

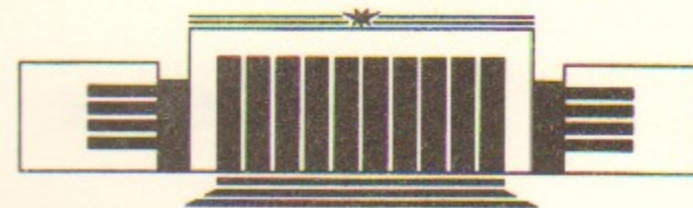


49  
ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ СО АН СССР

С.В. Кузьмин, П.Б. Лысянский

**ЗАПАС МГД-УСТОЙЧИВОСТИ КАСПА  
И НЕПАРАКСИАЛЬНОГО ПРОБКОТРОНА  
ОТНОСИТЕЛЬНО «ЖЕСТКОЙ» МОДЫ**

ПРЕПРИНТ 89-78



НОВОСИБИРСК

Запас МГД-устойчивости каспа  
и непараксиального пробкотрона  
относительно «жесткой» моды

С.В. Кузьмин, П.Б. Лысянский

Институт ядерной физики  
630090, Новосибирск 90, СССР

АННОТАЦИЯ

На основании существующей теории проведен анализ эффективности двух наиболее перспективных типов МГД-стабилизаторов аксиально-симметричной амбиполярной ловушки. Исследовано влияние топологии магнитного поля, распределения давления плазмы с учетом эффектов неадиабатичности движения ионов, технических ограничений и размера МГД-стабилизатора. Указаны области оптимальных параметров. Показано, что обе системы конкурентоспособны, но для достижения приемлемого запаса устойчивости требуется тщательная оптимизация.

MHD-Stability Reserve of the Casp and Fat  
Mirror With Respect to Rigid Flute Mode.

S.V. Kuz'min, P.B. Lysyansky

АБСТРАКТ

On the basis of the current theory an analysis of effectiveness of the two most perspective types of MHD-anchors for an ambipolar trap (tandem mirror) was carried out. An influence of the magnetic field topology and the plasma pressure distribution taken into account nonadiabatic ion motion effects, technical restrictions and a size of MHD-anchor were investigated. Areas of optimal parameters were also determined. It was shown, that both anchors are competitive, yet a careful optimisation is needed to obtain an acceptable stability reserve.

© Институт ядерной физики СО АН СССР

1. ВВЕДЕНИЕ

Важной областью исследований по УТС является поиск МГД-устойчивой аксиально-симметричной амбиполярной ловушки. В настоящий момент наиболее перспективной кажется концепция, изложенная в [1], по которой высшие моды МГД-колебаний стабилизируются за счет эффектов конечного ларморовского радиуса (КЛР). Критерий устойчивости этих мод обычно выполняется в амбиполярных и других длинных открытых ловушках с горячей плазмой. Устойчивость поперечного смещения плазмы как целого — «жесткая» мода  $m=1$  — обеспечивается непараксиальными эффектами специального пробкотрона — МГД-якоря, включенного в состав ловушки.

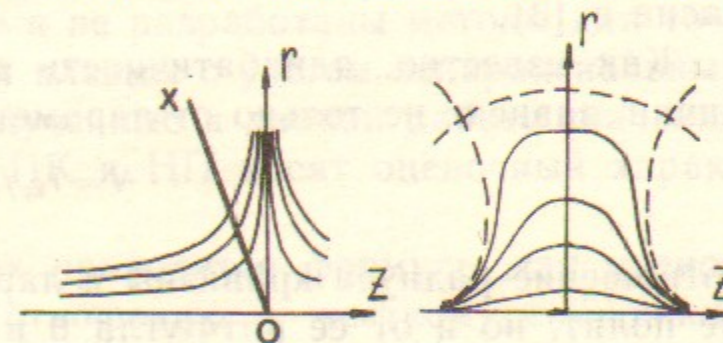


Рис. 1. Силовые линии магнитного поля: а — каспа; б — непараксиального пробкотрона.

В качестве непараксиального МГД-якоря в [1] предложен полукасп (ПК) — круглый касп, половина которого со стороны центральной части ловушки заполнена плазмой (рис. 1,а). Одним из альтернативных вариантов МГД-якоря является предложенный в [2] непараксиальный пробкотрон (НП) (рис. 1,б), в котором поперечный размер плазмы сравним с расстоянием между пробками. Хотя в [2] показана принципиальная возможность применения НП в качестве

МГД-якоря, вопрос о его практическом использовании остается до сих пор открытым.

Магнитные поля ПК и НП представляют собой топологически разные системы. Точка нуля магнитного поля в каспе находится на оси  $z$ , тогда как нулевые точки НП лежат на сепаратрисе, ограничивающей на периферии область удержания плазмы. Приведенные ниже результаты показывают, что эти различия существенным образом отражаются на свойствах соответствующих МГД-якорей.

