



34
ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ СО АН СССР

И.А. Котельников, С.Г. Яковченко

**КВАЗИСТАТИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ ИОННОГО
ЦИКЛОТРОННОГО НАГРЕВА ПЛАЗМЫ
В ОТКРЫТЫХ ЛОВУШКАХ**

ПРЕПРИНТ 90-49



НОВОСИБИРСК

Квазистатическая теория ионного
циклотронного нагрева плазмы в открытых ловушках

И.А. Котельников, С.Г. Яковченко

Институт ядерной физики
630090, Новосибирск 90, СССР

АННОТАЦИЯ

При теоретическом описании ИЦР нагрева плазмы в открытых ловушках квазиклассическое (ВКБ) приближение обычно неприменимо, поскольку длина волны высокочастотных (ВЧ) колебаний больше или сопоставима с радиусом плазмы. В настоящей работе развито квазистатическое приближение, действующее для частот меньше собственных частот магнитозвуковых колебаний плазмы. Дополняя друг друга, квазиклассическое и квазистатическое приближения перекрывают весь диапазон частот ВЧ-колебаний. В рамках квазистатического приближения рассчитан импеданс витковой антенны, возбуждающей колебания с азимутальным волновым числом $m=0$, а также ВЧ-мощность, поглощаемая в плазме. Рассмотрены три механизма нагрева: циклотронное поглощение ВЧ-колебаний малой примесью тяжелых или легких ионов, возбуждение медленных магнитозвуковых и ион-ионных гибридных колебаний в альфвеновском резонансе, а также черенковское поглощение электронами. Проанализированы бесстолкновительный и сильностолкновительный режимы нагрева. Доказана высокая эффективность рассмотренной схемы нагрева плазмы. В качестве промежуточного результата методом Чепмена—Каулинга вычислен тензор диэлектрической проницаемости сильностолкновительной плазмы.

Quasi-static Theory of Ion Cyclotron Resonance Heating
in Mirror Machines

I.A. Kotelnikov, S.G. Yakovchenko

Institute of Nuclear Physics
630090, Novosibirsk, USSR

АБСТРАКТ

Contrasting to what occurs in tokamaks, the quasi-classical (WKB) approach is inapplicable to the theory of Ion Cyclotron Resonance Heating (ICRH) in mirror machines because microwave wavelength is usually larger than the plasma radius. To supplement the theory, a quasi-static approach is developed. It works at the frequencies below the lowest eigenfrequency of plasma magnetoacoustic modes. The two approaches cover the whole range of ICRH frequencies. Within the framework of the quasi-static approach, the impedance of full turn loop antenna designed to excite $m=0$ mode as well as the power absorbed by plasma are calculated. The three mechanisms of absorption are taken into account. They are 1) cyclotron absorption by ions minority, 2) mode conversion into kinetic alfvén and ion-ion hybrid short wavelength oscillations at the alfvén spatial resonance, and 3) Cherenkov's absorption by electrons. The collisional regime of heating as well as the collisionless one are both analysed. The scheme of ICRH under study is proved to have high efficiency. As an intermediate result, dielectric tensor of the strongly collisional plasma is found by method of Chapman and Couling.

© Институт ядерной физики СО АН СССР

1. ВВЕДЕНИЕ

Теоретическое описание Ионного Циклотронного Резонансного (ИЦР) нагрева плазмы в открытых ловушках обычно затруднено из-за малости радиуса плазменного шнура по сравнению с длиной волны высокочастотных (ВЧ) колебаний, делающей неприменимым квазиклассическое (ВКБ) приближение. Совершенно иная ситуация имеет место в токамаках. Для них на основе ВКБ приближения развита детальная теория, хорошо объясняющая результаты многочисленных экспериментов (см., например обзор [1]).

В настоящей работе, развивая «анти-ВКБ» приближение, мы рассмотрим схему ИЦР нагрева^{*)}, которую намечено использовать в экспериментах на газодинамической ловушке [2, 3]. Предполагается, что витковая антенна будет возбуждать в плазме вынужденные колебания с азимутальным числом $m=0$ и с частотой меньше наименьшей из собственных частот магнитозвуковых колебаний плазменного шнура. При таком выборе частоты, во-первых, исчезают трудности с проникновением колебаний внутрь плазмы, характерные для коротковолновых колебаний из наличия обширных зон непрозрачности. Во-вторых, исключается проблема отслеживания генератором частоты собственных колебаний плазмы. И в-третьих, осевая симметрия колебаний ($m=0$) предотвращает усиление поперечных потерь плазмы вследствие неоклассических эффектов.

^{*)} Предложена Д.Д. Рютовым.

С другой стороны, отказ от возбуждения собственных колебаний плазмы приводит к уменьшению ВЧ-полей в плазме (при заданной мощности, подводимой к антенне) и, соответственно, к уменьшению мощности, поглощаемой в плазме. Однако это уменьшение можно компенсировать увеличением коэффициента поглощения за счет включения эффективных механизмов поглощения. Использование дополнительных механизмов поглощения, таких, как циклотронное затухание на малой примеси ионов или ион-ионный гибридный резонанс (см., например [1]) облегчается возможностью подбора частоты колебаний, которая в рассматриваемой схеме не привязана к частотам собственных колебаний. Так как собственные колебания не возбуждаются, зона нагрева локализована непосредственно вблизи антенны (в ближней зоне), но размещается, из-за движения частиц вдоль магнитного поля прогревается весь плазменный шнур.

В условиях, типичных для газодинамической ловушки, столкновительная длина пробега частиц не слишком велика (или даже мала) по сравнению с длиной ловушки. Поэтому нелинейные эффекты, связанные с корреляцией между последовательными пролетами частиц через зону нагрева, несущественны, так что мы ограничимся линейным приближением. В следующем разделе 2 вычислен импеданс витковой антенны. Используемые при этом свойства тензора диэлектрической проницаемости $\epsilon_{\alpha\beta}$ доказаны в разделах 3 и 4 соответственно для случая бесстолкновительной и сильностолкновительной плазмы, причем в последнем случае методом Чепмена—Каулинга найдено решение кинетического уравнения. В разделе 5 обсуждаются возможные режимы и сценарий нагрева. В заключении сформулированы основные результаты и уточнена их область применимости.

