

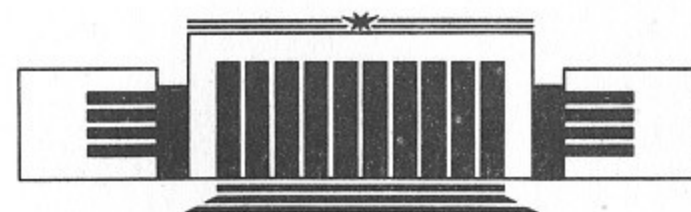


ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ СО АН СССР

Д.Д. Рютов

**ГАЗОДИНАМИКА  
ПЛОТНЫХ ПЛАЗМЕННЫХ СГУСТКОВ  
В СОЛЕНОИДЕ**

**ПРЕПРИНТ 90-143**



НОВОСИБИРСК

Д. Д. Рогов

ПЛОТНЫХ ПЛАЗМЕННЫХ СГУСТКОВ  
В СОЛЕНОИДАХ

ПРЕПРИНТ 90-143

НОВОСИБИРСК

© Институт ядерной физики СО АН СССР

Итак, предположим, что в состоянии равновесия плотность сгустка равна  $n_0$  и его длина (которую обозначим через  $l$ ),

$$(7) \quad \dots$$
$$(8) \quad \dots$$

... в зависимости от параметров плазмы ...

1. ВВЕДЕНИЕ

Настоящая работа связана с проводимыми в Институте ядерной физики исследованиями по нагреву и удержанию плотной плазмы в соленоидах (см. [1—4]). После запуска в конце 1988 года 1-й очереди установки ГОЛ-3 [5] и получения хороших результатов в опытах по пучковому нагреву плазмы [6] были осуществлены первые эксперименты (см. [7]) по созданию плотных плазменных сгустков с помощью так называемой двухступенчатой схемы нагрева [8].

При проведении такого рода экспериментов полезно иметь средства для быстрой оценки параметров сгустка при относительно небольшом числе измерительных датчиков (пока, главным образом, — магнитных зондов). Одна из целей настоящей заметки и состоит в получении простых (по возможности, аналитических) формул, которые бы позволили оперативно обрабатывать измерительную информацию. Вторая цель — провести предварительные оценки предельных температур плазмы, на достижение которых можно рассчитывать в опытах по столкновению плазменных сгустков с неподвижными препятствиями.

Наличие сильного продольного магнитного поля делает движение плазменных сгустков одномерным, что существенно облегчает решение газодинамической задачи. Высокая плотность плазмы позволяет пользоваться приближением локального термодинамического равновесия и пренебрегать теплопроводностью и вязкостью газа. Соответственно, мы пользуемся следующей системой уравнений:

$$\rho \left( \frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} \right) = - \frac{\partial p}{\partial x}, \quad (1)$$

$$\frac{d\rho}{dt} + \rho \frac{\partial v}{\partial x} = 0, \quad (2)$$

$$\frac{1}{\gamma-1} \frac{dp}{dt} + \frac{\gamma p}{\gamma-1} \frac{\partial v}{\partial x} = q, \quad (3)$$

где  $\rho$ ,  $v$  и  $p$  — плотность, скорость и давление газа,  $\gamma$  — показатель адиабаты,  $q$  — объемная мощность источников тепла, оператор  $d/dt$  определен стандартным образом:

$$\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + v \frac{\partial}{\partial x};$$

$x$  — координата, отсчитываемая вдоль оси установки.

Дальнейшее построение работы следующее. В разделе 2 рассмотрено точное решение системы уравнений (1) — (3), соответствующее параболическому профилю давления. В разделе 3 получено по методу моментов приближенное решение системы (1) — (3), соответствующее однородным давлению и плотности. В разделе 4 рассмотрена задача о движении многослойных плазменных сгустков, когда расширение внутренней части сгустка приводит к ускорению внешних слоев, состоящих из материала с большим атомным весом (задача о метании). Обсуждение результатов содержится в разделе 5.

## 2. ТОЧНОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ О РАЗЛЕТЕ СГУСТКА

В задаче об одномерном разлете газовых сгустков существуют многочисленные точные решения, описанные, в частности, в работах [9—12]. Здесь мы приведем одно из решений, которое достаточно хорошо соответствует реалиям эксперимента по нагреву плазмы в соленоидах. Заранее оговоримся, что в идейном плане настоящий раздел не содержит новых элементов по сравнению с работами [9—12], и мы преследуем здесь лишь скромную задачу аккомодации известных результатов к нуждам конкретного эксперимента. Некоторые из приводимых ниже решений с параболическим профилем давления ранее использовались автором в задаче о расширении плазменного сгустка при развитии в нем «анизотропной» ионной неустойчивости [13].

Итак, предположим, что в начальном состоянии плотность сгустка однородна по его длине (которую обозначим через  $l_0$ ),

$$\rho|_{t=0} = \rho_0 \begin{cases} 1, & |x| \leq l_0/2, \\ 0, & |x| > l_0/2, \end{cases} \quad (4)$$

а давление имеет параболическое распределение:

$$p|_{t=0} = p_0 \begin{cases} 1 - \frac{4x^2}{l_0^2}, & |x| \leq l_0/2, \\ 0, & |x| > l_0/2, \end{cases} \quad (5)$$

Сгусток в начальный момент неподвижен,

$$v|_{t=0} = 0. \quad (6)$$

Такое распределение параметров сгустка соответствует ситуации, когда первоначально однородный неподвижный холодный сгусток в начальный момент времени мгновенно нагревается, причем пространственная зависимость энергии, сообщаемой сгустку источниками нагрева, следует формуле (5), т. е.

$$q = \delta(t) \frac{p_0}{\gamma-1} \left( 1 - \frac{4x^2}{l_0^2} \right). \quad (7)$$

Принятая нами зависимость  $q$  от  $x$  неплохо имитирует пространственное распределение потерь быстрых электронов при их торможении в однородном сгустке, т. е. именно ту ситуацию, с которой предстоит иметь дело на установке ГОЛ-3 при применении двухступенчатой схемы нагрева. В самом деле, при углублении в сгусток потока электронов удельная (на единицу пути) мощность нагрева сначала нарастает (из-за уменьшения энергии электронов), а затем убывает (из-за того, что электроны постепенно «застревают» в веществе), рис. 1. Если толщина сгустка подобрана оптимальным образом, т. е. так, чтобы задний фронт сгустка как раз приходился на зону, где кончается энерговыделение (как это и показано на рис. 1), то профиль энерговыделения, по крайней мере, качественно, может имитироваться параболой (7).