Следует подчеркнуть, что в рассматриваемых случаях основной положительный вклад в энергию возмущения жесткой моды вносят области МГД-якоря с большой кривизной силовых линий и малой величиной магнитного поля. Будем считать, что основное давление плазмы определяется ионной компонентой, создаваемой с помощью инъекции нейтралов. Тогда именно в этих областях может проявиться неадиабатичность движения быстрых ионов. В то же время возможности снижения энергии ионов реально ограничены. Например, энергия инъекции нейтральных атомов, а следовательно и энергия ионов в якоре, не могут быть меньше некоторой величины по физико-техническим причинам. Это приводит к необходимости учета специфики распределения давления ионов из-за эффектов неадиабатичности их движения. Этот вопрос подробно изучен для каспа в [3].

Как известно, адиабатичность движения частицы на силовой линии, зависит не только от параметра

$$N = r_{кр}/\rho \quad (1)$$

(отношение радиуса кривизны и ларморовского радиуса в минимуме поля), но и от ее питч-угла  $\theta$  в этой точке. Неадиабатичность приводит не только к отсутствию плазмы во внутренней части ПК, но и резко уменьшает время жизни ионов с малыми питч-углами, т. е. влияет на распределение давления плазмы как поперек, так и вдоль силовых линий магнитного поля. Ограничение в результате этого протяженности плазмы вдоль силовых линий можно моделировать специальным заданием эффективного конуса потерь  $\theta_{эфф}$  на этих линиях:

$$\sin \theta_{эфф} = R_{эфф}^{-1/2}(\rho, \psi), \quad (2)$$

где  $\psi = \int_0^r B_z r dr$  — магнитный поток, маркирующий силовые линии

по радиусу. Приводимые ниже расчеты показали, что МГД-устойчивость плазмы очень чувствительна к распределению давления в ловушке и, в частности, к ограничениям типа (2).

Аналогичные эффекты в НП также приводят к уменьшению продольной протяженности плазмы в близкой к сепаратрисе области. Однако, в отличие от каспа, здесь нет подобия силовых линий на разных  $\psi$ . Предложенная в работе [4] процедура позволяет легко находить зависимость (2). На рис. 2 показаны зависимости  $R_{эфф}(\psi)$  для каспа и для магнитной системы НП. Для сравнения там же приведены «естественные» функции  $R_m(\psi) = B_{max}/B_{min}$ .

Поскольку в настоящее время не разработаны методы для точного расчета МГД-устойчивости плазмы с учетом непараксиальных эффектов и эффектов КЛР, полученные в данной работе значения энергии жесткого возмущения ПК и НП носят оценочный характер.

В следующих трех разделах приводятся формулы для оценок запаса МГД-устойчивости по отношению к жесткому смещению, параметрический анализ (скейлинг) и выводы на основе результатов конкретных расчетов.

## 2. ЗАПАС УСТОЙЧИВОСТИ ДЛЯ ЖЕСТКОГО ВОЗМУЩЕНИЯ

Для определения эффективности МГД-якоря необходимо в первую очередь оценить запас устойчивости (изменения энергии плазмы) при жестком поперечном смещении всей плазмы. Вычисления для плазмы малого давления  $\beta \ll 1$  проводятся по формуле [5]:

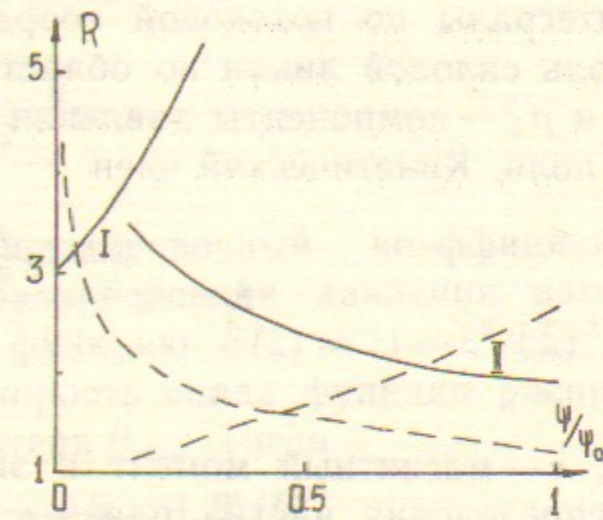


Рис. 2. Зависимости  $R_{эфф}(\psi/\psi_0)$  для каспа (II) и НП (I). Сплошные линии — «естественные» зависимости, штриховые — по границе адиабатичности.

$$W = \frac{1}{2} \int \psi d\psi \left\{ \int \frac{d\chi}{B^3} \frac{\partial B}{\partial \psi} \left[ -\frac{\partial(p_{\parallel} + p_{\perp})}{\partial \psi} \right] + \right. \\ \left. + \int \frac{d\chi}{B^4} \left( \frac{\partial B}{\partial \psi} \right)^2 \left( p_{\parallel} - p_{\perp} + B \frac{\partial p_{\perp}}{\partial B} \right) + K \right\}.$$

