^2)}{1+\beta^2-2\beta c}\right) - \left. \int_0^{1-\beta^2} \frac{dx}{x} f(x) \left(1 - \frac{x}{\chi_t}\right)^{-1/2} \right] - \\ &- \frac{1-\beta^2(1+\sin^2 \theta)}{1+\beta^2-2\beta c} (\rho + l_-) - \frac{1}{4} (1-\beta^2) \left[l_-^2 - 2L_-(\rho + l_-) - \right. \\ &- \left. 2F\left(\frac{1-\beta^2}{2(1-\beta c)}\right) \right] + \beta c \left[-\frac{1}{2\beta^2} \rho + \frac{\pi^2}{12} + \frac{1}{4} \rho^2 + \right. \\ &+ \frac{1}{2\beta} \left(-1 - \frac{\beta^2}{2} + \frac{1}{2\beta^2} \right) \left(\frac{\pi^2}{6} + \rho \ln \frac{1+\beta}{1-\beta} - \frac{1}{2} \ln^2 \left(\frac{1+\beta}{1-\beta} \right) \right) + \\ &+ 4F\left(\frac{1-\beta}{2}\right) + 2F\left(-\frac{1-\beta}{1+\beta}\right) - 2 \ln \frac{1-\beta}{2} \ln \frac{1+\beta}{2} - \\ &\left. - \frac{1}{2} l_-^2 + L_-(\rho + l_-) + F\left(\frac{1-\beta^2}{2(1-\beta c)}\right) \right] - (c \leftrightarrow -c) \}. \quad (2.9) \end{aligned}$$

В ультрарелятивистском пределе это выражение совпадает с полученным впервые в работе И.Б. Хрипловича [4] результатом:

$$\begin{aligned} \left(\frac{d\sigma_{odd}}{d\omega}\right)_{as} &= \frac{\alpha^3}{\pi s} \left\{ 2(1 + \cos^2 \theta) \left[\ln \operatorname{ctg} \frac{\theta}{2} \ln \frac{\varepsilon}{\Delta\varepsilon} + \right. \right. \\ &+ \frac{1}{2} \ln^2 \sin \frac{\theta}{2} - \frac{1}{2} \ln^2 \cos \frac{\theta}{2} + \frac{1}{4} \int_{\cos^2 \theta/2}^{\sin^2 \theta/2} \frac{dx}{x} \ln(1-x) \left. \right] + \\ &+ \cos^2 \frac{\theta}{2} \ln \sin \frac{\theta}{2} - \sin^2 \frac{\theta}{2} \ln \cos \frac{\theta}{2} - \\ &\left. - \left(\ln^2 \cos \frac{\theta}{2} + \ln^2 \sin \frac{\theta}{2} \right) \cos \theta \right\}, \quad \theta = \widehat{\vec{q}_-, \vec{p}_-}. \quad (2.10) \end{aligned}$$

2.2. Процесс $e^+(p_+) + e^-(p_-) \rightarrow \mu^+(q_+) + \mu^-(q_-) + \gamma(k)$.

Сечение этого процесса имеет вид [3]:

$$d\sigma = \frac{\alpha^3}{2\pi^2 s^2} R \frac{d^3 q_+ d^3 q_- d^3 k}{\varepsilon + \varepsilon - \omega} \delta^{(4)}(p_+ + p_- - q_+ - q_- - k), \quad (2.11)$$

$$\begin{aligned} R &= -\frac{1}{2} s (uu_1 + tt_1) a^2 + a \left(r + \frac{s}{s_1} q \right) + \\ &+ \frac{2}{s_1} (t + t_1 - u - u_1) - \frac{1}{s\chi'_-} (t_1\chi_- + u\chi_+) - \frac{1}{s\chi'_+} (u_1\chi_- + t_1\chi_+) - \\ &- \frac{s}{s_1^2 \chi_-} (u_1\chi'_+ + t_1\chi'_-) - \frac{s}{s_1^2 \chi_+} (u\chi'_- + t_1\chi'_+); \end{aligned}$$