Легко проверить, что для начальных условий (4) — (6) система уравнений (1) — (3) имеет решение вида:

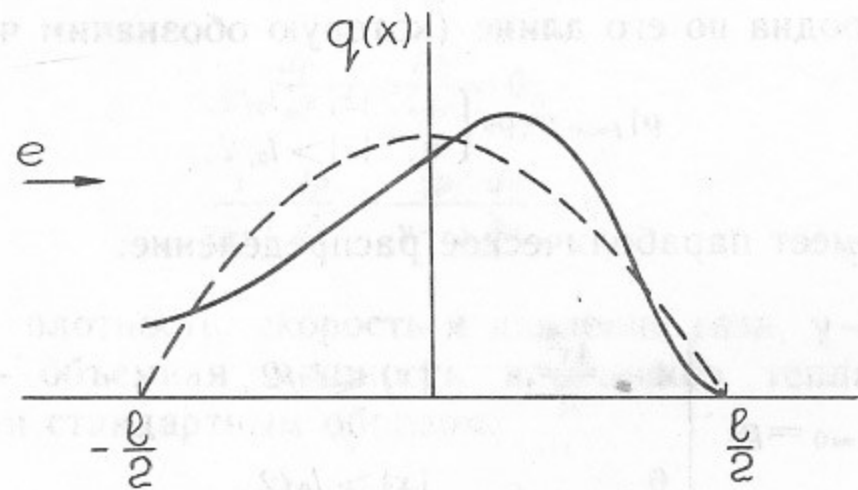


Рис. 1. Качественная зависимость потерь энергии быстрых электронов от координаты  $x$  для однородного плазменного сгустка (сплошная линия). «Горячие» электроны налетают на сгусток слева. Конкретная форма кривой энерговыделения зависит от углового и энергетического распределений «горячих» электронов. Штриховой линией показана аппроксимирующая парабола.

$$\rho = \rho_* \begin{cases} \left(1 - \frac{4x^2}{l^2}\right), & |x| \leq l/2, \\ 0, & |x| > l/2, \end{cases} \quad (8)$$

$$\rho = \rho_* \begin{cases} 1, & |x| \leq l_0/2, \\ 0, & |x| > l_0/2, \end{cases} \quad (9)$$

$$v = x \frac{\dot{l}}{l}, \quad (10)$$

где  $l$ ,  $\rho_*$  и  $\rho$  суть функции времени, подлежащие определению:  $l(t)$  имеет смысл текущей длины сгустка,  $\rho_*(t)$  — давления в его центре,  $\rho(t)$  — плотности (которая однородна по длине). Скорости левой и правой границ сгустка получаются подстановкой в (10) значений  $x = \pm l/2$  и равны  $\pm \dot{l}/2$ .

Подстановка функций (8) — (10) в систему (1) — (3) позволяет получить следующие соотношения:

$$\rho_* = \rho_0 \left(\frac{l_0}{l}\right)^\gamma, \quad (11)$$

$$\rho_* = \rho_0 \frac{l_0}{l}, \quad (12)$$

$$\dot{l} = \frac{8\rho_*}{\rho_0 l_0} = \frac{8\rho_0}{\rho_0 l_0} \left(\frac{l_0}{l}\right)^\gamma. \quad (13)$$

Последнее уравнение обладает интегралом

$$\dot{l}^2 = \frac{16\rho_0}{(\gamma-1)\rho_0} \left[1 - \left(\frac{l_0}{l}\right)^{\gamma-1}\right] \quad (14)$$

Мы записали этот интеграл с учетом того, что в начальный момент сгусток неподвижен ( $\dot{l}|_{t=0}=0$ ). Из соотношения (14) видно, что максимальная скорость разлета вещества сгустка, достигаемая при  $l \rightarrow \infty$  на его концах ( $x = \pm l/2$ ), равна

$$v_{\max} = 2 \sqrt{\frac{\rho_0}{(\gamma-1)\rho_0}} \quad (15)$$

Ее можно выразить и через полную энергию  $Q_0$ , сообщенную единице площади сгустка внешними источниками нагрева,

$$Q_0 = \int_{-\infty}^{+\infty} dt \int_{-\infty}^{+\infty} q(x, t) dx = \frac{2\rho_0 l_0}{3(\gamma-1)}.$$

Очевидно, что

$$v_{\max} = \sqrt{\frac{6Q_0}{\mu}} \quad (15)$$

где  $\mu = \rho_0 l_0$  — масса на единицу площади сгустка.

Интегрирование уравнения (14) дает в неявной форме зависимость  $l$  от  $t$ :

$$F\left(\frac{l}{l_0}\right) = \sqrt{\frac{24Q_0}{\mu}} \frac{t}{l_0}, \quad (16)$$

где функция  $F(r)$  дается формулой

$$F(r) = \int_1^r \frac{d\xi}{(1-\xi^{1-\gamma})^{1/2}}. \quad (17)$$

При  $\gamma = 5/3$

$$F(r) = (r^{2/3} - 1)^{3/2} + 3(r^{2/3} - 1)^{1/2}, \quad (17')$$

при  $\gamma = 7/5$

$$F(r) = (r^{2/5} - 1)^{5/2} + \frac{10}{3}(r^{2/5} - 1)^{3/2} + 5(r^{2/5} - 1)^{1/2}. \quad (17'')$$

График зависимости от времени отношения  $l(t)/l_0$  приведен на рис. 2.

