

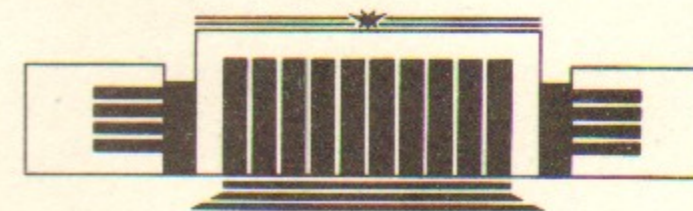


ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ СО АН СССР

Б.Н. Брейзман

ПОГЛОЩЕНИЕ ПЛАЗМОНОВ
ЛЕНГМЮРОВСКИМ СОЛИТОНОМ

ПРЕПРИНТ 90-6



НОВОСИБИРСК

ПОГЛОЩЕНИЕ ПЛАЗМОНОВ ЛЕНГМЮРОВСКИМ СОЛИТОНОМ

Б. Н. Брейзман

АННОТАЦИЯ

Отсутствие ленгмюровского коллапса в одномерной системе делает актуальным поиск других каналов бесстолкновительной диссипации плазмонов. Один из возможных механизмов диссипации - это захват свободных плазмонов в солитон, сопровождающийся сжатием солитона до размера, при котором включается затухание Ландау. В работе показано, что такой захват происходит благодаря индуцированному рассеянию плазмонов на электронах. Получено аналитическое решение задачи о взаимодействии солитона с газом свободных плазмонов, из которого, в частности, следует возможность самоускоряющегося сжатия солитона.

ABSORPTION OF PLASMONS BY LANGMUIR SOLITON

B. M. Breizman

ABSTRACT

As one-dimensional Langmuir collapse is forbidden, one has to search for the alternative mechanisms accounting for the collisionless dissipation of one-dimensional Langmuir waves. A conceivable mechanism is the trapping of free plasmons into solitons, resulting in soliton compression to the size needed for enhanced Landau damping. We show that free plasmons become trapped into solitons by means of their induced scattering on plasma electrons (nonlinear Landau damping). The analytical model developed in this work describes the interaction of a soliton with a gas of free plasmons and demonstrates the possibility of self-accelerating deepening of the soliton.

1. ВВЕДЕНИЕ

В динамике ленгмюровской турбулентности основным нелинейным эффектом принято считать взаимодействие ленгмюровских волн (плазмонов) с низкочастотными ионными возмущениями, порождаемыми пондеромоторной силой. Во многих практически интересных задачах этот механизм взаимодействия заметно преобладает над взаимодействием, обусловленным чисто электронными нелинейностями. Так, например, индуцированное рассеяние плазмонов в слаботурбулентной плазме обычно идет преимущественно на ионах, а не на электронах [1]. Приоритет "ионных" нелинейностей характерен также и для сильной ленгмюровской турбулентности. По этой причине в известной модели В. Е. Захарова [2] электронные нелинейности вообще исключаются из рассмотрения. При всей естественности такого подхода встречаются тем не менее ситуации, когда электронные нелинейности, хотя они и малы, вносят в задачу не второстепенные уточнения, а качественно новые элементы. В предлагаемой работе это показано на примере задачи о поглощении ленгмюровским солитоном свободных плазмонов. Обсуждаемый в работе эффект обусловлен индуцированным рассеянием плазмонов на электронах.

Хорошо известно, что рассеяние на тепловых частицах ведет к спектральной перекачке плазмонов в сторону меньших частот [1]. Известно также, что собственная частота плазмонов, локализованных в солитоне, лежит ниже частот свободных плазмонов. Эти замечания подсказывают, что рассеяние на частицах может служить механизмом захвата первоначально свободных плазмонов в солитон. Поскольку с ростом числа захваченных плазмонов растет и их давление, солитон, подпитываемый плазмонами, должен углубляться.

Определяющая роль электронов в процессе захвата объясняется тем, что переход плазмона из свободного состояния в связанное требует сравнительно большого изменения частоты в единичном акте рассеяния. Если солитон достаточно глубок, то высвобождаемая при переходе энергия не может быть передана ни иону, ни звуковой волне. Будучи адиабатически медленными, ионные возмущения практически неспособны перебросить плазмон через энергетическую щель, отделяющую связанное состояние от непрерывного спектра*). Электрон же как быстрая частица достаточно легко отбирает у волн необходимую энергию.

Для рассеяния плазмонов на электронах характерно, что оно идет тем быстрее, чем больше разность частот взаимодействующих волн. Поэтому в определенной области параметров процесс захвата плазмонов солитоном оказывается самоускоряющимся. Захватывая свободные плазмоны, солитон углубляется и сужается до тех пор, пока не начнется затухание волн на "хвосте" электронной функции распределения. Этот механизм способен обеспечить эффективную диссипацию энергии свободных плазмонов в одномерной ситуации, где существует запрет на ленгмюровский коллапс.

Чтобы количественно рассмотреть поведение солитона в газе свободных плазмонов, требуется предварительно дополнить урав-

*) Подробнее роль адиабатичности в динамике солитонов рассмотрена в работах [3-6].

