

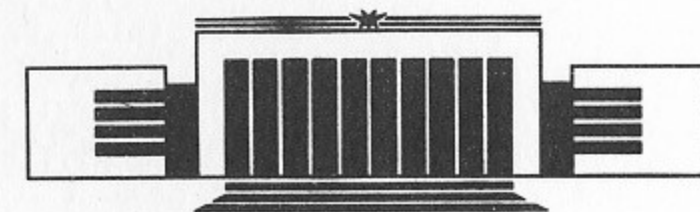
ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ СО АН СССР



А.Л. Герасимов, Н.С. Диканский

ФАЗОВАЯ КОНВЕКЦИЯ ПРИ ВСТРЕЧНОМ
ВЗАИМОДЕЙСТВИИ И ВРЕМЯ ЖИЗНИ ПУЧКОВ
В ЭЛЕКТРОН-ПОЗИТРОННЫХ НАКОПИТЕЛЯХ.
III. ОГРАНИЧЕНИЕ ВРЕМЕНИ ЖИЗНИ
ПОЛНЫМИ НАБОРАМИ РЕЗОНАНСОВ

ПРЕПРИНТ 89-3



НОВОСИБИРСК

А. Л. Тервонен, Н. С. Диканский

ФАЗОВАЯ КОНВЕКЦИЯ ПРИ ВСТРЕЧНОМ
ВЗАИМОДЕЙСТВИИ И ВРЕМЯ ЖИЗНИ ПУЧКОВ
В ЭЛЕКТРОН-ПОЗТРОННЫХ НАКОПИТЕЛЯХ
III. ОГРАНИЧЕННЫЕ ВРЕМЕНА ЖИЗНИ
ПОДНЫМИ НАБОРАМИ РЕЗОНАНСОВ

ПРЕПРИИТ 89-3

НОВОСИБИРСК

© Институт ядерной физики СО АН СССР

Введение
В части II [1] настоящей работы были рассмотрены ограничения времени жизни, возникающие под влиянием одного изолированного нелинейного резонанса. На самом деле, однако, встречный пучок возбуждает бесконечное число резонансов с убывающими с ростом порядка $N = |l| + |m|$ амплитудами гармоник V_{lm} . Пример сети резонансов с порядком $N \leq 18$ для реальных параметров накопителя в отсутствие «неидеальностей» приведен на рис. 1. Уже непосредственно из этого рисунка видно, что расстояние между резонансами заметно больше их ширин, что позволяет предположить [2] отсутствие крупномасштабной стохастичности и применимость описания динамики в рамках понятия изолированных нелинейных резонансов. Этот вывод подтверждается численным прослеживанием траекторий и не зависит, как показывают дополнительные данные такого же рода, от выбора рабочей точки v_{x0}, v_{z0} (при тех же параметрах ξ_x, ξ_z). Поэтому равновесная функция распределения (РФР) и время жизни пучка в ведущем экспоненциальном приближении могут быть вычислены для реального накопителя (в отсутствие синхротронных модуляций) методами Части II.

1. ВВЕДЕНИЕ

Из всего бесконечного набора резонансов только конечное число, как показано в Части II, оказывает влияние на РФР и время жизни пучка. Так, линии уровня функции Φ и все «работающие» резонансы для случая рис. 1 показаны на рис. 2. Видно, что траектория выхода на апертуру $A_z = 40$ проходит по двум резонансам

(6, 4) и (4, 6). Таким образом, совместное воздействие нескольких резонансов на РФР существенно для описания ограничения времени жизни пучка эффектами встречи и данные Части II не являются исчерпывающими. В настоящей Части исследуется реалистическая ситуация с учетом полных наборов резонансов и проводится сравнение результатов с экспериментальными данными работы [3] о зависимости времени жизни пучков на установке ВЭПП-4 от различных параметров накопителя.

2. СКАНИРОВАНИЕ ПО БЕТАТРОННЫМ ЧАСТОТАМ

В исследовании влияния одного изолированного нелинейного резонанса на время жизни и полного набора таких резонансов, существует принципиальная разница. Действительно, влияние одного резонанса на время жизни зависит не от обеих частот ν_{x0} , ν_{z0} , а только от «расстройки» $\delta = l\nu_{x0} + m\nu_{z0} + n$ (см. [1]). Для изучения же воздействия полных наборов резонансов необходимо сканирование по обеим частотам ν_{x0} , ν_{z0} .

Программа сканирования по частотам вычисляла значения величин G_{30} , G_{35} (см. [1]) в узлах прямоугольной сетки частот ν_{x0} , ν_{z0} с шагом $\delta\nu_x = 0.002$, $\delta\nu_z = 0.002$, после чего стандартная графическая подпрограмма строила линии уровня величин G_{30} , G_{35} в плоскости ν_{x0} , ν_{z0} .

Основная серия результатов сканирования имеет целью сравнение с экспериментальными данными с установки ВЭПП-4, где проводились измерения зависимости скорости потерь частиц из позитронного пучка (обратная величина к времени жизни) от частот ν_{x0} , ν_{z0} [3]. По этой причине величины апертур в численном моделировании брались равными $A_z = 30, 35$, так как в экспериментальных данных [3] апертура лежала в этом диапазоне.

Экспериментальные данные сканирования, взятые из [3], приведены на рис. 3. Видно проявление резонансов (4, -2), (1, 4), (5, 2), (7, 0). Последние два резонанса записаны в виде нечетных условно, поскольку точно неизвестно, нечетной или удвоенной четной гармоникой они возбуждаются. Линии уровня величины G_{30} , полученные в результате численного сканирования в том же, что и на рис. 3, квадрате частот ν_{x0} , ν_{z0} , при тех же значениях $\xi_x = 0.008$, $\xi_z = 0.03$ при различных вариантах включения «неидеальностей», показаны на рис. 4—8.

На рис. 4 показан «идеальный» случай — отсутствие машинной нелинейности и остаточных разведений по x и z . Наиболее ярко при этом на рисунке проявляется резонанс (4, -2). Заметим, что подпрограмма построения изолиний при используемом разрешении $\delta\nu = 0.002$ получает недостаточно плавно изменяющийся массив значений G_{30} , в результате чего узкие «хребты» резонансов для величины $\dot{N} \sim \exp(-G_{30})$ (как показывают дополнительные данные, для этого рисунка ширина хребтов по частоте $\delta\nu < 0.001$) часто показываются в виде отдельных «пиков». По той же причине на приводимых рисунках высота «хребтов» и «пиков» при $G_{30} \leq 50$ неоправданно завышается (величина G_{30} занижается). На самом деле, как видно из численных данных, значение G_{30} , меньшее 20, для случая рис. 4 имеется только на «хребте» резонанса (4, 2), для остальных же проявляющихся резонансов величина G_{30} заметно больше. Высота «хребта» резонанса (4, -2) соответствует приблизительно $G_{30} \approx 16$, что согласуется с представлением о том, что этот «хребет» создается воздействием только одного резонанса (4, 2) и с данными Части II. В окрестностях пересечений резонансов, величина G_{30} заметно уменьшается, что связано с одновременным воздействием резонансов типа изображенного на рис. 2. В целом, однако, большая часть плоскости ν_{x0} , ν_{z0} на приведенном рисунке имеет довольно большое значение $G_{30} > 50$.

На рис. 5 показаны для примера линии уровня величины G_{35} для того же, что и на рис. 4, случая. Видно, что для «высоких хребтов» с $G_{30} < 50$ такое увеличение апертуры не слишком существенно.

На рис. 6 показаны линии уровня величины G_{30} для тех же параметров, что на рис. 4, но при наличии положительной машинной нелинейности (см. [4]) с параметрами $C = 2.4 \cdot 10^{-5}$, $\beta_x/\beta_z = 2.5$. Предполагается [3], что в экспериментальных данных рис. 3 «естественная» машинная нелинейность имеет приблизительно такую величину. Из рис. 6 видно появление довольно большого количества новых «хребтов» (в основном принадлежащих суммовым резонансам), хотя численные данные говорят о том, что их высота, за исключением «хребта» резонанса (2, 8), соответствующего значению $G_{30} \approx 21$, довольно мала: $G_{30} \sim 27 \div 35$. Существенно заметить также, что высота «хребта» резонанса (4, -2) при включении положительной нелинейности понизилась до значения $G_{30} \approx 24$.

