

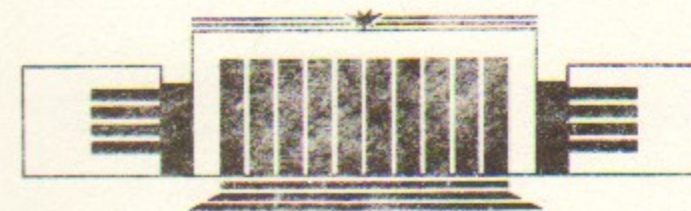


14  
ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ СО АН СССР

**А.В. Ларионов**

**ПРОГРАММА ДЛЯ  
ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ  
ТРАНСПОРТИРОВКИ  
НЕАКСИАЛЬНО-СИММЕТРИЧНЫХ  
ЭЛЕКТРОННЫХ ПУЧКОВ  
В ПРОТЯЖЕННЫХ КАНАЛАХ**

**ПРЕПРИНТ 90-19**



**НОВОСИБИРСК**

А. В. Лавринов

ПРОГРАММА ДЛИ  
ИССЛЕДОВАНИЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ  
ТРАНСПОРТИРОВКИ  
НЕАКСИАЛЬНО-СИММЕТРИЧНЫХ  
ЭЛЕКТРОННЫХ ПУЧКОВ  
В ПРОТЯЖЕННЫХ КАНАЛАХ

1980

НОВОСИБИРСК

1980

© Институт ядерной физики СО АН СССР

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Для успешного проектирования транспортных систем СВЧ-приборов типа-О необходим анализ разного рода асимметрии пучка и сопровождающих полей. Сюда входят любые несоосности, асимметрия фокусирующих полей и т. п., большой интерес сейчас вызывают многолучевые пучки.

Задача о транспортировке неаксиально-симметричного электронного пучка в протяженном канале может решаться двумя путями. Первый путь состоит в непосредственном решении 3-мерных самосогласованных задач электронной оптики. Второй основывается на параксиальном приближении и сводит первоначальную 3-мерную задачу к набору двумерных (в плоскости сечения пучка). К недостаткам первого пути можно отнести большой расход процессорного времени, а также не вполне удовлетворительную точность решения для достаточно протяженных систем [1]. Что касается второго, то в его пользу могут служить неплохие результаты, получаемые на аналогичной модели в аксиально-симметричном случае. Заметим, что для многих практически интересных задач он будет давать более точные результаты, чем трехмерный метод, за счет возможности более детального описания структуры пучка.

В данной работе представлена программа BEAMS предназначенная для моделирования транспортировки неаксиально-симметричных электронных пучков в параксиальном приближении. Используется метод крупных частиц, с частицами в виде линейных

зарядов. Отличительной чертой программы, по сравнению с аналогичными [2], является гораздо большее число частиц (до 10000) и довольно мелкая сетка (15000 узлов) для решения полевой задачи. Что позволяет, во-первых, более качественно моделировать пучки со сложной структурой (например, многолучевые), а во-вторых, значительно уменьшить шумы и эффект численного нагрева.

## 2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Задача о транспортировке неаксиально-симметричного электронного пучка в протяженном цилиндрическом канале ставится следующим образом. Считаются заданными:

- 1) радиус и длина канала транспортировки;
- 2) энергия электронов;
- 3) ток, структура и фазовый объем пучка на старте;
- 4) внешнее магнитное поле.

В процессе счета требуется найти характеристики пучка по всей длине канала.

В параксиальной модели уравнения движения частиц в безразмерном виде могут быть записаны так:

$$\frac{d\vec{P}}{dt} = -\vec{E}_s - [\vec{v}\vec{B}], \quad \vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}_s.$$

$$\vec{P} = \gamma\vec{v}, \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1-v^2}}, \quad z = v_z t. \quad (1)$$

Здесь  $\vec{E}_s$ ,  $\vec{B}_s$  — собственные электрическое и магнитное поля пучка;  $\vec{B}_0$  — внешнее магнитное поле (ось  $z$  направлена вдоль канала).

Можно показать, что системе (1) полностью эквивалентна следующая:

$$\frac{d\vec{P}}{dt} = -\frac{E_s}{\gamma^2} - [\vec{v}\vec{B}_0],$$

$$\vec{P} = \gamma\vec{v}, \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1-v^2}}, \quad z = v_z t, \quad (2)$$

т. е. для решения уравнений движения достаточно находить одно электрическое поле, решая только уравнение Пуассона:

$$\frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial \varphi}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \theta^2} = -4\pi\rho,$$

$$E_r = -\frac{\partial \varphi}{\partial r}, \quad E_\theta = -\frac{1}{r} \frac{\partial \varphi}{\partial \theta}. \quad (3)$$

Система уравнений (2), (3) полностью описывает релятивистский электронный пучок в параксиальной модели.

## 3. АЛГОРИТМ ЧИСЛЕННОГО РЕШЕНИЯ

В программе электронный пучок моделируется набором крупных частиц. Для решения уравнения Пуассона вводится сетка в полярной системе координат, которая в зависимости от типа симметрии задачи может покрывать как все сечение канала, так и его часть — сектор. На этой сетке уравнение (3) сводится к системе векторных разностных уравнений вида:

$$\varphi_{k-1} + C\varphi_k + \varphi_{k+1} = f_k,$$

где  $C$  — трехдиагональная матрица:

$$C = \begin{pmatrix} b_1 & c_1 & 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 \\ a_2 & b_2 & c_2 & 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 \\ 0 & a_3 & b_3 & c_3 & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & \dots & \dots & 0 & a_i & b_i & c_i & 0 & \dots & \dots & 0 \\ 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & a_n & b_n \end{pmatrix}$$

$$a_i = H_\theta^2 (i^2 - i/2),$$

$$b_i = -2 - 2i^2 H_\theta^2,$$

$$c_i = H_\theta^2 (i^2 + i/2),$$

$$f_i = -4\pi\rho i^2 H_\theta^2, \quad i \geq 2,$$

$$f_k = -4\pi\rho H_\theta^2 - \frac{H_\theta^2}{2} F_0, \quad i = 1,$$

Здесь  $H_\theta$  — шаг сетки по углу, по радиусу принято  $H_r = 1$ ,  $F_0$  — значение потенциала в центре канала, а векторы  $\varphi_{ik}$  имеют компоненты  $\varphi_{ik} (iH_r, kH_\theta)$ .