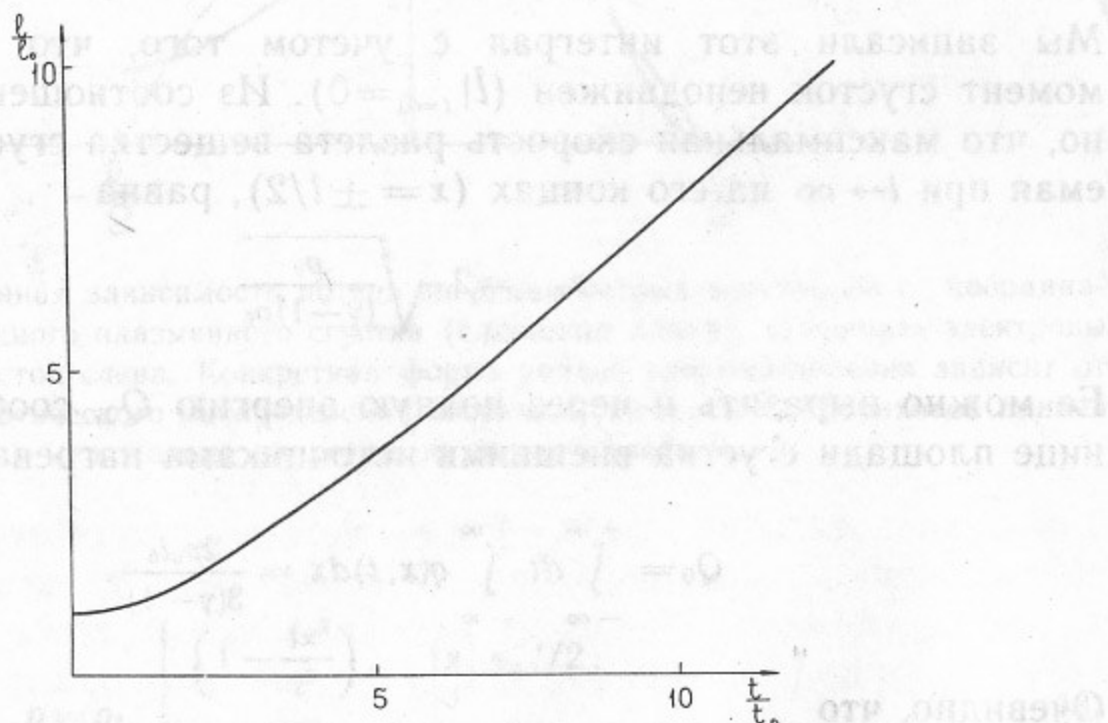


Рис. 2. График зависимости  $l/l_0$  от  $t/t_0$  (где  $t_0 = l_0 \sqrt{\mu/24Q_0}$ ) при  $\gamma = 5/3$ .

Рассмотрим теперь более общую задачу, считая, что нагрев первоначально холодного сгустка происходит не мгновенно, а распределен во времени. Предварительно заметим, что в системе (1) — (3) имеется интеграл энергии вида

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \left( \frac{\rho v^2}{2} + \frac{p}{\gamma - 1} \right) dx = Q(t) \quad (18)$$

где

$$Q(t) = \int_{-\infty}^t dt' \int_{-\infty}^{+\infty} q(x, t') dt'$$

— полное количество энергии, сообщенное единице площади сгустка внешними источниками к моменту времени  $t$ . Мы будем считать, что при  $t \rightarrow \infty$  функция  $Q$  стремится к некоторой константе  $Q_0$ , представляющей собой полную энергию, сообщенную единице

площади сгустка за все время нагрева. При записи соотношения (18) мы подразумеваем, что в начальный момент сгусток был холодным ( $p=0$ ) и неподвижным ( $v=0$ ).

Оказывается, что и в этом случае существует решение вида (8) — (10), если энергосодержание параболически распределено по длине сгустка. При фактическом решении задачи мы вместо уравнения (3) воспользуемся вытекающим из системы уравнений (1) — (3) соотношением (18). После этого уравнением (3) можно воспользоваться для определения пространственной зависимости мощности источников  $q$ , которая, как уже отмечалось, оказывается параболической.

Для решения (8) — (10) из (18) находим:

$$l^2 + \frac{16}{\gamma - 1} \frac{p \cdot l}{\rho_0 l_0} = \frac{24Q(t)}{\rho_0 l_0}. \quad (19)$$

Так как асимптотически, при  $l \rightarrow \infty$ ,  $p_*$  убывает быстрее, чем  $l^{-1}$ , из (19) находим следующее выражение для асимптотической ( $t \rightarrow \infty$ ) скорости движения границ сгустка:  $v_{\max} = \sqrt{6Q_0/\mu}$ . Оно совпадает с (15').

Уравнение (1) дает:

$$\ddot{l} = \frac{8p_*}{\mu}. \quad (20)$$

При заданной функции  $Q(t)$  уравнения (19) и (20) образуют замкнутую систему. Исключая из нее  $p_*$ , находим:

$$l^2 + \frac{2}{\gamma - 1} \ddot{l} l = \frac{24Q(t)}{\mu}. \quad (21)$$

После некоторых преобразований это уравнение можно привести также к виду

$$\ddot{\lambda} = \frac{6(\gamma^2 - 1)}{\mu} Q(t) \lambda^{\frac{\gamma - 3}{\gamma + 1}} \quad (21')$$

с  $\lambda = l^{(\gamma + 1)/2}$ . Ранее рассмотренному решению соответствует  $Q = \text{const}$ . В этом случае уравнение (21') имеет квадратуру и, естественно, сводится к (14). В общем случае мы имеем дело с обыкновенным дифференциальным уравнением второго порядка, которое можно проинтегрировать с помощью стандартных численных схем.

Аналитическое решение задачи удается найти в случае, когда исходное состояние нагреваемого вещества — тонкая фольга (т. е.  $l_0 \rightarrow 0$  при  $\rho_0 l_0 = \mu = \text{const}$ ), а зависимость  $Q$  от  $t$  имеет следующий специальный вид:

$$Q(t) = Q_0 \begin{cases} \left(\frac{t}{\tau}\right)^2, & t \leq \tau \\ 1, & t > \tau \end{cases} \quad (22)$$

Основания для выбора такой зависимости  $Q(t)$  в случае установки ГОЛ-3 следующие: нагрев фольги (или газового сгустка) происходит так называемыми «горячими» электронами, количество которых, судя по диамагнитным сигналам, растет примерно линейно со временем в течение импульса инжекции пучка и довольно резко убывает после выключения пучка. Тогда интегральный энергоз вклад во время работы пучка растет пропорционально  $t^2$ , что мы и предполагаем. При такой трактовке,  $\tau$  — это длительность пучка,  $Q_0$  — полный энергоз вклад в фольгу.

При  $t \leq \tau$  решение уравнения (21) имеет вид:\*)

$$l = \frac{t^2}{\tau} \sqrt{\frac{6(\gamma-1)Q_0}{\gamma\mu}} \quad (23)$$

При  $t \geq \tau$  в уравнении (21')  $Q = Q_0 = \text{const}$ , и уравнение имеет квадратуру (естественно, аналогичную по форме (14)):

$$\dot{l}^2 = \frac{\text{const}}{l^{\gamma-1}} + \frac{24Q_0}{\mu} \quad (24)$$

В данном случае неопределенная постоянная должна находиться из условия «сшивки» решений (23) и (24) при  $t = \tau$ . Иными словами, мы должны потребовать, чтобы соотношение (24) выполнялось при подстановке в него значений

$$l = l(\tau) \equiv \tau \sqrt{\frac{6(\gamma-1)Q_0}{\gamma\mu}}, \quad \dot{l} = \dot{l}(\tau) \equiv \sqrt{\frac{24(\gamma-1)Q_0}{\mu}} \quad (25)$$

В результате находим, что

\*) Степенные решения существуют и при других степенных зависимостях  $Q(t)$  при  $t \leq \tau$ .

$$\text{const} = -\frac{24Q_0}{\gamma\mu} l(\tau)^{\gamma-1}$$

Проводя теперь в (24) интегрирование, получаем, что зависимость  $l$  от  $t$  при  $t > \tau$  определяется формулой

$$G\left[\frac{l}{l(\tau)}\right] = \frac{t-\tau}{\tau} \cdot 2\gamma^{1/\gamma-1} \left(\frac{\gamma}{\gamma-1}\right)^{1/2}, \quad (26)$$

где

$$G(r) = F(r\gamma^{1/\gamma-1}) - F(\gamma^{1/\gamma-1}), \quad (27)$$

а функция  $F$  определяется соотношением (17). График зависимости от времени отношения  $l(t)/l(\tau)$  для  $\gamma = 5/3$  приведен на рис. 3.