На рис. 7 показаны линии уровня величины G при параметрах рис. 4 при наличии отрицательной машинной нелинейности

$C = -2.4 \cdot 10^{-5}$. Видно уменьшение количества резонансных «хребтов». «Хребет» резонанса (4, -2) повышается до значения $G_{30} \approx 15.5$ и приобретает второй параллельный основному «сателлит» несколько меньшей высоты. Наличие такого второго хребта объясняется, как показывают дополнительные данные, образованием, при некоторых значениях расстройки δ , двойных линий резонанса (4, -2) и при отрицательных нелинейностях C . Резонанс (2, 8) пропадает совсем.

Таким образом, результаты проведенных расчетов сканирования по частотам ν_{x0} , ν_{z0} показывают довольно хорошее соответствие экспериментальным данным в предположении, что «естественная» нелинейность накопителя ВЭПП-4 являлась положительной и составляла приблизительно $C = 2.4 \cdot 10^{-5}$. Наиболее сильно проявляющимся резонансом является резонанс (2, 8), вторым, более слабым — резонанс (4, -2). Резонанс (7, 0), как уже говорилось в Части II, имеет чисто «одномерный» (по горизонтали) характер воздействия на РФР и не описывается в рамках нашего метода. Кроме того, как указано в [3], для этого резонанса, по-видимому, существенно влияние «машинных» гармоник. Резонанс (5, 2) в исследованных случаях нулевого разведения по x и z может проявляться только как «удвоенный» (10, 4) и оказывается слишком слабым по сравнению с зарегистрированным в эксперименте.

На рис. 8 показано влияние включения остаточных разведений $\Delta x = 0.1$, $\Delta z = 0.1$ для основного случая положительной нелинейности. Из-за значительного увеличения времени ЭВМ, связанного с резким увеличением числа «работающих» резонансов в плоскости амплитуд A_x , A_z , сканирование проводилось только на одной четверти площади всех приводимых до этого рисунков. При сравнении рис. 8 с рис. 6 можно заметить появление довольно высоких «пиков» на линии нового резонанса (5, 2). Как показывают численные данные, высота «хребта» этого резонанса соответствует приблизительно $G_{30} \approx 35$, что, с одной стороны, само по себе недостаточно для проявления в эксперименте, но, с другой стороны, при учете дополнительных факторов (например, синхротронной модуляции) может дать наблюдаемый эффект.

Распределение Φ в плоскости A_x , A_z для рабочей точки ν_{x0} , ν_{z0} в окрестности «хребта» резонанса (5, 2) рис. 8 показано на рис. 9. Основным «работающим» резонансом является резонанс (5, 2).

Из сравнения экспериментальных данных рис. 3 и результатов расчетов рис. 4—8 можно сделать еще один важный вывод. Действительно, хотя высота «хребта» резонанса (8, 2) на рис. 3 и на

рис. 6, 8 приблизительно одна и та же, ширина этого «хребта» в плоскости ν_{x0} , ν_{z0} довольно сильно различается: на рис. 3 она составляет приблизительно $\delta\nu \approx 0.004$, а на рис. 6, 8 соответствующая величина $\delta\nu < 0.001$. Естественно предположить, что причиной такого различия является влияние синхротронной модуляции (см., например, [5]), которая на установке ВЭПП-4 приводила к довольно большим колебаниям рабочей точки $\delta\nu_{z0} \approx 0.01$ [3]. Таким образом, можно предположить, что синхротронная модуляция весьма существенна для описания процессов, ответственных за ограничение времени жизни.

На рис. 10 показаны линии уровня величины G_{30} для больших значений $\xi_x = 0.016$, $\xi_z = 0.06$, соответствующих предельным токам пучков на установке ВЭПП-4 [3], при $C = 2.4 \cdot 10^{-5}$ и отсутствии «остаточных» разведений. Видно значительное расширение областей с малыми значениями $G_{30} < 30$. На рис. 11 показано влияние «остаточных» разведений $\Delta x = 0.1$, $\Delta z = 0.1$ для таких высоких значений ξ_x , ξ_z . Видно, что и в этом случае влияние остаточных разведений весьма значительно. Как свидетельствуют численные данные, на рис. 11 величина G_{30} почти на всем показанном участке плоскости ν_{x0} , ν_{z0} лежит в диапазоне от 20. до 30., что позволяет предположить существенное ограничение времени жизни пучка на значительной части этого участка. Это соответствует экспериментальным данным сканирования [3] при высоких значениях ξ , где наблюдалась именно такая ситуация.

3. ЗАВИСИМОСТЬ ВЛИЯНИЯ РЕЗОНАНСОВ НА ВРЕМЯ ЖИЗНИ ОТ ВЕЛИЧИНЫ МАШИНОЙ НЕЛИНЕЙНОСТИ

В работе [3] приведены экспериментальные данные о зависимости высоты «хребтов» различных резонансов из числа проявляющихся на рис. 3 от величины машинной нелинейности. Для сравнения результатов расчетов по нашей методике с этими данными была использована программа, вычисляющая минимально возможную величину G_{30} при воздействии одного заданного резонанса, описанная в Части II [1]. Значения минимизированных величин G_{30} при различных значениях машинной нелинейности C для резонансов (4, -2) и (2, 8) приведены в таблице. Экспериментальные данные о зависимости скорости потерь частиц на «хребте» резонанса (2, 8) от величины машинной нелинейности, взятые из [3],

	$-1.5 \cdot 10^{-4}$	$-2.4 \cdot 10^{-5}$	0.	$2.4 \cdot 10^{-5}$	$7.8 \cdot 10^{-5}$	$1.5 \cdot 10^{-4}$
(2, 8)			28.9	22.9	21.9	23.3
(4, -2)	14.8	16.5	19.	23.8		

приведены на рис. 12. Поскольку скорость потерь частиц на апертуре $Z=30$ пропорциональна $\exp(-G_{30})$, то имеющийся на рис. 12 максимум потерь при $\beta_x = \frac{\partial v_x}{\partial a_x^2} \sim 2$ (соответствует значению $C = 7.8 \cdot 10^{-5}$) эквивалентен минимуму величины G_{30} , наличие которого видно из таблицы. Таким образом, для резонанса (2, 8) результаты расчетов и эксперимента на качественном уровне согласуются между собой. Причина немоного изменения G_{30} при увеличении машинной нелинейности C в наших расчетах может быть качественно понята из рассмотрения рис. 13—16, где показаны расположения резонанса и линии уровня Φ для различных значений C . Видно, что резонансная линия при увеличении параметра C наклоняется более круто, т. е. приближается к вертикали. За счет этого резонансная линия, соответствующая минимальному значению G_{30} , в нижней части начинается с меньших значений A_x и величина G_{30} уменьшается при увеличении C вплоть до значения $C \approx 7.8 \cdot 10^{-5}$. Увеличение G_{30} при дальнейшем увеличении C объясняется влиянием машинной нелинейности на ширину резонанса $\Delta A_x, \Delta A_z$, от которой зависит воздействие резонанса на распределение Φ . Действительно, величина резонансной гармоники не зависит от машинной нелинейности C , так что первое слагаемое в сумме (4.1)^{*}, соответствующее чисто «асимптотическому» вкладу в увеличение Φ вдоль резонансной линии, также не зависит от C . Второе же слагаемое зависит от ширин $\Delta A_x, \Delta A_z$, которые в свою очередь зависят от нелинейности λ (так как $\Delta A_x \sim \sqrt{V_{lm}/\lambda}$), представляющей собой линейную комбинацию [6] производных полных (с учетом машинной нелинейности) сдвигов частот [4]. Нетрудно понять, что для резонанса (2, 8) для которого при данных параметрах образование «нулевой нелинейности» невозможно (см. Часть I [4]), величина λ монотонно увеличивается с ростом C («пучковая» и «машинная» часть λ имеют один знак). Поэтому

^{*} Нумерация здесь и ниже относится к Части II [1].