2. ИМПЕДАНС АНТЕННЫ

Возбуждение ВЧ-колебаний в плазме описывается уравнениями

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \vec{E} &= -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \\ \operatorname{rot} \vec{B} &= \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} + \frac{4\pi}{c} \vec{j}, \\ \vec{D} &= \hat{\epsilon} \vec{E}, \end{aligned} \quad (2.1)$$

где \vec{j} —плотность тока в элементах антенной системы, а $\hat{\epsilon}$ —оператор диэлектрической проницаемости плазмы. Откладывая обсуждение эффектов, связанных с неоднородностью магнитного поля ловушки \vec{H} , до заключительного раздела, будем считать, что оно однородно. Предположим также, что антенна и плазменный шнур помещены в цилиндрическую вакуумную камеру с радиусом R , а плотность плазмы $n=n(r)$ зависит только от расстояния r до оси симметрии n , направленной, естественно, вдоль магнитного поля.

Пользуясь цилиндрической системой координат (r, φ, z) , решение уравнений (2.1) удобно искать как суперпозицию колебаний вида

$$\begin{aligned} \vec{E}(\vec{r}, t) &= \vec{E}(r) \exp[i(k_{\parallel} z + m\varphi - \omega t)], \\ \vec{B}(\vec{r}, t) &= \vec{B}(r) \exp[i(k_{\parallel} z + m\varphi - \omega t)], \end{aligned} \quad (2.2)$$

где k_{\parallel} —продольное волновое число, m —номер азимутальной моды. Наличие в спектре колебаний с теми или иными значениями k_{\parallel} , m определяется геометрией антенны. Для генерации колебаний с $m=0$ используют так называемую витковую антенну. Она представляет собой отрезок цилиндра, соосного с плазмой, по поверхности которого течет азимутальный ток, т. е.

$$j_r = 0, \quad j_{\varphi} = \mathcal{I}(z) \delta(r-b) \exp(-i\omega t), \quad j_z = 0, \quad (2.3)$$

где b —радиус цилиндра, $b < R$. Амплитуда гармоники тока \mathcal{I}_k с заданным k_{\parallel} связана с $\mathcal{I}(z)$ интегралом Фурье:

$$\mathcal{I}_k = \int dz \mathcal{I}(z) \exp(-ik_{\parallel} z).$$

Профиль поверхностного тока $\mathcal{I}(z)$ зависит от конструкции токоподводов и некоторых других факторов. При теоретическом описании функцию $\mathcal{I}(z)$ можно считать известной, хотя в условиях эксперимента задано скорее распределение напряжения на антенне $U(z)$, а не плотности тока. Такое несоответствие эксперименту несущественно, так как после того, как будет вычислен импеданс антенны, \mathcal{I}_k можно выразить через

$$U_k = \int dz U(z) \exp(-ik_{\parallel} z)$$

и наоборот.

Имея в виду ситуацию, когда длина волны ВЧ-колебаний больше или порядка радиуса плазмы a , а ларморовский радиус ионов ρ (и тем более электронов) мал, $\rho \ll a$, можно считать, что опера-

тор $\hat{\epsilon}$ является локальным по координатам*) r, φ . Это означает, что $\hat{\epsilon}$ не зависит от поперечного волнового числа k_{\perp} , но вообще говоря, содержит зависимость от k_{\parallel} .

С учетом вышесказанного операторное уравнение $\vec{D} = \hat{\epsilon} \vec{E}$ для колебаний вида (2.2) можно представить в тензорной форме $D_{\alpha} = \epsilon_{\alpha\beta} E_{\beta}$, где

$$\epsilon_{\alpha\beta} = \begin{pmatrix} \epsilon & ig & 0 \\ -ig & \epsilon & 0 \\ 0 & 0 & \eta \end{pmatrix}, \quad (2.4)$$

индексы α, β пробегает значения r, φ, z , а функции ϵ, g, η зависят от r, k_{\parallel}, ω . В подходящем для дальнейшего анализа виде функции ϵ, g, η выписаны в разделах 3, 4 соответственно для случая бесстолкновительной и сильностолкновительной плазмы. Здесь же мы учтем только, что в диапазоне ионных циклотронных частот, $\omega \lesssim \omega_i$, из-за высокой электронной проводимости вдоль направления магнитного поля η значительно больше, чем ϵ и g . Поэтому z -компонента электрического поля мала в сравнении с остальными, и можно считать, что вообще $E_z = 0$, тем самым исключая из анализа так называемые медленные колебания (обсуждение терминологии см. [5]). Полагая $E_z = 0$ (т. е. $\eta = \infty$), нужно однако учесть, что $D_z = \eta E_z \neq 0$. Опуская те из уравнений (2.1), которые содержат D_z (из них впоследствии можно было бы оценить E_z), вводя обозначение $N_{\parallel} = k_{\parallel} c / \omega$ и исключая из оставшихся пяти уравнений последовательно

$$B_r = -N_{\parallel} E_{\varphi},$$

$$B_{\varphi} = N_{\parallel} E_r,$$

$$B_z = -i \frac{c}{\omega r} \frac{d}{dr} r E_{\varphi},$$

$$E_r = \frac{ig}{N_{\parallel}^2 - \epsilon} E_{\varphi},$$

получаем одно уравнение для E_{φ} :

$$\frac{d}{dr} \frac{1}{r} \frac{d}{dr} r E_{\varphi} + \frac{\omega^2}{c^2} \left[\frac{(\epsilon - N_{\parallel}^2)^2 - g^2}{\epsilon - N_{\parallel}^2} \right] E_{\varphi} = - \frac{4\pi i \omega}{c^2} \mathcal{J}_k. \quad (2.5)$$

*) Эффекты, связанные с нелокальностью $\hat{\epsilon}$, необходимо учесть, чтобы аккуратно вычислить мощность ВЧ-колебаний, поглощаемую электронами (см. [4]).

Построим приближенное решение уравнения (2.5), считая частоту колебаний ω малой по сравнению с наименьшей из собственных частот магнитозвуковых колебаний плазменного шнура Ω . По порядку величины $\Omega \sim V_A / a$, где $V_A = H / (4\pi m_i n_i)^{1/2}$ — альфвеновская скорость, оцененная по максимальной плотности n_i в центре плазменного шнура; если не оговорено иное, во всех приводимых ниже оценках под плотностью n_s частиц сорта s и зависящих от n_s величинах будут подразумеваться их значения именно в центре плазменного шнура. При $\omega \ll \Omega$ (или, что то же самое, при $\omega^2 a^2 \epsilon / c^2 \ll 1$) колебания, возбуждаемые антенной, являются «почти» вакуумными. Полагая $\epsilon = 1$ и $g = 0$ в уравнении (2.5), нетрудно найти эти вакуумные колебания в качестве первого приближения. При этом нужно учесть, что E_{φ} ограничено при $r = 0$ и равно нулю на поверхности хорошо проводящей вакуумной камеры, $E_{\varphi}(R) = 0$.