где определения инвариантов совпадают с (1.27), кроме того, 4-векторы a , r , q имеют вид:

$$\begin{aligned} a &= \frac{1}{s} (n'_- - n'_+) + \frac{1}{s_1} (n_+ - n_-); \quad n_{\pm} = \frac{p_{\pm}}{\chi_{\pm}}, \quad n'_{\pm} = \frac{q_{\pm}}{\chi_{\pm}}; \\ q &= q_-(u - t_1) + q_+(t - u_1) + n_-(\chi'_+ u_1 + \chi'_- t_1) - n_+(\chi'_- u + \chi'_+ t), \\ r &= p_+(t - u) + p_-(u_1 - t_1) + n'_-(\chi_- t_1 + \chi_+ u) - n'_+(\chi_- u_1 + \chi_+ t). \quad (2.12) \end{aligned}$$

В ультрарелятивистском пределе $1 - \beta_{\mu} \ll 1$. Это выражение приобретает вид [5]:

$$\begin{aligned} d\sigma &= \frac{\alpha^3}{2\pi^2 s} X d\Omega_{\mu} dq_+^0 dq_-^0 d\varphi_{\gamma} = \\ &= \frac{\alpha^3}{2\pi^2 s} \frac{|\vec{q}_+| \omega}{2\varepsilon - \omega(1 - \cos \theta_{\gamma})} X d\Omega_{\mu} d\Omega_{\gamma} d\omega, \\ X &= -\frac{m_e^2}{2s_1^2} \left(\frac{t_1^2 + u_1^2}{\chi_-^2} + \frac{t^2 + u^2}{\chi_+^2} \right) - \\ &- \frac{m_{\mu}^2}{2s^2} \left(\frac{t_1^2 + u^2}{\chi_-^2} + \frac{t^2 + u_1^2}{\chi_+^2} \right) + (t^2 + t_1^2 + u^2 + u_1^2) \times \\ &\times \left\{ \frac{1}{4s_1\chi_+\chi_-} + \frac{1}{4s\chi'_+\chi'_-} + \frac{1}{4ss_1} \left(\frac{u_1}{\chi_+\chi'_-} + \frac{u}{\chi_-\chi'_+} - \frac{t_1}{\chi_+\chi'_+} - \frac{t}{\chi_-\chi'_-} \right) \right\}. \quad (2.13) \end{aligned}$$

3. ПРОЦЕСС $e^+e^- \rightarrow e^+e^- (\gamma)$

3.1. Выражение для сечения процесса Баба $e^+(p_+) + e^-(p_-) \rightarrow e^+(q_+) + e^-(q_-)$ с учетом поправки от излучения мягких фотонов и однопетлевой поправки имеет вид [6]:

$$\frac{d\sigma}{d\omega} = \frac{d\sigma_0}{d\omega} (1 + \delta), \quad \frac{d\sigma_0}{d\omega} = \frac{\alpha^2}{4s} \left(\frac{3+c^2}{1-c} \right)^2, \quad c = \cos \theta = \cos \hat{q}_-, \hat{p}_- \quad (3.1)$$

$$\delta = \frac{2\alpha}{\pi} \left\{ 2 \left(1 - \rho + 2 \ln \operatorname{ctg} \frac{\theta}{2} \right) \ln \left(\frac{\varepsilon}{\Delta\varepsilon} \right) + \right.$$

$$\left. + \int_{\cos^2(\theta/2)}^{\sin^2(\theta/2)} \frac{dx}{x} \ln(1-x) - \frac{23}{9} + \frac{11}{6}\rho \right\} + \frac{\alpha}{\pi} (3+c^2)^{-2} \times$$

$$\times \left\{ \frac{\pi^2}{3} (2c^4 - 3c^3 - 15c) + 2(2c^4 - 3c^3 + 9c^2 + 3c + 21) \ln^2 \sin \frac{\theta}{2} - \right.$$

$$\left. - 4(c^4 + c^2 - 2c) \ln^2 \cos \frac{\theta}{2} - 4(c^3 + 4c^2 + 5c + 6) \ln^2 \left(\operatorname{tg} \frac{\theta}{2} \right) + \right.$$

$$\left. + \frac{2}{3} (11c^3 + 33c^2 + 21c + 111) \ln \sin \frac{\theta}{2} + 2(c^3 - 3c^2 + 7c - 5) \ln \cos \frac{\theta}{2} + \right.$$

$$\left. + 2(c^3 + 3c^2 + 3c + 9) \delta_t - 2(c^3 + 3c)(1-c) \delta_s \right\},$$

$$\delta_s = (\Delta_\mu + \Delta_H); \quad \delta_t = (\Delta_\mu + \Delta_H)_{s \rightarrow -\frac{s}{2}(1-c)}$$