Система (3) решается методом циклической редукции (метод достаточно подробно изложен в [3]). Необходимое значение  $F_0$  может быть найдено после усреднения системы (3) по углу. При этом возникшая новая система уравнений:

$$g_{n+1}(n-1/2) - 2(n-1)g_n + g_{n-1}(n-3/2) = Q_n(n-1),$$

$$g_{N_R} = 0,$$

$$g_2 - g_1 = Q_1/4,$$

$$2 \leq n \leq N_R, \quad g_n = \sum_{i=1}^{N_q} \varphi_{ni}, \quad Q_n = \sum_{i=1}^{N_q} f_{ni},$$

решается прогонкой. Откуда  $F_0 = g_1/N_\varphi$ .

Для вычисления заряда в узлах сетки используется схема СИС [4].

Интегрирование уравнений движения проводится в декартовой системе координат по схеме Бунемана:

$$\frac{\bar{p}^{n+1/2} - \bar{p}^{n-1/2}}{\tau} = -\frac{\bar{E}_s^n}{\gamma^2} - \left[ \frac{\bar{p}^{n+1/2} + \bar{p}^{n-1/2}}{\gamma} \bar{B}_0 \right],$$

$$\frac{\bar{r}^{n+1} - \bar{r}^n}{\tau} = \frac{\bar{p}^{n+1/2}}{\gamma}, \quad \tau = \frac{L}{N_{step} v_z}.$$

Здесь  $L$  — длина канала транспортировки;  $N_{step}$  — число шагов интегрирования.

Внешние поля вычисляются по параксиальным рядам, при построении которых используется интерполяция кубическим сплайном или полиномами Лагранжа. Предусмотрена возможность самостоятельного написания пользователями подпрограмм магнитного поля.

Первоначальное распределение частиц задается при помощи датчика случайных чисел с использованием процедуры спокойного старта [5], имеется возможность задания конечного фазового объема пучка. Задаваемый пучок может быть многолучевым.

Программа реализована на ЭВМ ЕС-1061 и VAX-780, требуемая оперативная память 1.2 Мб, характерное время расчета одного варианта для ЕС-1061 составляет  $\sim 30 \div 50$  минут.

#### 4. ТЕСТЫ И ПРИМЕРЫ РАСЧЕТА

Одним из основных тестов для подобных программ является расчет брютленовского потока. Для тестирования был выбран пучок диаметром 0.8 см, энергией электронов  $E = 1$  МэВ, током  $I = 300$  А в магнитном поле  $B = 959$  Гс. Были проведены серии рас-

четов на разных сетках и при разном количестве частиц. Результаты представлены в табл. 1 и 2, где указаны полученная в этих расчетах амплитуда пульсаций пучка и набранный им фазовый объем (эмиттанс). Видно, что ошибки уменьшаются как с ростом количества частиц, так и при сгущении сетки. Типичный вариант отдельного расчета представлен на рис. 1 и 2.

Таблица 1

| №                                      | Сетка<br>$N_r \times N_l$ | Число<br>частиц | $\sqrt{\langle (\frac{r-r_0}{r_0})^2 \rangle} \%$ | $\langle \epsilon \cdot 10^{-3} \rangle$<br>[см·рад] |
|--|---------------------------|-----------------|---|--|
| 1                                      | 32 × 32                   | 750             | 2.  | 1.7  |
| 2                                      | 64 × 64                   | 3000            | 1.25  | 0.91   |
| 3                                      | 128 × 128                 | 12000           | 0.75  | 0.56   |
| Число секторов симметрии $N_{сек} = 6$ |                           |                 |   |  |

Для последовательности текстов в табл. 1 сгущение сетки проводилось так, чтобы среднее число частиц на ячейку оставалось постоянным.

Таблица 2

| №                                      | Число<br>частиц | $\sqrt{\langle (\frac{r-r_0}{r_0})^2 \rangle} \%$ | $\langle \epsilon \cdot 10^{-3} \rangle$<br>[см·рад] |
|--|-----------------|---|--|
| 1                                      | 1000            | 2.0   | 1.5  |
| 2                                      | 3000            | 0.9   | 0.89   |
| 3                                      | 5000            | 0.7   | 0.65   |
| 4                                      | 7000            | 0.5   | 0.54   |
| Сетка 80 × 64                          |                 |   |  |
| Число секторов симметрии $N_{сек} = 6$ |                 |   |  |

Оценку качества пучковой модели можно сделать и по графикам на рис. 3, где приведены зависимости набранного пучком эмиттанса от числа частиц при различном числе секторов симметрии. При малом  $N$  зависимость  $\epsilon(N)$  имеет вид  $\sim 1/\sqrt{N}$  и определяется в основном статистическими шумами. Когда число частиц

становится достаточно большим, начинают преобладать сеточные шумы и  $\epsilon(N)$  выходит на константу.

Тестирование программы осуществлялось также на других аксиально-симметричных задачах с параметрами:  $U \sim 200 \div 1000$  кВ,  $I \sim 50 \div 500$  А,  $B \sim 0 \div 5000$  Гс,  $r \sim 1$  см,  $L \sim 100 \div 200$  см ( $r$  — радиус канала,  $L$  — длина транспортировки). В совокупности результаты показывают:

- 1) ошибка вычисления огибающей пучка составляет не более нескольких процентов (для микроперевансов  $P \ll 1$  и углов к оси  $F \leq 8^\circ$ );
- 2) фазовый объем, набираемый пучком за счет численных эффектов, легко может быть сделан на уровне  $10^{-3}$ .

Примером практического использования программы может служить решение задачи о сбалансированном многоструйном электронном потоке, т. е. многоструйном электронном потоке, по своим транспортным свойствам наиболее близком к однородному ламинарному пучку. Аналитический расчет, приведенный в [5], дает для двухслойных потоков ответ в виде 5-струйки (рис. 4). Прямой расчет по программе указывает на ошибочность этого решения. Для сравнения мы приводим вариант расчета 7-лучевого потока (см. рис. 4—7). Как видно, после перемешивания лучей размер и фазовый объем у 5-струйки становятся заметно больше, т. е. ее сбалансированность оказывается более худшей.

В качестве другого примера на рис. 8—9 приведен расчет однородного пучка в брелленовском поле, введенного не по центру в канал транспортировки. Условия ввода предполагались идеальными.

ЛИТЕРАТУРА

1. Илюшин В.Д., Рыбачек В.П. Основные характеристики сбалансированного многоструйного электронного потока в длинном пролетном канале // Радиотехника и электроника. — 1986, № 6.
2. Хомич В.Б., Шумарина В.В. Программа анализа фокусировки электронных пучков неосесимметричными магнитными полями в статическом и динамическом режимах // Электронная техника. Сер. 1, Электроника СВЧ. — 1988, Вып. 10(414).
3. Самарский А.А., Николаев Е.С. Методы решения сеточных уравнений. — М.: Наука, 1978.
4. Хокни Р., Иствуд Дж. Численное моделирование методом частиц. — М.: Мир, 1987.
5. Березин Ю.А., Вишневков В.А. Метод частиц в динамике разряженной плазмы. — Новосибирск, 1976.