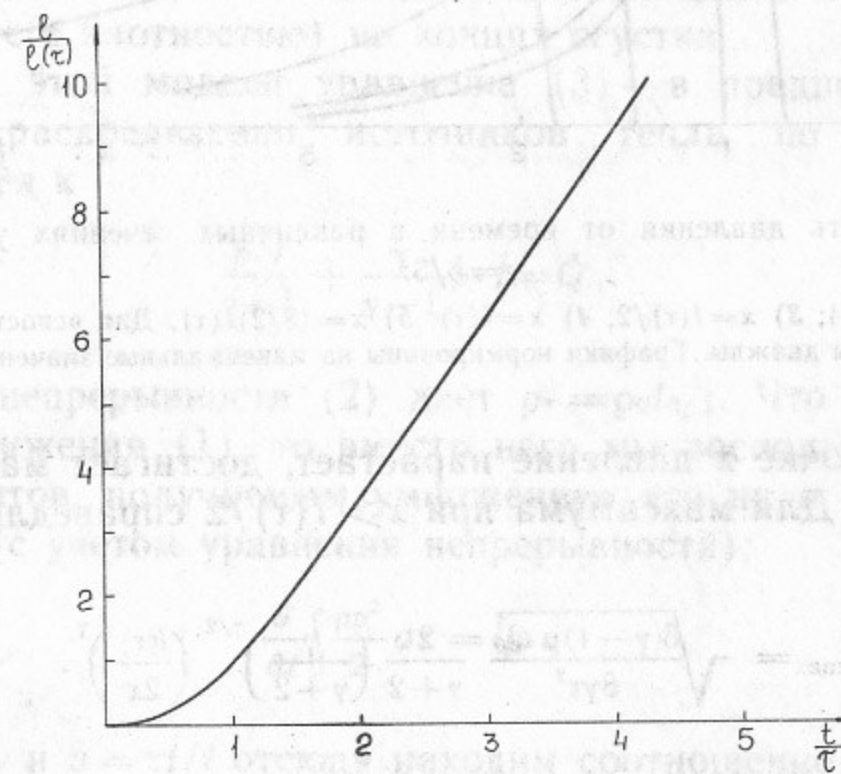


Рис. 3. График зависимости  $l/l(\tau)$  от  $t/\tau$  при  $\gamma = 5/3$ .

Важной экспериментально измеряемой величиной является диамагнитный сигнал, пропорциональный давлению плазмы в некотором сечении  $x = \text{const}$ . Зависимость  $p(t)$  при  $x = \text{const}$  определяется формулой (8), в которую нужно подставлять  $l$  из (23) при  $t < \tau$  или из (26) при  $t > \tau$ , а в качестве  $p_*$  брать значение

$$p_* = \sqrt{\frac{3(\gamma-1)\mu Q_0}{8\gamma\tau^2}}$$

при  $t < \tau$  и

$$p_* = \sqrt{\frac{3(\gamma-1)\mu Q_0}{8\gamma\tau^2}} \left[ \frac{l(\tau)}{l(t)} \right]^\gamma$$

при  $t > \tau$ . Серия графиков зависимости  $p$  от  $t$  при различных  $x$  приведена на рис. 4.\*)

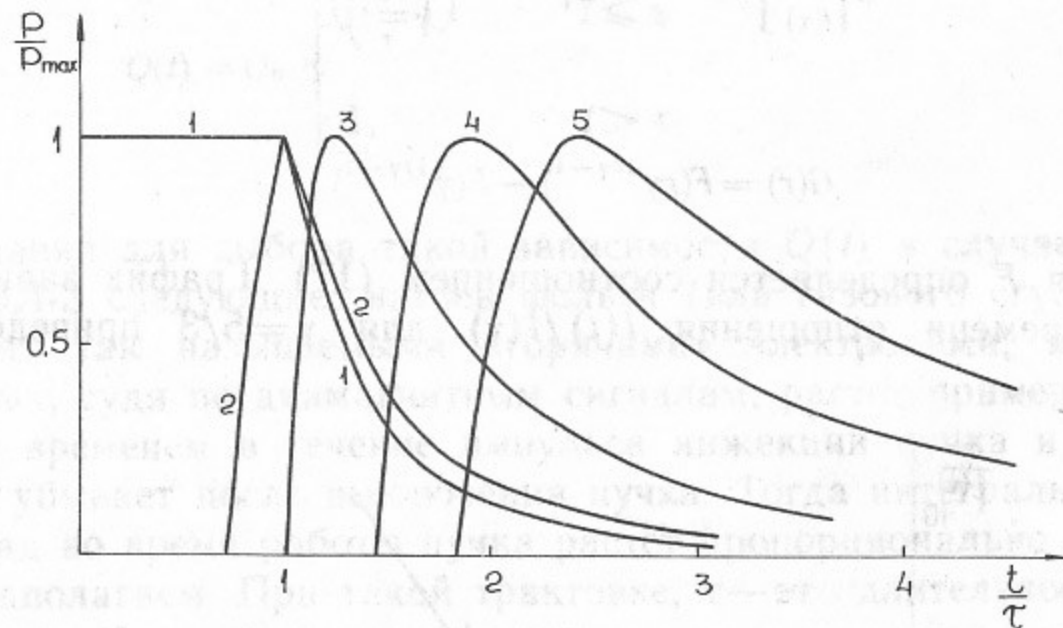


Рис. 4. Зависимость давления от времени в различных сечениях установки при  $\gamma = 5/3$ :

1)  $x=0$ ; 2)  $x=l(\tau)/4$ ; 3)  $x=l(\tau)/2$ ; 4)  $x=l(\tau)$ ; 5)  $x=(3/2)l(\tau)$ . Для ясности кривые 1 и 2 помечены дважды. Графики нормированы на максимальные значения.

