

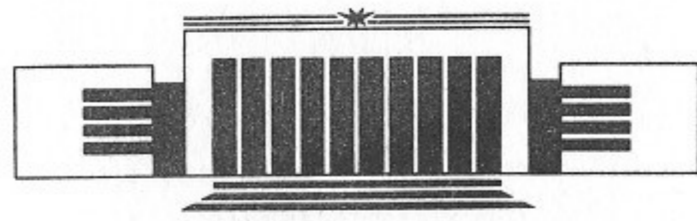
ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ СО АН СССР



А.А. Жоленц, Д.Н. Шатилов

**СОЛЕНОИДАЛЬНЫЕ
СПИНОВЫЕ РОТАТОРЫ ДЛЯ ПРОДОЛЬНОЙ
ПОЛЯРИЗАЦИИ ПУЧКОВ В НАКОПИТЕЛЯХ**

ПРЕПРИНТ 89-156



НОВОСИБИРСК

Соленоидальные
спиновые ротаторы для продольной
поляризации пучков в накопителях

А.А. Жоленц, Д.Н. Шатилов

Институт ядерной физики
630090, Новосибирск 90, СССР

АННОТАЦИЯ

Решается задача выбора схемы соленоидального спинового ротатора для получения продольной поляризации электронов в накопителях. Подробно анализируются основные деполяризующие факторы для двух разных схем ротатора и находятся условия согласования спинового движения, отвечающие максимальной степени продольной поляризации. Результаты применены для получения конкретных рекомендаций по организации схемы продольной поляризации на накопителе ВЭПП-4М.

Solenoid Spin Rotators for Longitudinal
Polarized Beams in Storage Rings

D.N. Shatilov and A.A. Zholents

Institute of Nuclear Physics,
630090, Novosibirsk, USSR

АБСТРАКТ

A problem of the choice of solenoid spin rotators for an achievement of the longitudinal polarized electrons in storage rings has been solved. The main depolarized effects for two different schemes of the rotator are analysed in details and the spin matching conditions correspondent to the maximum longitudinal polarization degree are found. Results are used for an application in the design of the longitudinal polarization scheme on VEPP-4M storage ring.

© Институт ядерной физики СО АН СССР

1. ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время большой интерес вызывает получение продольно поляризованных e^+e^- -пучков. Решение этой задачи открыло бы новые возможности в физике высоких энергий. Перечислим лишь некоторые из них, доступные уже для установки ВЭПП-4М. Наибольший интерес вызывает исследование слабых нейтральных токов тяжелых кварков. Как показано в [1], асимметрия полных сечений для поляризованных пучков в Υ -резонансе существенно зависит от значения $\sin^2\theta_w$ и достигает 1.6% для $\sin^2\theta_w=0.25$, что позволяет измерить угол θ_w в новых по постановке экспериментах с хорошей точностью. Кроме того, использование продольно поляризованных пучков позволяет подавить однофотонный канал e^+e^- -аннигиляции и тем самым улучшить условия для наблюдения двухфотонных реакций. Имея в виду эту перспективу, исследуем вопрос о возможности получения продольно поляризованных пучков.

В основе метода получения продольной поляризации частиц в месте встречи (МВ) электрон-позитронных накопителей лежит применение специальных оптических систем — ротаторов [2—6]. Два ротатора располагаются симметрично относительно МВ и используются для преобразований равновесного вектора поляризации \vec{n} ^{*}). Получение такого решения для движения спина, когда в дугах накопителя \vec{n} направлен строго по вертикали, является одним из условий достижения высокой степени поляризации. При этом первый ротатор поворачивает \vec{n} в горизонтальную плоскость, в МВ \vec{n} имеет продольное направление, а второй ротатор восста-

^{*}) Здесь и далее под \vec{n} будем понимать единичный вектор, направленный вдоль магнитного момента равновесной частицы. Спин будет направлен вдоль или против \vec{n} для позитрона и электрона, соответственно.

навликает вертикальное положение \vec{n} (рис. 1). Однако, при заданной геометрии накопителя, для симметричных схем (см. 2) это условие выполняется только при одной определенной энергии пучка $E_0 = \gamma_0 mc^2$ — такой, что между ротаторами \vec{n} поворачивается в горизонтальной плоскости на угол π . Поскольку нас интересует получение продольной поляризации при различных энергиях пучка, необходимо учитывать деполяризующие эффекты, связанные с направлением вектора \vec{n} .

Другие условия получения высокой степени поляризации связаны с бетатронными и синхротронными колебаниями. Поведение спинов электронов,двигающихся по равновесной орбите, такое же, как и у вектора \vec{n} . Электроны неравновесной энергии и электроны, совершающие бетатронные колебания, проходят элементы оптической системы (квадрупольные линзы, магниты, соленоиды) в других полях, и направления их спинов приобретают дополнительные компоненты. Поскольку эти компоненты зависят от орбитального движения, то в поляризованном пучке после прохождения одного оборота по кольцу накопителя может появиться разброс направлений спинов отдельных частиц, что при многократном прохождении приводит к деполяризации.

Избежать деполяризации можно, если организовать оптику участка встречи пучков таким образом, чтобы возмущения, вносимые элементами всей оптической системы, включая ротаторы, компенсировали друг друга. Решению этой задачи и посвящена настоящая работа.

2. ОПИСАНИЕ СХЕМ РОТАТОРОВ

В основе всех вариантов получения продольной поляризации с помощью соленоидальных ротаторов лежит одна из схем, показанных на рис. 1. Принцип их работы следующий. Соленоид или группа соленоидов, в зависимости от вида ротатора, поворачивают \vec{n} вокруг направления своего магнитного поля на угол θ . Затем \vec{n} поворачивается в горизонтальной плоскости поворотными магнитами на угол $\xi/2$ ($\xi = \pi$ для $\gamma = \gamma_0$) и в МВ приобретает компоненту вдоль или против вектора скорости, что определяется выбором направления магнитного поля соленоидов. Вторая часть схемы после МВ используется для восстановления вертикальной компоненты \vec{n} на выходе второго ротатора и может быть реализована в

двух вариантах. В симметричной геометрии (рис. 1,а) все вращения \vec{n} за МВ производятся в тех же направлениях, что и до МВ. В асимметричной геометрии (рис. 1,б) — в противоположных направлениях. Легко видеть, что в последнем случае \vec{n} будет строго вертикален на кольце при любых энергиях электронов в пучке. Это является важным преимуществом асимметричных схем, однако неудобства, связанные с геометрией накопителя, делают их использование проблематичным.

Кроме соленоидов и поворотных магнитов, в схему рис. 1 входят квадрупольные линзы. В ротаторах они используются для компенсации связи горизонтальных и вертикальных колебаний электронов и для согласования спинового движения. На остальных участках кольца — для фокусировки пучка и для согласования спинового движения.

Существует много способов компенсации влияния продольного магнитного поля на орбитальное движение электронов [7, 8]. Для последующего анализа мы выбрали две схемы, изображенные на рис. 2. Назовем их Ротатор-I и Ротатор-II. На наш взгляд, среди других вариантов они выделяются большей простотой технических решений.

В первой схеме (рис. 2,а) ротатор состоит из двух соленоидов, между которыми расположено шесть квадрупольных линз. Согласно [7], связь колебаний в такой системе компенсируется выбором транспортной матрицы, преобразующей координатный вектор $\vec{X}^T = (x, x', z, z')$ от входа первого соленоида до выхода из второго соленоида, в виде

$$M = \begin{pmatrix} T & 0 \\ 0 & -T \end{pmatrix}, \quad T = \begin{pmatrix} t_1 & t_2 \\ t_3 & t_4 \end{pmatrix}, \quad (1)$$

где T — произвольная 2×2 матрица.

Во второй схеме (рис. 2,б) соленоид находится в центре, а с двух сторон от него расположено по три линзы, повернутых на угол $\varphi = \theta/4(1+a)$ перед соленоидом и на угол $-\varphi$ за соленоидом. Здесь a — аномальный магнитный момент электрона. Поворот линз позволяет свести задачу компенсации связи колебаний к выполнению таких же условий (1), как и в предыдущей схеме [7].

Для Ротатора-II удобно иметь зеркально-симметричную оптику относительно центра соленоида. В этом случае транспортная матрица половины ротатора может быть записана в виде произведения матриц:

$$\begin{pmatrix} I \cos \varphi & I \sin \varphi \\ -I \sin \varphi & I \cos \varphi \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} P & 0 \\ 0 & F \end{pmatrix},$$

где

$$P = \begin{pmatrix} p_1 & p_2 \\ p_3 & p_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p & \frac{pt_2}{1+t_1} \\ \frac{t_3}{2p} & \frac{1+t_1}{2p} \end{pmatrix};$$

$$F = \begin{pmatrix} f_1 & f_2 \\ f_3 & f_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{-t_3}{f} & -\frac{1+t_1}{2f} \\ f & \frac{ft_2}{1+t_1} \end{pmatrix}. \quad (2)$$

Здесь I — единичная 2×2 матрица; p, f — произвольные коэффициенты. Запишем еще транспортную матрицу участка B схемы рис. 1 для вектора $\vec{X}^T = (x, x', \delta)$, где величина δ описывает отклонение от равновесного импульса. Вследствие зеркальной симметрии оптики относительно MB она должна иметь вид:

$$\begin{pmatrix} m_1 & m_2 & (1-m_1) \cdot \Psi_1 - m_2 \Psi_1' \\ m_3 & m_1 & -m_3 \Psi_1 - (1+m_1) \cdot \Psi_1' \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad m_3 = (m_1^2 - 1) / m_2. \quad (3)$$