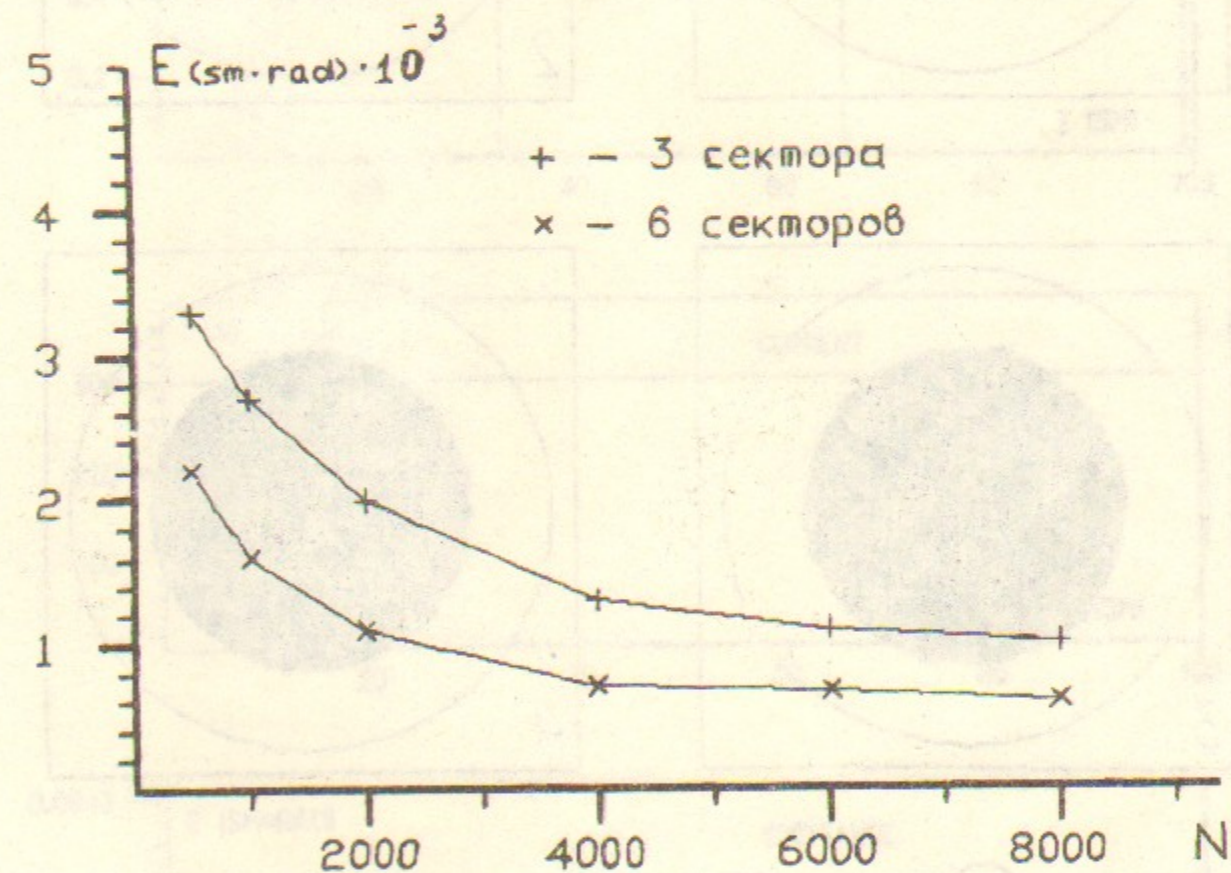


Рис. 3. Зависимость набранного брелленовским пучком эмиттанса от числа частиц при разном числе секторов симметрии (сетка  $N_R=80$ ,  $N_\varphi=128$ ).