Интегралы по потоковой координате магнитного поля  $\chi$  берутся вдоль силовой линии по области  $p \neq 0$ ;  $B(\psi, \chi)$  — магнитное поле;  $p_{\parallel}$  и  $p_{\perp}$  — компоненты давления плазмы вдоль и поперек магнитного поля. Кинетический член

$$K = - \frac{\int d\varepsilon d\mu \frac{\partial f}{\partial \varepsilon} \left[ \int \frac{v_{\parallel}^2 + \mu B}{r B^2 v_{\parallel}} \frac{\partial B}{\partial \psi} d\chi \right]^2}{\int \frac{d\chi}{B v_{\parallel}}}$$

( $\mu$ ,  $\varepsilon$  — магнитный момент и энергия частицы;  $f(\mu, \varepsilon)$  — функция распределения частиц плазмы на данной силовой линии) можно оценить снизу:

$$K > K_* = \frac{\left\{ \int \frac{d\chi}{B^3} \frac{\partial B}{\partial \psi} \left( \frac{3}{2} p_{\parallel} + \frac{7}{2} p_{\perp} - B \frac{\partial p_{\perp}}{\partial B} \right) \right\}^2}{\int \frac{d\chi}{B^2} \left( \frac{3}{4} p_{\parallel} + 3 p_{\perp} - B \frac{\partial p_{\perp}}{\partial B} \right)} \quad (3)$$

и сверху:

$$K < K^* = \int \frac{d\chi}{B^4} \left( \frac{\partial B}{\partial \psi} \right)^2 \left( 3 p_{\parallel} + 4 p_{\perp} - B \frac{\partial p_{\perp}}{\partial B} \right).$$

Дальше всюду используется более точная нижняя оценка кинетического члена.

Перейдем для удобства от переменной  $\mu$  к переменной

$$\xi = \sqrt{\frac{B - B_{\min}}{B}}$$

и будем считать, что функция распределения  $f(\xi, \varepsilon)$  может быть факторизована

$$f = F(\xi) E(\varepsilon). \quad (4)$$

В этом случае давление плазмы  $p(\psi, \chi)$  представим в виде

$$p = p_{\parallel} + p_{\perp} = p_0(\psi) \frac{\tilde{p}_{\parallel} + \tilde{p}_{\perp}}{Q} = \hat{p}(\psi) (\tilde{p}_{\parallel} + \tilde{p}_{\perp}),$$

где

$$\tilde{p}_{\perp} = |B|^{3/2} \int_{|\xi|}^{|\xi_m|} F(x) \frac{1-x^2}{\sqrt{x^2-\xi^2}} x dx;$$

$$\tilde{p}_{\parallel} = |B|^{3/2} \int_{|\xi|}^{|\xi_m|} F(x) \sqrt{x^2-\xi^2} x dx;$$

$$\xi_m = \sqrt{\frac{B_{\max} - B_{\min}}{B_{\max}}}.$$

$Q(B_{\max}, B_{\min}) = \tilde{p}_{\parallel}(\xi_m) + \tilde{p}_{\perp}(\xi_m)$  — нормировочный коэффициент. Для возможности варьирования распределения давления вдоль силовых линий введем модельную функцию  $F(\xi) = (1 - \xi^2/\xi_m^2)^k$  с параметром  $k$ , характеризующим скорость спада функции распределения частиц к границе конуса потерь  $\theta_{\text{эф}}$ . Тогда

$$\tilde{p}_{\perp} = (B_{\max} - B)^{k+1/2} \{2(k+1)B_{\max} + B\} / B^k, \quad (5)$$

$$\tilde{p}_{\parallel} = 2(B_{\max} - B)^{k+3/2} / B^k.$$

Учитывая, что величины  $B_{\max}$  и  $B_{\min}$  зависят только от поперечной координаты  $\psi$ , запишем

$$p = \hat{p}(\psi) (\tilde{p}_{\parallel} + \tilde{p}_{\perp}).$$

После простых преобразований получим энергию жесткого возмущения:

$$W = \frac{1}{2} \int \psi d\psi \left\{ -\frac{d\hat{p}}{d\psi} G_1 - \frac{\hat{p}}{B_{\max}} \frac{\partial B_{\max}}{\partial \psi} G_2 + K \right\},$$

$$G_1 = \int \frac{d\chi}{B^3} \frac{\partial B}{\partial \psi} (\tilde{p}_{\parallel} + \tilde{p}_{\perp}), \quad (6)$$

$$G_2 = \int \frac{d\chi}{B^3} \frac{\partial B}{\partial \psi} B_{\max} \frac{\partial(\tilde{p}_{\parallel} + \tilde{p}_{\perp})}{\partial B_{\max}}.$$

Интегрируя по частям первое слагаемое и полагая, что давление на внешней границе  $\psi = \psi_0$  (а в каспе и на внутренней) обращается в ноль, получим

$$W = \int \hat{p}(\psi) \eta(\psi) d\psi,$$

$$\eta(\psi) = \frac{\partial}{\partial \psi} (\psi G_1) - \frac{\psi}{B_{\max}} \frac{\partial B_{\max}}{\partial \psi} G_2 + \frac{\psi \tilde{K}}{\hat{p}}. \quad (7)$$

Здесь  $\tilde{K}(\psi) = K_*(\psi)$  или  $K^*(\psi)$ . Функция  $\eta(\psi)$  в непараксиальном магнитном поле может быть положительной в некоторой области  $\Delta\psi$ , называемой кольцом устойчивости [2], и характеризует «качество» МГД-стабилизатора жесткой моды независимо от радиального распределения давления  $\hat{p}(\psi)$ .