В каждой точке  $x$  давление нарастает, достигает максимума, а затем убывает. Для максимума при  $x > l(\tau)/2$  справедлива формула

$$p_{\max} = \sqrt{\frac{3(\gamma-1)\mu Q_0}{8\gamma\tau^2}} \frac{2}{\gamma+2} \left( \frac{\gamma}{\gamma+2} \right)^{\gamma/2} \left( \frac{l(\tau)}{2x} \right)^\gamma$$

Ею можно воспользоваться для вычисления энерговклада  $Q_0$ :

$$Q_0 = \frac{2\gamma}{3(\gamma-1)} \left( \frac{\gamma+2}{\gamma} \right)^{\gamma/\gamma+1} \frac{\mu x^2}{\tau^2} \left[ \frac{(\gamma+2)p_{\max}\tau^2}{\mu x} \right]^{2/\gamma+1}$$

\*) При пользовании этими графиками следует помнить, что сигнал диамагнитного зонда дает значение  $p$ , усредненное по сечению плазмы, а также вдоль оси системы (по отрезку длиной порядка диаметра зонда). Поэтому экспериментальная форма диамагнитного сигнала может быть несколько сглаженной по сравнению с зависимостями рис. 4.

Для  $\gamma = 5/3$

$$Q_0 = 7,23 \frac{\mu x^2}{\tau^2} \left( \frac{p_{\max}\tau^2}{\mu x} \right)^{3/4}$$

для  $\gamma = 7/5$

$$Q_0 = 10,86 \frac{\mu x^2}{\tau^2} \left( \frac{p_{\max}\tau^2}{\mu x} \right)^{5/6}$$

### 3. МОДЕЛЬ МОМЕНТОВ С ОДНОРОДНЫМ ДАВЛЕНИЕМ

Для того, чтобы оценить чувствительность результатов к выбору конкретной модели, в этом разделе мы рассмотрим еще одну — совсем простую — модель разлета плазменного сгустка, в которой сохраняются соотношения (9) и (10), а в отношении давления предполагается, что оно однородно по длине и резко обрывается (вместе с плотностью) на концах сгустка.

В рамках этой модели уравнение (3) — в предположении об однородном распределении источников тепла по длине сгустка — сводится к

$$\frac{\dot{p} \cdot l}{\gamma-1} + \frac{\gamma}{\gamma-1} p_* \dot{l} = \dot{Q}, \quad (28)$$

а уравнение непрерывности (2) дает  $\rho_* = \rho_0 l_0 / l$ . Что же касается уравнения движения (1), то вместо него мы воспользуемся уравнением моментов, получаемым умножением его на  $v$  и интегрированием по  $x$  (с учетом уравнения непрерывности):

$$\frac{\partial}{\partial t} \int \frac{\rho v^2}{2} dx = \dot{l} p_*. \quad (29)$$

Для  $\rho = \rho_*$  и  $v = xl/l$  отсюда находим соотношение

$$\dot{l} = \frac{12p_*}{\mu}$$

Вместе с уравнением (28) оно дает:

$$\dot{l}^2 + \frac{2}{\gamma-1} \dot{l} l = \frac{24Q(t)}{\mu}. \quad (30)$$

Это уравнение совпадает с (21). Предельная скорость разлета, естественно, совпадает с (15').

Модель однородного давления хорошо имитирует ситуацию, когда велика электронная теплопроводность, обеспечивающая выравнивание температуры плазмы по длине сгустка. Разумеется, надо понимать, что решение газодинамической задачи в данном случае — приближенное.

#### 4. ЗАДАЧА О МЕТАНИИ

Мы рассмотрим задачу о метании компактного объекта (типа фольги), пренебрегая его внутренней структурой и внутренними движениями и характеризуя его единственным параметром — массой  $m$  на единицу площади. Будем считать, что этот объект расположен «справа» от сгустка водородной плазмы. Тогда для его координаты  $x_m(t)$  можно записать уравнение:

$$m\ddot{x}_m(t) = p(x_m, t). \quad (31)$$

Оказывается, что и в задаче о метании существует решение с параболическим профилем давления, в котором функции  $p$ ,  $\rho$  и  $v$  внутри водородного сгустка описываются соотношениями (8) — (10). Единственное отличие от задачи о свободном разлете

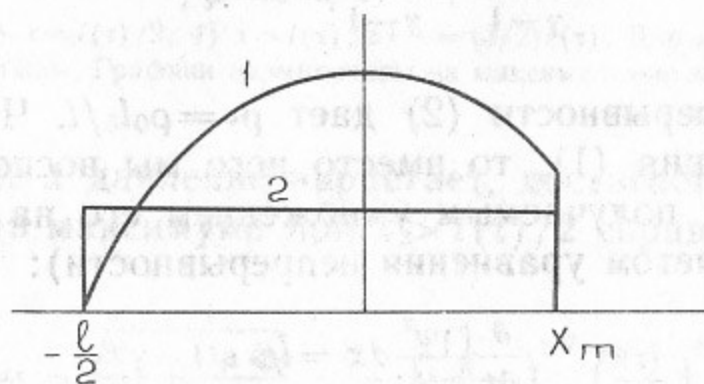


Рис. 5. Распределение давления 1 и плотности 2 газа в некоторый момент времени в задаче о метании компактного объекта. Метаемый объект расположен в точке  $x = x_m$ .

сгустка состоит в том, что теперь решения (8) — (10) «обрываются» не в точке  $x = l/2$ , а в точке  $x = x_m < l/2$ , где расположена фольга (рис. 5). Решение (8) — (10) является самосогласованным, когда отношение  $x_m/l$  постоянно во времени. Мы будем пользоваться обозначением

$$\alpha = 2 \frac{x_m}{l}. \quad (32)$$

Случаю, когда метаемая фольга отсутствует, соответствует  $\alpha = 1$ . Масса водорода  $\mu$ , приходящаяся на единицу площади сгустка, очевидно, есть

$$\mu = \rho \cdot l \frac{1 + \alpha}{2}. \quad (33)$$

Из соотношений (8), (31) и (32) следует, что

$$\frac{m\alpha}{2} \ddot{l} = p \cdot (1 - \alpha^2). \quad (34)$$

Это уравнение согласуется с уравнением (1), описывающим движение водородного сгустка, если

$$\alpha = \frac{1}{1 + 2 \frac{m}{\mu}}. \quad (35)$$

Учитывая, что суммарная кинетическая энергия сгустка и метаемого объекта в данном случае равна

$$\left[ \frac{\rho \cdot l}{48} (1 + \alpha^3) + \frac{m\alpha^2}{8} \right] \dot{l}^2,$$

а тепловая энергия сгустка равна

$$\frac{2}{3} \frac{\rho \cdot l}{\gamma - 1} \left[ 1 - \frac{(1 - \alpha)^2 (1 + \frac{\alpha}{2})}{2} \right],$$

и предполагая, что вначале сгусток холодный, находим из закона сохранения энергии (аналогично (21)):

$$\dot{l}^2 + \frac{2}{\gamma - 1} \ddot{l} l = \frac{24Q(t)}{\mu} \frac{(1 + 2 \frac{m}{\mu})^2}{1 + 5 \frac{m}{\mu} + 4 (\frac{m}{\mu})^2}. \quad (36)$$

Мы учли здесь соотношения (33) — (35).