Рассматривая сначала случай $k_{\parallel}^2 > \omega^2 / c^2$, находим, что при $r \leq b$

$$E_{0\varphi}(r) = i \frac{\omega b}{c} B_0 [K_1(\kappa b) - I_1(\kappa b) K_1(\kappa R) / I_1(\kappa R)] I_1(\kappa r), \quad (2.6a)$$

а при $r \geq b$

$$E_{0\varphi}(r) = i \frac{\omega b}{c} B_0 [-I_1(\kappa b) K_1(\kappa R) / I_1(\kappa R)] I_1(\kappa r) + i \frac{\omega b}{c} B_0 [I_1(\kappa b)] K_1(\kappa r). \quad (2.7a)$$

Здесь $B_0 = 4\pi \mathcal{J}_k / c$, $\kappa = (k_{\parallel}^2 - \omega^2 / c^2)^{1/2}$, а I_1 и K_1 — функции Бесселя от мнимого аргумента первого и второго рода.

В противоположном случае, $\omega^2 / c^2 > k_{\parallel}^2$, нет нужды выписывать точное решение уравнения (2.5). Во-первых, его легко получить, заменив в (2.6a), (2.7a) κ на $|\kappa|$, I_1 на J_1 , а K_1 на $-\frac{\pi}{2} N_1$, где J_1 и N_1 — функции Бесселя первого и второго рода. Во-вторых, частоты собственных вакуумных колебаний (которые можно найти из уравнения $J_1(|\kappa|R) = 0$) во много раз больше, чем ω_i . Поэтому при всех k_{\parallel} , таких, что $\omega^2 / c^2 > k_{\parallel}^2$, выполняется условие $|\kappa|R \ll 1$. Тогда удобнее использовать приближенные формулы, получающиеся в пределе $\kappa \rightarrow 0$ непосредственно из (2.6a), (2.7a):

$$E_{0\varphi}(r) = i \frac{\omega}{c} B_0 \left[1 - \frac{b^2}{R^2} \right] \frac{r}{2}, \quad r \leq b, \quad (2.66)$$

$$E_{0\varphi}(r) = i \frac{\omega}{c} B_0 \left[-\frac{b^2}{R^2} \right] \frac{r}{2} + i \frac{\omega}{c} B_0 \left[\frac{b^2}{2} \right] \frac{1}{r}, \quad r \geq b. \quad (2.76)$$

Поправку δE_φ к «вакуумному» решению, учитывающую наличие плазмы, найдем из уравнения

$$\frac{d}{dr} \frac{1}{r} \frac{d}{dr} r \delta E_\varphi + \frac{\omega^2}{c^2} [1 - N_{\parallel}^2] \delta E_\varphi = \frac{\omega^2}{c^2} \left[1 - N_{\parallel}^2 - \frac{(\varepsilon - N_{\parallel}^2)^2 - g^2}{\varepsilon - N_{\parallel}^2} \right] E_{0\varphi}, \quad (2.8)$$

в правой части которого стоит «вынуждающая сила», пропорциональная $E_{0\varphi}$. Его решение должно удовлетворять упомянутым выше граничным условиям и легко может быть найдено методом вариации постоянных. Обозначая для краткости «вынуждающую силу» как f , запишем решение (2.8) в виде

$$\begin{aligned} \delta E_\varphi = & -I_1(\chi r) \int_r^R dr r K_1(\chi r) f - K_1(\chi r) \int_0^r dr r I_1(\chi r) f + \\ & + \frac{I_1(\chi r) K_1(\chi R)}{I_1(\chi R)} \int_0^R dr r I_1(\chi r) f. \end{aligned} \quad (2.9)$$

Поскольку $U_k = -2\pi b E_\varphi(b)$, определим спектральную функцию импеданса как

$$Z_k = -2\pi b (E_{0\varphi}(b) + \delta E_\varphi(b)) / \mathcal{I}_k.$$

При $k_{\parallel}^2 > \omega^2/c^2$ она равна

$$\begin{aligned} Z_k = & -i \frac{8\pi^2 \omega b^2}{c^2} [K_1(\chi b) - I_1(\chi b) K_1(\chi R) / I_1(\chi R)] \times \\ & \times \left\{ I_1(\chi b) - \frac{\omega^2}{c^2} [K_1(\chi b) - I_1(\chi b) K_1(\chi R) / I_1(\chi R)] \times \right. \\ & \left. \times \int_0^b dr r I_1^2(\chi r) \left[1 - N_{\parallel}^2 - \frac{(\varepsilon - N_{\parallel}^2)^2 - g^2}{\varepsilon - N_{\parallel}^2} \right] \right\}, \end{aligned} \quad (2.10a)$$

при $k_{\parallel}^2 < \omega^2/c^2$, а также при $k_{\parallel}^2 > \omega^2/c^2$, но $k_{\parallel}^2 R^2 \ll 1$ —

$$Z_k = -i \frac{4\pi^2 \omega b^2}{c^2} \left[1 - \frac{b^2}{R^2} \right] \left\{ 1 - \frac{\omega^2}{2c^2 b^2} \left[1 - \frac{b^2}{R^2} \right] \times \right.$$

$$\times \int_0^b dr r^3 \left[1 - N_{\parallel}^2 - \frac{(\varepsilon - N_{\parallel}^2)^2 - g^2}{\varepsilon - N_{\parallel}^2} \right] \}. \quad (2.106)$$

Здесь учтено, что $f=0$ при $r > b$, т. е. вне плазмы. Условие применимости используемого нами квазистатического приближения, $\omega \ll \Omega$, означает, что второе слагаемое в фигурных скобках в формулах (2.10) мало по сравнению с первым. Отделяя действительную и мнимую части функции $Z_k = Z_{kr} + iZ_{ki}$, нетрудно найти мощность ВЧ-колебаний, поглощаемую в плазме,

$$P(\omega) = \frac{1}{2} \int \frac{dk_{\parallel}}{2\pi} |\mathcal{I}_k|^2 Z_{kr}$$

и реактивную мощность

$$Q(\omega) = \frac{1}{2} \int \frac{dk_{\parallel}}{2\pi} |\mathcal{I}_k|^2 Z_{ki}.$$

Импеданс антенны равен $Z = Z_r + iZ_i$, где $Z_r = 2P/J^2$ — активное, $Z_i = 2Q/J^2$ — реактивное сопротивление, а J — амплитуда полного тока в антенне, равная $|\mathcal{I}_k|$ при $k_{\parallel} = 0$.