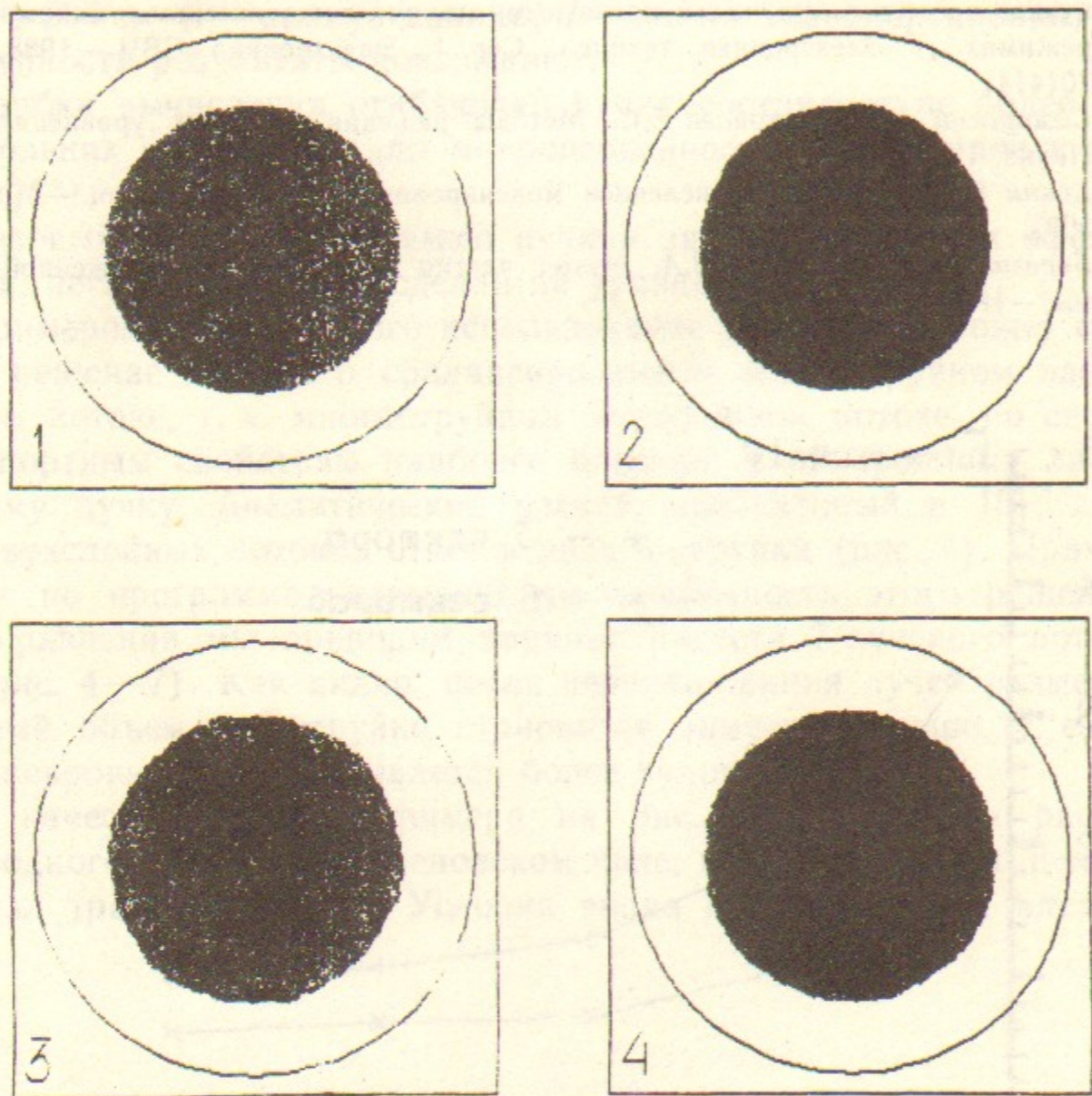


Рис. 1.

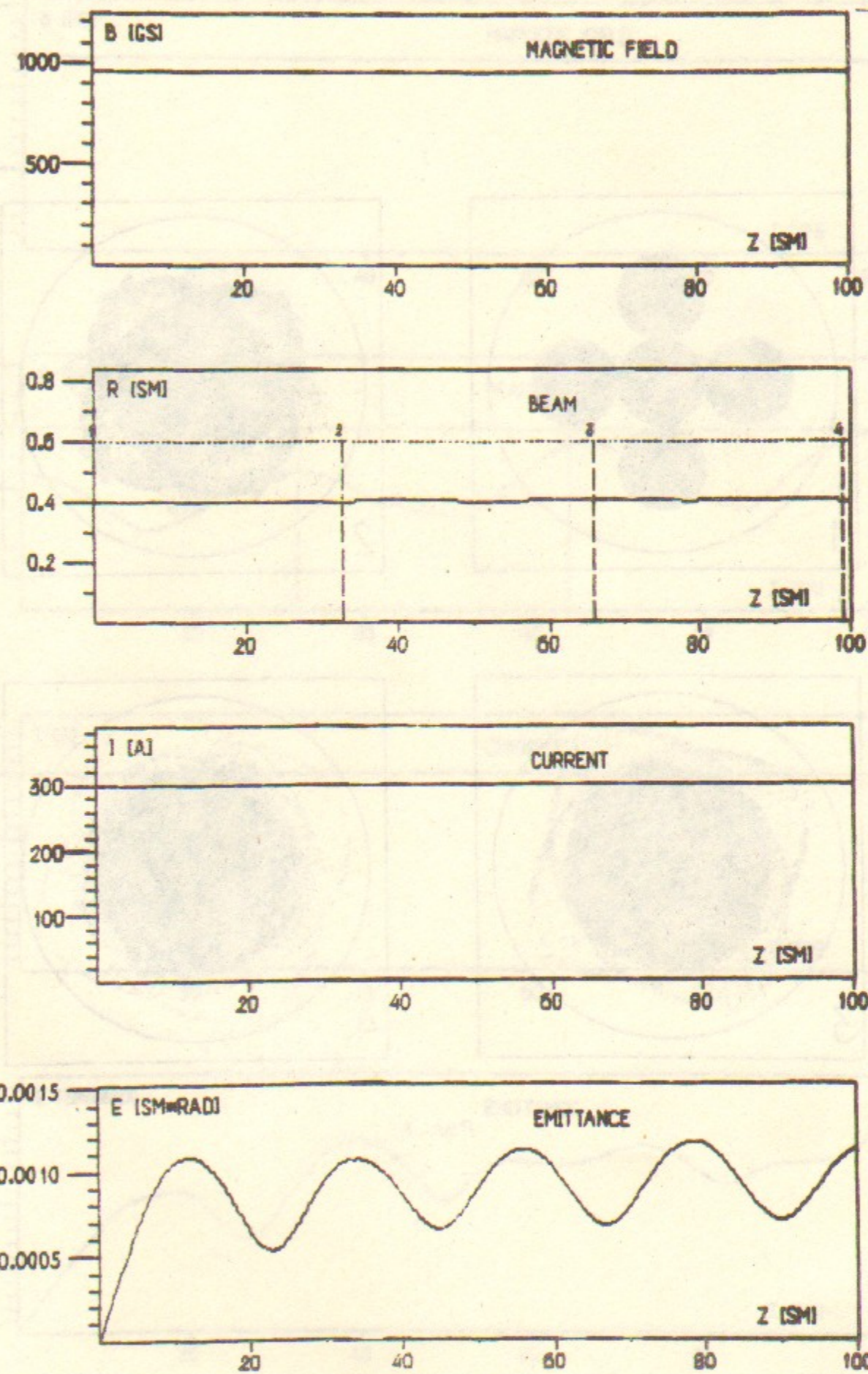


Рис. 2.

Рис. 1—2. Расчет брелленовского потока ( $U=1000$  кВ,  $I=300$  А,  $B=959$  Гс).