нения Захарова членами, описывающими электронные нелинейности. Соответствующее обобщение уравнений проведено во втором разделе статьи. На этой основе в третьем разделе получено кинетическое уравнение, описывающее в приближении случайных фаз переходы плазмонов между различными состояниями, включая связанные состояния в плазме с неоднородной ионной плотностью. Рассматриваемые переходы вызваны резонансным нелинейным взаимодействием плазмонов с тепловыми электронами. Вероятность перехода может быть вычислена по теории возмущений. Последний (четвертый) раздел работы посвящен непосредственно захвату плазмонов в солитон и динамике солитона, подпитываемого налетающими извне плазмонами. Все представленные в статье результаты получены в рамках одномерной модели, что в известном смысле облегчает рассмотрение, снимая специфические трудности, присущие двумерной и трехмерной задачам.

2. ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Представим функцию распределения электронов плазмы f в виде суммы плавно меняющейся фоновой функции $\langle f \rangle$ и малой по сравнению с $\langle f \rangle$ осциллирующей добавки: $f = \langle f \rangle + \tilde{f}$. Угловые скобки у $\langle f \rangle$ означают усреднение по времени и пространству. Область усреднения по каждой переменной выбирается так, чтобы она содержала достаточно много осцилляций функции $\langle f \rangle$ и вместе с тем оставалась малой по сравнению с характерным масштабом изменения $\langle f \rangle$. Функции $\langle f \rangle$ и \tilde{f} удовлетворяют системе уравнений

$$\frac{\partial}{\partial t} \langle f \rangle + v \frac{\partial}{\partial x} \langle f \rangle + \frac{e}{m} \left\langle E \frac{\partial \tilde{f}}{\partial v} \right\rangle = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial \tilde{f}}{\partial t} + v \frac{\partial \tilde{f}}{\partial x} + \frac{e}{m} E \frac{\partial \langle f \rangle}{\partial v} + \frac{e}{m} \frac{\partial}{\partial v} (E \tilde{f} - \langle E \tilde{f} \rangle) = 0, \quad (2)$$

получающейся из исходного кинетического уравнения

$$\frac{\partial f}{\partial t} + v \frac{\partial f}{\partial x} + \frac{e}{m} E \frac{\partial f}{\partial v} = 0$$

путем разделения плавных и осциллирующих слагаемых.

Пренебрегая в уравнении (2) медленными зависимостями $\langle f \rangle$ от x и t и переходя к представлению Фурье

$$f_q = \frac{1}{(2\pi)^2} \int \tilde{f} \exp(i\omega t - ikx) dx dt,$$

получаем для f_q следующее уравнение:

$$f_q = \frac{ie}{m(kv-\omega)} \frac{\partial}{\partial v} \left[E_q \langle f \rangle + \int E_{q_1} f_{q_2} \delta(q - q_1 - q_2) dq_1 dq_2 \right] \quad (3)$$

Штрих у интеграла (3) означает исключение очень малых ω и k , характерных для функции $\langle f \rangle$. Символом q здесь и далее обозначена пара величин ω и k ; при этом подразумевается, что $\delta(q) dq = \delta(\omega) \delta(k) d\omega dk$.

В случае слабонелинейных ленгмюровских волн функции E_q и f_q существенно отличны от нуля лишь в окрестностях частот, кратных плазменной частоте ω_p , и могут быть записаны в виде

$$E_q = \sum_{s=-\infty}^{\infty} E_q^{(s)}; \quad f_q = \sum_{s=-\infty}^{\infty} f_q^{(s)}, \quad (4)$$

где индекс s обозначает вклад, локализованный при $\omega \approx s\omega_p$.

В суммах (4) достаточно ограничиться учетом лишь основной гармоники ($|s|=1$) и ее ближайших сателлитов ($s=0$ и $|s|=2$). Вклады остальных гармоник имеют более высокие порядки по амплитуде ленгмюровских волн и потому пренебрежимо малы. Опустив в (4) слагаемые с $|s| > 2$, получим из (3) следующие выражения для $f_q^{(1)}$, $f_q^{(0)}$, $f_q^{(2)}$:

$$f_q^{(1)} = \frac{ie}{m(kv-\omega)} \frac{\partial}{\partial v} \left[E_q^{(1)} \langle f \rangle + \int dq_1 dq_2 \delta(q - q_1 - q_2) \times \right. \\ \left. \times \left(E_{q_1}^{(1)} f_{q_2}^{(0)} + E_{q_1}^{(0)} f_{q_2}^{(1)} + E_{q_1}^{(2)} f_{q_2}^{(-1)} + E_{q_1}^{(-1)} f_{q_2}^{(2)} \right) \right] \quad (5)$$

$$f_q^{(0)} = \frac{ie}{m(kv-\omega)} \frac{\partial}{\partial v} \left[E_q^{(0)} \langle f \rangle + \int dq_1 dq_2 \delta(q - q_1 - q_2) \left(E_{q_1}^{(1)} f_{q_2}^{(-1)} + E_{q_1}^{(-1)} f_{q_2}^{(1)} \right) \right] \quad (6)$$

$$f_q^{(2)} = \frac{ie}{m(kv-\omega)} \frac{\partial}{\partial v} \left[E_q^{(2)} \langle f \rangle + \int dq_1 dq_2 \delta(q - q_1 - q_2) E_{q_1}^{(1)} f_{q_2}^{(1)} \right] \quad (7)$$