ширина $\Delta A_x, \Delta A_z$ монотонно уменьшается с ростом C и величина второго вклада в приращение $\Delta\Phi$ (4.1) монотонно растет, что и приводит в конце концов к увеличению величины G_{30} при $C > 7.8 \cdot 10^{-5}$.

В таблице приведены также данные зависимости величины G_{30} от параметра C для резонанса (4, -2). Видно, что для этого резонанса, в отличие от резонанса (2, 8), зависимость $G_{30}(C)$ является монотонной. Распределения Φ для случаев, представленных в таблице, приведены на рис. 17—20. Поскольку время жизни T экспоненциально зависит от величины G_{30} : $T \sim \exp(G_{30})$, можно сделать вывод о том, что влияние резонансов на время жизни сильно зависит от машинной нелинейности C , и при различных C в экспериментальных измерениях могут проявляться разные резонансы.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предпринятые в Частях I, II [4, 1] и III настоящей работы исследования времени жизни пучка в электрон-позитронных накопителях являются конкретным воплощением развитых в [7] подходов. В работе [7] для системы взаимодействующих пучков, где движение частиц определяется трением, шумом и изолированными резонансами, в многомерном случае был обнаружен универсальный механизм возбуждения резонансами фазовой конвекции, т. е. циркулирующих по замкнутым контурам потоков фазовой плотности. Следствием этого явления — сильное увеличение вероятностей больших флуктуаций координат и импульсов. Было показано, что функция Φ , описывающая вероятность таких флуктуаций $w = Z \exp(-\Phi/\eta)$ в пределе слабого шума $\eta \rightarrow 0$, в многомерном случае сильно $\Phi_0 - \Phi \sim \Phi_0$ отличается от невозмущенной Φ_0 . Там же был построен общий метод вычисления функции Φ по заданному набору резонансов при произвольном соотношении декремента затухания α и силы возмущения ϵ . Эта функция определяет также и ведущий экспоненциальный множитель в среднем времени выхода частиц за границы заданной области (время жизни).

В настоящей работе разработанная общая методика применена для расчета времени жизни пучка в электрон-позитронном накопителе при воздействии эффектов встречи (в пренебрежении рассеянием на остаточном газе). Изучено влияние отдельных изолированных резонансов различных порядков на время жизни. Также

исследована зависимость времени жизни пучка от рабочей точки v_{x0} , v_{z0} и от «неидеальностей» накопителя (остаточного разведения пучков, машинной нелинейности) при учете полных наборов резонансов. Проведенное сравнение с экспериментальными данными показывает, что многие явления, связанные с ограничением времени жизни пучков в электрон-позитронных накопителях, объясняются возбуждаемым встречным взаимодействием эффектом фазовой конвекции, обнаруженным и описанным в [7].

Авторы приносят благодарность Д.В. Пестрикову за внимание к работе и полезные замечания; А.Б. Темных за многочисленные разъяснения экспериментальных результатов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Герасимов А.Л., Диканский Н.С. Фазовая конвекция при встречном взаимодействии и время жизни пучков в электрон-позитронных накопителях. II. Ограничение времени жизни отдельными нелинейными резонансами. — Препринт ИЯФ СО АН СССР 88-97. Новосибирск, 1988.
2. Chirikov B.V. Phys. Rep., 1979, v.52, p.263.
3. Темных А.Б. Влияние кубической нелинейности ведущего магнитного поля накопителя на эффекты встречи на накопителе ВЭПП-4. — В кн.: Труды XIII Международной конференции по ускорителям частиц высоких энергий. Новосибирск, 1986, т.1, с.78; Диссертация на соискание уч. степ. кандидата физ.-мат. наук, ИЯФ СО АН СССР, Новосибирск, 1987.
4. Герасимов А.Л., Диканский Н.С. Фазовая конвекция при встречном взаимодействии и время жизни пучков в электрон-позитронных накопителях. I. Каталог нелинейных резонансов. — Препринт ИЯФ СО АН СССР 88-60. Новосибирск, 1988.
5. Gerasimov A.L., Izrailev F.M., Tennison J.L. Synchrotron Sideband Overlap in Electron-Positron Colliding Beams. — INP Preprint 87-69. Novosibirsk, 1987.
6. Gerasimov A.L., Izrailev F.M., Tennison J.L. Nonlinear Resonances and Beam-Beam Effects for Elliptical Beams. — In.: Proc. of the XIII Intern. Accel. Conf. Novosibirsk, 1986.
7. Герасимов А.Л. Тепловое равновесие осциллятора при возбуждении изолированных резонансов. — Препринт ИЯФ СО АН СССР 87-100. Новосибирск, 1987.

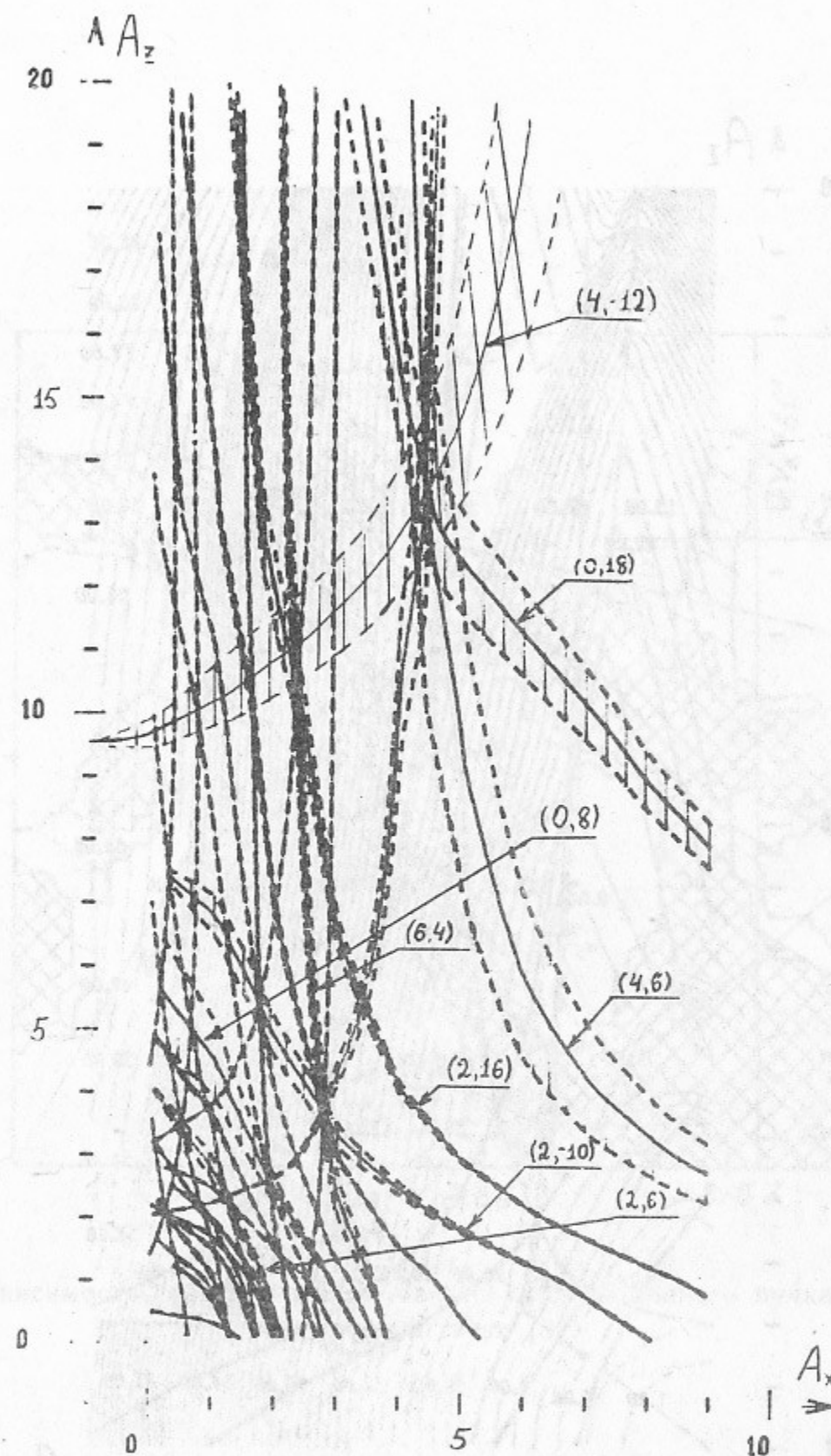


Рис. 1. Все резонансы с порядком $N = |l| + |m| \leq 18$ в плоскости A_x, A_z . Параметры $v_{x0} = 0.58$, $v_{z0} = 0.61$, $\xi_x = 0.03$, $\xi_z = 0.06$, $\kappa = 100$.