Уравнение (21) и (36) совпадают друг с другом с точностью до коэффициента в правой части. Соответственно, на уравнение (36) переносятся все выводы раздела 2. В частности, для асимптотической скорости метаемого тела получаем



$$\dot{x}_{m\max} = \frac{\alpha}{2} l_{\max} = \frac{v_{\max}}{\sqrt{1 + 5\frac{m}{\mu} + 4\left(\frac{m}{\mu}\right)^2}}, \quad (37)$$

где  $v_{\max}$  определяется соотношением (15'). Конечная энергия метаемога тела  $m \dot{x}_{m\max}^2 / 2$  равна

$$W = \frac{\mu v_{\max}^2}{2} \frac{m/\mu}{1 + 5\frac{m}{\mu} + 4\left(\frac{m}{\mu}\right)^2}.$$

Наибольшее значение этой величины достигается для тела с массой  $m = \mu/2$  и равно  $Q_0/3$ .

При достаточно малой массе  $m$  предельная скорость близка к  $v_{\max}$ . Так, при  $m = 0,1\mu$   $\dot{x}_{m\max} = 0,806v_{\max}$ . Полная энергия метаемога тела при этом, разумеется, мала.

## 5. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

При расширении сгустка тепловая энергия переходит в энергию направленного движения, причем максимальная скорость достигается на фронтах сгустка. Эта максимальная скорость одинакова в обеих моделях расширения, рассмотренных в разделах 2 и 3. Она равна

$$v_{\max} = \sqrt{\frac{6Q_0}{\mu}}$$

и превышает скорость звука, которая имела бы в неподвижном (удерживаемом от продольного разлета) однородном сгустке при подведении к нему того же количества тепла.

Этот факт можно использовать для того, чтобы получить плазму с повышенной температурой путем помещения неподвижного препятствия перед фронтом разлетающегося сгустка (или посредством столкновения передних фронтов двух разлетающихся навстречу друг другу сгустков). Известно (см. например, [14]), что при столкновении с препятствием сгустка, движущегося со скоростью  $v$ , вверх по течению от препятствия начинает бежать ударная волна; плотность неподвижного вещества между препятствием и ударной волной есть  $\rho_{\text{ост}} = \rho \cdot (\gamma + 1) / (\gamma - 1)$ , а давление  $p_{\text{ост}} = \rho_{\text{ост}} v_{\max}^2 / (\gamma - 1)$  (формулы приведены для потоков с большим

числом Маха, как это и имеет место в нашей задаче при достаточно большой степени расширения исходного сгустка).

Если считать, что сгусток состоит из полностью ионизованной водородной плазмы, то ее температура  $T_{\text{ост}}$  будет равна:

$$T_{\text{ост}} = \frac{\rho_{\text{ост}}}{2\rho_{\text{ост}}} m_p = \frac{Q_0 m_p}{\mu},$$

где  $m_p$  — масса протона. Если бы то же количество тепла было сообщено неподвижной водородной плазме, то ее температура была бы равна

$$T_0 = \frac{Q_0 m_p}{3\mu}. \quad (38)$$

Мы видим, что

$$T_{\text{ост}} = 3T_0.$$

Разумеется высокая температура достигается только на фронте сгустка, дальше она падает из-за уменьшения скорости потока. Но отмеченный эффект может быть существенным, если по той или иной причине желательно получить плазму с более высокой (чем исходная) температурой.

Дополнительно эффект можно усилить, если применить «метание» небольшого количества одного из тяжелых изотопов водорода плазмой легкого изотопа (рис. 6). При небольшой массе тяжелого

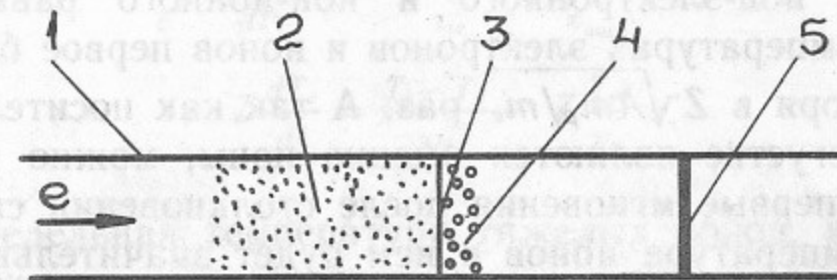


Рис. 6. Одна из возможных схем эксперимента по метанию на установке ГОЛ-3:

1 — вакуумная камера; 2 — облако водорода; 3 — сверхтонкая разделительная фольга; 4 — метаемый газ; 5 — препятствие. Нужные начальные распределения плотности вдоль оси установки можно, в принципе, создать применением сверхзвуковых струй, импульсного напуска газа или других методов. Стрелкой показан поток горячих электронов.

изотопа он будет «разогнан» по-прежнему до скорости (15'), рассчитанный по атомному весу легкого изотопа. Температура установки в этом случае, как легко видеть, будет равна

$$T_{\text{ост}} = 3AT_0,$$

где  $A$  — атомный вес тяжелого изотопа. При метании равнокомпонентной ДТ-смеси  $A=2,5$  и  $T_{\text{ост}}=7,5 T_0$ . Этот факт может представлять интерес в связи с применением нейтронной диагностики в условиях, когда исходная температура невелика.

При использовании в качестве метаемого вещества более тяжелых элементов, энергия на каждое ядро будет расти пропорционально атомному весу. Но нужно учесть, что при полной ионизации вещества на каждое ядро будет появляться  $Z$  электронов, и фактически температура не будет расти как  $A$ . Максимально возможная температура остановки (получаемая в пренебрежении энергетическими затратами на ионизацию вещества) при метании массы  $m=0,1\mu$ , согласно формулам (37) и (38), равна

$$T_{\text{ост}} \simeq \frac{4A}{Z+1} T_0$$

где  $T_0$  по-прежнему определяется соотношением (38). Так как для тяжелых элементов  $Z \simeq A/2 \gg 1$ , получаем, что при  $A \gg 1$

$$T_{\text{ост}} = 8T_0 \quad (39)$$

Подчеркнем еще раз, что здесь не учитываются расходы на ионизацию, которые могут быть существенными.