В правых частях этих формул можно заменить $f_q^{(1)}$ и $f_q^{(-1)}$ величинами, вычисленными в линейном приближении, т. е. положить

$$f_q^{(\pm 1)} = \frac{ie}{m(kv-\omega)} E_q^{(\pm 1)} \frac{\partial \langle f \rangle}{\partial v} \quad (8)$$

Цель дальнейших выкладок состоит в том, чтобы найти с помощью формул (5)-(7) компоненты Фурье возмущения плотности электронов $n_q^{(s)}$, а затем получить из уравнения Пуассона систему

нелинейных уравнений для $E_q^{(s)}$. При окончательной записи этой системы удобно ввести вместо поля $E_q^{(0)}$ низкочастотное возмущение плотности ионов $n_{iq}^{(0)}$ и, кроме того, исключить поле $E_q^{(2)}$, так как оно явным образом выражается через $E_q^{(1)}$. В итоге рассматриваемая система сводится к двум уравнениям для $E_q^{(1)}$ и $n_{iq}^{(0)}$ (уравнения [18], [19]). Изложим теперь эту процедуру более подробно.

Запишем величины $n_q^{(s)}$ в следующем виде:

$$n_q^{(s)} = \int f_q^{(s)} dv = -\frac{ik}{4\pi e} \epsilon_e(q) E_q^{(s)} + \delta n_q^{(s)}$$

Здесь

$$\epsilon_e(q) = \frac{4\pi e^2}{k} \int \frac{1}{\omega - kv} \frac{\partial}{\partial v} \langle f \rangle dv -$$

это электронная часть диэлектрической проницаемости плазмы, а $\delta n_q^{(s)}$ - нелинейные добавки, определяемые свертками в правых частях формул [5]-[7]. С учетом формулы [8]

$$\begin{aligned} \delta n_q^{(1)} = & \int dq_1 dq_2 \delta(q - q_1 - q_2) V_{q_1 q_2} \left(E_{q_1}^{(1)} E_{q_2}^{(0)} + E_{q_1}^{(-1)} E_{q_2}^{(2)} \right) + \\ & + \int dq_1 dq_2 dq_3 \delta(q - q_1 - q_2 - q_3) U_{q_1 q_2} \left(E_{q_1}^{(1)} E_{q_2}^{(1)} E_{q_3}^{(-1)} + \frac{1}{2} E_{q_1}^{(-1)} E_{q_2}^{(1)} E_{q_3}^{(1)} \right) \end{aligned} \quad (9)$$

$$\delta n_q^{(0)} = \int dq_1 dq_2 \delta(q - q_1 - q_2) V_{q_1 q_2} E_{q_1}^{(1)} E_{q_2}^{(-1)} \quad (10)$$

$$\delta n_q^{(2)} = \frac{1}{2} \int dq_1 dq_2 \delta(q - q_1 - q_2) V_{q_1 q_2} E_{q_1}^{(1)} E_{q_2}^{(1)} \quad (11)$$

Входящие сюда матричные элементы $V_{q_1 q_2}$ и $U_{q_1 q_2}$ задаются следующими формулами:

$$V_{q_1 q_2} = -k \left(\frac{e}{m} \right)^2 \int \frac{1}{(kv - \omega)} \frac{1}{(k_1 v - \omega_1)} \frac{1}{(k_2 v - \omega_2)} \frac{\partial}{\partial v} \langle f \rangle dv$$

$$U_{q_1 q_2} = -ik \left(\frac{e}{m} \right)^3 \int dv \frac{1}{(kv - \omega)^2} \frac{1}{(k_2 + k_3)v - (\omega_2 + \omega_3)} \times$$

$$\times \frac{\partial}{\partial v} \left[\frac{(k_2 + k_3)v - (\omega_2 + \omega_3)}{(k_2 v - \omega_2)(k_3 v - \omega_3)} \frac{\partial}{\partial v} \langle f \rangle \right]$$

Величины $V_{q_1 q_2}$ и $U_{q_1 q_2}$ можно также выразить через функцию $\epsilon_e(q)$, для чего достаточно разложить стоящие под интегралами произведения множителей вида $1/(kv - \omega)$ на простые дроби. В этом представлении

$$V_{q_1 q_2} = \frac{k}{4\pi m} \left[\frac{k_2^3 \epsilon_e(q_2)}{(q_2, q)(q_2, q_1)} + \frac{k_1^3 \epsilon_e(q_1)}{(q_1, q)(q_1, q_2)} + \frac{k^3 \epsilon_e(q)}{(q, q_1)(q, q_2)} \right] \quad (12)$$

$$U_{q_2 q_3} = \frac{iek}{m} \frac{(k_2 + k_3)^2}{((q_2 + q_3), q)^2} V_{(q_2 + q_3) q_2 q_3}$$

$$-\frac{iek^3}{m^2} \frac{\partial}{\partial \omega} \frac{\partial}{\partial ((q_2+q_3);q)} \left[\frac{k_2^2 \epsilon_e(q_2)}{(q_2;q)} + \frac{k_3^2 \epsilon_e(q_3)}{(q_3;q)} - \frac{k^2 \epsilon_e(q)}{(q_2;q)} - \frac{k^2 \epsilon_e(q)}{(q_3;q)} \right] \quad [13]$$