При наличии в МГД-якоре кольца устойчивости выбором профиля  $\hat{p}(\psi)$  можно всегда добиться, чтобы  $W > 0$ . Практическую задачу отыскания оптимального МГД-якоря можно разбить на две, первая из которых выбор геометрии катушек магнитной системы и соотношения их токов, максимизирующих кольцо устойчивости. Для ПК задача сводится, в основном, к выбору величины градиента магнитного поля вблизи нуля, который является единственным параметром поля в этой области. Основные соотношения, определяющие величину градиента, приводятся ниже.

Для НП задача оптимизации геометрии значительно сложнее, поскольку на запас устойчивости влияет интегрально вся геометрия магнитного поля, причем для разных функций распределения плазмы по-разному. Более того, несмотря на приведенный в [2] пример, вопрос о существовании приемлемой схемы НП с умеренными пробочными отношениями оставался открытым. Эта задача решалась методом перебора вариантов наборов катушек с целью максимизации области кольца устойчивости при изотропном распределении плазмы в НП. Компромиссный вариант, рассматриваемый

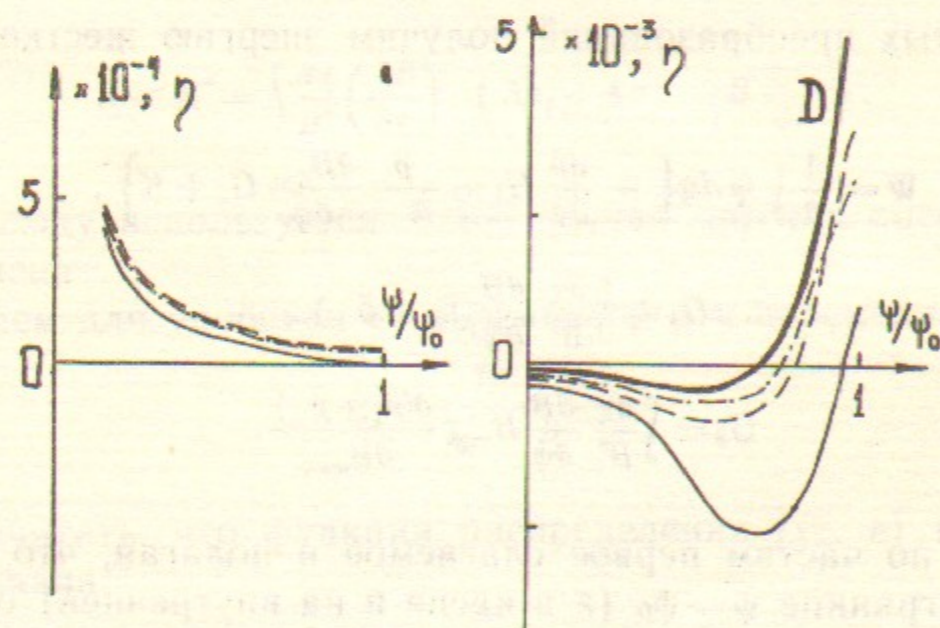


Рис. 3. Зависимости  $\eta(\psi/\psi_0)$  для значений  $k$ : 0 (сплошные линии), 2 (пунктирные), 4 (штрихпунктирные), буквой  $D$  обозначена кривая для дисковой плазмы.  $a$  — касп,  $b$  — НП.

мый в данной работе (с пробочным отношением  $R=3$  на оси) является демонстрационным и не претендует на абсолютный оптимум. На рис. 3,  $a$  приведены функции  $\eta(\psi)$  в полученной геометрии для трех значений параметра  $k$  и для «дисковой» плазмы [2], когда давление ее сосредоточено вблизи медианной плоскости НП ( $p_{||}=0$ ). Графики демонстрируют преимущество «дисковой» плазмы. Для ПК установки АМБАЛ-М аналогичные графики приведены на рис. 3,  $b$ . Полученные зависимости показывают, что область максимума кольца устойчивости в каспе смещена к центру, тогда как в НП эта область смещена к периферии и более устойчивы распределения плазмы, пикированные вблизи плоскости симметрии ( $k \gg 1$ ). Следует отметить, что эти свойства, присущие данным системам, подчеркиваются определенным выбором факторизуемой функции распределения (4).

На рис. 4 показаны зависимости  $\eta(\psi)$ , соответствующие кривым на рис. 2. Неадиабатичность приводит к перераспределению

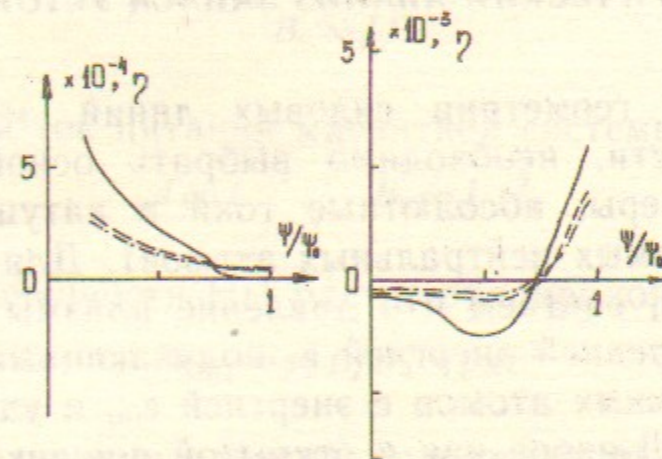


Рис. 4. То же, что на рис. 3, но с учетом неадиабатических зависимостей на рис. 2.