3.2. Сечение процесса $e^+(p_+) + e^-(p_-) \rightarrow e^+(q_+) + e^-(q_-) + \gamma(k)$ в наиболее компактной форме было впервые получено в работе [7] и имеет вид:

$$d\sigma^{e^+e^- \rightarrow e^+e^- \gamma} = \frac{\alpha^3}{8\pi s} \Gamma_{e^+e^-} \frac{d^3q_+ d^3q_- d^3k}{q_+^0 q_-^0 \omega} \delta^{(4)}(p_+ + p_- - q_+ - q_- - k),$$

$$\Gamma_{e^+e^-} = W \cdot \frac{[ss_1(s^2 + s_1^2) + tt_1(t^2 + t_1^2) + uu_1(u^2 + u_1^2)]}{ss_1tt_1} - \frac{m^2}{\chi_+^2} \left(\frac{s}{t} + \frac{t}{s} + 1 \right)^2 -$$

$$- \frac{m^2}{\chi_-^2} \left(\frac{s_1}{t_1} + \frac{t_1}{s_1} + 1 \right)^2 - \frac{m^2}{\chi_+^2} \left(\frac{s_1}{t} + \frac{t}{s_1} + 1 \right)^2 - \frac{m^2}{\chi_-^2} \left(\frac{s}{t_1} + \frac{t_1}{s} + 1 \right)^2, \quad (3.2)$$

$$W = \frac{1}{4\chi_+\chi_-\chi_+\chi_-} [u(st + s_1t_1) + u_1(s_1t + st_1) +$$

$$+ 2ss_1(t + t_1) + 2tt_1(s + s_1)] \approx - \left(\frac{p_-}{\chi_-} - \frac{p_+}{\chi_+} - \frac{q_+}{\chi_+} + \frac{q_-}{\chi_-} \right)^2 \Big|_{m^2=0};$$

инварианты определены в (1.27).

Далее мы попытаемся обобщить полученные результаты (3.1) и (3.2), приняв во внимание поправки высших порядков т.в. Сохраняя в (3.1) лишь слагаемые, остающиеся в пределе (2) $(\alpha/\pi)\rho \sim 1$, запишем его в виде:

$$d\sigma = d\sigma_0 \left\{ 1 + \beta \left[2 \ln \frac{\Delta\varepsilon}{\varepsilon} + \frac{11}{6} \right] \right\}, \quad \beta = \frac{2\alpha}{\pi} (\rho - 1) \ll 1. \quad (3.3)$$

Этот результат можно воспроизвести, причем обобщив его как точную функцию параметра β с помощью аппарата ренорм группы [8]. Действительно, это можно увидеть, если воспользоваться функцией

$$D(x, \beta_q) = \frac{\beta_q}{2} \left[(1-x)^{\beta_q/2-1} \left(1 + \frac{3}{8}\beta_q \right) - \frac{1}{2}(1+x) \right],$$

$$\beta_q = \frac{2\alpha}{\pi} \left(\ln \left| \frac{q^2}{m^2} \right| - 1 \right); \quad \int_0^1 dx D = 1; \quad (3.4)$$