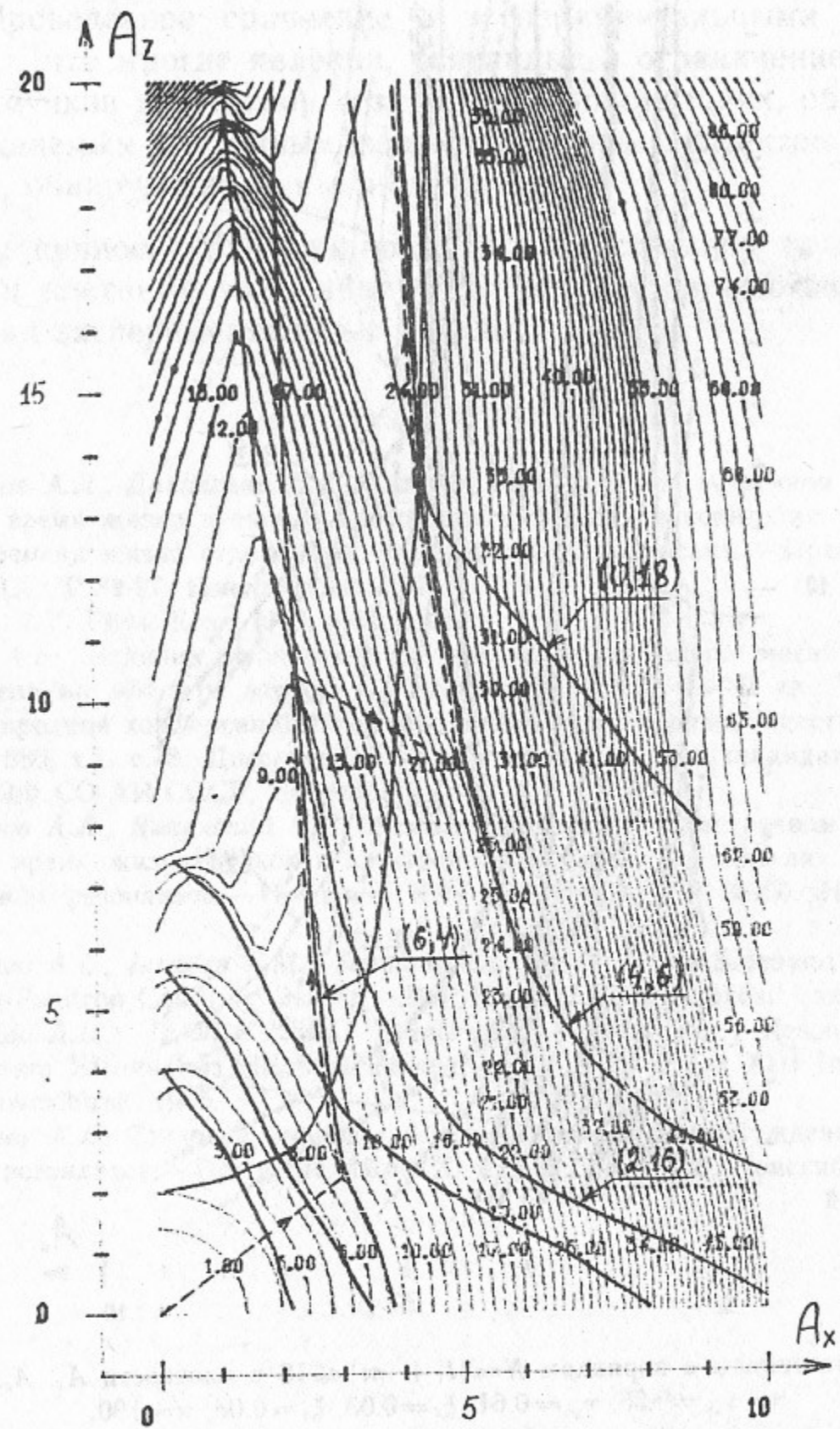


Рис. 2. Линии уровня функции Φ и все «работающие» резонансы для случая рис. 1.

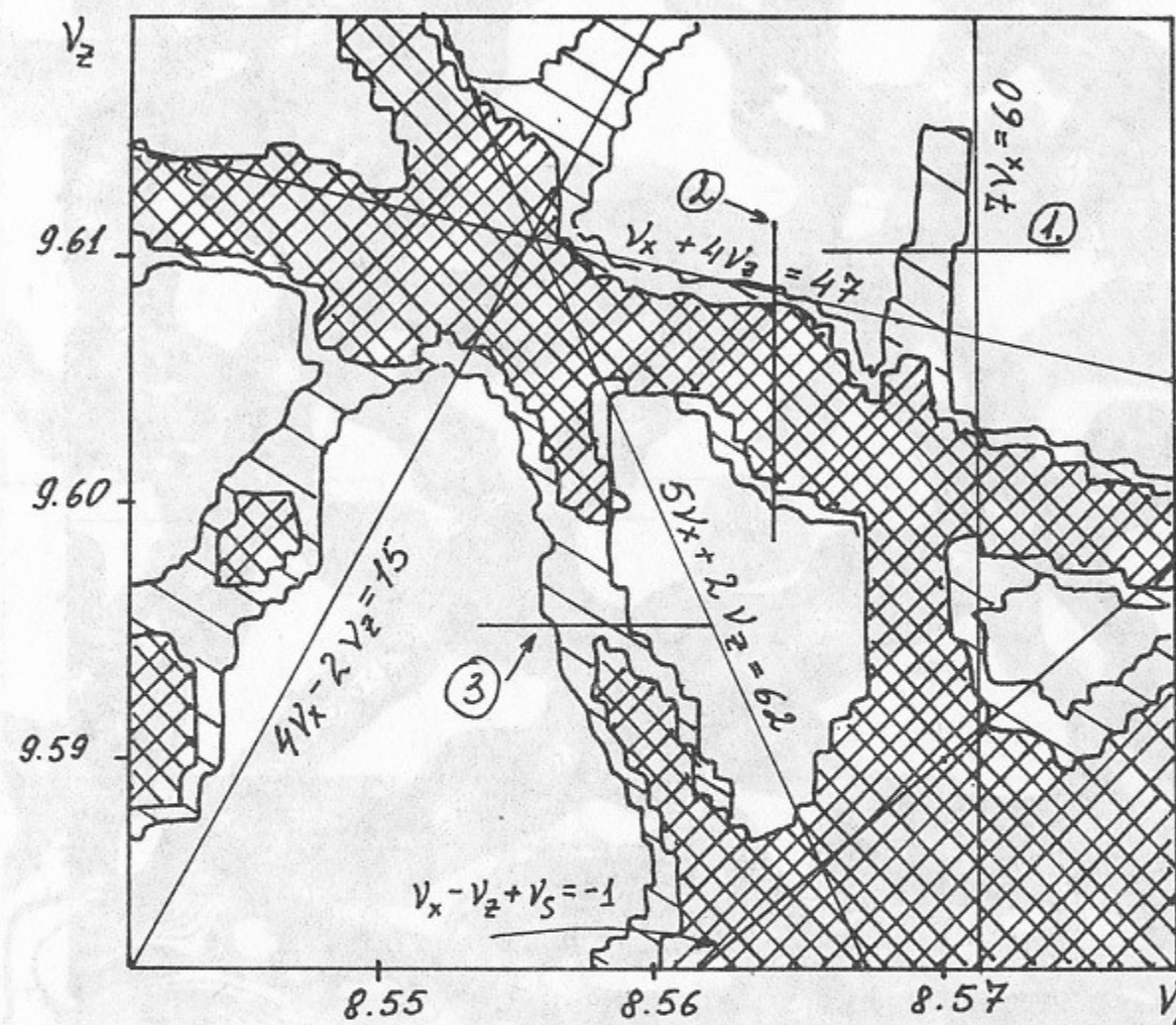


Рис. 3. Зависимость скорости потерь частиц из позитронного пучка от положения рабочей точки [3].