Здесь Ψ_1, Ψ_1' — значения дисперсионной функции и ее производной на входе участка B ; m_1 и m_2 — матричные коэффициенты, которые выражаются через параметры Твисса α_0, β_0 на входе 1-го ротатора и набег бетатронной фазы $\Delta\mu$ на всем участке от начала 1-го и до конца 2-го ротатора следующим образом:

$$\begin{aligned} m_1 &= (2t_1 t_4 - 1)(\cos \Delta\mu + \alpha_0 \sin \Delta\mu) - t_1 t_3 \beta_0 \sin \Delta\mu + \\ &+ t_2 t_4 [(1 - \alpha_0^2) \sin \Delta\mu - 2\alpha_0 \cos \Delta\mu] / \beta_0, \\ m_2 &= -2t_1 t_2 (\cos \Delta\mu + \alpha_0 \sin \Delta\mu) + t_1^2 \beta_0 \sin \Delta\mu - \\ &- t_2^2 [(1 - \alpha_0^2) \sin \Delta\mu - 2\alpha_0 \cos \Delta\mu] / \beta_0. \end{aligned} \quad (4)$$

3. ПОЛУЧЕНИЕ МАТРИЦЫ СПИН-ОРБИТАЛЬНОЙ СВЯЗИ

При анализе спинового движения мы будем придерживаться матричного формализма А. Чао [5, 9, 10]. Движение спина в этом формализме описывается во вращающейся системе координатных векторов $\vec{n}, \vec{m}, \vec{l}$ ($\vec{n} = \vec{m} \times \vec{l}$). При этом \vec{n} совпадает с периодическим решением для спина, а направление \vec{n} удобно выбрать вдоль магнитного момента частиц поляризованного пучка. В этой системе координат спин электрона, двигающегося по равновесной орбите, имеет постоянные компоненты. При малых отклонениях спина от периодического решения можно положить

$$\vec{s} = \pm \vec{n} \pm \alpha \vec{m} \pm \beta \vec{l}; \quad |\alpha|, |\beta| \ll 1, \quad (5)$$

знак «+» для позитронов, «-» для электронов.

На входе 1-го ротатора вектор \vec{n} имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} n_z &= \sqrt{\frac{d_1^2 + d_2^2 \cos^2 \theta + 2d_1 d_2 \cos \theta}{\sin^2 \theta + d_1^2 + d_2^2 + 2d_1 d_2 \cos \theta}}; \\ n_l &= n_z \frac{\sin \theta}{d_1 + d_2 \cos \theta}; \quad n_x = -n_l d_2 \end{aligned} \quad (6)$$

где $d_1 = (1 - \cos \xi) / \sin \xi$; $d_2 = [1 - \cos(\nu - \xi)] / \sin(\nu - \xi)$. Здесь $\nu = 2\pi a \gamma$ — угол поворота спина в горизонтальной плоскости на всем накопительном кольце.

Вектора \vec{m} и \vec{l} не определены однозначно. Удобно, оказывается, выбрать их таким образом, чтобы при $\gamma = \gamma_0$ вектор \vec{l} на входе в первый ротатор был направлен по касательной к равновесной орбите. Тогда он будет иметь в соленоидах только τ -компоненту, а z -компоненты не будет иметь нигде. Как будет видно из дальнейшего, это приведет к тому, что матричные коэффициенты $g_{1\alpha}, g_{2\alpha}, g_{3\alpha}$ (см. ниже) обратятся в нуль. С учетом сказанного компоненты вектора \vec{l} могут быть определены следующим образом:

$$l_x = 0; \quad l_l = n_z / \sqrt{1 - n_x^2}; \quad l_z = -l_l n_l / n_z. \quad (7)$$

Вектор \vec{m} теперь определяется однозначно из соотношения $\vec{m} = \vec{l} \times \vec{n}$.

Для вычисления равновесной степени поляризации нам потре-

буется в дальнейшем явное выражение для матрицы спин-орбитальной связи G . Мы ограничимся отысканием матричных коэффициентов G , отвечающих связи спина с горизонтальным движением. Смысл этих матричных коэффициентов состоит в следующем: пусть в какой-либо точке накопительного кольца находится частица с координатами $\vec{X}^T = (x, x', \delta)$ и $\alpha = \beta = 0$, тогда через один оборот по кольцу координаты α, β примут значения:

$$\alpha = g_{1\alpha}x + g_{2\alpha}x' + g_{3\alpha}\delta, \quad \beta = g_{1\beta}x + g_{2\beta}x' + g_{3\beta}\delta. \quad (8)$$

Тут необходимо отметить одно обстоятельство. Дело в том, что векторы \vec{m} и \vec{l} , в отличие от \vec{n} , не являются периодическими, т. е. после оборота по кольцу накопителя они не вернуться в исходное положение, а повернутся на угол \tilde{v} вокруг вектора \vec{n} ($\tilde{v} = v$ при $\gamma = \gamma_0$). Для того, чтобы описывать спин в периодической системе координат (а иначе матрица G теряет смысл), необходимо ввести искусственный доворот векторов \vec{m}, \vec{l} на угол $-\tilde{v}$ вокруг \vec{n} . Этот доворот можно производить в любом месте, но удобнее делать это сразу же в той точке, в которой мы ищем матрицу G . Тот факт, что система спиновых координат будет зависеть от выбранной точки, не отразится на последующих результатах.

Для отыскания степени поляризации необходимо знать матрицу G лишь на участках накопителя с ненулевой кривизной. Вначале мы найдем G на основной части кольца (между 2-м и 1-м ротаторами). Она будет выражаться через матричные коэффициенты оборотной матрицы в выбранной точке и матрицы перехода от нее до 1-го ротатора, которые удобно выразить через соответствующие набегу бетатронной фазы μ_0 и μ , а также параметры Твисса, дисперсионную функцию и ее производную в этой точке ($\alpha, \beta, \Psi, \Psi'$) и на входе 1-го ротатора ($\alpha_0, \beta_0, \Psi_0, \Psi'_0$).

Обращаем ваше внимание на то, что общепринятые обозначения для параметров Твисса и спиновых координат, которым мы следуем, совпадают. Там, где это может вызвать недоразумения, мы будем уточнять, что именно имеется в виду.

Прежде всего необходимо выписать формулы для изменения спиновых координат α, β после прохождения частицей отдельных элементов оптической системы. Эти формулы, полученные на основе уравнения Бардина—Мишеля—Телегди и орбитальных уравнений движения для различных элементов накопительного кольца, удобно выразить через параметры k, H , и g :

$$k = \frac{|e| B_{0z}}{p_0 c}; \quad H = \frac{|e| B_{0r}}{2p_0 c}; \quad g = \frac{|e|}{p_0 c} \left(\frac{\partial B_z}{\partial x} \right)_0, \quad (9)$$

Здесь e — заряд электрона, p_0 — равновесный импульс, \vec{B}_0 — магнитное поле на равновесной орбите. Приведем формулы для $\Delta\alpha$.

Поворотный магнит (вместе с краями):

$$\Delta\alpha = \delta a \gamma k L l_{z0} - (1 + a \gamma) l_{z0} \Delta x' + (l_x - l_{x0}) z'_0 (\gamma - 1) / \gamma + (1 + a) k (z_0 l_{t0} - z l_t). \quad (10)$$

Здесь и далее индекс «0» означает «на входе в элемент», остальные значения берутся на выходе из элемента; L — длина элемента, $\Delta x'$ — изменение x' на элементе.

Квадрупольная линза (в том числе повернутая):

$$\Delta\alpha = (1 + a \gamma) (l_{x0} \Delta z' - l_{z0} \Delta x') \quad (11)$$

Поворотный магнит с градиентом поля (синхротронный магнит):

$$\Delta\alpha = \delta a \gamma k L l_{z0} - (1 + a \gamma) (l_{z0} \Delta x' + l_{x0} z'_0 - l_x z') + (1 + a) k (z_0 l_{t0} - z l_t) + (1 + a \gamma^2) [a k g (z l_t - z_0 l_{t0}) + \gamma (a k)^2 (z' l_x - z'_0 l_{x0})] / [g - (\gamma a k)^2]. \quad (12)$$

Край соленоида:

$$\Delta\alpha = -H(1 + a \gamma) (l_{x0} x_0 + l_{z0} z_0) \quad (\text{на входе в соленоид}), \quad (13)$$

$$\Delta\alpha = H(1 + a \gamma) (l_{x0} x_0 + l_{z0} z_0) \quad (\text{на выходе из соленоида}).$$

Центр соленоида:

$$\Delta\alpha = -\delta \theta l_{t0} - a \theta (\gamma - 1) (l_{x0} x'_0 + l_{z0} z'_0) / (1 + a). \quad (14)$$

Здесь θ — угол поворота спина в соленоиде. Он связан с параметрами H и L_s соотношением $\theta = 4(1 + a) H L_s$.

Все формулы для $\Delta\beta$ получаются заменой \vec{l} на $-\vec{m}$. Имея в виду это обстоятельство, в дальнейшем мы их приводить не будем.

Как видно, если не учитывать вертикальные колебания, основную трудность представляет отыскание $\Delta\alpha$ на участке с ротаторами. Остановимся на этом подробнее. Удобно оказалось разделить горизонтальные колебания электронов на бетатронную и синхротронную части и рассмотреть их порознь. Вследствие линейности всех уравнений движения суммарный эффект может быть затем определен простым сложением частей.

Изменение угла α за счет бетатронных колебаний после прохождения одного ротатора выпишем с точностью до членов $\sim a$:

$$\Delta\alpha = [A_\alpha - (1 + a\gamma)t_3l_z]x_0 + [B_\alpha + (1 + a\gamma)(l_{z0} - t_1l_z)]x'_0, \quad (15)$$

где x_0, x'_0 — значения на входе в ротатор.