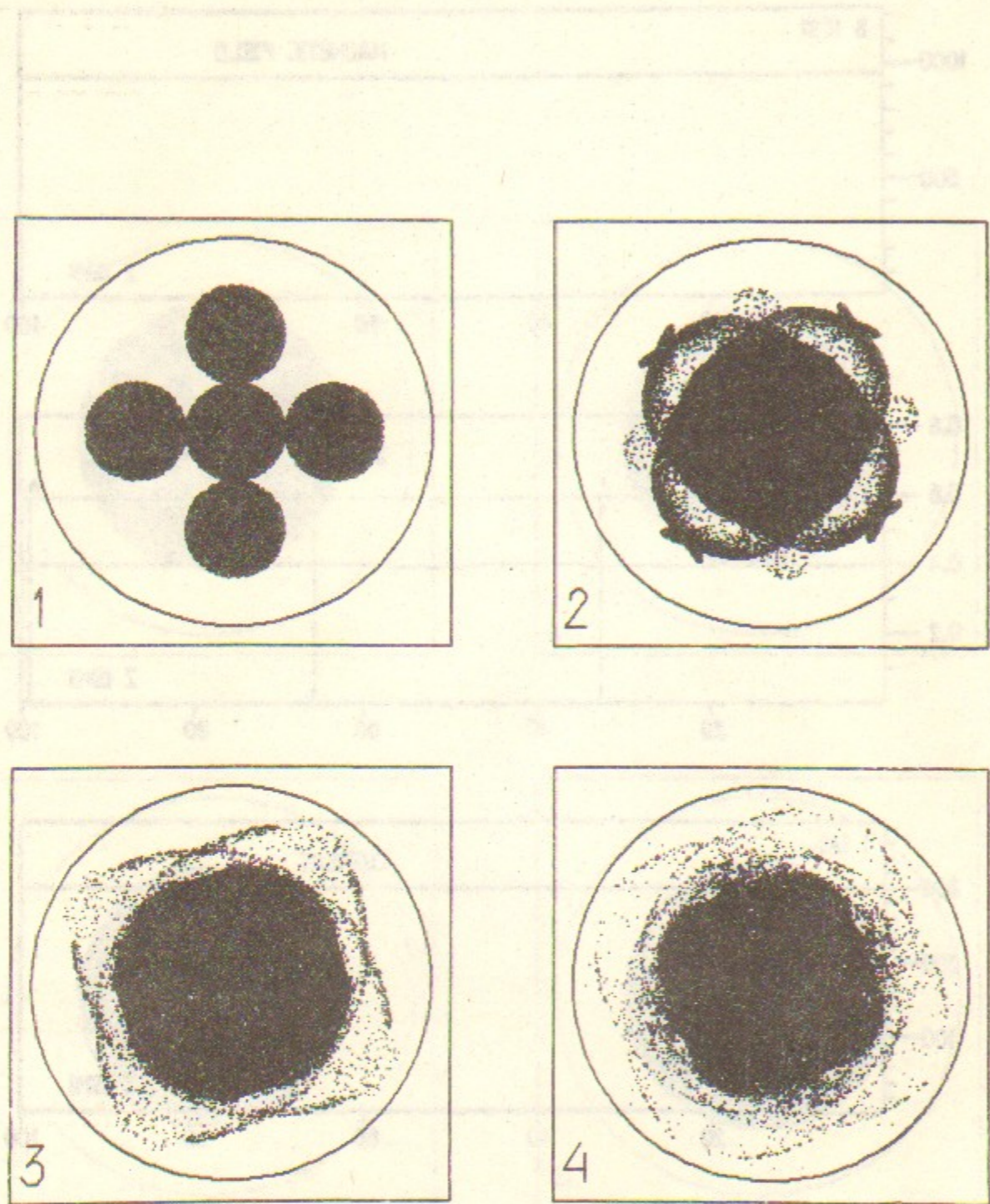


Рис. 4.

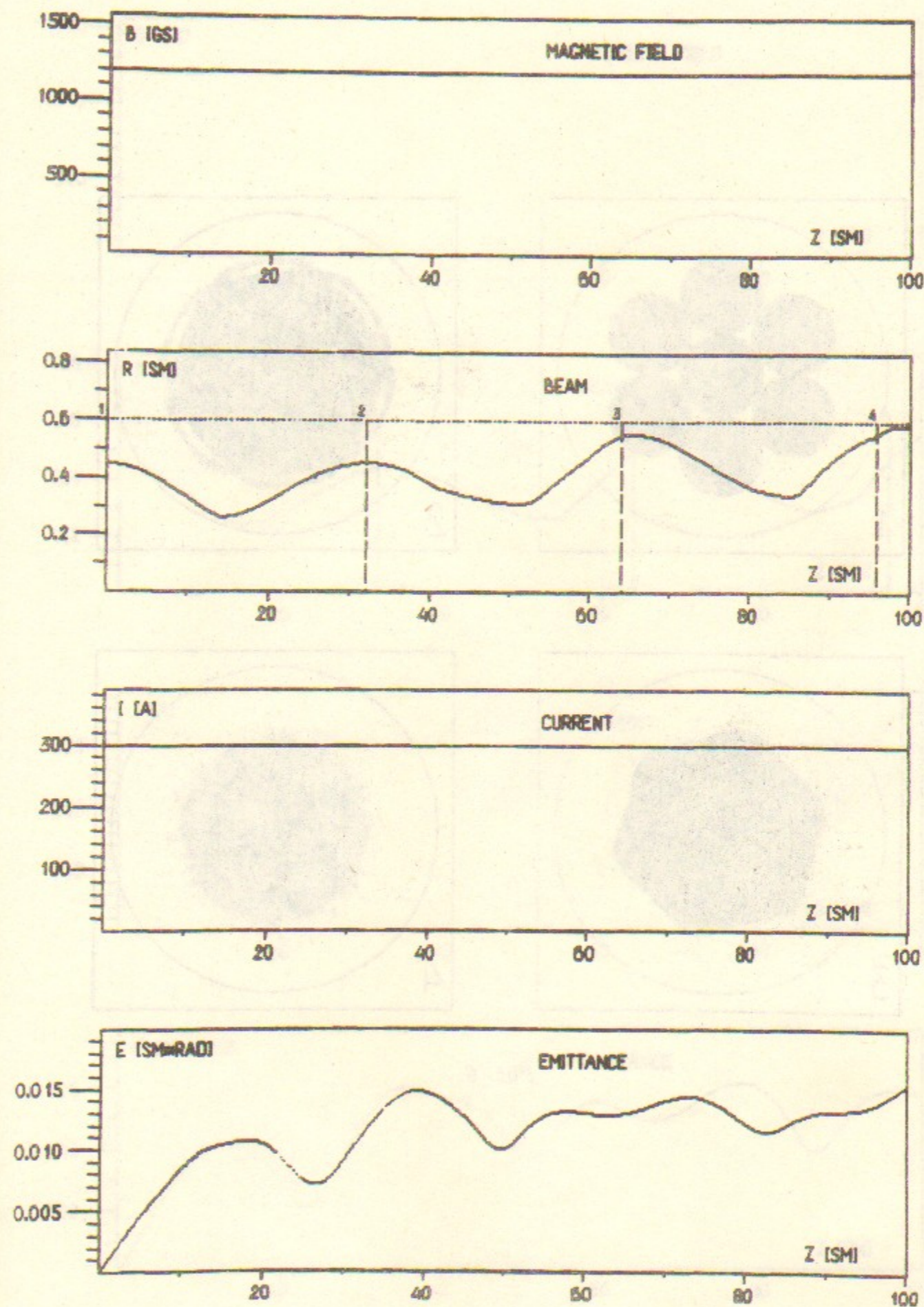


Рис. 5.

Рис. 4—5. Расчет пятилучевого потока: ( $U=1000$  кВ,  $I=300$  А,  $B=1200$  Гс).