3. ДИЭЛЕКТРИЧЕСКАЯ ПРОНИЦАЕМОСТЬ БЕССТОЛКНОВИТЕЛЬНОЙ ПЛАЗМЫ

В случае бесстолкновительной плазмы элементы тензора (2.4) вычисляются по общей формуле для $\varepsilon_{\alpha\beta}$ в виде ряда по функциям Бесселя (см., например, [6]), в которой вследствие малости параметра $k_{\perp} \rho$ следует отбросить все члены, содержащие k_{\perp} . Тогда

$$\begin{aligned} \varepsilon &= 1 + \sum_s (\varepsilon_-^{(s)} + \varepsilon_+^{(s)}), \\ g &= \sum_s (\varepsilon_-^{(s)} - \varepsilon_+^{(s)}), \\ \eta &= 1 + \sum_s \eta^{(s)}, \end{aligned} \quad (3.1)$$

где

$$\varepsilon_{\pm}^{(s)} = \frac{\omega_{ps}^2}{\omega^2} \int d^3v \left[\frac{1}{v_{\perp}} \frac{\partial f_s}{\partial v_{\perp}} (\omega - k_{\parallel} v_{\parallel}) + k_{\parallel} \frac{\partial f_s}{\partial v_{\parallel}} \right] \frac{v_{\perp}^2/4}{\omega \pm \omega_s - k_{\parallel} v_{\parallel}}, \quad (3.2)$$

$$\eta^{(s)} = \frac{\omega_{ps}^2}{\omega} \int d^3v \frac{v_{\parallel}}{\omega - k_{\parallel}v_{\parallel}} \frac{\partial f_s}{\partial v_{\parallel}},$$

индекс s пробегает значения e, i, a , соответствующие электронам, ионам основной и примесной компонент плазмы, $\omega_{ps} = (4\pi e_s^2 n_s / m_s)^{1/2}$ — плазменная, $\omega_s = e_s H / m_s c$ — циклотронная частота, n_s — плотность, f_s — функция распределения частиц сорта s , нормированная так, что

$$\int d^3v f_s = 1.$$

Для максвелловской функции распределения

$$f_s(v_{\perp}, v_{\parallel}) = \frac{1}{\pi^{3/2} v_s^3} \exp\left[-\frac{v_{\perp}^2 + v_{\parallel}^2}{v_s^2}\right]$$

с тепловой скоростью $v_s = (2T/m_s)^{1/2}$ интегралы (3.2) можно выразить через табулированную функцию

$$Z(\xi) = 2\xi \exp(-\xi^2) \int_0^{\xi} dt \exp(t^2) - i\sqrt{\pi} \xi \exp(-\xi^2) \quad (3.3)$$

следующим образом:

$$\varepsilon_{\pm}^{(s)} = -\frac{\omega_{ps}^2}{2\omega(\omega \pm \omega_s)} Z\left(\frac{\omega \pm \omega_s}{|k_{\parallel}v_s|}\right), \quad (3.4)$$

$$\eta^{(s)} = \frac{2\omega_{ps}^2}{k_{\parallel}^2 v_s^2} \left[1 - Z\left(\frac{\omega}{|k_{\parallel}v_s|}\right)\right].$$

Учитывая, что вследствие квазинейтральности $\omega_{pe}^2/\omega_e + \omega_{pi}^2/\omega_i + \omega_{pa}^2/\omega_a = 0$, в пределе $|k_{\parallel}v_i| \ll |\omega - \omega_i| \sim \omega_i$ получаем:

$$\varepsilon = 1 - \frac{\omega_{pi}^2}{\omega^2 - \omega_i^2} - \frac{\omega_{pa}^2}{\omega^2 - \omega_a^2} + \frac{\omega_{pa}^2}{2\omega(\omega - \omega_a)} \left[1 - Z\left(\frac{\omega - \omega_a}{|k_{\parallel}v_a|}\right)\right], \quad (3.5)$$

$$g = -\frac{\omega}{\omega_i} \frac{\omega_{pi}^2}{\omega^2 - \omega_i^2} - \frac{\omega}{\omega_a} \frac{\omega_{pa}^2}{\omega^2 - \omega_a^2} + \frac{\omega_{pa}^2}{2\omega(\omega - \omega_a)} \left[1 - Z\left(\frac{\omega - \omega_a}{|k_{\parallel}v_a|}\right)\right], \quad (3.6)$$

$$\eta = 1 - \frac{2\omega_{pe}^2}{k_{\parallel}^2 v_e^2} \left[1 - Z\left(\frac{\omega}{|k_{\parallel}v_e|}\right)\right]. \quad (3.7)$$

Слагаемым «1» в (3.5) и (3.7), соответствующим току смещения, в плотной плазме можно пренебречь. Функции ε и g не стремятся к бесконечности при $\omega \rightarrow \omega_a$ в отличие от приближения холодной

плазмы (когда пренебрегают последним слагаемым в (3.5) и (3.6)), а их мнимая часть приблизительно одинакова и в дальнейшем будет обозначаться единым символом ζ :

$$\zeta = \frac{\sqrt{\pi}}{2} \frac{\omega_{pa}^2}{\omega |k_{\parallel}v_a} \exp\left[-\left(\frac{\omega - \omega_a}{|k_{\parallel}v_a}\right)^2\right]. \quad (3.8)$$

Формулы (3.5), (3.6) справедливы, если частота кулоновских столкновений ионов примеси (главным образом, с ионами основной компоненты) значительно меньше доплеровского сдвига частоты, $v_{ai} \ll |k_{\parallel}v_a$.

4. ДИЭЛЕКТРИЧЕСКАЯ ПРОНИЦАЕМОСТЬ СИЛЬНОСТОЛКНОВИТЕЛЬНОЙ ПЛАЗМЫ

Рассмотрим теперь противоположную ситуацию, $v_{ai} \gg |k_{\parallel}v_a|$. Имея в виду циклотронный нагрев на ионах примеси, вновь будем считать, что для ионов основной компоненты расстройка частоты $|\omega - \omega_i|$ сравнима с самой частотой $\omega \sim \omega_a$, и, следовательно, велика по сравнению с частотой рассеяния v_{ii} . По этой причине движение ионов основной компоненты по-прежнему можно описать в бесстолкновительном приближении, пользуясь результатами предыдущего раздела.

Сосредоточимся на вычислении вклада ионов примеси. Поскольку их плотность невелика, $n_a \ll n_i$, их столкновениями между собой следует пренебречь. Столкновениями с электронами можно пренебречь из-за малого отношения масс, $m_e/m_a \ll 1$. Наконец, учитывая столкновения с ионами основной компоненты, функцию распределения последних можно считать не искаженной столкновениями с примесью и циклотронным взаимодействием, т. е. максвелловской, так как $|\omega - \omega_i| \gg |\omega - \omega_a|$. Случай $|\omega - \omega_i| \sim |\omega - \omega_a| \gg v_{ai}$ рассматривался в работе [4].