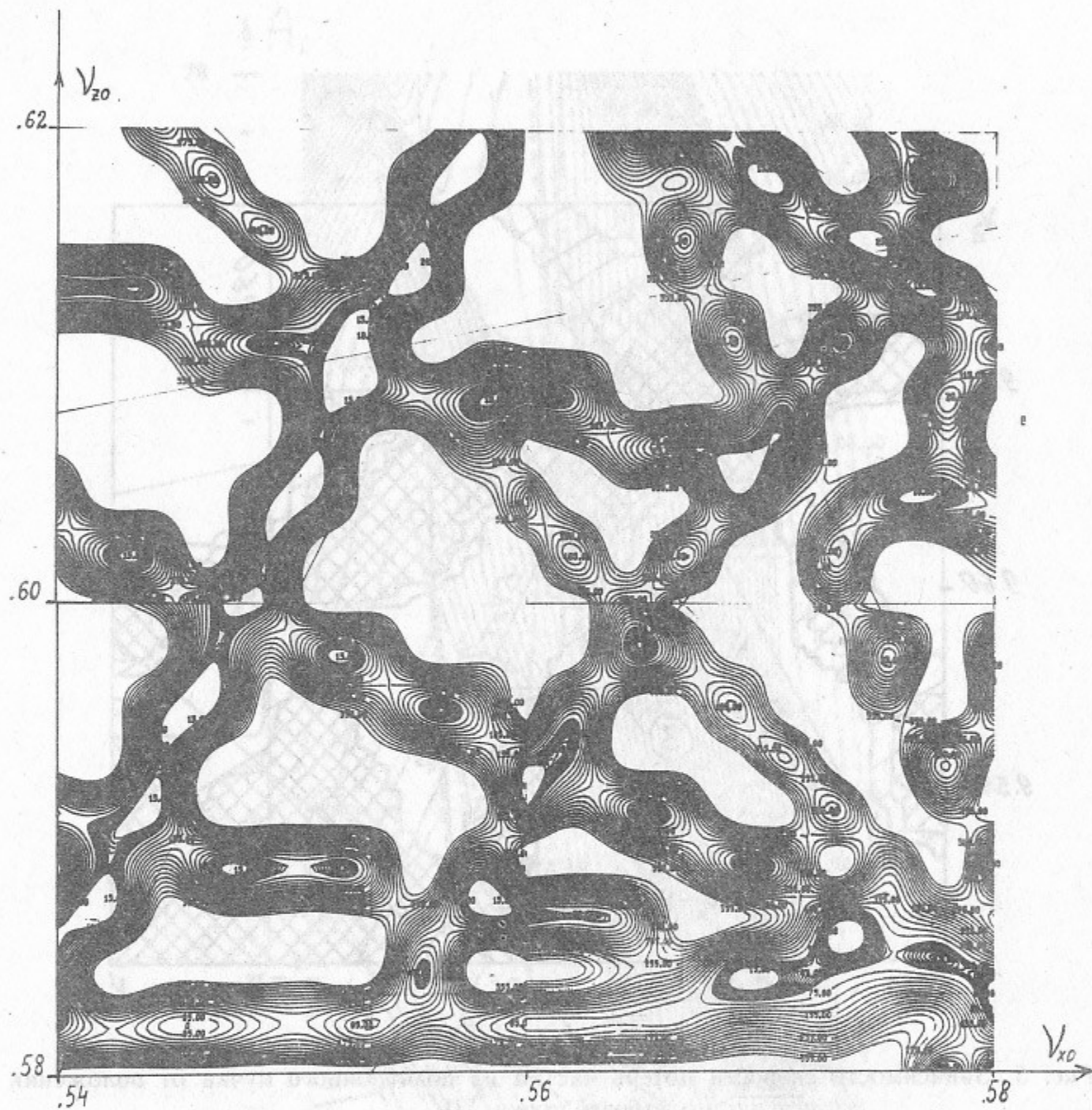


Рис. 4. Линии уровня величины G_{30} в плоскости бетатронных частот v_{x0} , v_{z0} . Показано два семейства линий уровня: от 13 до 55 с шагом $\Delta\Phi=3$ и от 55 до 310 с шагом $\Delta\Phi=20$. Параметры $\xi_x=0.008$, $\xi_z=0.03$, время затухания в числе столкновений со встречным пучком $N=5000$.

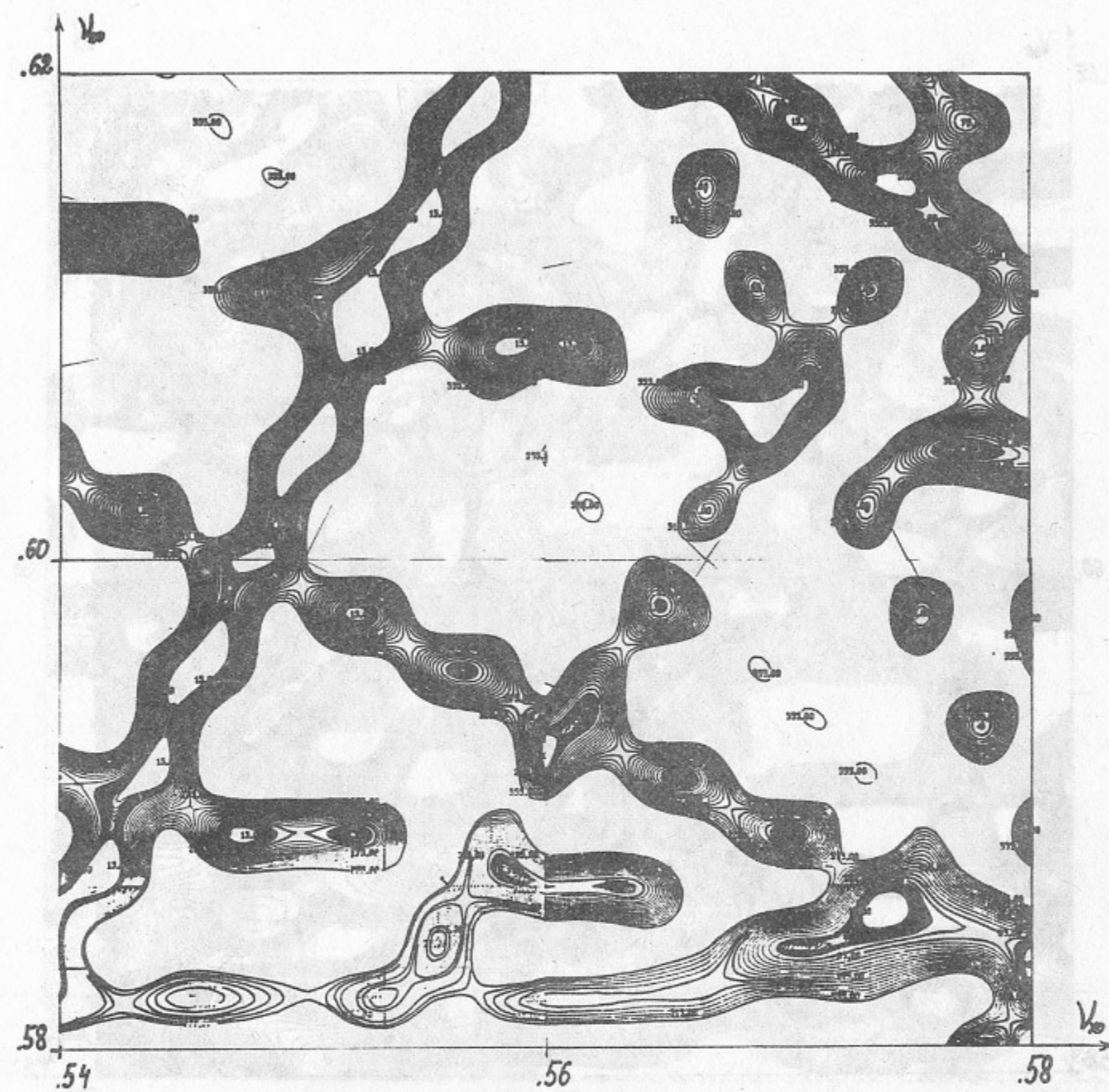


Рис. 5. То же, что на рис. 4, для величины G_{35} .