приближенно описывающей плотность вероятности найти в начальном электро- (позитроне) партоне типа электрон (позитрон) с долей энергии x от энергии начального и квадратом 4-импульса $|q^2| \leq s$, и записать сечение процесса $e^+e^- \rightarrow e^+e^- + \dots$ в виде сечения процесса Дрелла — Яна:

$$d\sigma(\varepsilon n_-, \varepsilon n_+; \varepsilon y n'_-, \varepsilon z n'_+) = \int_0^1 dx_1 \int_0^1 dx_2 D(x_1, \beta) D(x_2, \beta) d\sigma_0(\varepsilon x_1 n_-,$$

$$\varepsilon x_2 n_+; \varepsilon y_1 n'_-, \varepsilon y_2 n'_+) \int_0^1 \frac{dy}{y_1} D\left(\frac{y}{y_1}, \beta\right) \int_0^1 \frac{dz}{y_2} D\left(\frac{z}{y_2}, \beta\right) (1-\Pi)^{-2}, \quad (3.5)$$

где n_\pm, n'_\pm — 4-орты начальных и конечных e^+, e^- . Результат (3.3) получится, если подставить $(1-\Pi)^{-2} = (1 - (\alpha/3\pi)\rho)^{-2}$ и выбрать в качестве нижних пределов интегрирования по долям энергии $y_0 = x_0 = (1 - (\Delta\varepsilon/\varepsilon))$, $\Delta\varepsilon$ — неопределенность в измерении энергий электрона и позитрона.

Следует заметить, что описание процесса в духе партонной модели (3.5) справедливо лишь для квазидвухчастичной кинематики: когда конечные частицы группируются в струи, летящие вдоль оси пучков (излучают начальные e^+, e^-) или вдоль направлений рассеянных на большие углы электрона и позитрона e'^+, e'^- . В

этом случае сечение является функцией параметра (2): $(\alpha/\pi)\rho$, (мы считаем $\ln(\Delta\varepsilon/\varepsilon) \sim 1$, $\ln(\Delta\theta/\theta) \sim 1$) и может быть рассчитано по (3.5). Известно, что сечение e^+e^- -рассеяния в специальной кинематике (рассеяние вперед или назад) является функцией параметра $(\alpha/\pi)\rho^2$ [1] и не может быть описано формулами типа (3.5).

Заметим также, что здесь мы пренебрегаем эффектом образования дополнительных e^+e^- пар (он составляет $\leq 0,2\%$ для области энергий $200 \text{ МэВ} < \sqrt{s} < 3 \text{ ГэВ}$, и, кроме того, может быть учтен в опыте — события с парами надо отбрасывать), что позволило написать простую интерполяционную формулу (3.4) для $D(x, \beta)$.

В приближении главных логарифмов (2) $(\alpha/\pi)\rho \sim 1$ начальные электрон и позитрон сохраняют направление своего движения вплоть до момента жесткого процесса их рассеяния на большой угол. Процесс последующего излучения также не меняет их направления, определенного в подпроцессе жесткого рассеяния партонов: электрона с долей энергии x_1 и позитрона с долей энергии x_2 , переходящих в электрон с долей энергии y_1 и летящий под углом θ_- к оси \vec{p}_- и позитрон с долей энергии y_2 , летящий под углом θ_+ к оси \vec{p}_- . Законы сохранения для подпроцесса дают следующие соотношения:

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 &= y_1 + y_2, \\ y_1 \sin \theta_- &= y_2 \sin \theta_+, \end{aligned} \quad (3.6)$$

$$x_1 - x_2 = y_1 \cos \theta_- + y_2 \cos \theta_+.$$

В (3.6) мы использовали характерный для «мягкой» стадии процесса факт, что в приближении (2) партон, излучая не меняет направления своего движения. Это означает, что 3-импульсы рассеянных e'^+ , e'^- лежат в плоскости, содержащей ось пучков, т.е. угол между плоскостями $\vec{p}'_- \vec{p}_-$ и $\vec{p}'_+ \vec{p}_-$ равен 180° . В постановке, когда измеряются энергии и углы рассеянных электрона и позитрона, (3.5) с помощью (3.6) можно записать в виде:

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma^{e^+e^- \rightarrow e^+e^-+\dots}}{d\theta_- d\theta_+ dy dz} &= \frac{\pi\alpha^2(2-2c_+c_-+s_+s_-)^2}{(1-c)(1-c_-)^2(1-c_+^2) \cdot s} \times \\ &\times \int \frac{dx_1}{x_1^3} D(x_1, \beta) D(x_2, \beta) D\left(\frac{y}{y_1}, \beta\right) D\left(\frac{z}{y_2}, \beta\right) \cdot K \cdot (1-\Pi)^{-2}, \end{aligned} \quad (3.7)$$

где

$$x_2 = x_1 \operatorname{tg} \frac{\theta_-}{2} \operatorname{tg} \frac{\theta_+}{2}; \quad y_1 = x_1 \frac{\sin \frac{\theta_+}{2}}{\sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta_-}{2}};$$

$$y_2 = x_1 \frac{\sin \frac{\theta_-}{2}}{\sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta_+}{2}}; \quad \theta = \theta_+ + \theta_-.$$

$\varepsilon y = \varepsilon_-$, $\varepsilon z = \varepsilon_+$ — энергии детектируемых электрона и позитрона, θ_\pm — их углы вылета по отношению к оси \vec{p}_- , $c = \cos \theta$; $c_\pm = \cos \theta_\pm$, $s_\pm = \sin \theta_\pm$.

Величина K в (3.7) есть так называемый K -фактор, учитывающий асимптотически не главные вклады в сечение, т.е. не содержащиеся слагаемых $\sim (\alpha\rho/\pi)$. Мы представим его в виде:

$$K = 1 + K_s + K_h. \quad (3.8)$$

Величина K_s получается из δ (см. 3.1) положив $\rho = 1$. Вид величины K_h зависит от постановки опыта. В случае, когда энергия, уносимая недетектируемыми фотонами, мала $(\Delta\varepsilon/\varepsilon) \ll 1$, то $K_h = 0$. В случае же, когда она не мала, или не измеряется:

$$K_h = \int_{\omega > \Delta\varepsilon} \frac{d\sigma^{e^+e^- \rightarrow e^+e^- \gamma}}{d\sigma_0}; \quad d\sigma_0 = \frac{\pi\alpha^2}{2s} dc \left(\frac{3+c^2}{1-c} \right)^2. \quad (3.9)$$

Нижний предел интегрирования по x_1 в (3.7) определяется условиями

$$1 - \frac{\Delta\varepsilon}{\varepsilon} > x_1, \quad x_2 < 1; \quad y < y_1, \quad z < y_2, \quad (3.10)$$

либо условиями эксперимента.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В случае образования тяжелых частиц ($\mu^+\mu^-$, $\pi^+\pi^-$) в области энергий до нескольких ГэВ можно рассматривать излучение конечных частиц и интерференционные члены как неасимптотические вклады и отнести их в K -фактор, также как и часть петлевых поправок, не содержащую членов $\sim \rho_e$. Сечение имеет вид:

$$\frac{d\sigma_i^{e^+e^- \rightarrow q+q+\dots}}{do_-} = \int dx_1 \int_2^1 dx_2 D(x_1, \beta) D(x_2, \beta) \times$$

$$\times (1 - \Pi)^{-2} \cdot K_i \cdot \frac{d\hat{\sigma}_i(x_1, x_2, \theta_-)}{do} \quad (4.1)$$

$$K_i = 1 + \eta_i + \delta_i^{\text{even}} (\rho_e = 1) + K_{ih} \quad (4.2)$$

Дифференциальное сечение подпроцессов $d\hat{\sigma}_{\mu, \pi}/do_-$ имеют вид:

$$\frac{d\hat{\sigma}_{\pi\pi}}{do_-} = |F_{\pi}(sx_1x_2)|^2 \cdot \frac{\alpha^2 \sin^2 \theta_-}{2e^2 (x_1 + x_2 - c_-(x_1 - x_2))^4} \quad (4.3)$$

$$\frac{d\hat{\sigma}_{\mu\mu}}{do_-} = \frac{\alpha^2 [x_1^2(1-c_-)^2 + x_2^2(1+c_-)^2]}{2e^2 (x_1 + x_2 - c_-(x_1 - x_2))^4}$$