Вновь пренебрегая эффектами нелокальности по поперечным координатам и линеаризуя кинетическое уравнение, получаем:

$$i(k_{\parallel}v_{\parallel} - \omega)f_{1a} + \frac{e_a}{m_a c} [\vec{v}, \vec{H}] \frac{\partial}{\partial \vec{v}} f_{1a} = \frac{e_a}{T} (\vec{E}\vec{v}) f_{0a} + \text{St}_{ai}[f_{1a}], \quad (4.1)$$

где учтено, что невозмущенная часть функции распределения f_{0a} является максвелловской и поэтому

$$[\vec{v}, \vec{H} + \vec{B}] \frac{\partial}{\partial \vec{v}} f_{0a} = 0, \quad (4.1)$$

а температура T частиц всех сортов предполагается одинаковой. Оператор столкновений St_{ai} между примесными и основными ионами, взятый в форме Ландау, удобно записать в сферической системе координат (v, θ, φ) в пространстве скоростей и выразить через интеграл вероятности $\text{erf}(u)$ и функцию Чандрасекара $G(u) = -(\text{erf}(u)/2u)'$:

$$St_{ai}[f_{1a}] = \frac{4\pi e_a^2 e_i^2 \Lambda n_i}{m_a^2 v^2} \left\{ \frac{1}{2v} \left(\text{erf}\left(\frac{v}{v_i}\right) - G\left(\frac{v}{v_i}\right) \right) \times \right. \\ \times \left[\frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \sin \theta \frac{\partial}{\partial \theta} f_{1a} + \frac{1}{\sin^2 \theta} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} f_{1a} \right] + \\ \left. + \frac{\partial}{\partial v} \left(v G\left(\frac{v}{v_i}\right) \left(\frac{\partial}{\partial v} f_{1a} + \frac{m_a v}{T} f_a \right) \right) \right\}. \quad (4.2)$$

Слагаемым $ik_{\parallel} v f_{1a}$ в левой части уравнения (4.1) можно пренебречь по сравнению со столкновительным членом. Тогда решение уравнения (4.1) можно искать в виде трех первых членов ряда по сферическим гармоникам:

$$f_{1a}(v, \theta, \varphi) = (E_x - iE_y) f_+(v) e^{i\varphi} \sin \theta + \\ + (E_x + iE_y) f_-(v) e^{-i\varphi} \sin \theta + E_z f_{\parallel}(v) \cos \theta. \quad (4.3)$$

Остальные члены ряда обращаются в нуль. Уравнения на функции f_{\pm} , f_{\parallel} расцепляются, так как угловая часть оператора столкновений, заключенная в (4.2) в квадратные скобки, сводится к умножению f_{1a} взятой в форме (4.3), на -2 . Сохраняя прежнее обозначение St_{ai} для оператора столкновений, отличающегося от (4.2) заменой содержимого квадратных скобок на $-2f_{1a}$, получаем:

$$-i(\omega \pm \omega_a) f_{\pm} = \frac{e_a v}{2T} f_{0a} + St_{ai}[f_{\pm}], \quad (4.4)$$

$$-i\omega f_{\parallel} = \frac{e_a v}{T} f_{0a} + St_{ai}[f_{\parallel}], \quad (4.5)$$

Решим уравнение (4.4). Следуя Чепмену и Каулингу [7] (см. также [8]), представим функции f_{+} , f_{-} в виде суммы первых N членов ряда по полиномам Лагерра степени $3/2$:

$$f_{\pm}(v) = \frac{e_a}{2T v_{ai}} \sum_{n=0}^{N-1} a_n^{(\pm)} v L_n^{(3/2)}\left(\frac{v^2}{v_a^2}\right) f_{0a}, \quad (4.6)$$

где

$$v_{ai} = \frac{8\pi e_a^2 e_i^2 \Lambda n_i}{3\sqrt{2\pi m_a} T^{3/2}} \sqrt{\frac{m_i}{m_i + m_a}}.$$

Подставляя (4.6) в уравнение (4.4), домножая его на

$$v^3 L_k^{(3/2)}\left(\frac{v^2}{v_a^2}\right)$$

и интегрируя по v от 0 до ∞ , получаем систему N уравнений на коэффициенты $a_n^{(\pm)}$:

$$\sum_{n=0}^{N-1} \left[A_{kn} - i \frac{\omega \pm \omega_a (2n+3)!!}{v_{ai} 3 \cdot 2^n} \delta_{kn} \right] a_n^{(\pm)} = \delta_{k0}, \quad (4.7)$$

где введены обозначения δ_{kn} для символа Кронекера (единичной матрицы) и

$$A_{kn} = -\frac{4}{3\sqrt{\pi} v_{ai} v_a^5} \int_0^{\infty} dv v^3 \left\{ v L_k^{(3/2)}\left(\frac{v^2}{v_a^2}\right) \times \right. \\ \left. \times St_{ai} \left[v L_n^{(3/2)}\left(\frac{v^2}{v_a^2}\right) \exp\left(-\frac{v^2}{v_a^2}\right) \right] \right\} \quad (4.8)$$

для матричных элементов.

Чтобы не вычислять интегралы (4.8) отдельно для каждого матричного элемента, нужно найти их производящую функцию. Для этого следует подставить в (4.8) вместо $L_k^{(3/2)}$ производящую функцию полиномов

$$(1 - \xi)^{-5/2} \exp\left(-\frac{\xi}{1 - \xi} x\right) = \sum_{k=0}^{\infty} L_k^{(3/2)}(x) \xi^k \quad (4.9)$$

и такую же производящую функцию для полиномов $L_n^{(3/2)}$, но зависящую, скажем, от параметра η вместо ξ . Получившийся интеграл является производящей функцией для A_{kn} :

$$(1 - \xi)^{-5/2} (1 - \eta)^{-5/2} (1 + \gamma)^{-1} (1 + M\gamma)^{-3/2} \times$$

$$\times \left\{ 1 + [5 - 3(1 - M)(1 + M\gamma)^{-1}] M \frac{\xi}{1 - \xi} \frac{\eta}{1 - \eta} (1 + \gamma)^{-1} \right\} =$$

$$= \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} A_{kn} \xi^k \eta^n, \quad (4.10)$$

где

$$M = \frac{m_a}{m_i + m_a}, \quad \gamma = \frac{\xi}{1 - \xi} + \frac{\eta}{1 - \eta}.$$

С точностью до обозначений, (4.10) совпадает с формулой (П.4) из работы [8].