Для Ротатора-I:

$$\begin{aligned} A_\alpha &= 0.5 a\gamma\theta [H(t_1l_z + l_{z0}) - t_3l_x], \\ B_\alpha &= 0.5 a\gamma\theta (Ht_2l_z - t_4l_x - l_{x0}); \end{aligned} \quad (16a)$$

Для Ротатора-II:

$$\begin{aligned} A_\alpha &= a\gamma\theta [l_{z0}(H \cos \varphi(f_1 + (p_1 - f_1) \cos 2\varphi) - \sin \varphi(p_3 + (p_3 - f_3) \cos 2\varphi)) - \\ &\quad - l_{x0}(H \sin \varphi(p_1 + (p_1 - f_1) \cos 2\varphi) + \cos \varphi(f_3 + (p_3 - f_3) \cos 2\varphi))], \\ B_\alpha &= a\gamma\theta [l_{z0}(H \cos \varphi(f_2 + (p_2 - f_2) \cos 2\varphi) - \sin \varphi(p_4 + (p_4 - f_4) \cos 2\varphi)) - \\ &\quad - l_{x0}(H \sin \varphi(p_2 + (p_2 - f_2) \cos 2\varphi) + \cos \varphi(f_4 + (p_4 - f_4) \cos 2\varphi))]. \end{aligned} \quad (16b)$$

Полезно отметить, что для Ротатора-II член $\sim a^2$ дополнительно подавлен как $1/\gamma$.

Подставляя сюда значения компонент вектора \vec{l} на 1-м и 2-м ротаторах, найдем соответствующие коэффициенты $A_{1\alpha}, A_{2\alpha}, B_{1\alpha}, B_{2\alpha}$. Учитывая также вклад между ротаторами, получим для всего участка:

$$\begin{aligned} \Delta\alpha &= [\bar{A}_\alpha - (1 + a\gamma)u_3l_{z2}]x_0 + [\bar{B}_\alpha + (1 + a\gamma)(l_{z0} - u_1l_{z2})]x'_0, \\ \bar{A}_\alpha &= A_{1\alpha} + (m_1t_1 + m_2t_3)A_{2\alpha} + (m_3t_1 + m_1t_3)B_{2\alpha}, \\ \bar{B}_\alpha &= B_{1\alpha} + (m_1t_2 + m_2t_4)A_{2\alpha} + (m_3t_2 + m_1t_4)B_{2\alpha}. \end{aligned} \quad (17)$$

Здесь u_1, u_3 — матричные коэффициенты всего участка с ротаторами:

$$U = \begin{pmatrix} u_1 & u_2 \\ u_3 & u_4 \end{pmatrix};$$

x_0 и x'_0 — значения на входе в 1-й ротатор; \vec{l}_1 (см. ниже) и \vec{l}_2 — вектор \vec{l} на входе во 2-й ротатор и на выходе из него, соответственно.

Для синхротронных колебаний были получены следующие соотношения:

$$\Delta\alpha = \delta [C_\alpha + \Psi'_0(1 + a\gamma)(l_{z0} + l_{z2})],$$

где

$$\begin{aligned} C_\alpha &= \Psi_0(A_{1\alpha} + t_1A_{2\alpha} - t_3B_{2\alpha}) + \Psi'_0(B_{1\alpha} + t_2A_{2\alpha} - t_4B_{2\alpha}) + C_\alpha^* \\ C_\alpha^* &= \xi l_{z1} - \theta(l_{l0} + l_{l1}). \end{aligned} \quad (18)$$

В асимметричной схеме $C_\alpha^* = C_\beta^* = 0$.

Учтем теперь вклад на остальной части кольца и окончательно получим

$$\begin{aligned} g_{1\alpha} &= \bar{A}_\alpha \sqrt{\beta_0/\beta} (\cos \mu + \alpha \sin \mu) - \bar{B}_\alpha [(1 + \alpha\alpha_0) \sin \mu + \\ &\quad + (\alpha_0 - \alpha) \cos \mu] / \sqrt{\beta_0\beta} + (1 + a\gamma)(1 + \alpha^2) l_{z2} \sin \mu_0 / \beta, \\ g_{2\alpha} &= \bar{A}_\alpha \sqrt{\beta_0\beta} \sin \mu + \bar{B}_\alpha \sqrt{\beta/\beta_0} (\cos \mu - \alpha_0 \sin \mu) + \\ &\quad + (1 + a\gamma)[l_{z0} - l_{z2}(\cos \mu_0 - \alpha \sin \mu_0)], \end{aligned} \quad (19)$$

$$g_{3\alpha} = \bar{C}_\alpha - \Psi g_1 - \Psi' g_2 - [(1 + a\gamma)\Psi' + (v - \xi) \mu / (\mu_0 - \Delta\mu)] (l_{z2} - l_{z0}).$$

Здесь $\bar{C}_\alpha = C_\alpha + (v - \xi) l_{z2}$. Мы исходили из предположения, что поворот орбиты на кольце пропорционален набегу бетатронной фазы, тогда члены $\sim (v - \xi)$ в выражении для $g_{3\alpha}$ имеют именно такой вид. В последних формулах α и β являются параметрами Твисса, а индексы α и β относятся к спиновым обозначениям.

На участке между ротаторами матричные коэффициенты G вычисляются аналогичным образом, только поменяются ролями 1-й и 2-й ротаторы, а также ξ и $(v - \xi)$.

4. ВЫЧИСЛЕНИЕ РАВНОВЕСНОЙ СТЕПЕНИ ПОЛЯРИЗАЦИИ

Равновесная степень поляризации пучка частиц в накопителе вычисляется по формуле Дербенева — Кондратенко [11]:

$$P = \frac{8}{5\sqrt{3}} \frac{\oint k^3 (\hat{v} \times \vec{v}) (\vec{n} - \gamma \frac{\partial \vec{n}}{\partial \gamma}) ds}{\oint k^3 [1 - \frac{2}{9} (\vec{n} \cdot \vec{v})^2 + \frac{11}{18} (\gamma \frac{\partial \vec{n}}{\partial \gamma})^2] ds}, \quad (20)$$

где \vec{v}, \hat{v} — единичные векторы, направленные вдоль скорости (ускорения) частицы на равновесной орбите, $\gamma \frac{\partial \vec{n}}{\partial \gamma}$ — вектор спин-орбитальной связи. Отыскание его на каждом азимуте накопителя представляет основную трудность. В соответствии с [9, 12] для этого необходимо прежде всего найти на этом азимуте однооборотную

транспортную матрицу T для координатного вектора $\bar{X}^T = (\bar{r}^T, \alpha, \beta)$, где \bar{r} — орбитальная его часть, а α и β — спиновая:

$$T = \begin{pmatrix} M & O \\ G & D \end{pmatrix}.$$

Здесь M — матрица орбитального движения; G — матрица спин-орбитальной связи; D — матрица искусственного доворота векторов \bar{m} , \bar{l} ; O — нулевая матрица, выражающая наше пренебрежение влиянием спина на орбитальное движение.

Для произвольной матрицы M найти вектор спин-орбитальной связи в аналитической форме не представляется возможным. Эта задача решается точно на ЭВМ, а наша цель — получить основные зависимости, чтобы поиск параметров, определяющих поляризацию, был более осмысленным. С учетом сказанного, мы рассмотрим матрицу M , в которой отсутствует связь горизонтальных и вертикальных бетатронных колебаний и синхротронных колебаний (последнее достигается при условии $\Psi = \Psi' = 0$ в месте расположения резонаторов). Как будет ясно из дальнейшего, это дает возможность ограничиться рассмотрением 3×3 матрицы

$$M = \begin{pmatrix} \cos \mu_0 + \alpha \sin \mu_0 & \beta \sin \mu_0 & \Psi(1 - \cos \mu_0 + \alpha \sin \mu_0) - \Psi' \sin \mu_0 \\ \frac{(1 + \alpha^2) \sin \mu_0}{\beta} & \cos \mu_0 - \alpha \sin \mu_0 & \sin \mu_0 \left[\alpha \Psi' + (1 + \alpha^2) \frac{\Psi}{\beta} \right] + \Psi'(1 - \cos \mu_0) \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

имеющей следующие собственные числа и собственные векторы:

$$\begin{aligned} \bar{V}_{1,2}^T &= (\beta, -\alpha \pm i, 0); \quad \lambda_{1,2} = \exp(\pm i \mu_0); \\ \bar{V}_3^T &= (\Psi, \Psi', 1); \quad \lambda_3 = 1. \end{aligned} \quad (21)$$

Матрица D имеет вид

$$D = \begin{pmatrix} \cos \tilde{\nu} & -\sin \tilde{\nu} \\ \sin \tilde{\nu} & \cos \tilde{\nu} \end{pmatrix}.$$

При $\gamma \neq \gamma_0$ угол $\tilde{\nu}$ выражается через ν , ξ , θ довольно сложным образом. В частном случае $\theta = \pi/2$ формулы заметно упрощаются:

$$\cos \tilde{\nu} = 0.5 [\cos \xi (\cos(\nu - \xi) - 1) - (1 + \cos(\nu - \xi))]. \quad (22)$$

Любопытно отметить, что значение $\cos \tilde{\nu} = 1$, которое отвечает спиновому резонансу, можно получить лишь в том случае, когда рабо-

чая точка (γ_0) сама выбрана на спиновом резонансе, чего, конечно, никто делать не будет. Это утверждение остается в силе для произвольных значений $\theta \neq 0$. Последнее означает полное отсутствие спиновых резонансов при изменении энергии пучка (они превратятся в «квазирезонансы» — степень поляризации в точках, где $\cos \tilde{\nu}$ максимален, будет заметно падать, но не до нуля).