Здесь для сокращения записи введено следующее обозначение :

$$(q;q_1) = (\omega k_1 - \omega_1 k)$$

Подставим теперь $\delta n_q^{(2)}$ и $\delta n_q^{(0)}$ в уравнение Пуассона

$$ik [1 + \epsilon_e(q)] E_q^{(s)} = 4\pi e \left(\delta n_q^{(s)} - n_{iq}^{(s)} \right), \quad [14]$$

в котором учтено возмущение плотности ионов $n_{iq}^{(s)}$, и найдем величины $E_q^{(2)}$ и $E_q^{(0)}$:

$$E_q^{(2)} = -\frac{2\pi e}{k [1 + \epsilon_e(q)]} \int dq_1 dq_2 \delta(q - q_1 - q_2) V_{q q_1 q_2} E_{q_1}^{(1)} E_{q_2}^{(1)} \quad [15]$$

$$E_q^{(0)} = \frac{4\pi e}{k [1 + \epsilon_e(q)]} \left[n_{iq}^{(0)} - \int dq_1 dq_2 \delta(q - q_1 - q_2) V_{q q_1 q_2} E_{q_1}^{(1)} E_{q_2}^{(-1)} \right] \quad [16]$$

Отметим, что в формуле [15] вклад ионов опущен, так как для высокочастотных возмущений он пренебрежимо мал (обладавая большой массой, ионы реагируют лишь на низкочастотное электрическое поле). С точностью, достаточной для дальнейшего рассмотрения, ионный отклик можно считать линейным, т. е.

$$n_{iq}^{(0)} = \frac{ik}{4\pi e} \epsilon_i(q) E_q^{(0)}, \quad [17]$$

где

$$\epsilon_i(q) = \frac{4\pi e^2}{k} \int \frac{1}{\omega - kv} \frac{\partial}{\partial v} \langle f_i \rangle dv -$$

это ионный вклад в диэлектрическую проницаемость ($\langle f_i \rangle$ - фоновая функция распределения ионов).

Из соотношений [16] и [17] видно, что $n_{iq}^{(0)}$ удовлетворяет уравнению

$$\left[\frac{1}{\epsilon_i(q)} + \frac{1}{1 + \epsilon_e(q)} \right] n_{iq}^{(0)} = \frac{1}{1 + \epsilon_e(q)} \int dq_1 dq_2 \delta(q - q_1 - q_2) V_{q q_1 q_2} E_{q_1}^{(1)} E_{q_2}^{(-1)}, \quad [18]$$

где матричный элемент $V_{q q_1 q_2}$ задается формулой [12]. К этому уравнению необходимо добавить уравнение для высокочастотного поля $E_q^{(1)}$. Чтобы написать его, обратимся к соотношениям [9], [15], [16] и выразим $\delta n_q^{(1)}$ через $n_{iq}^{(0)}$ и $E_q^{(1)}$, а затем подставим $\delta n_q^{(1)}$ в уравнение Пуассона [14]. Окончательно получаем

$$\begin{aligned} [1 + \epsilon_e(q)] E_q^{(1)} &= \frac{(4\pi e)^2}{k} \int dq_1 dq_2 \delta(q - q_1 - q_2) \frac{1}{[1 + \epsilon_e(q_2)] k_2} V_{q q_1 q_2} E_{q_1}^{(1)} n_{iq_2}^{(0)} - \\ &- \frac{4\pi e}{k} \int dq_1 dq_2 dq_3 \delta(q - q_1 - q_2 - q_3) \tilde{U}_{q q_1 q_2 q_3} E_{q_1}^{(1)} E_{q_2}^{(1)} E_{q_3}^{(-1)}, \quad [19] \end{aligned}$$

где

$$\tilde{U}_{q q_1 q_2 q_3} = U_{q q_2 q_3} + \frac{1}{2} U_{q q_2 q_1} - \frac{4\pi e V_{q q_1} (q_2 + q_3) V_{(q_2 + q_3) q_2 q_3}}{(k_2 + k_3) [1 + \epsilon_e(q_2 + q_3)]} -$$

$$-\frac{2\pi i e}{(k_2+k_1)[1+\epsilon_e(q_2+q_1)]} V_q q_3(q_2+q_1) V_{(q_2+q_1)} q_1 q_2 \quad (20)$$

Система уравнений (18), (19) позволяет описывать ленгмюровскую турбулентность с учетом как ионных, так и электронных нелинейностей (последним отвечает второе слагаемое в правой части (19)). В этом смысле полученная система обладает несколько большей общностью, чем система уравнений Захарова. С другой стороны, видно, что такое обобщение сопряжено с заметным усложнением уравнений.

3. ЭЛЕКТРОННЫЕ НЕЛИНЕЙНОСТИ КАК МАЛОЕ ВОЗМУЩЕНИЕ. ПРИБЛИЖЕНИЕ СЛУЧАЙНЫХ ФАЗ.