Для вычисления тензора диэлектрической проницаемости нужно найти единственный коэффициент $a_0^{(\pm)}$, так как

$$\varepsilon_{\pm}^{(a)} = \frac{4\pi i}{\omega} e_a n_a \int_0^{\infty} dv v^3 \frac{4\pi}{3} f_{\pm} = \frac{i\omega_{pa}^2}{2\omega v_{ai}} a_0^{(\pm)}. \quad (4.11)$$

Точность вычисления $a_0^{(\pm)}$ зависит от числа N . Она оказывается вполне удовлетворительной (см. ниже) уже при $N=2$. Тогда

$$a_0^{(\pm)} = \frac{\frac{27}{4}M^2 - \frac{5}{2}M + \frac{13}{4} - \frac{5i}{2} \frac{\omega \pm \omega_a}{v_{ai}}}{\frac{9}{2}M^2 + 2M + 1 - \frac{5}{2} \left(\frac{\omega \pm \omega_a}{v_{ai}} \right)^2 - i \left(\frac{\omega \pm \omega_a}{v_{ai}} \right) \left(\frac{27}{4}M^2 - \frac{5}{2}M + \frac{23}{4} \right)}. \quad (4.12)$$

Учитывая равенство $\omega_{pe}^2/\omega_e + \omega_{pi}^2/\omega_i + \omega_{pa}^2/\omega_a = 0$, в случае $v_{ai} \ll \ll \omega_a \sim |\omega - \omega_i|$ из (3.1) и (4.12) находим:

$$\varepsilon = 1 - \frac{\omega_{pi}^2}{\omega^2 - \omega_i^2} - \frac{\omega_{pa}^2}{\omega^2 - \omega_a^2} + \frac{\omega_{pa}^2}{2\omega(\omega - \omega_a)} \left[1 + i \frac{\omega - \omega_a}{v_{ai}} a_0^{(-)} \right], \quad (4.13)$$

$$g = -\frac{\omega}{\omega_i} \frac{\omega_{pi}^2}{\omega^2 - \omega_i^2} - \frac{\omega}{\omega_a} \frac{\omega_{pa}^2}{\omega^2 - \omega_a^2} + \frac{\omega_{pa}^2}{2\omega(\omega - \omega_a)} \left[1 + i \frac{\omega - \omega_a}{v_{ai}} a_0^{(-)} \right],$$

причем мнимая часть ζ функций ε и g вновь одинакова. При $|\omega - \omega_a| \ll v_{ai}$ она равна

$$\zeta = \frac{\omega_{pa}^2}{2\omega v_{ai}} \frac{\frac{27}{4}M^2 - \frac{5}{2}M + \frac{13}{4}}{\frac{9}{2}M^2 + 2M + 1}.$$

Разложение производящей функции (4.10) по степеням ξ , η было выполнено на ЭВМ с помощью системы аналитических вычислений REDUCE [9]. При сравнении полученных результатов с вычислениями Брагинского, в его работе [8] была обнаружена единственная опечатка: матричный элемент α_{33} в (П.11) должен быть равен $2/5 \cdot (2957/256)$. Выяснилось также, что точность формулы (4.12) лучше 8%, причем при $M > 1/2$ она даже лучше 1%. Вопреки выводу [10], сделанному на основе давних численных расчетов, точность быстро увеличивается при увеличении числа N . Например, при $N=3$ она уже лучше 1.8%, при $N=4$ лучше 0.4%.

Аналогичным образом можно было бы найти функцию f_{\parallel} , а затем $\eta^{(a)}$. Однако при вычислении $\eta \simeq \sum_s \eta^{(s)}$ необходимо прежде

всего учесть вклад электронов. В приближении $v_{ee} \ll \omega$ это сделано в работе [4].

5. СЦЕНАРИЙ НАГРЕВА

Анализ формул (2.10) подтверждает известный факт (см., например, [1]), что нагрев на циклотронной частоте ω_i ионов основной компоненты малоэффективен по той причине, что именно при $\omega = \omega_i$ исчезает поляризационная составляющая ВЧ колебаний, вращающаяся в направлении вращения ионов. Действительно, при $\omega = \omega_i$ функции ε и g сравниваются друг с другом*, причем их величина становится очень большой, а если подставить в (2.10) $\varepsilon = g \rightarrow \infty$, то импеданс становится чисто мнимым (индуктивным). Эффективный нагрев возможен на циклотронной частоте ω_a примесных ионов, если их плотность не настолько велика, чтобы перестроить поляризацию ВЧ колебаний. Как показано в разделах 3, 4, мнимая часть функций ε и g примерно одинакова:

$$\varepsilon = \varepsilon_r + i\zeta, \quad g = g_r + i\zeta. \quad (5.1)$$

* Чтобы применить формулы (3.5), (3.6) к случаю $\omega \simeq \omega_i$, в них нужно сделать взаимную замену индексов a и i .

Она пропорциональна плотности примесных ионов и при $|\omega - \omega_a| < \max(|k_{\parallel}|v_a, v_{ai})$ по порядку величины равна

$$\zeta \sim \frac{\omega_{pa}^2/\omega}{\max(|k_{\parallel}|v_a, v_{ai})}. \quad (5.2)$$

Чтобы не выписывать в дальнейшем дважды однотипных формул (типа (2.10а) и (2.10б)) отдельно для коротковолновой и длинноволновой частей спектра, примем для простоты, что длина антенны в несколько раз больше радиуса вакуумной камеры, $l \gg R$. Такая антенна возбуждает в основном длинноволновые колебания с k_{\parallel} , удовлетворяющие условию $|k_{\parallel}|R \ll 1$. Тогда спектральная функция импеданса $Z_k = Z_{kr} + iZ_{ki}$ определена формулой (2.10б), в которую нужно подставить (5.1):

$$Z_{kr} = 2\pi^2 \frac{\omega^3}{c^4} \left[1 - \frac{b^2}{R^2}\right]^2 \int_0^b dr r^3 \zeta \frac{(N_{\parallel}^2 - \varepsilon_r + g_r)^2}{(N_{\parallel}^2 - \varepsilon_r)^2 + \zeta^2}, \quad (5.3)$$

$$Z_{ki} \simeq -4\pi^2 \frac{\omega b^2}{c^2} \left[1 - \frac{b^2}{R^2}\right]. \quad (5.4)$$

В случае малой плотности примесных ионов, а именно при

$$n_a/n_i \ll n_a^*/n_i = \max(v_a/l\omega_a, v_{ai}/\omega_a),$$

когда

$$\zeta \ll \max_r |N_{\parallel}^2 - \varepsilon_r|,$$

в (5.3) можно выделить область альфвеновского резонанса, $|N_{\parallel}^2 - \varepsilon_r| \leq \zeta$. Интеграл по этой области не зависит от величины ζ , а поглощенная там мощность равна

$$P_A = \frac{1}{2} \int \frac{dk_{\parallel}}{2\pi} |\mathcal{I}_k|^2 2\pi^3 \frac{\omega^3}{c^4} \left[1 - \frac{b^2}{R^2}\right]^2 \int_0^b dr r^3 g_r^2 \delta(N_{\parallel}^2 - \varepsilon_r). \quad (5.5)$$