Дальнейшая процедура отыскания вектора спин-орбитальной связи сводится к следующему. Нужно разложить вектор состояния $\bar{Y}^T = (x, x', \delta, \alpha, \beta) = (0, 0, \delta, 0, 0)$ по собственным векторам матрицы T . Это разложение можно представить в виде

$$\bar{Y}^T = \sum_{k=1}^3 C_k \bar{E}_k^T + (0, 0, 0, \bar{\alpha}, \bar{\beta}) \quad (23)$$

Здесь \bar{E}_k — собственные векторы матрицы T , имеющие ненулевую орбитальную часть, а последнее слагаемое есть суперпозиция собственных векторов с нулевой орбитальной частью.

Теперь видно, что в отсутствие связи колебаний собственные векторы, отвечающие вертикальному движению, не войдут в это разложение, что дает возможность его не рассматривать (кроме того, при отсутствии связи вертикальный размер пучка практически равен нулю). Мы не учли здесь также продольное движение, поскольку оно не оказывает влияния на спин, а вызванные им изменения собственных векторов не отразятся на конечном результате.

По значениям $\bar{\alpha}$, $\bar{\beta}$ находим:

$$\gamma \frac{\partial \bar{\pi}}{\partial \gamma} = \frac{1}{\delta} (\bar{\alpha} \bar{m} + \bar{\beta} \bar{l}). \quad (24)$$

Собственные векторы разобьем на орбитальную и спиновую части: $\bar{E}_k^T = (\bar{V}_k^T, \bar{W}_k^T)$. Уравнения на собственные значения λ_k будут:

$$\begin{aligned} M \cdot \bar{V}_k &= \lambda_k \bar{V}_k, \\ G \cdot \bar{V}_k + D \cdot \bar{W}_k &= \lambda_k \bar{W}_k. \end{aligned} \quad (25)$$

Отсюда видно, что орбитальная часть собственных векторов \bar{E}_k совпадает с собственными векторами матрицы M . Используя второе уравнение (25), найдем спиновые части этих собственных векторов:

$$\bar{W}_k = \frac{1}{1 + \lambda_k^2 - 2\lambda_k \cos \tilde{\nu}} \begin{pmatrix} (\lambda_k - \cos \tilde{\nu})(\bar{G}_\alpha \bar{V}_k) - \sin \tilde{\nu}(\bar{G}_\beta \bar{V}_k) \\ (\lambda_k - \cos \tilde{\nu})(\bar{G}_\beta \bar{V}_k) + \sin \tilde{\nu}(\bar{G}_\alpha \bar{V}_k) \end{pmatrix}. \quad (26)$$

Здесь $\bar{G} = (g_1, g_2, g_3)$.

Используя явный вид матрицы G , получим:

$$\begin{aligned} \bar{G}_\alpha \bar{V}_{1,2} &= (\bar{A}_\alpha \pm i\bar{B}_\alpha) \exp(\pm i\mu) + (1 + \alpha\gamma) \times \\ &\times [l_{22}(\alpha \cos \mu_0 \mp i \exp(\pm i\mu_0)) - l_{20}(\alpha \mp i)], \\ \bar{G}_\alpha \bar{V}_3 &= \bar{C}_\alpha - [(1 + \alpha\gamma)\Psi' + (\nu - \xi)\mu/(\mu_0 - \Delta\mu)](l_{22} - l_{20}), \end{aligned} \quad (27)$$

где

$$\bar{B}_\alpha = \sqrt{\beta/\beta_0} \bar{B}_\alpha; \quad \bar{A}_\alpha = \sqrt{\beta_0\beta} \bar{A}_\alpha - \alpha_0 \bar{B}_\alpha.$$

Выпишем теперь \bar{W}_k в явном виде:

$$\begin{aligned} \bar{W}_{1,2} &= \frac{\exp(\pm i(\mu - \mu_0))}{2(\cos \mu_0 - \cos \tilde{\nu})} \left((\bar{A}_\alpha \pm i\bar{B}_\alpha)(\exp(\pm i\mu_0) - \cos \tilde{\nu}) - (\bar{A}_\beta \pm i\bar{B}_\beta) \sin \tilde{\nu} \right) + \\ &+ \frac{1 + \alpha\gamma}{2(\cos \mu_0 - \cos \tilde{\nu})} \left[(\alpha \cos \mu_0 \exp(\mp i\mu_0) \mp i) \times \right. \\ &\times \left(\begin{array}{l} l_{22}(\exp(\pm i\mu_0) - \cos \tilde{\nu}) + m_{22} \sin \tilde{\nu} \\ -m_{22}(\exp(\pm i\mu_0) - \cos \tilde{\nu}) + l_{22} \sin \tilde{\nu} \end{array} \right) - \\ &\left. - (\alpha \mp i) \exp(\mp i\mu_0) \left(\begin{array}{l} l_{20}(\exp(\pm i\mu_0) - \cos \tilde{\nu}) + m_{20} \sin \tilde{\nu} \\ -m_{20}(\exp(\pm i\mu_0) - \cos \tilde{\nu}) + l_{20} \sin \tilde{\nu} \end{array} \right) \right], \quad (28) \\ \bar{W}_3 &= \frac{1}{2(1 - \cos \tilde{\nu})} \left(\bar{C}_\alpha(1 - \cos \tilde{\nu}) - \bar{C}_\beta \sin \tilde{\nu} \right) + \\ &+ \left[(\nu - \xi) \frac{\mu}{\mu_0 - \Delta\mu} + (1 + \alpha\gamma)\Psi' \right] \left(\begin{array}{l} -l_{22} \\ m_{22} \end{array} \right) \end{aligned}$$

Из (23) легко находим коэффициенты C_k и в итоге получим:

$$\begin{aligned} \left(\frac{\bar{\alpha}}{\beta} \right) &= -\delta [\bar{W}_3 - (\bar{W}_1 + \bar{W}_2)\Psi/2\beta + i(\bar{W}_1 - \bar{W}_2)(\alpha\Psi/\beta + \Psi')/2] = \\ &= -\delta \left\{ \frac{1}{2(1 - \cos \tilde{\nu})} \left(\frac{(1 - \cos \tilde{\nu})\bar{C}_\alpha - \sin \tilde{\nu} \bar{C}_\beta}{(1 - \cos \tilde{\nu})\bar{C}_\beta + \sin \tilde{\nu} \bar{C}_\alpha} \right) + (\nu - \xi) \frac{\mu}{\mu_0 - \Delta\mu} \left(\begin{array}{l} -l_{22} \\ m_{22} \end{array} \right) + \right. \\ &+ \frac{\Psi}{2\beta(\cos \mu_0 - \cos \tilde{\nu})} \left[-\cos \mu \left(\begin{array}{l} \bar{A}_\alpha \\ \bar{A}_\beta \end{array} \right) + \sin \mu \left(\begin{array}{l} \bar{B}_\alpha \\ \bar{B}_\beta \end{array} \right) + \right. \\ &+ \cos(\mu - \mu_0) \left(\begin{array}{l} \bar{A}_\alpha \cos \tilde{\nu} + \bar{A}_\beta \sin \tilde{\nu} \\ \bar{A}_\beta \cos \tilde{\nu} - \bar{A}_\alpha \sin \tilde{\nu} \end{array} \right) - \sin(\mu - \mu_0) \left(\begin{array}{l} \bar{B}_\alpha \cos \tilde{\nu} + \bar{B}_\beta \sin \tilde{\nu} \\ \bar{B}_\beta \cos \tilde{\nu} - \bar{B}_\alpha \sin \tilde{\nu} \end{array} \right) + \\ &+ \alpha(1 + \alpha\gamma) \sin^2 \mu_0 \left(\begin{array}{l} m_{22} \sin \tilde{\nu} - l_{22} \cos \tilde{\nu} \\ m_{22} \cos \tilde{\nu} + l_{22} \sin \tilde{\nu} \end{array} \right) \left. \right] + \\ &+ \frac{\alpha\Psi/\beta + \Psi'}{2(\cos \mu_0 - \cos \tilde{\nu})} \left[-\sin \mu \left(\begin{array}{l} \bar{A}_\alpha \\ \bar{A}_\beta \end{array} \right) - \cos \mu \left(\begin{array}{l} \bar{B}_\alpha \\ \bar{B}_\beta \end{array} \right) + \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &+ \sin(\mu - \mu_0) \left(\begin{array}{l} \bar{A}_\alpha \cos \tilde{\nu} + \bar{A}_\beta \sin \tilde{\nu} \\ \bar{A}_\beta \cos \tilde{\nu} - \bar{A}_\alpha \sin \tilde{\nu} \end{array} \right) + \cos(\mu - \mu_0) \left(\begin{array}{l} \bar{B}_\alpha \cos \tilde{\nu} + \bar{B}_\beta \sin \tilde{\nu} \\ \bar{B}_\beta \cos \tilde{\nu} - \bar{B}_\alpha \sin \tilde{\nu} \end{array} \right) + \\ &+ \alpha(1 + \alpha\gamma) \sin \mu_0 \left(\begin{array}{l} l_{22} + \cos \mu_0(m_{22} \sin \tilde{\nu} - l_{22} \cos \tilde{\nu}) \\ -m_{22} + \cos \mu_0(m_{22} \cos \tilde{\nu} + l_{22} \sin \tilde{\nu}) \end{array} \right) \left. \right\}. \end{aligned}$$

Это и есть явный вид вектора спин-орбитальной связи (см. (24)). Теперь предположим, что кривизна орбиты (там, где она не равна нулю) постоянна. Тогда степень поляризации

$$P = P_0 \frac{\langle n_z - \left(\gamma \frac{\partial \bar{n}}{\partial \gamma} \right)_z \rangle}{1 + \frac{2}{9} \langle n_i^2 \rangle + \frac{11}{18} \left\langle \left(\gamma \frac{\partial \bar{n}}{\partial \gamma} \right)^2 \right\rangle}, \quad (30)$$

P_0 — степень поляризации в отсутствие ротаторов, а среднее берется на участках с кривизной.