При проведении численного интегрирования сечений процессов с излучением жесткого фотона возникают трудности в случае, когда фотон летит в направлении близком направлению движения одной из заряженных частиц (начальных или конечных). Так называемые «пиковости» интегрируемого выражения отвечают малым значениям инвариантов $kp_i = \omega \epsilon_i (1 - \beta_i \cos \theta_i)$, входящих в его знаменатели. Мы предлагаем следующую схему расчета, не содержащую этих трудностей. Рассмотрим процесс $e^+e^- \rightarrow e^+e^- \gamma$. Выберем некоторый малый угол (в радианах) θ_0

$$\frac{m_e}{\epsilon} \ll \theta_0 \ll 1. \quad (4.4)$$

В случае, когда при розыгрыше 4-импульсов процесса по методу Монте-Карло угол вылета θ фотона по отношению к какой-либо из заряженных частиц большой $\theta > \theta_0$, то при расчете пользуемся точными формулами для сечений, приведенными выше. При этом не возникает «пиковостей», так как инварианты kp_i не малы и, как следствие, можно опустить члены из $\Gamma_{e^+e^-}$ пропорциональные m_e^2 . В случае же, когда один из углов θ_i мал $\theta_i < \theta_0$, мы будем пользоваться упрощенными формулами для сечения, допускающими простое аналитическое вычисление вклада в сечение от этой области [9]. Так, в случае, когда фотон летит вдоль оси пучков:

$$d\sigma = d\sigma_0(p_- - k, p_+) dW_{p_-}(k) + d\sigma_0(p_-, p_+ - k) dW_{p_+}(k), \quad (4.5)$$

где

$$dW_{p_{\pm}}(k) = \frac{\alpha}{4\pi^2} \left(\frac{1 + (1-x)^2}{x \cdot kp_{\pm}} - (1-x) \frac{m_e^2}{(kp_{\pm})^2} \right) \frac{d^3k}{\omega}, \quad x = \frac{\omega}{\epsilon}, \quad (4.6)$$

$d\sigma_0$ — борновское сечение процесса $e^+e^- \rightarrow e^+e^-$, причем 3-импульсы начальных электрона и позитрона уже не равны по величине. В случае, когда излучает электрон:

$$d\sigma_0 = \frac{2\pi\alpha^2}{s^2} \frac{s^4 + t^4 + u^4}{s^2 t^2} dt, \quad s + t + u = 0,$$

подставляя $s = 4\epsilon^2(1-x)$, $t = -\frac{4(1-x)^2(1-c)}{2-x(1-c)}$ получим:

$$d\sigma_0(p_- - k, p_+) = \frac{2\pi\alpha^2}{\epsilon^2} \left(\frac{3-3x+x^2+2x(2-x)c+c^2(1-x+x^2)}{(1-x)(1-c)(2-x(1-c))^2} \right)^2 dc, \quad (4.7)$$

где $c = \cos(\vec{p}_-, \hat{p}_-)$ — косинус угла рассеяния электрона в лабораторной системе. Для справок приведем следующие из кинематики выражения для энергий и угла вылета рассеянных e'_+ ; e'_- :

$$\frac{\epsilon_+}{\epsilon} = (2 - 2x + x^2 + x(2-x)c)/a; \quad \frac{\epsilon_-}{\epsilon} = 2(1-x)/a;$$

$$\sin \theta_+ = \frac{\epsilon_-}{\epsilon_+} \sqrt{1-c^2}, \quad a = 2 - x(1-c).$$

В случае, когда фотон излучается начальным позитроном сечение имеет тот же вид с заменой $c \rightarrow \tilde{c} = \cos(\vec{p}_+, \hat{p}_+)$. При излучении фотона рассеянными электроном и позитроном сечение имеет вид $c = \tilde{c}$

$$d\sigma = d\sigma_0(dW_{p'_+}(k) + dW_{p'_-}(k)), \quad (4.8)$$

$$d\sigma_0 = \frac{\pi\alpha^2}{8\epsilon^2} \left(\frac{3+c^2}{1-c} \right)^2. \quad (4.9)$$