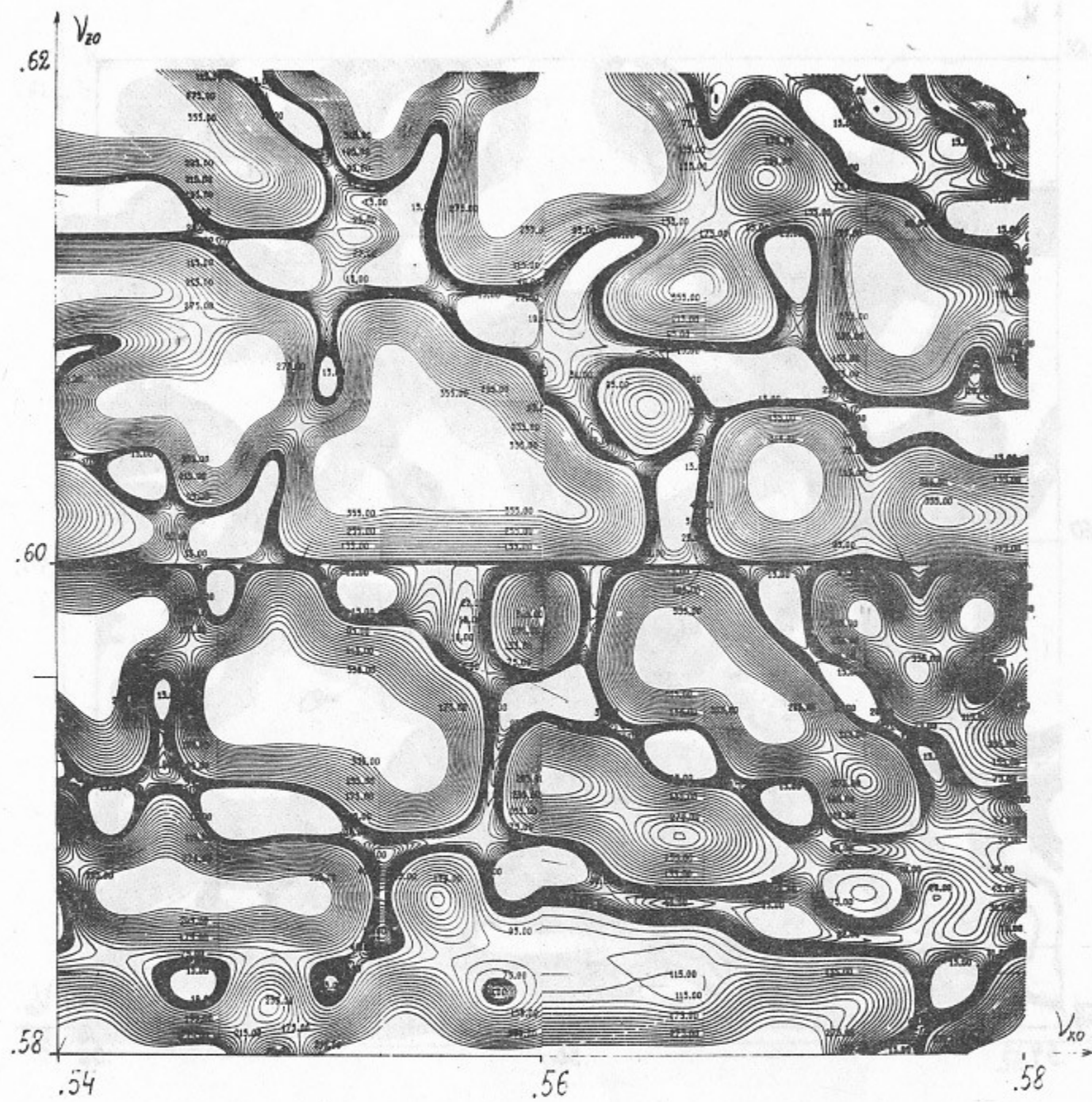


Рис. 6. То же, что на рис. 4, при включении положительной машинной нелинейности $C = 2.4 \cdot 10^{-5}$.

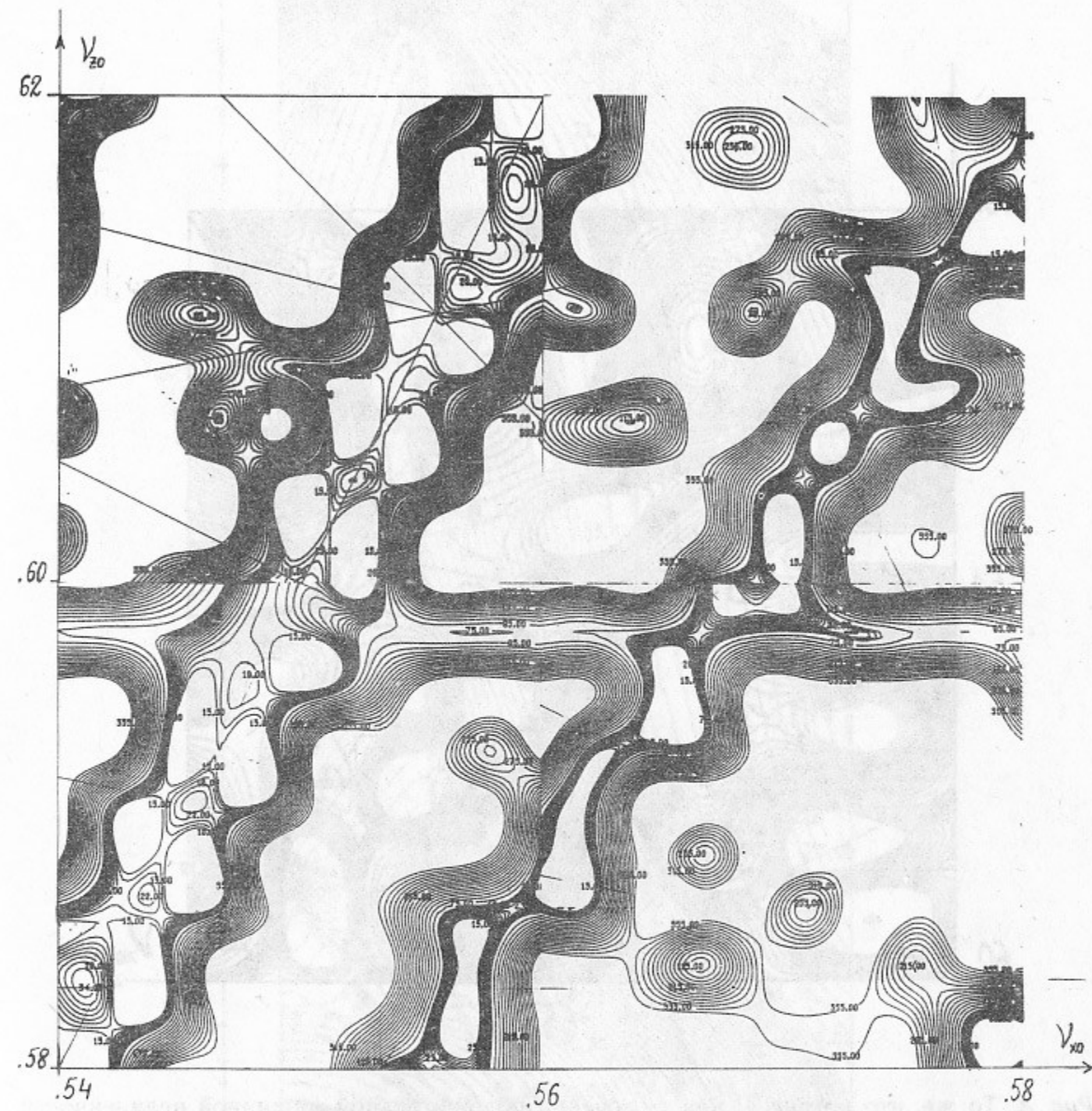


Рис. 7. То же, что на рис. 4, при включении отрицательной машинной нелинейности $C = -2.4 \cdot 10^{-5}$.