При вычислении средних необходимо будет сделать несколько упрощений. Первое — будем брать интеграл только по основной части кольца (без участка с ротаторами), считая, что β - и Ψ -функции плавно колеблются в небольших пределах вокруг своих средних значений. На участке между ротаторами (секция В рис. 1) их поведение диктуется фокусировкой в месте встречи и трудно предсказывать заранее значения их и их производных в местах расположения магнитов. Но ввиду малости этого участка по сравнению с остальной частью кольца можно пренебречь его вкладом. Второе — при интегрировании осциллирующих членов ($\sim \cos \mu$ или $\sin \mu$) будем оценивать их по максимуму и брать с таким знаком, который уменьшает вычисляемое значение степени поляризации. С учетом сделанных замечаний, получим:

$$\begin{aligned} \left\langle - \left(\gamma \frac{\partial \bar{n}}{\partial \gamma} \right)_z \right\rangle &= \frac{\bar{C}_\alpha(m_{22} - m_{20}) + \bar{C}_\beta(l_{22} - l_{20})}{2(1 - \cos \tilde{\nu})} - \\ &- \frac{\Psi [D_\alpha(|m_{22}| + |m_{20}|) + D_\beta(|l_{22}| + |l_{20}|)]}{\beta \mu_* |\cos \mu_0 - \cos \tilde{\nu}|} + \\ &+ \frac{(1 + \alpha\gamma) \sin \mu_0 \cos \mu_0 \sin \tilde{\nu}}{2(\cos \mu_0 - \cos \tilde{\nu})} (1 - n_z^2) \langle \Psi \alpha^2 / \beta + \alpha \Psi' \rangle, \quad (31) \\ D_\alpha &= \sqrt{\bar{A}_\alpha^2 + \bar{B}_\alpha^2}, \quad D_\beta = \sqrt{\bar{A}_\beta^2 + \bar{B}_\beta^2}, \end{aligned}$$

где μ_* — набег бетатронной фазы на магнитах основной части кольца. Здесь и далее под β , Ψ подразумеваются их средние значения на кольце накопителя.

Формулу для $\langle (\gamma \frac{\partial \bar{n}}{\partial \gamma})^2 \rangle$ выпишем сначала для энергии $E = E_0$:

$$\langle (\gamma \frac{\partial \bar{n}}{\partial \gamma})^2 \rangle = \frac{\bar{C}_\beta^2}{2(1 - \cos \bar{v})} + \frac{\langle (\frac{\Psi}{\beta})^2 + (\frac{\Psi\alpha}{\beta} + \Psi')^2 \rangle}{4(\cos \mu_0 - \cos \bar{v})^2} \times \\ \times D_\beta^2 \left(1 - \cos \mu_0 \cos \bar{v} + \frac{2|\cos \mu_0 - \cos \bar{v}|}{\mu_*} \right) + \langle \frac{\Psi}{\beta} \rangle \left| \frac{2\bar{C}_\beta D_\beta \cos(\mu_0/2)}{\mu_* (\cos \mu_0 - \cos \bar{v})} \right|. \quad (32)$$

Нашей целью является минимизация этого выражения (в лучшем случае — обращение в нуль), что означает минимизацию \bar{C}_β и D_β по отдельности. Первое достигается оптимизацией дисперсионной функции и ее производной на входе в 1-й ротатор (напомним, что \bar{C}_β является линейной комбинацией Ψ_0 и Ψ'_0). Что же касается величины D_β , то ее зависимость от различных параметров более сложна и мы обсудим этот вопрос подробнее в следующей главе.

Из (29) можно получить выражение для $\langle (\gamma \frac{\partial \bar{n}}{\partial \gamma})^2 \rangle$ и в общем случае, но, как показал дальнейший анализ, главный вклад в деполяризацию при отклонении энергии от равновесного значения связан с ростом \bar{C}_α и \bar{C}_β , которые при $\gamma \neq \gamma_0$ нельзя обратить одновременно в нуль никаким подбором параметров. Влияние остальных членов становится существенным только вблизи резонансных условий

$$\cos \mu_0 - \cos \bar{v} = 0$$

и сводится к дополнительному уменьшению степени поляризации. Нас, однако, эти члены интересуют лишь в той области энергий, где деполяризующее влияние главных членов не слишком велико. Дополнительный анализ позволил выделить в этой области из резонансных членов наиболее существенные, что дает возможность для практических расчетов использовать формулу:

$$\langle (\gamma \frac{\partial \bar{n}}{\partial \gamma})^2 \rangle = \frac{\bar{C}_\alpha^2 + \bar{C}_\beta^2 + (v - \xi) [\bar{C}_\alpha (l_{z0} - l_{z2}) - \bar{C}_\beta (m_{z0} - m_{z2})]}{2(1 - \cos \bar{v})} + (v - \xi)^2 \frac{1 - n_z^2}{3} + \\ + \frac{\langle (\Psi/\beta)^2 + (\alpha\Psi/\beta + \Psi')^2 \rangle}{4(\cos \mu_0 - \cos \bar{v})^2} \times \\ \times [(D_\alpha^2 + D_\beta^2)(1 - \cos \mu_0 \cos \bar{v}) - 2 \sin \mu_0 \sin \bar{v} (\bar{A}_\alpha \bar{B}_\beta - \bar{A}_\beta \bar{B}_\alpha)] + \\ + \frac{2\langle \Psi/\beta \rangle}{\mu_* (\cos \mu_0 - \cos \bar{v})} \left\{ (v - \xi) [D_\alpha (|l_{z0}| + |l_{z2}|) + D_\beta (|m_{z0}| + |m_{z2}|)] + \right. \quad (33)$$

$$+ \left| \cos \left(\frac{\mu_0}{2} \right) (\bar{C}_\alpha D_\alpha + \bar{C}_\beta D_\beta) \right| + \left| \frac{\sin(\mu_0/2) \sin \bar{v}}{1 - \cos \bar{v}} (\bar{C}_\alpha D_\beta - \bar{C}_\beta D_\alpha) \right| \} - \\ - \frac{\langle \alpha^2 \Psi/\beta + \alpha \Psi' \rangle}{2(\cos \mu_0 - \cos \bar{v})} (1 + a\gamma) \sin \mu_0 \left[(v - \xi)(1 - n_z^2)(1 - \cos \mu_0 \cos \bar{v}) + \right. \\ \left. + (1 + \cos \mu_0)(l_{z2} \bar{C}_\alpha + m_{z2} \bar{C}_\beta) + \frac{1 - \cos \mu_0}{1 - \cos \bar{v}} \sin \bar{v} (m_{z2} \bar{C}_\alpha + l_{z2} \bar{C}_\beta) \right].$$

Для ВЭПП-4М предполагаемое значение дробной части $v_0 = \mu_0/2\pi$ составляет 0.55. При этом $|\sin \mu_0| \ll 1$ и последнее слагаемое в (33) (после фигурной скобки), а также члены, пропорциональные $(\bar{A}_\alpha \bar{B}_\beta - \bar{A}_\beta \bar{B}_\alpha)$ и $(\bar{C}_\alpha D_\alpha + \bar{C}_\beta D_\beta)$, можно не учитывать.

5. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Попытаемся теперь применить полученные формулы для конкретных рекомендаций по организации схемы продольной поляризации для накопителя ВЭПП-4М. При этом будем стремиться максимально адаптировать эту схему к уже существующей (без продольной поляризации), т. е. уменьшить по возможности изменения, вносимые установкой ротаторов.

В этой связи Ротатор-II (рис. 2,б) обладает существенным преимуществом, так как наличие у него дополнительных свободных параметров (p и f) позволяет достигать высокой степени поляризации, не изменяя орбитального движения за его пределами. Кроме того, Ротатор-II содержит один соленоид, а не две половинки, удаленные друг от друга (рис. 2,а). Поскольку соленоиды предполагается делать сверхпроводящими, уменьшение их числа вдвое, конечно, облегчает задачу. Тем не менее, на данном этапе мы не будем окончательно отбрасывать вариант с использованием Ротатора-I, а обсудим сначала его возможности.

Прежде всего необходимо определиться в выборе основных параметров схемы, а затем подбором оставшихся свободных параметров оптимизировать ее. Естественно принять угол $\theta = \pi/2$. Тогда длина соленоида будет диктоваться возможностями получения больших напряженностей магнитного поля в сверхпроводящих соленоидах и составляет $L_s = 155$ см для $B_{0i} = 80$ кГс (при энергии $E_0 = 4730$ МэВ). Для Ротатора-II получим соответственно $L_s = 310$ см.

Транспортную матрицу ротатора удобнее всего выбрать в виде матрицы дрейфового промежутка длины L_R , однако не исключают-

ся и другие возможности. Остальные параметры выбирались близкими к реальным значениям для ВЭПП-4М и составляли: $\langle \beta \rangle = 1000$ см, $\langle \Psi \rangle = 100$ см, $\beta_0 = 840$ см, $\Psi_0 = 160$ см, $\mu_0 = 2\pi \cdot 10.55$, $\mu_* = 2\pi \cdot 3$, $\alpha_0 = 1.9$.

На рис. 3 показаны условия согласования дисперсионной функции и ее производной на входе схемы. Три прямые соответствуют значениям $L_R = 100, 250, 400$ см. В дальнейшем, для примера, принималось $L_R = 250$ см. В этом случае согласованное значение $\Psi'_0 = -0.362$.