В задаче о захвате свободных плазмонов в солитон вклад электронных нелинейностей в уравнения (18), (19) оценочно мал и на первый взгляд несуществен. Однако, как уже упоминалось во Введении, эти нелинейности нарушают адиабатические запреты, характерные для взаимодействия плазмонов с ионными возмущениями. Поэтому при вычислении вероятности захвата электронный канал может стать определяющим. Ситуация здесь зависит от частоты биений, создаваемых свободными и связанными плазмонами. Если частота биений ниже ионной плазменной частоты, то переход плазмонов из свободного состояния в связанное целиком обусловлен ионными возмущениями, т. е. может быть описан без учета второго слагаемого в правой части (19). Если же биения имеют более высокую частоту, то механизм перехода оказывается электронным, а ионы лишь определяют форму потенциальной ямы, между уровнями которой происходит переход. Все дальнейшее рассмотрение относится ко второму из названных здесь режимов.

Укажем прежде всего, какие упрощения возникают в данном случае в матричных элементах (12), (13) и (20). Эти элементы содержат величину ϵ_e , порядок которой различен для разных частот. В высокочастотном пределе, т. е. при $|\omega| \sim \omega_p$, имеем

$$\epsilon_e = -\left(\frac{\omega_p}{\omega}\right)^2,$$

откуда следует, что $|\epsilon_e| \sim 1$. Если же $|\omega| \ll \omega_p$, то в интересующей нас задаче $\epsilon_e = (kr_D)^{-2} \gg 1$.

Отсюда видно, что основной вклад в матричный элемент $V_q q_1 q_2$ вносит слагаемое с низкочастотной диэлектрической проницаемостью. Опустив в формуле (12) все остальные слагаемые и ограничившись в соответствии с этим старшими членами разложения по малому параметру kr_D , можно переписать уравнение (18) в виде

$$\left[\frac{1}{\epsilon_i(q)} + (kr_D)^2 \right] n_{i,q}^{(0)} = -\frac{k^2}{4\pi m \omega_p^2} \int dq_1 dq_2 \delta(q - q_1 - q_2) E_{q_1}^{(1)} E_{q_2}^{(-1)} \quad (21)$$

Здесь учтено, что с точностью до малых поправок порядка $(kr_D)^2$ частоты ω_1 и ω_2 равны, соответственно, ω_p и $-\omega_p$.

В плазме с холодными ионами, где

$$\epsilon_i = -\left(\frac{\omega_{pi}}{\omega}\right)^2,$$

уравнение (21) описывает незатухающие звуковые возмущения, порождаемые пондеромоторной силой. В пространственно-временном представлении оно принимает хорошо известный вид [2]

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} n_i^{(0)} - c_s^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} n_i^{(0)} = \frac{1}{4\pi M} \frac{\partial^2}{\partial x^2} |E^{(1)}|^2 \quad (22)$$

Обратимся теперь к уравнению (19) и воспользуемся тем же приближением для $V_{q_1 q_2}$, что и в (18). Кроме того, разложим $\epsilon_e(\omega)$ в левой части (19) в окрестности частоты ω_p :

$$\epsilon_e \approx -1 + \frac{2}{\omega_p} \left(\omega - \omega_p - \frac{3}{2} \omega_p k^2 r_D^2 \right).$$

Выполнив обратное преобразование Фурье, получим окончательно из (19) следующее уравнение для $E^{(1)}(x, t)$:

$$i \frac{\partial}{\partial t} E^{(1)} - \omega_p E^{(1)} + \frac{3}{2} \omega_p r_D^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} E^{(1)} = \frac{2\pi e^2 n_i^{(0)}}{m \omega_p} E^{(1)} + R, \quad (23)$$

где

$$R = -2\pi i e \omega_p \int dq_1 dq_2 dq_3 E_{q_1}^{(1)} E_{q_2}^{(1)} E_{q_3}^{(-1)} \frac{1}{(q_1 + q_2 + q_3)} \tilde{U}(q_1 + q_2 + q_3) q_1 q_2 q_3 \times \\ \times \exp \left[i(k_1 + k_2 + k_3)x - i(\omega_1 + \omega_2 + \omega_3)t \right]. \quad (24)$$

Система (22), (23) отличается от одномерных уравнений Захарава наличием в правой части (23) величины R , которую в задаче о динамике солитона можно рассматривать как малое возмущение. Действительно, для солитона с характерной шириной a и амплитудой поля E первое слагаемое в правой части уравнения (23) оценочно равно

$$\omega_p E \left(\frac{r_D}{a} \right)^2,$$

тогда как $|R|$ во всяком случае не превышает

$$\omega_p E \frac{E^2}{nT} \left(\frac{r_D}{a} \right)^2. \quad (25)$$

В этой оценке учтено, что первое и третье слагаемые в формуле (20) частично компенсируют друг друга, благодаря чему матричный элемент $\tilde{U}(q_1 + q_2 + q_3) q_1 q_2 q_3$ не содержит членов, пропорциональных низкочастотной диэлектрической проницаемости. Более тщательное рассмотрение позволяет несколько усилить ограничение на R , однако уже из формулы (25) видно, что

$$|R| \ll \left| \frac{2\pi e^2 n_i^{(0)}}{m \omega_p} E^{(1)} \right|,$$

т. е. нелинейная "электронная" добавка к энергии связи локализованных в солитоне плазмонов в самом деле оказывается малой.