Она затрачивается на возбуждение медленных магнитозвуковых колебаний (называемых также электронными или кинетическими альфвеновскими), которые, быстро затухая, в конечном итоге передают свою энергию ионам или электронам. В плотной плазме (такой, что в центре плазменного шнура $\omega_{pi}^2/\omega_i^2 \gg N_{\parallel}^2$) альфвеновский резонанс расположен на периферии плазмы, поэтому поглощаемая

мощность P_A мала, так как пропорциональна плотности ионов основной компоненты вблизи резонанса $n_i(r_A)$:

$$P_A \sim \frac{\omega_a^3 a^4}{c^4 l} J^2 \frac{\omega_{pi}^2}{\omega_i^2} \frac{n_i(r_A)}{n_i}. \quad (5.6)$$

Оценка (5.6) относится к ИЦР-нагреву на примеси тяжелых ионов, когда $\omega = \omega_a < \omega_i$. При нагреве на примеси легких ионов $P_A = 0$, так как $\varepsilon_r < 0$ и альфвеновского резонанса в действительности нет. Интеграл по нерезонансной области соответствует собственно циклотронному поглощению. Эта часть поглощенной мощности

$$P_c = \frac{1}{2} \int \frac{dk_{\parallel}}{2\pi} |\mathcal{I}_k|^2 2\pi^2 \frac{\omega^3}{c^4} \int_0^b dr r^3 \zeta \left[1 + \frac{2g_r}{N_{\parallel}^2 - \varepsilon_r}\right] \quad (5.7)$$

передается непосредственно ионам примеси, а от них при кулоновских соударениях — ионам основной компоненты. Перечеркнутый знак интеграла в (5.7) означает взятие интеграла в смысле главного значения. По порядку величины

$$P_c \sim \frac{\omega_a^3 a^4}{c^4 l} J^2 \frac{\omega_{pa}^2}{\omega_a^2} \min\left(\frac{l\omega_a}{v_a}, \frac{\omega_a}{v_{ai}}\right).$$

В обратном предельном случае, $n_a \gg n_a^*$, выделение альфвеновского резонанса теряет смысл, так как $\zeta \gg |N_{\parallel}^2 - \varepsilon_r|$, а поглощенная в плазме мощность убывает обратно пропорционально плотности примесных ионов:

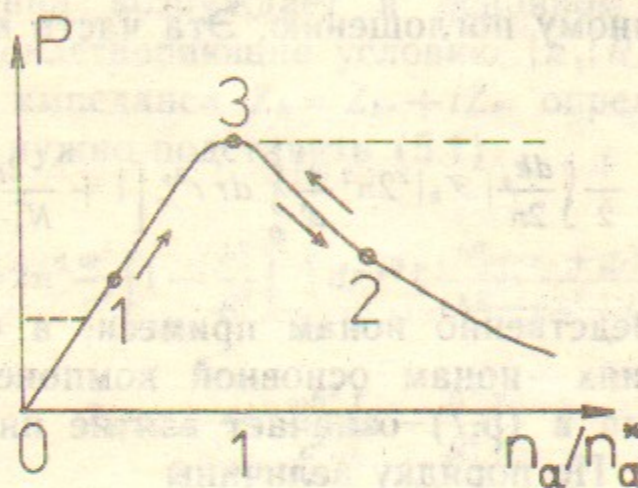
$$P \sim \frac{\omega_a^3 a^4}{c^4 l} J^2 \frac{\omega_{pi}^2}{\omega_i^2} \frac{n_i}{n_a} \max\left(\frac{v_a}{l\omega_a}, \frac{v_{ai}}{\omega_a}\right).$$

Таким образом, при нагреве на циклотронной частоте ионов примеси поглощаемая в плазме мощность максимальна при $n_a \sim n_a^*$. На пределе применимости квазистатического приближения (т. е. при $\omega \sim v_A/a$) максимальная поглощаемая мощность

$$P^* \sim \frac{\omega_a^3 a^4}{c^4 l} J^2 \frac{\omega_{pi}^2}{\omega_i^2}$$

сравнивается с реактивной частью мощности Q , подводимой к антенне. Это означает, что эффективность нагрева может быть достаточно высокой, тем более, что Q можно уменьшить с

помощью внешних по отношению к антенне элементов электрической цепи. Оптимум по концентрации ионов примеси n_a/n_i зависит от температуры. Поэтому концентрацию примеси нужно выбирать так, чтобы оптимум достигался не при начальной температуре плазмы, а при некоторой промежуточной, как показано на рисунке. Если при начальной температуре $v_{ai} > v_a/l$, то в начале процесса нагрева концентрация должна быть меньше оптимальной (точка 1 на рисунке); если же $v_{ai} < v_a/l$, то больше оптимальной (точка 2).



Качественная зависимость поглощаемой в плазме мощности P от концентрации ионов примеси.

Интервал между точками 1 и 2 соответствует сильностолкновительному режиму нагрева, 2 и 3 — бесстолкновительному режиму. Стрелки показывают направление изменения P в процессе нагрева. Штриховой линией показана величина мощности, поглощаемая в альфвеновском резонансе (при $n_a < n_a^*$) и при ион-ионном гибридном резонансе (при $n_a > n_a^*$).

До сих пор речь шла о нагреве на циклотронной частоте ионов примеси. Однако при $n_a > n_a^*$ более эффективным оказывается нагрев на частоте ион-ионного гибридного резонанса. «Чистые» ион-ионные гибридные колебания являются электростатическими с $k_{||} \ll k_{\perp}$. Их частота определяется из уравнения $\epsilon = 0$ и при $n_a/n_i \ll 1$ равна

$$\omega_h \simeq \omega_a + \frac{1}{2} \frac{\omega_{pa}^2 \omega_i^2 - \omega_a^2}{\omega_{pi}^2 \omega_a}$$

Отличить гибридный резонанс ($\omega = \omega_h$) от циклотронного ($\omega = \omega_a$) можно только при $n_a > n_a^*$, так как в противоположном случае они слиты в том смысле, что $|\omega_h - \omega_a|$ меньше ширины резонанса, по порядку величины равной $\max(v_a/l, v_{ai})$.