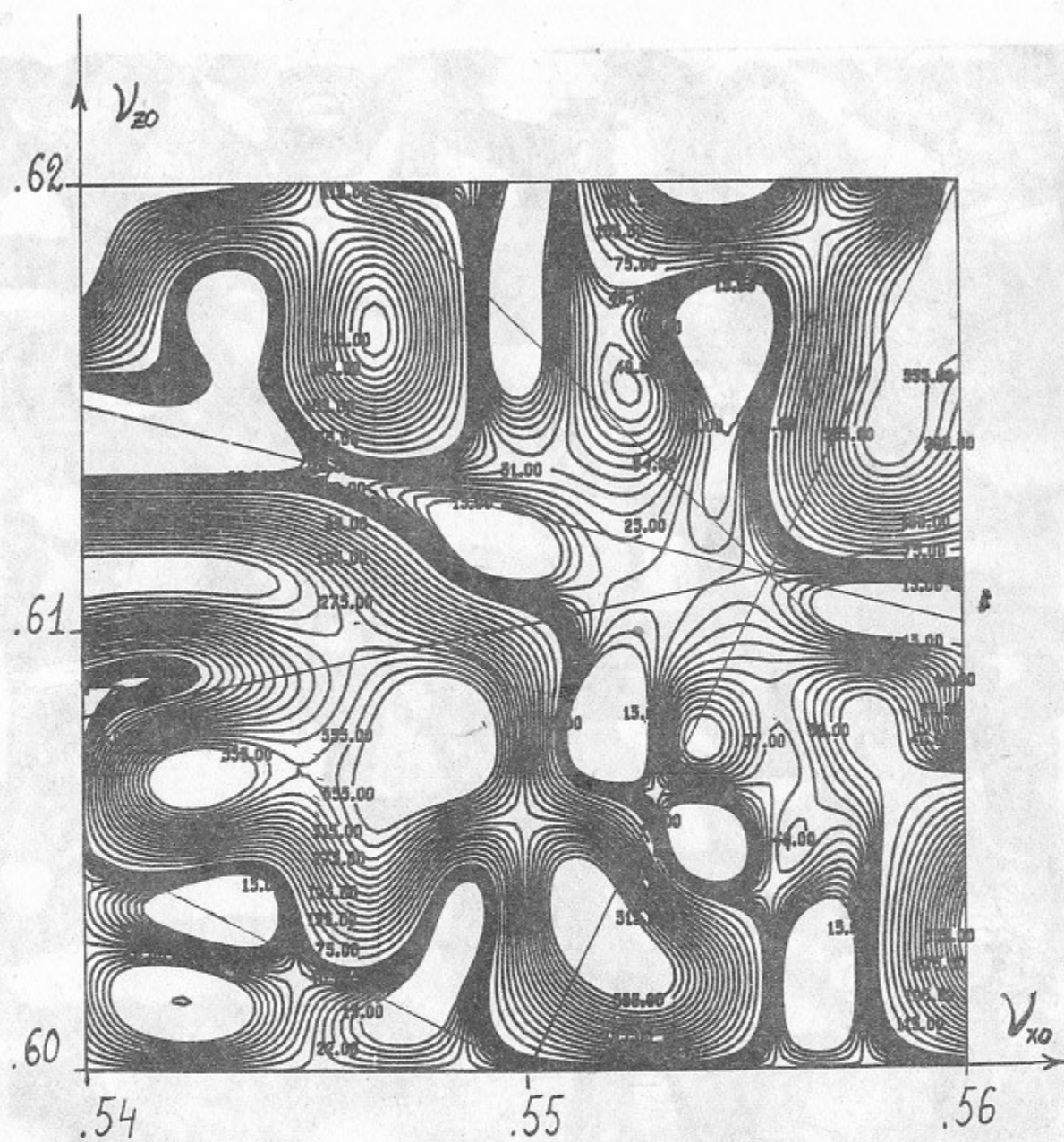


Рис. 8. То же, что на рис. 4, при включении положительной машинной нелинейности $C = +2.4 \cdot 10^{-5}$ и остаточных разведений $\Delta x = 0.1$, $\Delta z = 0.1$.

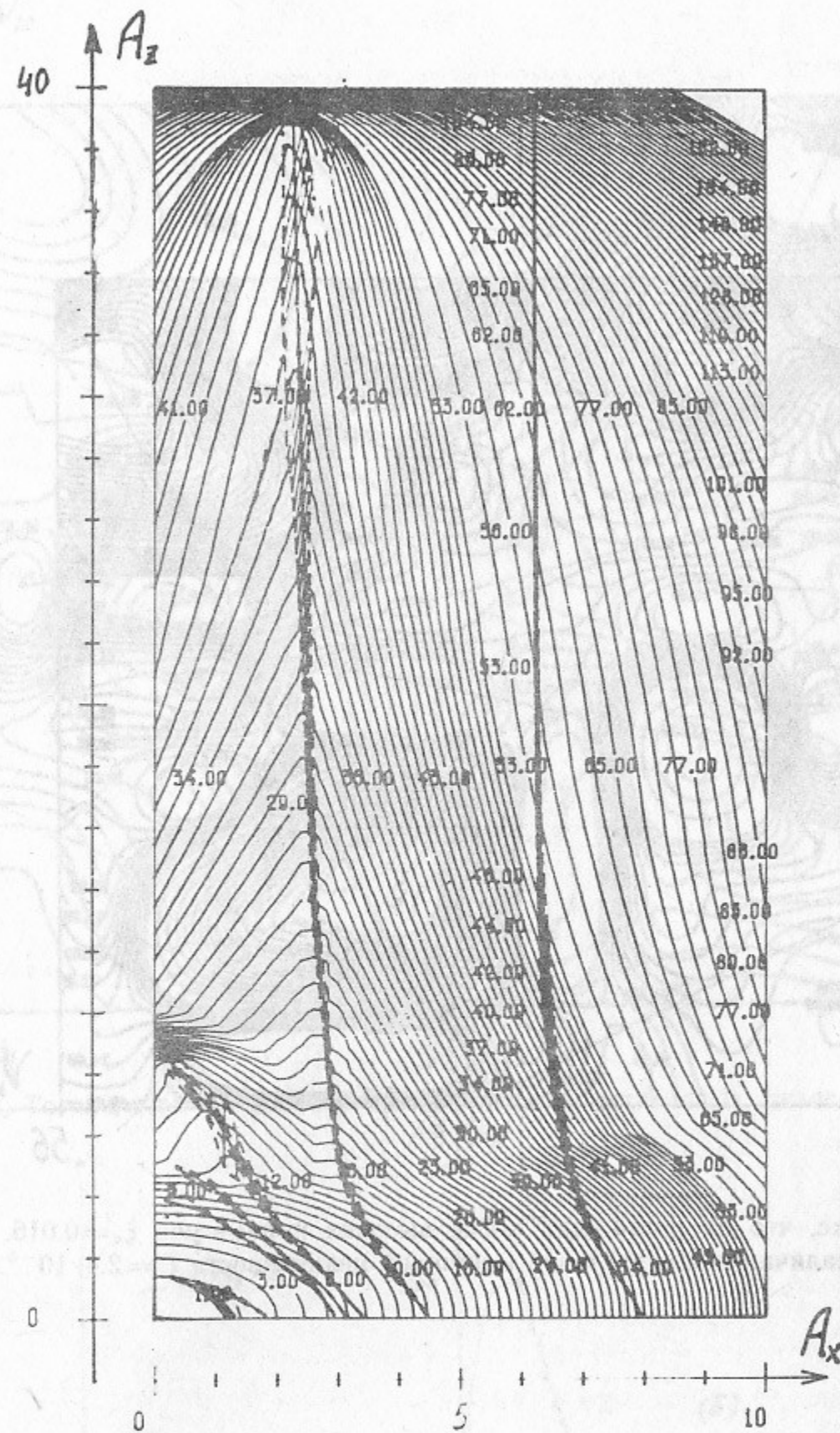


Рис. 9. Распределение Φ и все работающие резонансы в плоскости амплитуд A_x , A_z в точке $v_{x0} = 0.5444$, $v_{z0} = 0.6044$ рис. 8.