Чтобы описать переходы плазмонов под влиянием возмущения R , представим поле $E^{(1)}(x, t)$ в виде суперпозиции адиабатических собственных функций уравнения Шредингера (23):

$$E^{(1)}(x, t) = \sum_{\sigma} a_{\sigma} \psi_{\sigma} \exp \left(-i \int_0^t \omega_{\sigma} dt \right).$$

Здесь индекс σ нумерует состояния в медленно меняющейся потенциальной яме, определяемой профилем ионной плотности. Собственные функции ψ_{σ} , отвечающие собственным частотам ω_{σ} , взаимно ортогональны и считаются нормированными на единицу:

$$\int \psi_{\sigma} \psi_{\gamma}^* dx = \delta_{\sigma\gamma}. \quad (26)$$

Фазы коэффициентов a_{σ} в дальнейшем предполагаются случайными.

Уравнение (23) и соотношение (26) дают для скорости изменения заселенности состояния σ следующее выражение:

$$\frac{d}{dt} |a_\sigma|^2 = -2\text{Re} \sum_Y a_Y a_\sigma^* \exp\left(-i \int_0^t (\omega_Y - \omega_\sigma) dt\right) \int \psi_Y \psi_\sigma^* dx +$$

$$+ 2\text{Im} \left[a_\sigma^* \exp\left(i \int_0^t \omega_\sigma dt\right) \int \psi_\sigma^* R dx \right] \quad (27)$$

При усреднении по фазам, означаем, что

$$\langle a_\sigma^* a_Y \rangle = |a_\sigma|^2 \delta_{\sigma Y},$$

первое слагаемое в правой части формулы (27) обращается в нуль и эта формула принимает следующий вид:

$$\frac{d}{dt} |a_\sigma|^2 = 2\text{Im} \left\langle a_\sigma^* \exp\left(i \int_0^t \omega_\sigma dt\right) \int \psi_\sigma^* R dx \right\rangle$$

Подставляя сюда величину R (см. формулу 24)) можно пренебречь размытием частотного спектра электрического поля, связанным с нестационарностью ω_σ , ψ_σ и a_σ , т. е. положить

$$E_q^{(1)} = \sum_\sigma a_\sigma (\psi_\sigma)_k \delta(\omega - \omega_\sigma); \quad E_q^{(-1)} = \sum_\sigma a_\sigma^* (\psi_\sigma^*)_k \delta(\omega + \omega_\sigma).$$

В этом приближении

$$\frac{d}{dt} |a_\sigma|^2 = -8\pi^2 \theta \omega_p |a_\sigma|^2 \text{Re} \sum_Y |a_Y|^2 \int dk_1 dk_2 dk_3 \times$$

$$\times \frac{1}{(k_1 + k_2 + k_3)} \tilde{U}_{(k_1+k_2+k_3)}^{\omega_\sigma \omega_Y \omega_\sigma - \omega_Y} k_1 k_2 k_3 (\psi_Y)_{k_1} (\psi_Y^*)_{k_3} (\psi_\sigma)_{k_2} (\psi_\sigma^*)_{-k_1-k_2-k_3} \quad (28)$$

Обратившись к формулам (20), (13) и (12), нетрудно проверить, что матричный элемент $\tilde{U}_{(k_1+k_2+k_3)}^{\omega_\sigma \omega_Y \omega_\sigma - \omega_Y} k_1 k_2 k_3$ в формуле (28) складывается из двух частей, первая из которых целиком определяется высокочастотной диэлектрической проницаемостью, а вторая имеет вид

$$\tilde{U} = -\frac{ie}{4\pi m^2} \frac{k_1+k_2+k_3}{[1+\epsilon_\theta(q_2+q_3)]} \frac{1}{(q_2, q_3)^2} \frac{1}{((q_2+q_3), q_1)^2} \left[k_3^3 \epsilon_\theta(q_3) + k_2^3 \epsilon_\theta(q_2) + (k_2+k_3)^3 \right] \times$$

$$\times \left[k_1^3 \epsilon_\theta(q_1) - (k_1+k_2+k_3)^3 \epsilon_\theta(q_1+q_2+q_3) - (k_2+k_3)^3 \right]$$

Конкретный вид первой части матричного элемента несуществен, поскольку эта часть не содержит резонансов между электронами и низкочастотными биениями и, следовательно, не вносит вклада в вероятность рассеяния плазмонов на электронах. Что же касается выражения для \tilde{U} , то его можно дополнительно упростить, воспользовавшись тем, что частоты ω_1 , ω_2 и ω_3 с точностью до поправок порядка $(kr_D)^2$ равны, соответственно, ω_p , ω_p и $-\omega_p$, а все входящие в \tilde{U} высокочастотные диэлектрические проницаемости с той же точностью равны -1 . В результате получаем

$$\tilde{U} = -\frac{9ie}{4\pi m^2} \frac{k_1 k_2 k_3 (k_1+k_2+k_3)^2}{\omega_p^4 (k_2+k_3)^2 [1+\epsilon_\theta(q_2+q_3)]}$$

Подстановка этого выражения в формулу (28) дает

$$\frac{d}{dt} |a_\sigma|^2 = \frac{18\pi e^2}{m^2 \omega_p^3} |a_\sigma|^2 \sum_Y |a_Y|^2 \int dk \text{Im} \frac{|P_{\sigma Y}(k)|^2}{k^2 [1+\epsilon_\theta(\omega_\sigma - \omega_Y; k)]} \quad (29)$$