На рис. 4 показаны уровни относительной поляризации (P/P_0) в зависимости от α_0 и дробной части набег бета-тронной фазы на участке с ротаторами $\Delta v_x = \Delta\mu/2\pi$. Отметим при этом, что наши формулы не учитывали деполяризующего влияния магнитов, расположенных между ротаторами. Его можно заметно снизить, если эти магниты будут иметь меньшую кривизну, чем магниты элемента периодичности (см. (20)), но нельзя исключить совсем, поскольку $(\vec{n} \cdot \vec{v}) \neq 0$ на этом участке. Это означает, что мы получаем слегка завышенные значения P/P_0 , но поправки достаточно малы, чтобы их не учитывать.

По рис. 4 можно выбрать рабочую точку, отвечающую высокой степени поляризации. В качестве примера мы взяли 2 точки: $\alpha_0 = 1.9$; $\Delta v_x = 1.2$, $P/P_0 = 1$ и $\Delta v_x = 1.3$, $P/P_0 = 0.7$. На рис. 5(a и b) показана зависимость поляризации от энергии для обоих вариантов. Для сравнения приведена кривая, отвечающая учету только главных членов, которые не зависят от выбора α_0 , $\Delta\mu$. Сверху на том же графике показана зависимость n_z на кольце от энергии. Как видим, полуширина пика на полувывоте составляет около 1% отклонения по энергии, что соответствует 50 МэВ.

Переходим к рассмотрению Ротатора-II. Параметры p и f также оказалось удобным подбирать по картам уровней поляризации. На рис. 6,a изображены линии уровней 0.3 и 0.9 для $\alpha_0 = 1.9$, $\Delta v_x = 1.2$. Обращаем внимание на то, что здесь оба эти параметра являются свободными и их выбор можно оптимизировать, исходя лишь из орбитального движения. Особенностью этого рисунка является то, что здесь предполагалось выполнение условий согласования Ψ_0 и Ψ'_0 в каждой точке. На самом деле эти условия зависят от p и f и представлены на рис. 7 для некоторых точек в качестве примера.

На рис. 6,b линии уровня 0.3 и 0.9 показаны при фиксированном значении $\Psi'_0 = -0.43$ для всех точек графика (это отвечает согласованию Ψ_0 и Ψ'_0 в точке $p = 1$, $f = -0.003$ см⁻¹).

На рис. 8 изображены линии уровня 0.5 и 0.9 для этой рабочей точки, аналогично рис. 4. Отметим еще раз, что условия согласования Ψ_0 и Ψ'_0 не зависят от α_0 и $\Delta\mu$.

Наконец, на рис 9(a и b) показана картина для Ротатора-II, аналогичная рис. 5. Рис. 10 дает представление о влиянии точности согласования Ψ_0 и Ψ'_0 на степень поляризации.

ЛИТЕРАТУРА

1. Сковпень Ю.И., Хрипович И.Б. ЯФ, 1979, т.30, с.589.
2. Skrinky A.N. Proc. of the Inter. Conf. on Instrumentation for Colliding Beams, SLAC report 250, 1982.
3. Никитин С.А., Салдин Е.Л., Юрков М.В. Препринт ИЯФ СО АН СССР 81-116. Новосибирск, 1981.
4. Steffen K. DESY-HERA report 83-06, 1983.
5. Barber D.R. et al. DESY report 84-102, 1984.
6. Жоленц А.А., Муратов В.В., Эйдельман Ю.И. Труды X Всесоюзного совещания по ускорителям заряженных частиц, Дубна, 1986.
7. Жоленц А.А., Литвиненко В.Н. Препринт ИЯФ СО АН СССР 81-80. Новосибирск, 1980.
8. Peggs S. IEEE Trans. of Nucl. Sci., v.NS-30, N.4, p.2640.
9. Chao A.W. Nucl. Inst. Meth., 1981, v.180, p.29.
10. Mais H., Ripken G. DESY report 83-062, 1983.
11. Дербенев Я.С., Кондратенко А.М. ЖЭТФ, 1973, т.64, с.1918.
12. Manl S.R. Phys. Rev. A, Jan.87 p.105, DESY Report 85-125, 1985, Cornell Preprint CLNS-86/750, 1986.

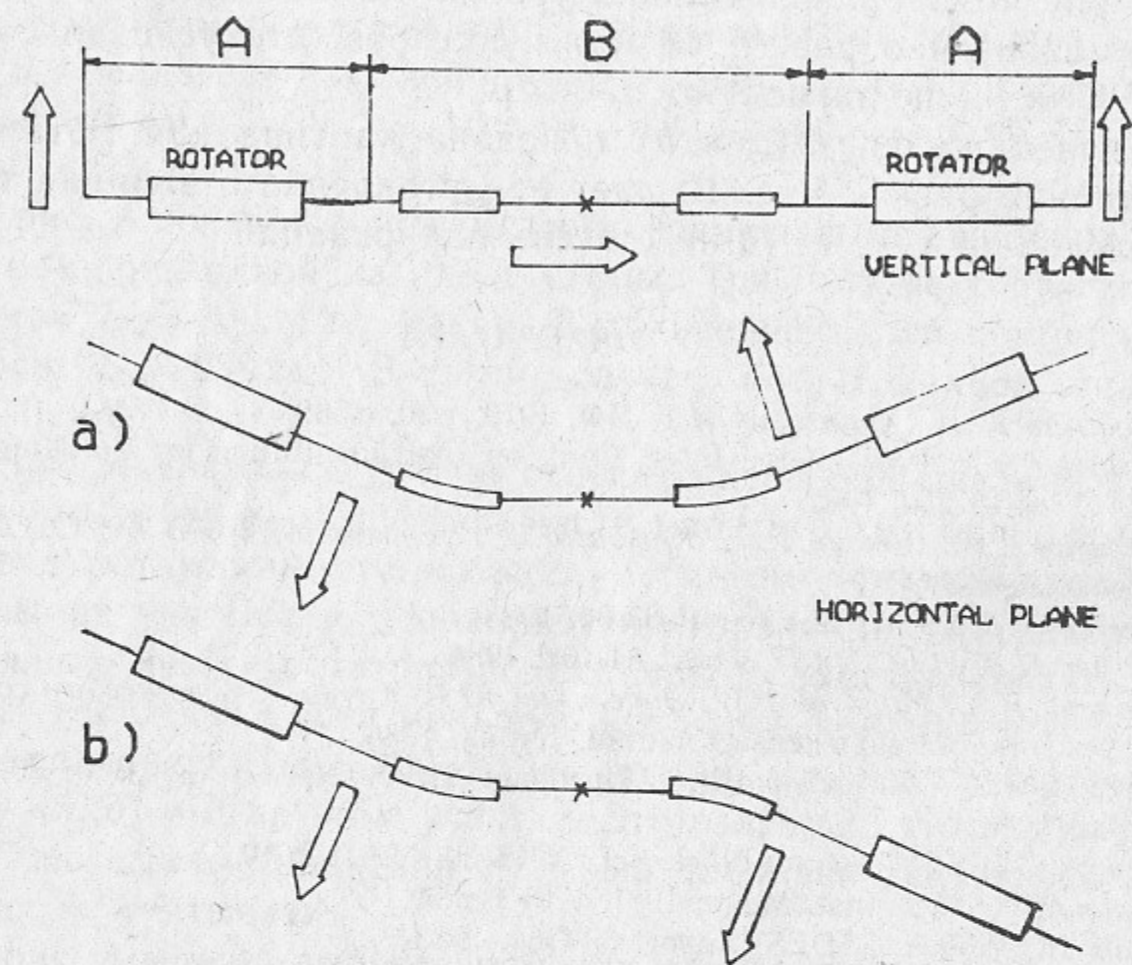


Рис. 1 Схема получения продольной поляризации с помощью соленоидальных ротаторов:

a) симметричный вариант; b) асимметричный вариант. Стрелки указывают направления проекций вектора равновесной поляризации \vec{n} .

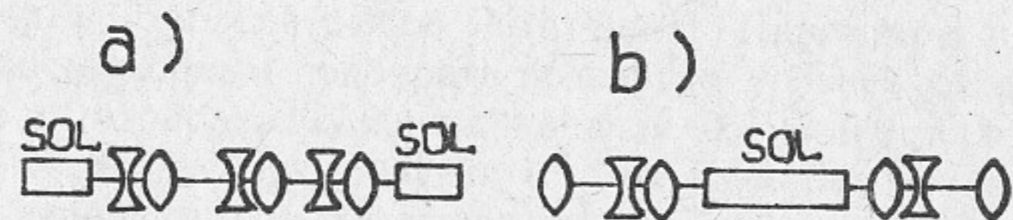


Рис. 2. Соленоидальные ротаторы:
a) Ротатор-I; b) Ротатор-II.

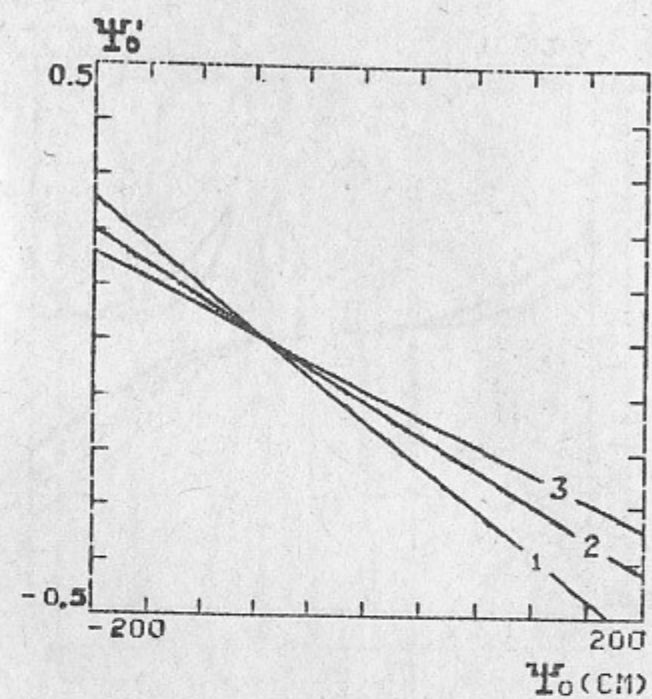


Рис. 3. Условия согласования дисперсионной функции на входе схемы. Прямые 1, 2, 3 отвечают значениям $L_R = 100, 250, 400$ см.