Интегрирование $dW_p(k)$ по угловым переменным в области $\theta < \theta_0$ дает (см. [9]):

$$dW_p(p) = \frac{\alpha}{2\pi} \frac{dx}{x} \left[(1 + (1-x)^2) \ln \left(\frac{\epsilon^2 \theta_0^2}{m_e^2} \right) - (1-x) \right]. \quad (4.10)$$

Сумма вкладов происходящих от областей $\theta_i > \theta_0$ и $\theta_i < \theta_0$ не зависит от θ_0 для достаточно малых θ_0 . В области вблизи порога образования $\pi^+\pi^-(\mu^+\mu^-)$ $\beta_{\pi} \sim \beta_{\mu} \sim 1$ «пиковости» сечения происходят только от излучения начальными e^+ , e^- . Формула для сечения имеет вид (4.5), где $s = 4\epsilon^2(1-x)$, $t = m^2 - 2(1-x)p_-q_-$, $u = 2m^2 - s - t$, $x = \omega/\epsilon$.

$$d\sigma_0^{e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-}(p_- - k, p_+) = \frac{\pi\alpha^2 dt}{s^2} \left(1 - \frac{4m^2}{s} - \left(\frac{t-u}{s} \right)^2 \right), \quad (4.11)$$

$$d\sigma_0^{e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-}(p_- - k, p_+) = \frac{2\pi\alpha^2 dt}{s^2} \left(\frac{t^2+u^2}{s^2} + \frac{4m^2}{s} - 2 \left(\frac{m^2}{s} \right)^2 \right), \quad (4.12)$$

В ультрарелятивистском пределе излучение фотона вдоль конечных частиц можно учесть с помощью (4.8) где

$$d\sigma_0^{e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-} = \frac{\pi\alpha^2}{16\epsilon^2} \beta_\pi^3 \sin^2\theta d\epsilon,$$

$$d\sigma_0^{e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-} = \frac{\pi\alpha^2}{8\epsilon^2} \beta_\mu (2 - \beta_\mu^2 \sin^2\theta) d\epsilon. \quad (4.13)$$

Мы благодарим С.И. Эйдельмана и Б.И. Хазина за полезные обсуждения.

ЛИТЕРАТУРА

1. А.И. Ахиезер, В.Б. Берестецкий. «Квантовая электродинамика», Мир, 1981.
2. R. Brown and K. Mikaelian. Lett. Nuovo Cim, 1974, v.10, p.305.
3. F.A. Berends et al. Nucl. Phys. B57 (1973) p.381;
Э.А. Кураев, Г.В. Меледин. Препринт ИЯФ 76-91, 1976;
E.A. Kuraev, G.V. Meledin. Nucl. Phys. B, 1977, B122, p.485.
4. Хриплович И.Б. ЯФ, 1973, т.17, с.578.
5. F.A. Berends et al. Nucl. Phys. 1981, B177, p.237; B202, p.63 (1982).
6. S.I. Eidelman, E.A. Kuraev. Phys. Lett., 1978, B80, p.94.
7. F.A. Berends et al. Phys. Lett., 1982, v.103B, p.124.
8. Э.А. Кураев, В.С. Фадин. ЯФ, 1985, т.41, с.733.
9. V.N. Baier et al. Nucl. Phys., B65 (1973), p.381.

Э.А. Кураев, С.Н. Панов

Сечение процессов

$e^+e^- \rightarrow e^+e^-(\gamma), \pi^+\pi^-(\gamma), \mu^+\mu^-(\gamma)$
для области энергий $200 \text{ МэВ} \leq 2E \leq 3 \text{ ГэВ}$

Ответственный за выпуск С.Г.Попов

Работа поступила 28 марта 1991 г.

Подписано в печать 28.03 1991 г.

Формат бумаги 60×90 1/16 Объем 1,9 печ.л., 1,6 уч.-изд.л.

Тираж 180 экз. Бесплатно. Заказ № 26

Набрано в автоматизированной системе на базе фото-наборного автомата ФА1000 и ЭВМ «Электроника» и отпечатано на ротапинтере Института ядерной физики СО АН СССР,

Новосибирск, 630090, пр. академика Лаврентьева, 11.