где

$$P_{\sigma\gamma}(k) = \frac{1}{2\pi} \int dx \psi_{\sigma}^* \psi_{\gamma}' e^{ikx} \quad [30]$$

(штрихи у функций ψ_{σ}^* и ψ_{γ} означают дифференцирование по x).
Формула [29] обобщает известное в теории слабой турбулентности кинетическое уравнение для индуцированного рассеяния ленгмюровских волн на электронах на случай неоднородной ионной плотности, когда собственные функции плазмонов отличаются от плоских волн. Такая модификация существенно расширяет область применимости кинетического уравнения, поскольку она учитывает корреляцию фаз плоских волн, входящих в каждую собственную функцию. Случайными предполагаются лишь относительные фазы различных собственных функций, что позволяет, в частности, включить в рассмотрение локализованные состояния плазмонов.

В соответствии с тем, что процесс индуцированного рассеяния обусловлен затуханием низкочастотных биений, скорость этого процесса определяется мнимой частью диэлектрической проницаемости $\epsilon_e(\omega_{\sigma} - \omega_{\gamma})$. Приняв во внимание, что характерная фазовая скорость биений мала по сравнению с тепловой скоростью электронов и подставив в уравнение [29] явное выражение для ϵ_e , получаем окончательно

$$\frac{d}{dt} |a_{\sigma}|^2 = - \frac{9\pi \sqrt{2\pi} e^2 r_D^2}{m^2 \omega_p^4} |a_{\sigma}|^2 \sum_{\gamma} |a_{\gamma}|^2 \int dk |P_{\sigma\gamma}(k)|^2 \frac{\omega_{\sigma} - \omega_{\gamma}}{|k|} \quad [31]$$

4. ДИНАМИКА СОЛИТОНА В ГАЗЕ СВОБОДНЫХ ПЛАЗМОНОВ.

Рассмотрим с помощью уравнения [31] взаимодействие солитона с налетающими на него свободными плазмонами. Солитон пред-

полагается достаточно глубоким, так что нелинейный сдвиг частоты находящихся в нем плазмонов существенно превышает характерное значение разности между частотой свободного плазмона и плазменной частотой ω_p . В этом случае величина $P_{\sigma\gamma}$ практически не зависит от номера состояния свободного плазмона и может вычисляться в пределе $k_{\infty} = 0$, где k_{∞} - волновое число плазмона вдали от солитона. Иными словами, в формуле [30] следует положить

$$\psi_{\sigma}(x) = \frac{1}{\sqrt{2a}} \frac{1}{\text{ch}(x/a)}, \quad [32]$$

$$\psi_{\gamma}(x) = \frac{1}{\sqrt{L}} \text{th}(x/a), \quad [33]$$

где ψ_{σ} - солитонная волновая функция, а ψ_{γ} - волновая функция состояния с нулевой энергией в солитонном потенциале. Вследствие нормировки на единицу функция ψ_{γ} содержит множитель $1/\sqrt{L}$, где L - полная длина системы. Для функций [32] и [33]

$$|P_{\sigma\gamma}(k)|^2 = \frac{1}{288aL} \frac{k^2 (1+k^2 a^2)^2}{\text{ch}^2(\pi ka/2)}$$

Правая часть уравнения [31] содержит интеграл по k , выражающийся через дзета-функцию Римана [7]:

$$\int \frac{dk}{|k|} |P_{\sigma\gamma}(k)|^2 = \frac{1}{e^3 L} \frac{1}{36\pi^2} \left[\ln 2 + \frac{9}{\pi^2} \zeta(3) + \frac{225}{2\pi^4} \zeta(5) \right] \approx \frac{0.0084}{e^3 L}$$

В качестве ω_{σ} в уравнение [31] следует подставить собственную частоту находящихся в солитоне плазмонов

$$\omega_{\sigma} = \omega_p - \frac{3}{2} \omega_p \left(\frac{r_D}{a} \right)^2$$

Величина $|a_\sigma|^2$ также выражается через ширину солитона:

$$|a_\sigma|^2 = \frac{48\pi n T r_D^2}{a}$$

Здесь n - невозмущенная плотность плазмы.

Для свободных плазмонов частоту ω_Y с принятой выше точностью можно положить равной ω_p . Кроме того, для этих плазмонов

$$\frac{1}{L} \sum_Y |a_Y|^2 = 2\pi W,$$

где W - средняя по длине плотность их энергии.

С учетом сделанных замечаний уравнение [31] переходит в легко интегрируемое уравнение для a , из которого формально следует вывод о неограниченном сжатии солитона и взрывном нарастании его амплитуды:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{1}{a} \right) = \frac{27}{72\sqrt{2\pi}} \left[\ln 2 + \frac{9}{\pi^2} \zeta(3) + \frac{225}{2\pi^4} \zeta(5) \right] \frac{\omega_p}{a} \left(\frac{r_D}{a} \right)^5 \frac{W}{nT} \approx 0.45 \frac{\omega_p}{a} \left(\frac{r_D}{a} \right)^5 \frac{W}{nT}. \quad (34)$$

Отметим, что грубая оценка характерного времени сжатия может быть получена из известной оценки времени слаботурбулентной спектральной перекачки при индуцированном рассеянии плазмонов на электронах

$$\tau^{-1} \sim \omega_p \frac{W}{nT} (kr_D)^5,$$

если положить характерное волновое число k равным обратному размеру солитона.