Дополнительная возможность повышения температуры ионной компоненты может быть основана на большой разнице времени установления ион-электронного и ион-ионного равновесия: при сравнимых температурах электронов и ионов первое больше второго, грубо говоря в  $Z\sqrt{Am_p/m_e}$  раз. А так как носителями энергии в метаемом сгустке являются именно ионы, можно рассчитывать на то, что в первые мгновения после столкновения сгустка с препятствием температура ионов в нем будет значительно выше температуры электронов и, соответственно, выше, чем по формуле (39). Это обстоятельство можно использовать и для осуществления нейтронной диагностики: «подмешивая» к тяжелому веществу некоторое количество дейтерия и трития, можно нагреть их до температуры тяжелых ионов (обмен энергией дейтонов и тритонов с тяжелыми ионами идет быстро). Если быть оптимистом и считать, что таким образом удастся поднять их температуру втрое по сравнению с оценкой (39), то при исходной температуре водородного облака всего лишь в 100 эВ, можно рассчитывать на получение малых количеств ДТ-смеси (разбавленной тяжелыми ионами)

с температурой 2,5 кэВ (!). Более подробные оценки предельной температуры приведены в Приложении.

Приведенные простые оценки, разумеется должны быть в будущем дополнены подробными численными расчетами, учитывающими такие важные факторы как электронную и лучистую теплопроводность, потери энергии на ионизацию, возможное частичное перемешивание метающего и метаемого вещества из-за неустойчивости Рэля-Тейлора. Следует также учитывать, что в момент достижения максимальной температуры давление сгустка может становиться больше давления удерживающего магнитного поля, и сгусток тогда будет испытывать некоторое радиальное расширение (ограничиваемое стенками хорошо проводящей вакуумной камеры).

## Приложение

Будем считать, что имеем дело с плазмой, состоящей из ионов одного сорта с зарядом  $Z$  и атомным весом  $A$  и электронов. Плотность электронов будем обозначать через  $n$ ; тогда плотность ионов равна  $n/Z$ . Слой этой плазмы налетает на препятствие и останавливается. Воспользуемся простейшей нуль-мерной моделью, в которой не учитываются пространственные зависимости параметров плазмы. Уравнение баланса для температур ионов ( $T_i$ ) и электронов ( $T_e$ ) запишем в виде:

$$\frac{dT_i}{dt} = -\frac{T_i - T_e}{\tau_{ie}} + \frac{T_{\text{max}}}{\tau_{\text{нагр}}} \quad (\text{П.1})$$

$$Z \frac{dT_e}{dt} = \frac{T_i - T_e}{\tau_{ie}} - Z \frac{T_e}{\tau_{\parallel}} \quad (\text{П.2})$$

где  $T_{\text{max}}$  — предельная температура тяжелых ионов, которая могла бы быть получена в отсутствие передачи энергии электронам,

$$T_{\text{max}} = \frac{Am_p \dot{x}_{\text{max}}^2}{3},$$

$\tau_{\text{нагр}}$  — время нагрева, определяемое как время прохождения ударной волны через слой;  $\tau_{ie}$  — время остывания ионов на электронах;  $\tau_{\parallel}$  — время остывания электронов вследствие продольной электронной теплопроводности. Значения этих параметров приведены ниже. При  $t > \tau_{\text{нагр}}$  последний член в уравнении (П.1) следует считать равным нулю.

Если толщина слоя тяжелоионной плазмы непосредственно

перед столкновением была равна  $a_0$ , то после остановки всего слоя его толщина будет равна  $a = a_0/4$  [14]. Время  $\tau_{\text{нагр}}$  равно ([14] стр. 515)  $3a_0/4\dot{x}_{\text{max}} = 3a/\dot{x}_{\text{max}}$ , т. е.

$$\tau_{\text{нагр}} = a \sqrt{\frac{3Am_p}{\tau_{\text{max}}}} \quad (\text{П.3})$$

Для  $\tau_{ie}$  имеем (см. [15]):

$$\tau_{ie} = \frac{3Am_p T_e^{3/2}}{8Z^2 \sqrt{2\pi m_e} \Lambda e^4 n},$$

где  $\Lambda$  — кулоновский логарифм,  $e$  — заряд электрона.

Время продольного остывания определим для наиболее неблагоприятного случая, когда сгусток тяжелоионной плазмы с обеих сторон ограничен веществом с холодными ( $T_e \rightarrow 0$ ) электронами (на самом деле, скорее, будет реализоваться случай одностороннего контакта — со стороны холодного препятствия). Тогда для однородно распределенных источников тепла температура имеет характерную, почти «прямоугольную» зависимость от координаты:  $T_e \propto \left(1 - \frac{4x^2}{a^2}\right)^{2/7}$ ; координата  $x$  в данном случае отсчитывается от центра сгустка. Под временем остывания  $\tau_{\parallel}$  понимается следующая величина:

$$\tau_{\parallel} = \frac{\frac{3}{2} \int_{-a/2}^{a/2} n T_e(x) dx}{aQ} \quad (\text{П.5})$$

где  $Q$  — мощность источников нагрева, а  $T_e(x)$  — установившееся распределение температуры. Для электронной теплопроводности  $\kappa$  воспользуемся формулой [15]:

$$\kappa(x) = \frac{75}{8\sqrt{2\pi m_e}} \frac{T_e(x)^{5/2}}{Z\Lambda e^4} \quad (\text{П.6})$$

Тогда для  $\tau_{\parallel}$  в предположении об однородной плотности из (П.5) находим:

$$\tau_{\parallel} = \frac{21na^2}{32\kappa(x)} \int_{-1/2}^{1/2} (1 - 4\xi^2)^{2/7} d\xi \approx 0,56 \frac{na^2}{\kappa}, \quad (\text{П.7})$$

где  $\kappa_0$  — значение температуры в центре сгустка.

Перейдем в системе (П.1) — (П.2) к безразмерным переменным

$$\tilde{T}_i = \frac{T_i}{T_{\text{max}}}, \quad \tilde{T}_e = \frac{T_e}{T_{\text{max}}}, \quad \tilde{t} = \frac{t}{\tau_{\text{нагр}}}.$$

Получим:

$$\frac{d\tilde{T}_i}{d\tilde{t}} = -\alpha_1 \frac{\tilde{T}_i - \tilde{T}_e}{\tilde{T}_e^{3/2}} + 1, \quad (\text{П.8})$$

$$Z \frac{d\tilde{T}_e}{d\tilde{t}} = -\alpha_1 \frac{\tilde{T}_i - \tilde{T}_e}{\tilde{T}_e^{3/2}} - \alpha_2 \tilde{T}_e^{7/2}, \quad (\text{П.9})$$

где безразмерные параметры  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$  равны:

$$\alpha_1 = \frac{8\sqrt{2\pi}}{\sqrt{3}} \frac{Z^2}{\sqrt{A}} \sqrt{\frac{m_e}{m_p}} \frac{\Lambda e^4 na}{T_{\text{max}}^2},$$

$$\alpha_2 = \frac{75\sqrt{3}}{0,56 \cdot 8\sqrt{2\pi}} \sqrt{\frac{m_p}{m_e}} \frac{\sqrt{A} T_{\text{max}}^2}{\Lambda e^4 na}.$$

В «практических» единицах имеем:

$$\alpha_1 = 5,6 \cdot 10^{-20} \frac{Z^2}{\sqrt{A}} \frac{na}{T_{\text{max}}^2},$$

$$\alpha_2 = 2,4 \cdot 10^{-21} \sqrt{A} \frac{T_{\text{max}}^2}{na},$$

Здесь  $T_{\text{max}}$  измеряется в килоэлектронвольтах,  $n$  в  $\text{см}^{-3}$ ,  $a$  в см,  $\Lambda$  полагается равным 10.