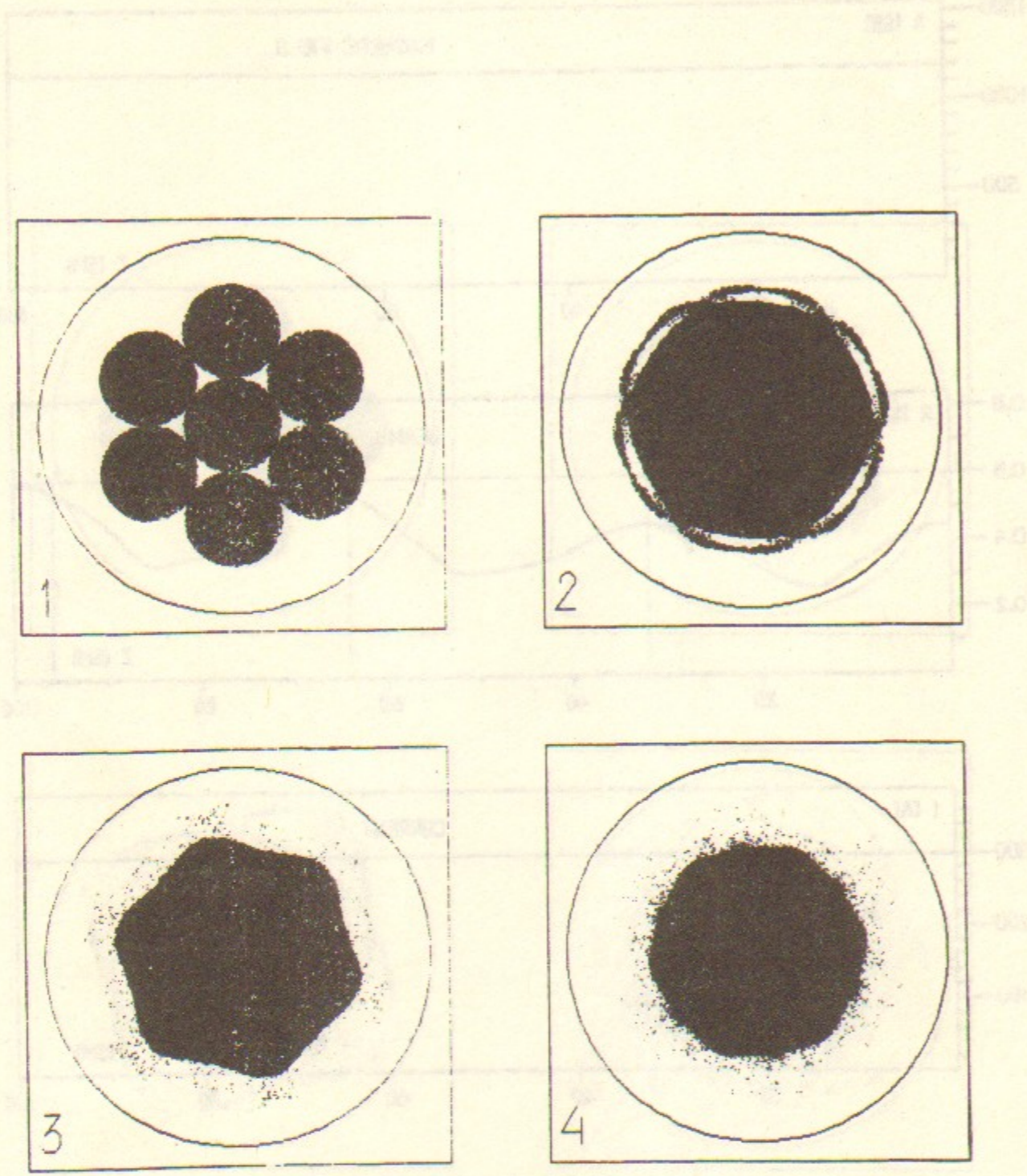


Рис. 6.

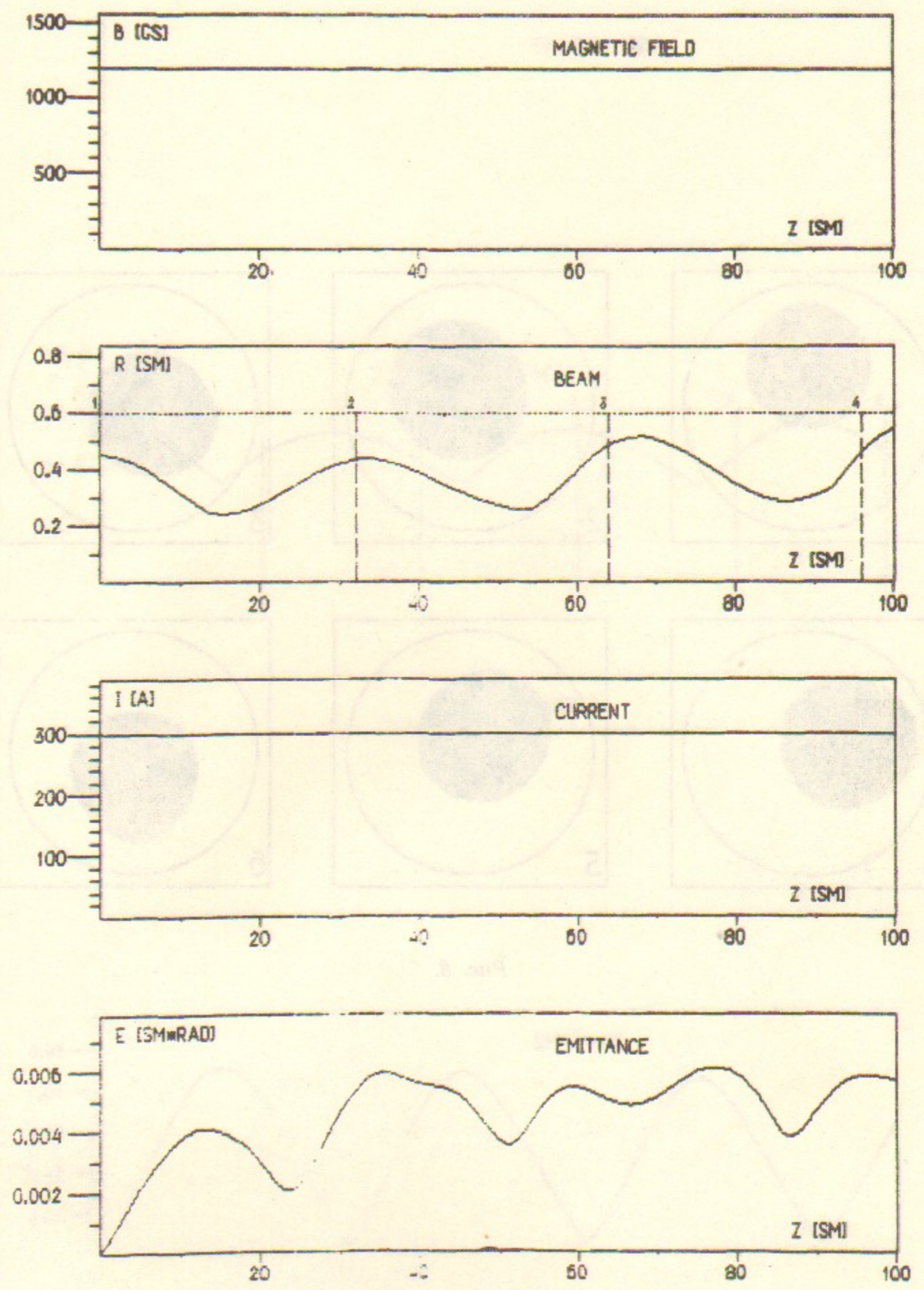


Рис. 7.