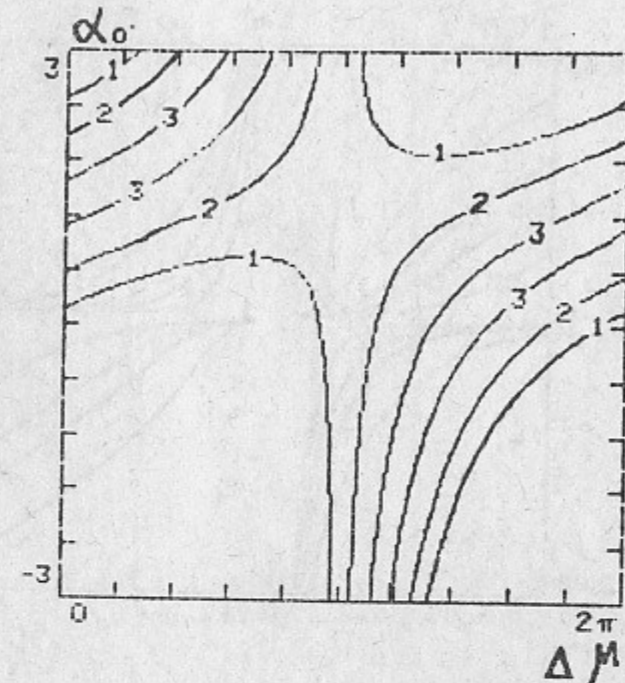


Рис. 4. Уровни поляризации 0.3 (1), 0.5 (2) и 0.9 (3) для Ротатора-I в зависимости от параметров α_0 и дробной части $\Delta \nu_x$.

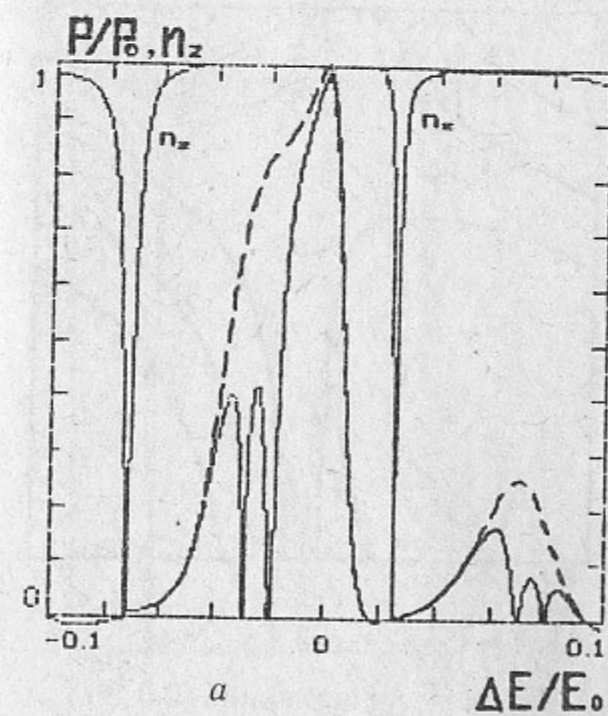


Рис. 5. Зависимость степени поляризации от энергии для разных рабочих точек. Штриховой линией изображена кривая, отвечающая учету только главных членов. Вверху показана зависимость n_z на кольце от энергии:

a) $\alpha_0 = 1.9, \Delta \nu_x = 1.2$; b) $\alpha_0 = 1.9, \Delta \nu_x = 1.3$.

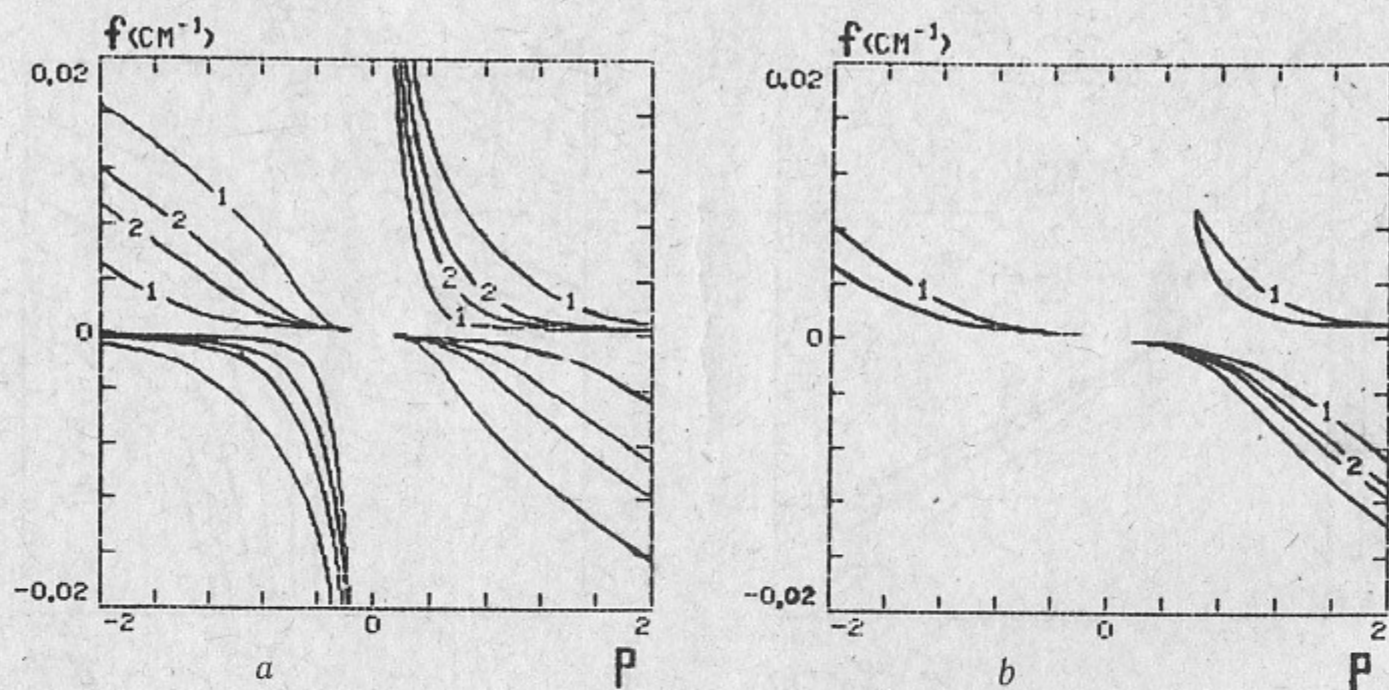


Рис. 6. Линии уровней поляризации 0.3 (1) и 0.9 (2) в зависимости от параметров p и f для $\alpha_0=1.9$, $\Delta\nu_x=1.2$. Рис. 6, б отвечает рабочей точке $p=1$, $f=0.003$ см⁻¹:
 а) Ψ_0 и Ψ'_0 согласованы в каждой точке; б) $\Psi_0=160$ см, $\Psi'_0=-0.43$ для всех точек.

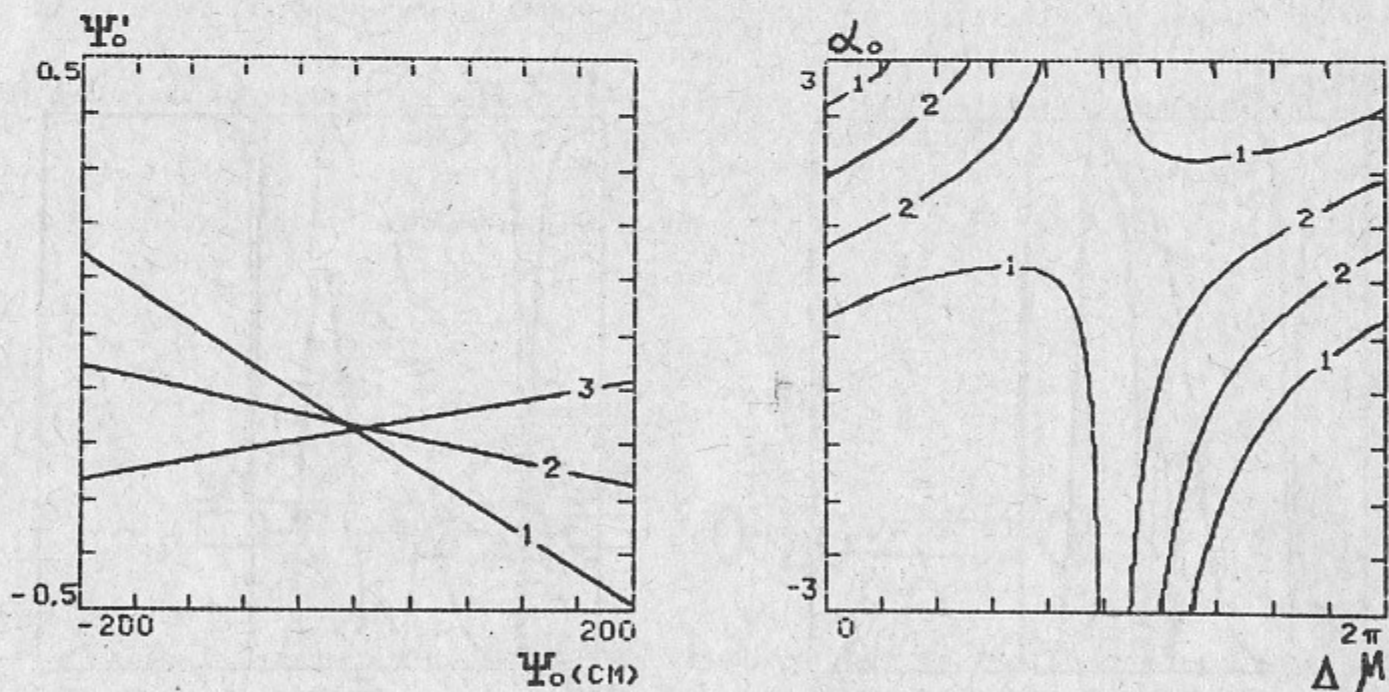


Рис. 7 Условия согласования Ψ_0 и Ψ'_0 для Ротатора-II. Прямые 1, 2, 3 отвечают значениям $f=-0.003$, -0.005 , 0.007 см⁻¹. $p=1$ для всех трех прямых.