давления плазмы, сложному изменению всех интегралов (6) и, соответственно, функции  $\eta(\psi)$ . Отметим взаимную компенсацию этих интегралов, больших (по абсолютной величине) по сравнению с их суммой. Закономерности влияния распределения давления не ясны и требуют отдельного исследования. Отметим только улучшение качества вариантов для  $k=0$ .

Для численного получения запаса устойчивости МГД-якоря необходимо задать поперечное распределение давления. Поскольку радиальный профиль давления не может быть выбран произволь-

но, без учета реальных условий поддержания плазмы в ловушке, для следующих ниже оценок был выбран модельный экспоненциально спадающий по  $\psi$  профиль:

$$\hat{p} = p_m \exp(-a\psi) \quad (8)$$

для НП, а кольцевая плазма полукаспа описывается двумя экспонентами:

$$\hat{p} = p_m \exp \begin{cases} -b(\psi - \psi_c), & \psi \geq \psi_c \\ -a(\psi_c - \psi), & \psi < \psi_c. \end{cases} \quad (9)$$

Считаем, что давление плазмы, в соответствии с граничными условиями, вблизи точки  $\psi = \psi_0$  зануляется на масштабе  $\delta\psi \ll \psi_0$ . Возможное влияние этого «скачка» давления на краю плазмы на развитие неустойчивостей других типов в данной работе не обсуждается.

### 3. ПАРАМЕТРИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ЗАПАСА УСТОЙЧИВОСТИ

После выбора геометрии силовых линий, максимизирующей кольцо устойчивости, необходимо выбрать основные параметры МГД-якоря (размеры, абсолютные токи в катушках, энергию и потоки инжектируемых нейтральных атомов). Для определенности, как указано выше, считаем что давление плазмы создается горячими ионами со средней энергией  $\varepsilon$ , получающимися в результате инъекции нейтральных атомов с энергией  $\varepsilon_{inj}$  и удерживающимися классически в МГД-якоре как в открытой ловушке, так что время удержания  $\tau$  пропорционально времени ион-ионных столкновений  $\tau_{ii}$  и  $\varepsilon \propto \varepsilon_{inj}$ . Для анализа перепишем (6) в виде

$$W = (p_m L / B_0) \omega,$$

где  $\omega$  — безразмерная величина. Здесь  $p_m$  — максимум давления в распределении (8, 9),  $B_0$  — характерная величина магнитного поля,  $L$  — характерный размер якоря.

Рассмотрим вначале непараксиальный пробкотрон. Зафиксируем граничную по радиусу силовую линию. Поскольку положительный вклад в энергию возмущения  $W_{НП}$  вносит периферийная по радиусу область, а также учитывая, что в рассматриваемом НП, начиная с некоторого радиуса, нарушается монотонность роста модуля поля вдоль силовой линии от плоскости симметрии  $z=0$  к

пробкам, выберем в качестве граничной последнюю силовую линию, на которой магнитное поле еще имеет один минимум в центре. Будем считать, что на этой линии параметр  $N$ , имеющий смысл минимума текущего отношения радиуса кривизны на силовой линии к величине ларморовского радиуса иона аналогично определению (1) для каспа, принимает предельное по адиабатичности значение  $N_m$ . Это означает, что плазма простирается до пробочного отношения  $R=1.15$ , а на более далеких по радиусу линиях горячие ионы уже не удерживаются и давление плазмы мало. Считаем также, что распределение давления (8), а следовательно и величина  $\omega$ , заданы.

Найдем зависимость  $W_{НП}$  от характерного размера  $L$ . Поскольку МГД-якорь стыкуется по потоку с остальной частью ловушки, полагаем, что граничная линия совпадает с линией максимального потока:

$$\psi_0 \propto B_0 L^2 = \text{const}.$$

Учитывая, что

$$B_0 \propto I/L$$

( $I$  — характерный ток питания магнитной системы), получим

$$I \propto L^{-1}; \quad B_0 \propto L^{-2}. \quad (10)$$

Тогда запас устойчивости НП растет пропорционально его объему

$$W_{НП} \propto p_m L / B_0 \propto p_m L^3$$

и кажется выгодным увеличение размеров МГД-якоря. Однако, при увеличении масштаба  $L$  быстро падает давление  $p_m$ . Покажем это.