Рис. 6—7. Расчет семилучевого потока ( $U=1000$  кВ,  $I=300$  А,  $B=1200$  Гс).



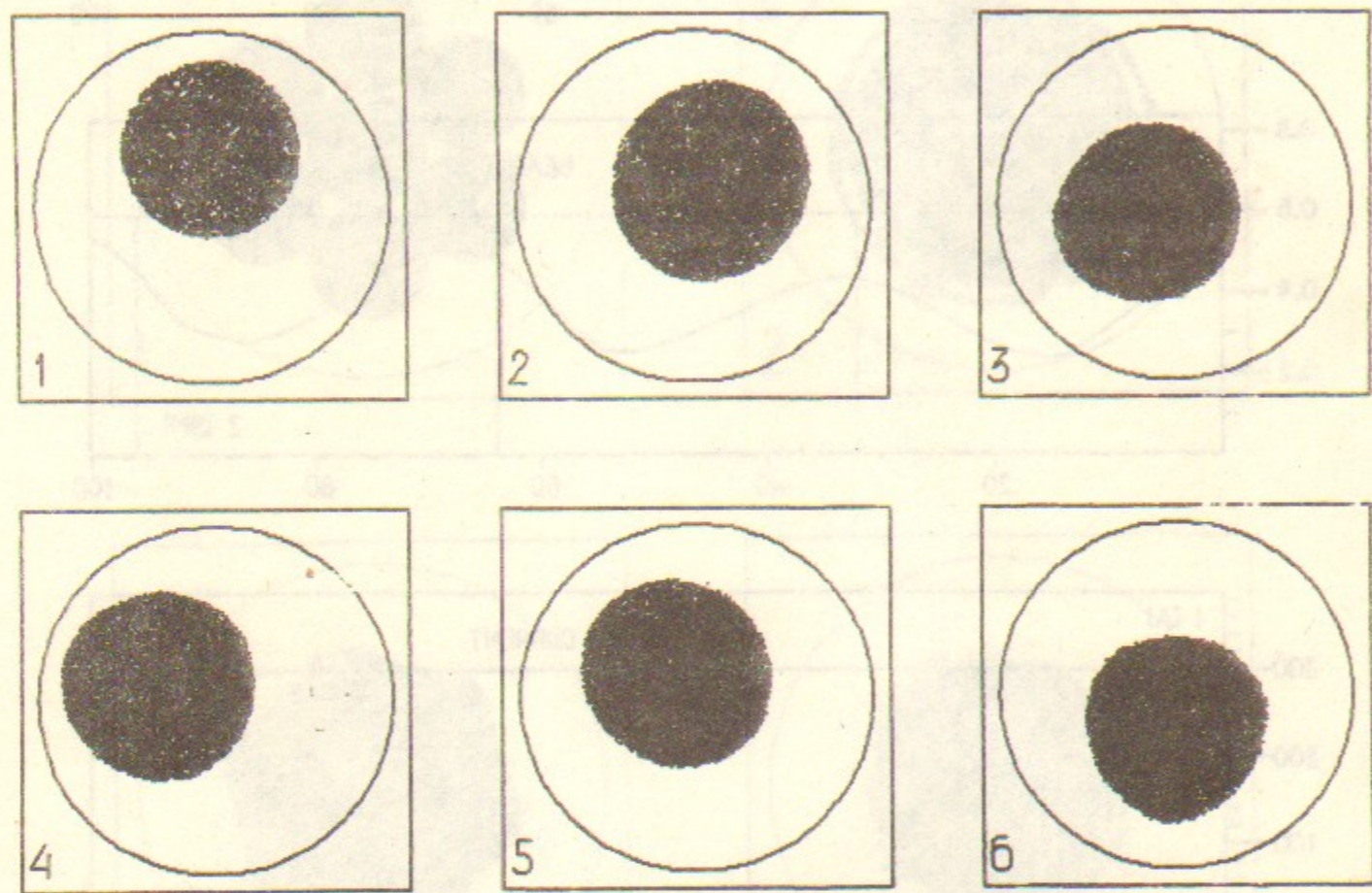


Рис. 8.