Для расчета нагрева плазмы на ион-ионном гибридном резо-

нансе можно по-прежнему использовать формулы из раздела 2, подставляя в них значения функций ϵ, g на частоте ω_h . Поглощение возбуждаемых гибридных колебаний происходит за счет столкновительного трения между ионами двух сортов, так как бесстолкновительное (циклотронное) затухание при $|\omega - \omega_a| > |k_{||}|v_a$ оказывается экспоненциально малым (см. (3.8)). Иными словами,

$$\zeta \sim \frac{\omega_{pa}^2 v_{ai}}{\omega_a (\omega_h - \omega_a)^2} \sim \frac{\omega_{pi}^2 v_{ai} n_i}{\omega_i^3 n_a}$$

Считая изменение $\Delta \epsilon_r$ на радиусе плазмы большим по сравнению с ζ , для P получаем ту же формулу (5.5), как и для мощности, поглощенной в альфвеновском резонансе. Различие между альфвеновским и ион-ионным гибридным резонансом проявляется в плотной плазме, т. е. если в центре плазменного шнура $\omega_{pi}^2/\omega_i^2 \gg N_{||}^2$. Оно состоит в том, что в альфвеновском резонансе, $N_{||}^2 - \epsilon_r = 0$, возбуждаются медленные магнитозвуковые колебания, а в гибридном, выделяемом тем же условием $N_{||}^2 - \epsilon_r = 0$, — электростатические колебания. Альфвеновский резонанс расположен на периферии плазмы, тогда как гибридный резонанс может находиться в центре плазменного шнура. Соответственно, там и греется плазма, а поглощаемая в плазме мощность приблизительно равна мощности P^* , поглощаемой при нагреве на циклотронной частоте ионов примеси при оптимальной концентрации.

Чтобы выяснить, когда справедливо предположение $\Delta \epsilon_r \gg \zeta$, заметим, что вблизи области гибридного резонанса $r = r_h$

$$\epsilon_r \simeq \frac{\omega_{pi}^2}{\omega_i^2 - \omega_a^2} \left(\frac{1}{R_i} - \frac{1}{R_a} \right) (r - r_h),$$

где $R_s = n_s \left[\frac{d}{dr} n_s \right]^{-1}$, а значения всех величин относятся к резонансному радиусу r_h . Разность $R_i^{-1} - R_a^{-1}$ равна обратному радиальному масштабу изменения относительной концентрации ионов примеси n_a/n_i . Этот масштаб обычно порядка радиуса плазмы, так как диффузия препятствует равномерному распределению концентрации примеси по радиусу плазменного шнура [11]. Учитывая это и полагая $|r - r_h| \sim a$, получаем, что $\Delta \epsilon_r > \zeta$, если $n_a/n_i > v_{ai}/\omega_a$, т. е. всегда, когда гибридный резонанс отделен от циклотронного в указанном выше смысле.

6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Сформулируем основные результаты.

1. На пределе своей применимости квазистатическая теория предсказывает высокую эффективность циклотронного нагрева на малой примеси тяжелых или легких ионов: до половины подводимой к антенне мощности поглощается в плазме.

2. Теория предсказывает высокую эффективность нагрева ионов на частоте ион-ионного гибридного резонанса (в том числе в равнокомпонентной плазме).

Для дальнейшего развития квазистатической теории необходимо учесть эффекты, связанные с неоднородностью магнитного поля, удерживающего плазму. Продольная неоднородность ($\nabla H \parallel \vec{H}$) в открытых ловушках может играть существенную роль, особенно в том случае, когда антенна установлена недалеко от магнитной пробки. Что касается поперечной неоднородности ($\nabla H \perp \vec{H}$), то она несущественна, если ширина циклотронного резонанса $\max(|k_{\parallel}|v_a, v_{ai})$ больше, чем изменение циклотронной частоты $\Delta\omega_a$ на радиусе плазмы за счет диамагнитного ослабления магнитного поля внутри плазмы, $\Delta\omega_a \sim \beta\omega_a$. В плазме с $\beta \ll 1$ это условие часто выполнено. Тем не менее полезно иметь в виду, что результаты раздела 2 без изменения переносятся на тот случай, когда поперечную неоднородность магнитного поля учитывать необходимо.

Последнее замечание касается нагрева электронов. Можно показать, что на пределе применимости квазистатической теории, когда $k_{\parallel} \sim k_{\perp} \sim \omega_a/v_A$, мощность, поглощаемая электронами непосредственно от ВЧ-колебаний, мала по сравнению с мощностью, поглощаемой ионами, если $n_a/n_i > \beta^{3/2}$.

И наконец, нам приятно поблагодарить А.А. Иванова, Д.Д. Рютова за многочисленные обсуждения нашей работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Лонгинов А.В., Степанов К.Н. Высокочастотный нагрев плазмы в токамаках в области ионных циклотронных частот.— Высокочастотный нагрев плазмы. Материалы Всесоюзного совещания (Горький, 21—25 июня 1982 г.), 1983. Горький: ИПФ АН СССР, с.105.
2. Давыденко В.И. и др. Препринт ИЯФ СО АН СССР, № 85-81. Новосибирск, 1985.
3. Bagryanskij P.A. et al. Proc. of the XI Int. Conf. on Plasma Physics and Controlled Nuclear Fusion Research (Kyoto, 13—20 November, 1986). 1987. Vienna: IAEA, v.3, p.467.
4. Ахиезер А.И., Лапшин В.И., Степанов К.Н. ЖЭТФ. 1976, т.70, с.81.
5. Тимофеев А.В., Харитонов К.Ю. Физика Плазмы, 1989, т.15, с.674.
6. Михайловский А.Б. Теория плазменных неустойчивостей. т.2. Неустойчивости однородной плазмы.— М.: Атомиздат, 1975, с.221.
7. Чепмен С., Каулинг Т. Математическая теория неоднородных газов.— М.: Изд-во иностр. лит., 1960.
8. Брагинский С.И. ЖЭТФ, 1957, т.33, с.459.
9. Hearn A.C. REDUCE User's Manual. Rand Corporation, 1983.
10. Брагинский С.И. Вопросы теории плазмы, М.: Госатомиздат, 1963, т.1, с.183, §4.
11. Хинтон Ф. Основы физики плазмы, М.: Энергоатомиздат, 1983, т.1, с.180, § 2.2.

И.А. Котельников, С.Г. Яковченко

**Квазистатическая теория ионного
циклотронного нагрева плазмы в открытых ловушках**

Ответственный за выпуск С.Г. Попов

Работа поступила 27 марта 1990 г.
Подписано в печать 13.04 1990 г. МН 08544
Формат бумаги 60×90 1/16 Объем 1,7 печ.л., 1,4 уч.-изд.л.
Тираж 290 экз. Бесплатно. Заказ № 49

Набрано в автоматизированной системе на базе фото-
наборного автомата ФА1000 и ЭВМ «Электроника» и
отпечатано на ротапинтере Института ядерной физики
СО АН СССР,
Новосибирск, 630090, пр. академика Лаврентьева, 11.