Сжатие находящихся в солитоне плазмонов должно, очевидно, сопровождаться усилением затухания Ландау. Этот эффект препятствует сжатию и может в конечном счете остановить его. Для учета затухания следует включить в правую часть уравнения [34]

дополнительное слагаемое

$$q = \frac{2}{a} \int dx (\Psi_\sigma^* \hat{\gamma} \Psi_\sigma), \quad (35)$$

где Ψ_σ - солитонная волновая функция [32], а $\hat{\gamma}$ - оператор, матрица которого в представлении Фурье диагональна и состоит из декрементов затухания плоских волн

$$\gamma_k = 2\pi^2 \frac{\omega_p^2 e^2}{mk} \int dv \delta(\omega_p - kv) \frac{\partial}{\partial v} \langle f \rangle.$$

Вычисление интеграла [35] дает [8]

$$q = \frac{\pi^3 e^2}{m} \int dv \frac{v}{|v|} \text{ch}^{-2} \left(\frac{\pi \omega_p a}{2v} \right) \frac{\partial}{\partial v} \langle f \rangle.$$

Наряду с затуханием необходимо учесть еще два фактора, ограничивающих скорость сжатия. Первое ограничение возникает из-за того, что взрывное нарастание амплитуды солитона требует соответствующей подпитки со стороны свободных плазмонов. Между тем поток энергии плазмонов, налетающих на солитон, ограничен сверху величиной порядка $v_{gr} W$, где v_{gr} - характерная групповая скорость свободных плазмонов. Если принять во внимание, что величина $\frac{d}{dt} \left(\frac{1}{a} \right)$ в уравнении [34] с точностью до множителя $24\pi T r_D^2$ равна поступающей в солитон мощности, то видно, что при

$$\left(\frac{r_D}{a} \right)^6 \geq \frac{v_{gr}}{24\omega_p r_D}$$

уравнение [34] следует заменить уравнением

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{1}{a} \right) = \frac{v_{gr}}{24r_D^2} \frac{W}{nT},$$

означающим, что солитон подобно черной дыре поглощает все падающие на него свободные плазмоны. Второе ограничение обеспечивает сохранение формы углубляющегося солитона. Оно предполагает, что время удвоения амплитуды солитона велико по сравнению со звуковым временем a/c_s и сводится к следующему неравенству:

$$\frac{W}{nT} \leq \max \left\{ (a/r_D)^4 (m/M)^{1/2}; 24 (r_D/a)^2 (c_s/v_{gr}) \right\}$$

В заключение заметим, что при наличии источника свободных плазмонов солитоны позволяют реализовать стационарный режим, в котором генерируемые плазмоны, испытывая рассеяние, захватываются солитонами и в конечном счете поглощаются "хвостами" распределения электронов плазмы. Соответствующий спектр горячих электронов может быть найден из квазилинейного уравнения с коэффициентом диффузии, определяемым солитонами. Амплитуда этих солитонов фиксируется условием баланса между затуханием Ландау и подпиткой солитона свободными плазмонами.

Автор благодарен К. Юнгвирту за полезные обсуждения в ходе выполнения этой работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Цытович В. Н. *Нелинейные эффекты в плазме*. М.: Наука, 1967.
2. Захаров В. Е. // *Журн. эксперим. и теорет. физ.* 1972. Т. 62. С. 1745-1759.
3. Астрелин В. Т., Брейзман Б. Н., Васильев В. В., Седлачек З., Юнгвирт К. // *Журн. эксперим. и теорет. физ.* 1986. Т. 91. С. 2039-2052.
4. Астрелин В. Т., Брейзман Б. Н., Седлачек З., Юнгвирт К. // *Физика плазмы* 1988. Т. 14. С. 706-715.
5. Breizman V. N., Jungwirth K., Sedlacek Z. // *Physica D* 1989. V. 34. P. 145-168.
6. Брейзман Б. Н., Юнгвирт К. // *Вопросы теории плазмы: Сб. статей / Под ред. Б. Б. Кадомцева*. М.: Энергоатомиздат, 1990. Вып. 18.
7. Градштейн И. С., Рыжик И. М. *Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений*. М.: Физматгиз, 1963.
8. Рудаков Л. И. // *Докл. АН СССР* 1972. Т. 207. С. 821-823.

Б.Н.Брейзман

ПОГЛОЩЕНИЕ ПЛАЗМОНОВ ЛЕНГМЮРОВСКИМ

СОЛИТОНОМ

Препринт
№ 90-6

Работа поступила - 28 декабря 1989 г.

О ответственный за выпуск - С.Г.Попов

Подписано к печати 15.01.90г. МН 08044

Формат бумаги 60x90 1/16 Усл.1,7 печ.л., 1,4 учетно-изд.л.

Тираж 250 экз. Бесплатно. Заказ № 6.

Ротапринт ИЯФ СО АН СССР, г.Новосибирск, 90