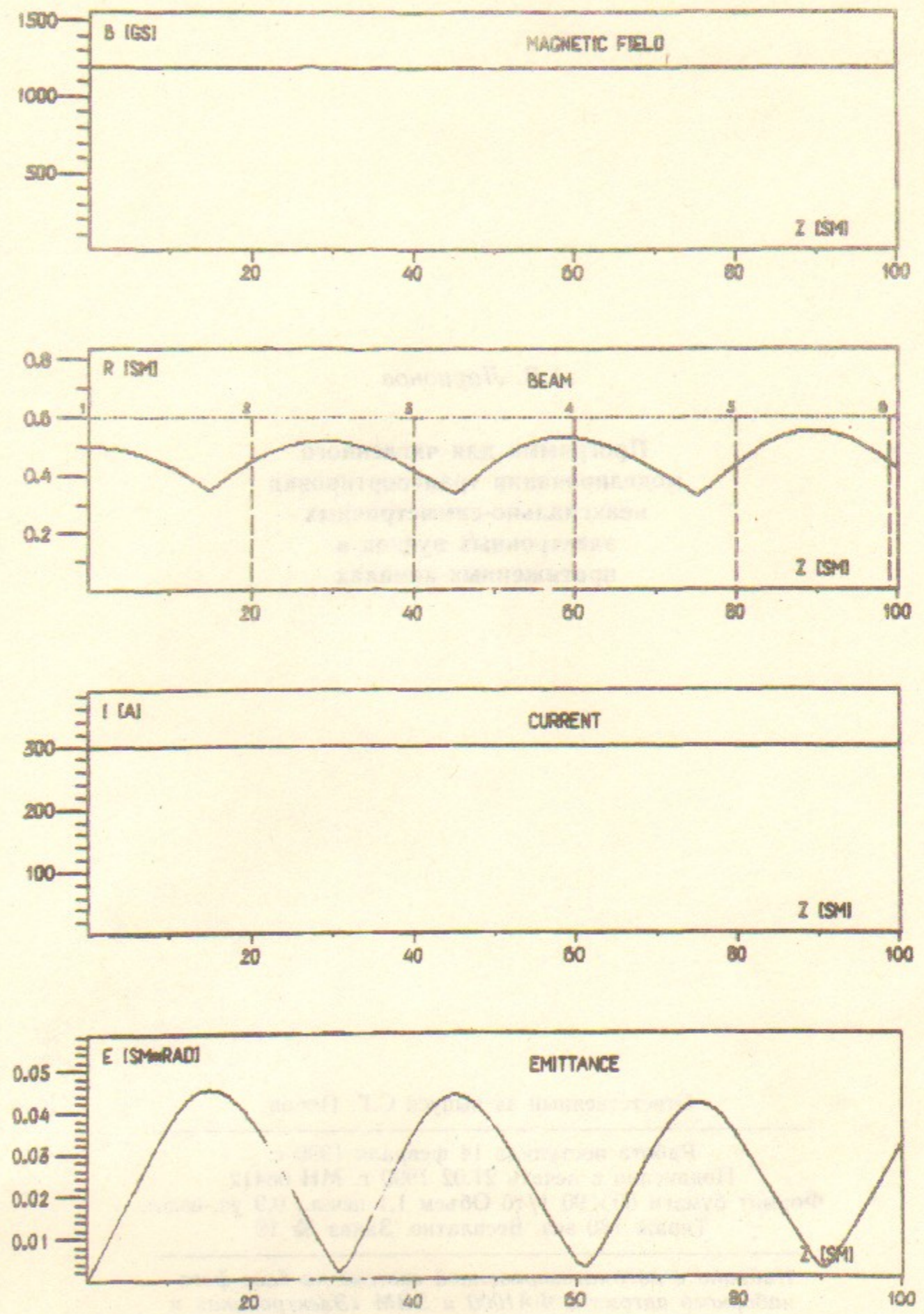
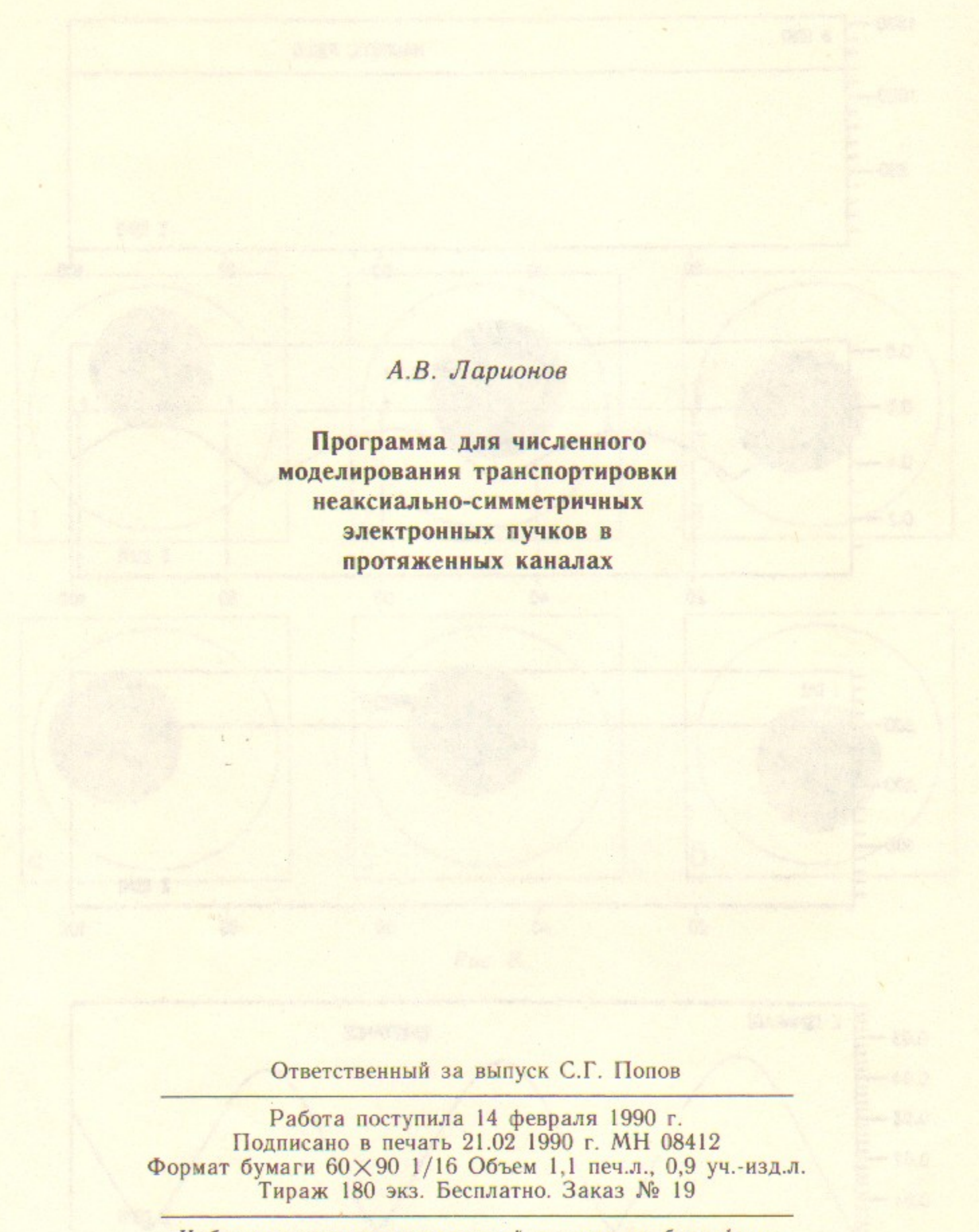


Рис. 9.

Рис. 8—9. Расчет брюлленовского потока, введенного не по центру в канал транспортировки ( $U=1000$  кВ,  $I=300$  А,  $B=959$  Гс).



*А.В. Ларионов*

**Программа для численного  
моделирования транспортировки  
неаксиально-симметричных  
электронных пучков в  
протяженных каналах**

Ответственный за выпуск С.Г. Попов

---

Работа поступила 14 февраля 1990 г.  
Подписано в печать 21.02 1990 г. МН 08412  
Формат бумаги 60×90 1/16 Объем 1,1 печ.л., 0,9 уч.-изд.л.  
Тираж 180 экз. Бесплатно. Заказ № 19

---

*Набрано в автоматизированной системе на базе фото-  
наборного автомата ФА1000 и ЭВМ «Электроника» и  
отпечатано на ротапринтере Института ядерной физики  
СО АН СССР,  
Новосибирск, 630090, пр. академика Лаврентьева, 11.*