Во-первых, растет объем плазмы  $V \propto L^3$  и, соответственно, убывает ее плотность  $n_m$  при заданном токе инъекции  $I$ . Во-вторых, приходится снижать энергию ионов  $\varepsilon$ . Действительно, для сохранения потока необходимо уменьшать поле  $B_0$  (10), а так как радиусы кривизны силовых линий пропорциональны  $L$ , то из условия сохранения адиабатичности на крайней силовой линии:

$$N_m \propto \frac{r_{кр}}{\rho} \propto \frac{B_0 L}{\sqrt{\varepsilon}} \propto \frac{I}{\sqrt{\varepsilon}} = \text{const}, \quad (11)$$

следует, что энергия ионов

$$\varepsilon \propto I^2 \propto L^{-2}. \quad (12)$$

Кроме прямой зависимости давления от энергии  $p_m \propto n_m \varepsilon$ , падение  $p_m$  связано еще с уменьшением времени жизни ионов в ловушке. Так, если считать, что захват пучка за счет ионизации его плазмой пропорционален ее размеру  $L$  (плазма «прозрачна» для пучка), то плотность плазмы можно найти из баланса частиц в пробкотроне:

$$\begin{aligned} I\sigma L n_m &\propto n_m V / \tau, \\ n_m &\propto I\sigma(n\tau) / L^2, \end{aligned} \quad (13)$$

где  $\sigma$  — сечение ионизации нейтралов,  $\tau$  — время удержания плазмы в якоре. Из кинетики известно, что для пробкотрона

$$n\tau \propto \varepsilon^{3/2}. \quad (14)$$

Учитывая (12), получим зависимость давления ионов плазмы от масштаба:

$$p_m \propto n_m \varepsilon \propto \varepsilon^{5/2} \cdot I\sigma / L^2 \propto I \cdot \sigma / L^7 \quad (15)$$

и, соответственно

$$W_{\text{НП}} \propto I\sigma / L^4. \quad (16)$$

Если пренебречь зависимостью сечения ионизации  $\sigma$  от энергии ионов, то увеличение запаса устойчивости при ограниченных возможностях инжекции в этих условиях требует уменьшения размеров якоря. С другой стороны, это приведет к росту энергии инжекции (12), быстрому росту тока (10) и, главное, плотности тока в катушках магнитной системы:

$$j \propto I / L^2 \propto L^{-3}. \quad (17)$$

Хотя возможность уменьшения размеров НП ограничена размерами и энергией инжектируемых пучков, именно ограничение по допустимой плотности тока в нашем случае определяет предельное значение  $W_{\text{НП}}$ .

Анализ запаса устойчивости ПК удобно провести в предположении идеального магнитного поля каспа, оговорив в конце возможные изменения для реального магнитного поля. Введем прямую  $OX$ , проходящую через минимумы магнитного поля на силовых линиях (см. рис. 1,а). Вдоль нее плазма занимает область от координаты  $x_{\text{min}}$ , предельной по адиабатичности ионов, до  $x_{\text{max}}$ ,

определяемой полным магнитным потоком в плазменной области ловушки. Магнитное поле линейно растет по  $x$ :

$$B(x) = gx$$

$g$  — градиент магнитного поля.

Отличие от НП заключается в том, что геометрия силовых линий на разных  $\psi$  одинакова и нет выделенной граничной силовой линии. Меняя энергию ионов  $\varepsilon$  и градиент  $g$ , можно менять  $x_{\text{min}}$  и  $x_{\text{max}}$  при сохранении условия адиабатичности

$$N_m = \frac{r_{\text{кр}}}{\rho} \propto \frac{x_{\text{min}} B(x_{\text{min}})}{\sqrt{\varepsilon}} \propto \frac{gx_{\text{min}}^2}{\sqrt{\varepsilon}} = \text{const} \quad (18)$$

и полного потока

$$\psi_0 \propto gx_{\text{max}}^3 = \text{const}. \quad (19)$$

Протяженность плазмы вдоль силовых линий растет, согласно границе адиабатичности, от  $R=1.15$  на нижней линии по аппроксимационной формуле, полученной на основе результатов работы [3]:

$$R = 1 + 0.15(x/x_{\text{min}})^{3.9}. \quad (20)$$

Поэтому безразмерная величина  $\omega$  в ПК зависит от относительной ширины области плазмы  $y = x_{\text{max}}/x_{\text{min}}$ . Выбирая минимальный размер  $x_{\text{min}}$  в качестве характерного линейного масштаба, запишем

$$W_{\text{ПК}} = \frac{p_m x_{\text{min}}}{B(x_{\text{min}})} \omega(y) = \frac{p_m \omega(y)}{g}.$$

Из (18) и (19) получим

$$x_{\text{min}} \propto \varepsilon^{1/4} / g^{1/2}; \quad y = g^{1/6} / \varepsilon^{1/4}. \quad (21)$$

Зависимость  $W_{\text{ПК}}(\varepsilon, g)$  найдем по аналогии с НП. Учитывая сложную форму плазмы в ПК, воспользуемся качественной оценкой ее объема:

$$V \propto x_{\text{max}}^3 - x_{\text{min}}^3 \propto x_{\text{min}}^3 (y^3 - 1).$$