Вначале, при малых  $t$  температура электронов мала, обмен энергией между ионами и электронами идет быстро, и  $\tilde{T}_i = \tilde{T}_e$ ; при этом, вследствие малости  $\tilde{T}_e$ , потери на холодные стенки несущественны, и температура плазмы линейно растет со временем. По мере роста  $\tilde{T}_e$  обмен энергией между ионами и электронами замедляется, и первый член в правой части (П.8) может становиться меньше второго. Если это действительно так, то ионная температура может достигать значений, близких к  $T_{\text{max}}$ . Более реальна, однако, ситуация, когда из-за высокой теплопроводности на торцы электронная температура остается невысокой и быстро устанавливается стационарное состояние, в котором  $\tilde{T}_i = \tilde{T}_e = 0$ . В этом состоянии, как легко видеть из (П.8), (П.9),

$$\tilde{T}_e = \frac{1}{\alpha_2^{2/7}}, \quad \tilde{T}_i = \frac{1}{\alpha_2^{2/7}} + \frac{1}{\alpha_1 \alpha_2^{3/7}}. \quad (\text{П.10})$$

Соотношения (П.10) справедливы, если вычисленное по ним значение  $\tilde{T}_i$  меньше единицы. Если же формально вычисленное значение  $\tilde{T}_i$  превышает единицу, это означает, что стационарное состояние за время  $t_{\text{нагр}}$  не достигается, температура ионов растет до самого конца импульса нагрева  $\tau_{\text{нагр}}$  и может приближаться к единице.

Приведем численный пример для плазмы углерода ( $Z=6$ ,  $A=12$ ) при  $na=10^{18} \text{ см}^{-2}$ ,  $T_{\text{max}}=10 \text{ кэВ}$ . Имеем:  $\alpha_1 \approx 6 \cdot 10^{-3}$ ,  $\alpha_2=8 \cdot 10^5$ . Тогда  $\tilde{T}_e=0.02$ ,  $\tilde{T}_i=0.51$ , т. е.  $T_e \approx 0.2 \text{ кэВ}$ ,  $T_i \approx 5.1 \text{ кэВ}$ . Потери на излучение из плазмы при  $a=1 \text{ см}$  и  $\tau_{\text{нагр}} \sim 10^{-8} \text{ с}$  несущественны.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Budker G.I. Proc. of the 6th Europ. Conf. on Controlled Fusion and Plasma Physics, Moscow, 1973, v.1, 2, p.136.
2. Рютов Д.Д. УФН, 116, 341, (1975).
3. Рютов Д.Д. В сб. Вопросы атомной науки и техники, серия «Термоядерный синтез», №1—2, 96 (1978).
4. Koidan V.S., Kruglyakov Eh.P., Ryutov D.D. Proc. of the 4th Int. Conf. on High-Power Beams, Palaiseau, 1981, v.2, p.531.
5. Arzhannikov A.V., Burdakov A.V., Kapitonov V.A., Koidan V.S., Konyukhov V.V., Lebedev S.V., Mekler K.I., Nikolaev V.S., Postupaev V.V., Ryutov D.D., Stsheglov M.A., Sinitski S.L., Voropaev S.G., Vyacheslavov L.N. Plasma Physics and Contr. Fusion, 30, 1571 (1988).
6. Burdakov A.V., Kapitonov V.A., Koidan V.S., Konyukhov V.V., Lebedev S.V., Mekler K.I., Nikolaev V.S., Riffel V., Postupaev V.V., Raus J., Semenov E.P., Stsheglov M.A., Voropaev S.G. Proc. 1989 Intern. Conf. on Plasma Physics, New Delhi, v.3, p.969.
7. Arzhannikov A.V., Burdakov A.V., Chikunov V.V., Kapitonov V.A., Knyazev B.A., Koidan V.S., Konyukhov V.V., Lebedev S.V., Mekler K.I., Melnikov P.I., Nikolaev V.S., Postupaev V.V., Ryutov D.D., Semenov E.P., Stsheglov M.A., Sinitski S.L., Voropaev S.G., Yushkov M.V. Proc. of the 8th Intern. Conf. on High-Power Particle Beams. Novosibirsk, 1990.
8. Arzhannikov A.V., Burdakov A.V., Breizman B.N., Burmasov V.S., Vyacheslavov L.N., Koidan V.S., Loflygl'fov V.V., Kornilov V.A., Kruglyakov Eh.P., Lukyanov V.N., Mekler K.I., Podyginogin A.A., Rogozin A.I., Ryutov D.D. Proc. of the 7th Intern. Conf. on Plasma Physics and Controlled Nuclear Fusion Research, Vienna, IAEA, 1979, v.2, p.623.
9. Немчинов И.В. ПМТФ, №1, 17 (1961).
10. Немчинов И.В. ПМТФ, №5, 18 (1964).
11. Зельдович Я.Б., Райзер Ю.П. Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений. М.: Наука, 1966.
12. Станюкович К.П. Неустановившиеся движения сплошной среды. М.: Наука, 1971.
13. Карташев К.Б., Пустунович В.И., Платонов В.В., Рютов Д.Д., Филимонова Е.А. Proc. of the 3rd Intern. Conf. on Plasma Physics and Controlled Nuclear Fusion Research, Vienna, IAEA, 1969, v.2, p.335.
14. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Гидродинамика. М.: Наука, 1986.
15. Брагинский С.И. В сб. «Вопросы теории плазмы», вып.1, с.183. М.: Госатомиздат, 1963.

Д.Д. Рюгов

**Газодинамика плотных плазменных сгустков  
в соленоиде**

Ответственный за выпуск С.Г.Попов

Работа поступила 5 декабря 1990 г.

Подписано в печать 6.12 1990 г.

Формат бумаги 60×90 1/16 Объем 2,0 печ.л., 1,6 уч.-изд.л.

Тираж 250 экз. Бесплатно. Заказ № 143

*Набрано в автоматизированной системе на базе фото-  
наборного автомата ФА1000 и ЭВМ «Электроника» и  
отпечатано на ротапинтере Института ядерной физики  
СО АН СССР,  
Новосибирск, 630090, пр. академика Лаврентьева, 11.*