Рис. 8. Уровни поляризации 0.5 (1) и 0.9 (2) для Ротатора-II в зависимости от α_0 и дробной части $\Delta\nu_x$. Рабочая точка $p=1$, $f=-0.003$ см⁻¹.

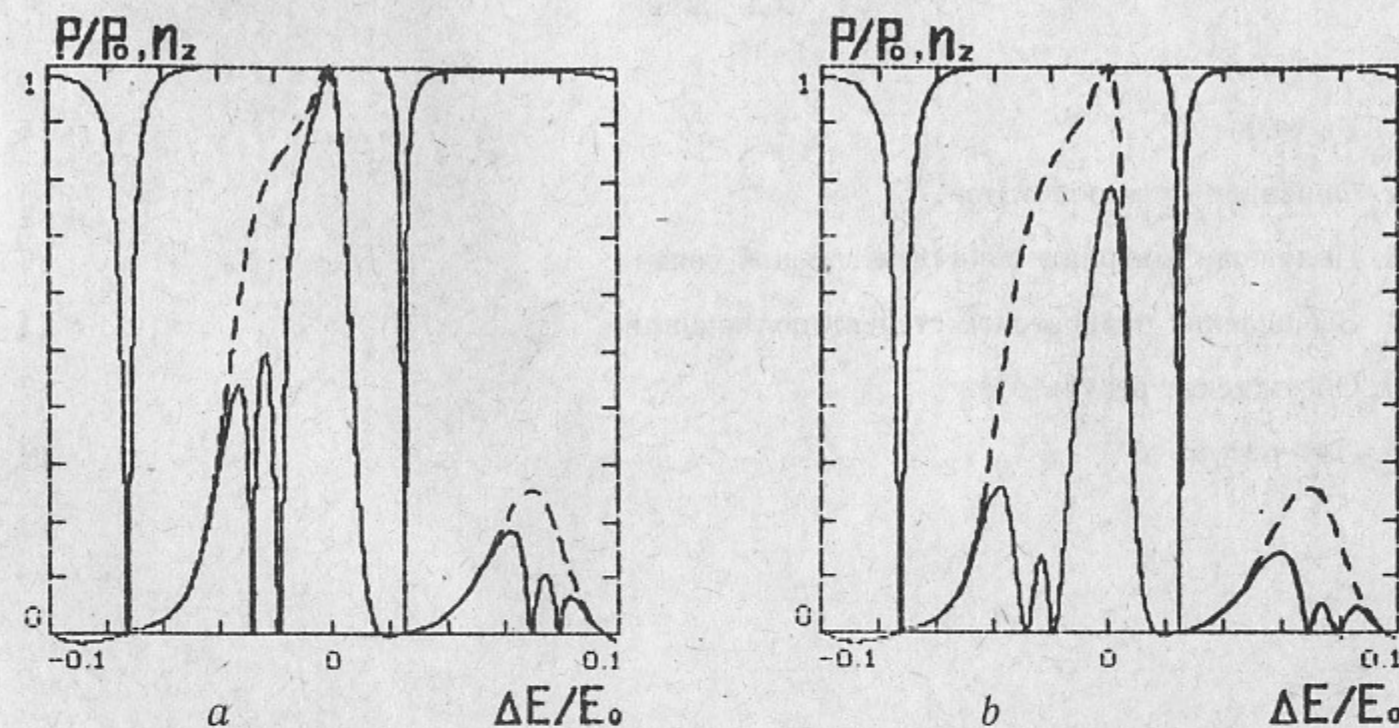


Рис. 9. Зависимость степени поляризации от энергии для разных точек. Ψ_0 и Ψ'_0 выбирались согласованными в обоих случаях. Штриховой линией показана кривая, отвечающая учету главных членов:

а) $p=1$, $f=-0.003$ см⁻¹, $\Psi'_0=-0.43$; б) $p=1$, $f=-0.005$ см⁻¹, $\Psi'_0=-0.255$.

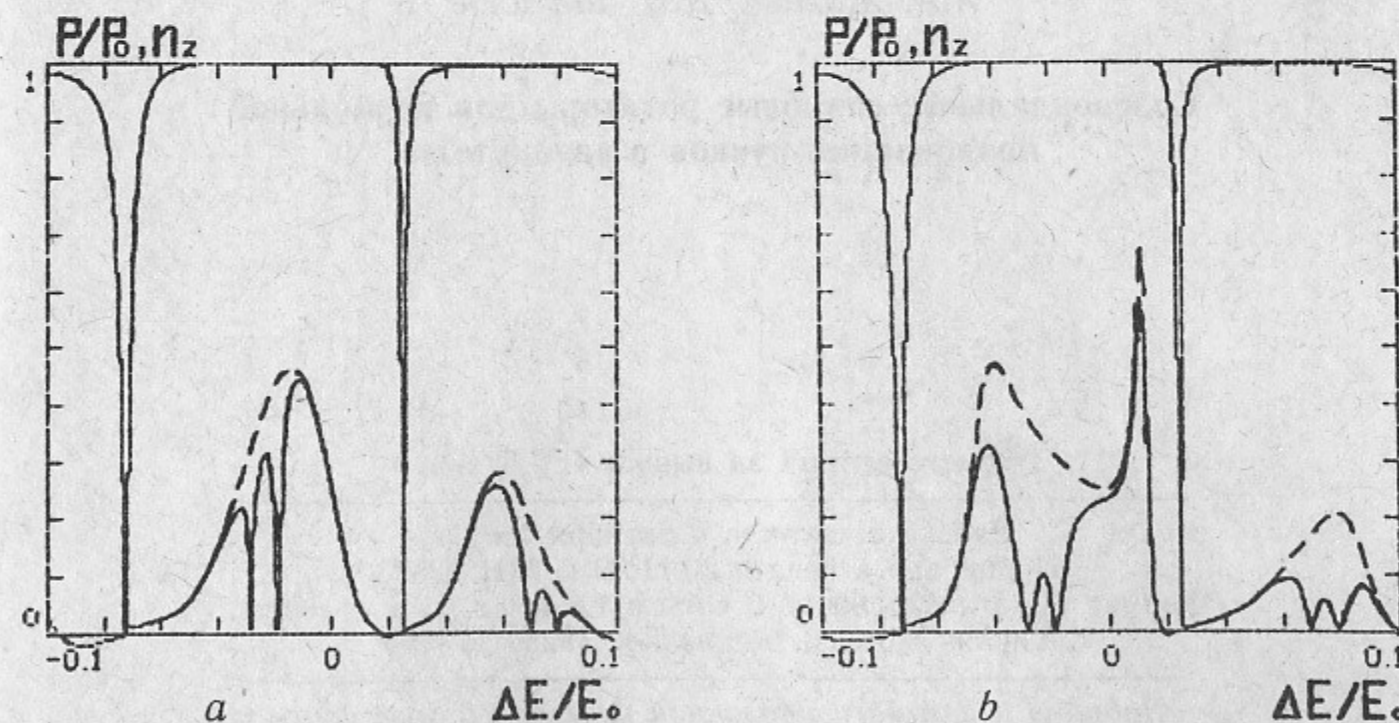


Рис. 10. Зависимость степени поляризации от точности согласования Ψ_0 и Ψ'_0 для Ротатора-II. Для Ротатора-I картина будет аналогичной:

а) $p=1$, $f=-0.003$ см⁻¹, $\Psi'_0=-0.255$; б) $p=1$, $f=-0.005$ см⁻¹, $\Psi'_0=-0.43$.

Содержание

1. Введение	3
2. Описание схем ротаторов	4
3. Получение матрицы спин-орбитальной связи	7
4. Вычисление равновесной степени поляризации	11
5. Обсуждение результатов	17
6. Литература	19

А.А. Жоленц, Д.Н. Шатилов

Соленоидальные спиновые ротаторы для продольной поляризации пучков в накопителях

Ответственный за выпуск С.Г.Попов

Работа поступила 4 октября 1989 г.
Подписано в печать 20.11.89 г. МН 02393
Формат бумаги 60×90 1/16 Объем 1,8 печ.л., 1,5 уч.-изд.л.
Тираж 220 экз. Бесплатно. Заказ № 156

*Набрано в автоматизированной системе на базе фото-наборного автомата ФА1000 и ЭВМ «Электроника» и отпечатано на ротапинтере Института ядерной физики СО АН СССР,
Новосибирск, 630090, пр. академика Лаврентьева, 11.*