Тогда, используя (13), оценим плотность плазмы

$$\propto \frac{I\sigma(n\tau)}{x_{\text{min}}^2 (y^2 + y + 1)}$$

и ее давление

$$p_m \propto n_m \varepsilon \propto I \sigma \varepsilon^{5/2} g^{2/3}.$$

В конечном итоге имеем

$$W_{\text{ПК}} \propto \frac{I \sigma \varepsilon^{5/2} w(y)}{g^{1/3}} \propto I \sigma \varepsilon^2 \frac{w(y)}{y^2 + y + 1}. \quad (22)$$

Для сравнения с НП подставим (12) в (16):

$$W_{\text{НП}} \propto I \sigma \varepsilon^2.$$

В отличие от НП запас устойчивости в ПК зависит от функции  $\Phi(y) = w(y)/(y^2 + y + 1)$ , качественный вид которой ясен из вида функции (7) (см. рис. 4,б). На рис. 5 показан график  $\Phi(y)$ , полу-

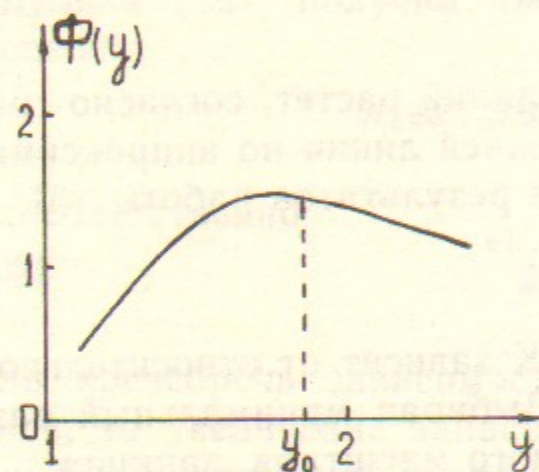


Рис. 5. Функция  $\Phi(y)$ .

ченный численным интегрированием (7) с весом давления (9) ( $a=2.3$ ,  $b=2.3$ ) и границей плазмы (20) вдоль силовых линий.

При рассмотрении реального ПК необходимо в первую очередь учитывать конечность величины магнитного поля в пробках. Это приводит к тому, что, начиная с некоторого  $x^*$ , протяженность плазмы вдоль силовых

линий определяется уже не зависимостью (20), а «естественной» магнитной пробкой. Вследствие этого безразмерный запас устойчивости  $w$  будет зависеть не только от переменной  $y$ , но и от  $y^* = x^*/x_{\text{min}}$ . Практически для нашего случая эта поправка мала.

#### 4. РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ И ВЫВОДЫ

На основе приведенных выше оценок были уточнены требуемые параметры и достижимые запасы устойчивости в проектируемой установке АМБАЛ-М [1], а также возможность применения в ней в качестве МГД-стабилизатора жесткой моды НП вместо ПК. Поскольку параксиальный пробкотрон в дальнейшем должен слу-

жить в качестве запирающей пробки амбиполярной ловушки (вторая очередь установки АМБАЛ-М), это предполагает наличие в нем плазмы со следующими параметрами:

Таблица 1

Магнитное поле в минимуме	15 кГс.
Пробочное отношение	4.
Длина между пробками	1.7 м.
Радиус плазмы в центре	10 см.
Поток $\psi_0$ в плазме	$750 \text{ см}^2 \cdot \text{кГс}$ .
Рабочее вещество	дейтерий.
Энергия инжекции	20—25 кэВ.
Угол инжекции (к оси)	$60^\circ$ .
Пиковая плотность плазмы	$3 \cdot 10^{13} \text{ см}^{-3}$ .

Для распределений (5) с  $k=0$  и (8) с  $a=2.3$  интеграл (6)  $W = -1.4 \cdot 10^{-2}$ . Естественно, в параксиальном пробкотроне кинетический член пренебрежимо мал; параметр изотропности давления на силовой линии  $k$  также влияет относительно слабо.

Резко неоднородный вид функций  $\eta(\psi)$  (см. рис. 3, 4) указывает на возможность сильного влияния распределения давления на запас МГД-устойчивости жесткой моды в непараксиальных МГД-якорях. Отметим положительность и отсутствие качественных отличий кривых во всех вариантах для ПК. Это говорит об устойчивости его относительно жесткой моды практически независимо от распределения давления (хотя запас устойчивости, разумеется, изменяется), тогда как для устойчивости НП необходимо специальное распределение  $\hat{p}(\psi)$ . Такое качество ПК в условиях очевидных технических трудностей создания заданных распределений плазмы кажется несомненным достоинством каспа, несмотря даже на принципиальную возможность получения в НП больших запасов устойчивости (ср. масштабы на рис. 3, 4).

Приведем основные параметры НП и ПК с одинаковой величиной  $W/p_m = 6 \cdot 10^{-2} \text{ см/кГс}$  и практически одинаковыми геометрическими объемами (около 13 литров), для которых задан полный магнитный поток  $\psi_0 = 750 \text{ см}^2 \cdot \text{кГс}$ . Для оценок принято наиболее оптимальное в ПК (при учете неадиабатического конуса потерь (20)) распределение плазмы с  $k=0$ . Что касается НП, то оказалось, что для данного его варианта положительное значение  $W$  достигается для распределения (5), (8) только в случаях сравнимых с единицей относительных давлений на краю плазмы. Поэто-



му для анализа НП была рассмотрено дисковое распределение плазмы (продольная скорость частиц равна нулю) [2] — наилучшее из возможных вариантов распределения. Функция  $\eta(\psi)$  для такого распределения приведена на рис. 3,б. Результаты расчетов показаны ниже:

Таблица 2

Параметр	НП	ПК
Характерный размер магн. системы, см (здесь — расстояние между катушками)	40	60
Магнитное поле в пробке, кГс	12	23
Максимальная плотность тока в катушках, кА/см	9	3.8
Энергия ионов, кэВ	4	6
Давление на краю плазмы, $\hat{p}(\psi_0)/\rho_m$	0.2	0.1

Как следует из таблицы, достижение необходимого запаса устойчивости НП потребовало удвоения относительного давления на краю плазмы. При меньшем граничном давлении распределение (8) уже не обеспечивает положительности  $W_{НП}$ . К недостаткам НП следует отнести также большую плотность тока в катушках и очень малое расстояние между пробками (40 см). Увеличение запаса устойчивости в этих условиях возможно только за счет роста тока инжекции, который и так несколько больше тока инжекции в ПК.

Что касается ПК, то, согласно (22), запас устойчивости можно повышать за счет роста энергии ионов при одновременном росте градиента  $g(y = \text{const}, \text{см. (21)})$ , что, в свою очередь, ведет к росту плотности тока:

$$g \propto I/L^2 \propto j,$$

Вообще говоря, при ограничении  $j$  величиной 19 кА/см, которая в случае проекта АМБАЛ-М близка к предельной для медных шин, и переходе к энергии инжекции 17.5 кэВ можно увеличить запас устойчивости данного ПК в 8.5 раза. Нарращивание за счет выхода на максимум функции  $\Phi(y)$  (см. рис. 5) не имеет особого смысла, так как дает малый выигрыш ( $\sim 5\%$ ), зато уменьшает «толщину» плазмы  $y$ .

Сформулируем кратко полученные результаты.

Разработанная методика для оценок запаса МГД-устойчивости

стабилизирующих непараксиальных ячеек открытых аксиально-симметричных ловушек плазмы и полученные скейлинги позволяют проводить анализ и оптимизацию параметров конкретных установок.

С ее помощью проанализированы два альтернативных типа МГД-якоря. Проведенное сравнение показало, что оба варианта конкурентоспособны в принципе, хотя и для противоположных по изотропности распределений плазмы. Принципиальных подавляющих преимуществ не имеет ни одна из схем при умеренных параметрах плазмы — не очень больших ларморовских радиусах ионов и давлениях плазмы вблизи ее границы. Однако рассмотренный модельный вариант НП уступает принятому в проекте установки АМБАЛ-М варианту ПК как по абсолютному значению запаса устойчивости, так и по возможности параметрической оптимизации. Это, конечно, не отменяет необходимости поисков более оптимальной геометрии НП.

Обращено внимание на чрезвычайную чувствительность величины и даже знака запаса МГД-устойчивости от распределения давления плазмы в пробкотроне.

Распределение горячих ионов, в свою очередь, формируется не только системой инжекции и кинетикой плазмы, но и эффектами неадиабатичности в движении частиц.

Напомним, что во всех расчетах использована нижняя оценка кинетического члена (3). Использование верхней оценки дает гораздо более оптимистические, но, по-видимому, менее надежные результаты.

В заключение авторы выражают благодарность Г.И. Димову за интерес к работе и полезные дискуссии.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Димов Г.И., Лысянский П.Б. Препринт ИЯФ СОАН СССР 86-102. Новосибирск, 1986.
2. Рютов Д.Д., Ступаков Г.В. Физ.плазмы, 1986, т.12, с.1413.
3. Кузьмин С.В., Лысянский П.Б. Препринт ИЯФ СОАН СССР 88-5. Новосибирск, 1988.
4. Кузьмин С.В. Препринт ИЯФ СОАН СССР 88-86. Новосибирск, 1988.
5. Кузьмин С.В., Ступаков Г.В. Вопросы атомной науки и техники. Сер. Термоядерный синтез, 1989, Вып. 1, с.40.

*С.В. Кузьмин, П.Б. Лысянский*

**Запас МГД-устойчивости каспа  
и непараксиального пробкотрона  
относительно «жесткой» моды**

Ответственный за выпуск С.Г. Попов

Работа поступила 24 мая 1989 г.

Подписано в печать 5.06. 1989 г. МН 10245

Формат бумаги 60×90 1/16 Объем 1,7 печ.л., 1,4 уч.-изд.л.

Тираж 250 экз. Бесплатно. Заказ № 78

*Набрано в автоматизированной системе на базе фото-  
наборного автомата ФА1000 и ЭВМ «Электроника» и  
отпечатано на ротапинтере Института ядерной физики  
СО АН СССР,*

*Новосибирск, 630090, пр. академика Лаврентьева, 11.*