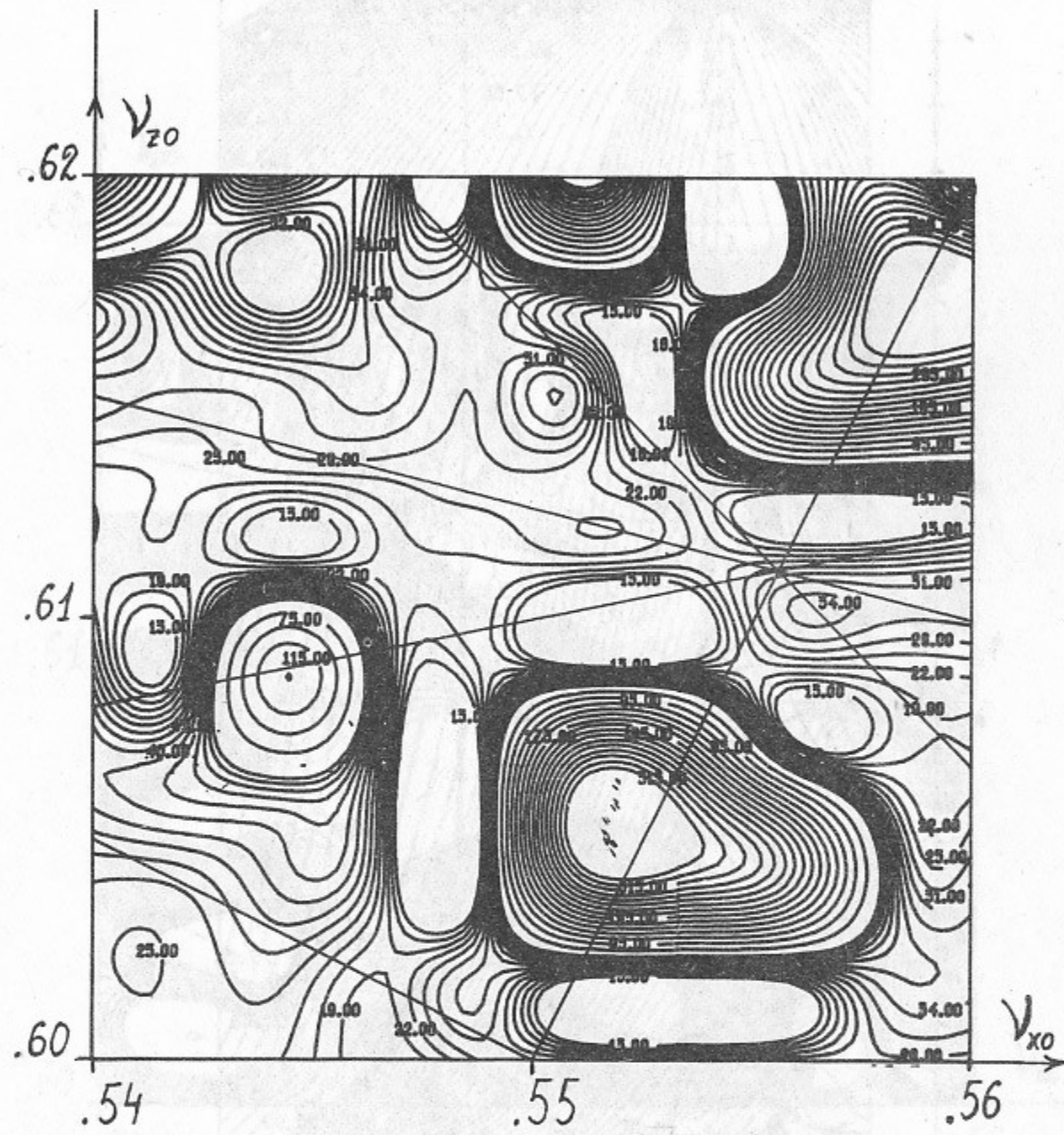


Рис. 10. То же, что на рис. 4, для более высоких параметров $\xi_x=0.016$, $\xi_z=0.06$ при наличии положительной машинной нелинейности $C=2.4 \cdot 10^{-5}$.

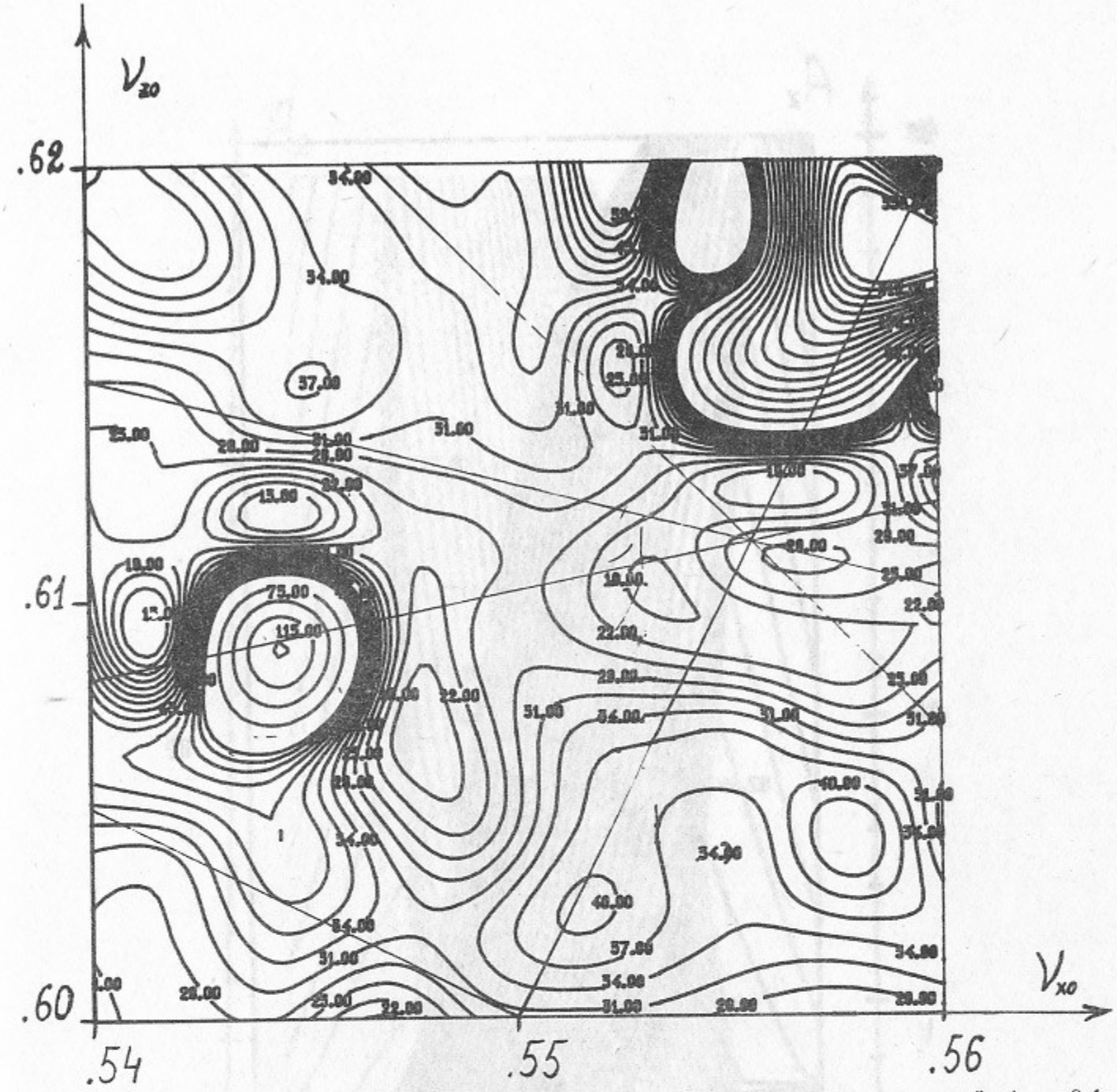


Рис. 11. То же, что на рис. 10, при включении остаточных разведений $\Delta x=0.1$, $\Delta z=0.1$.

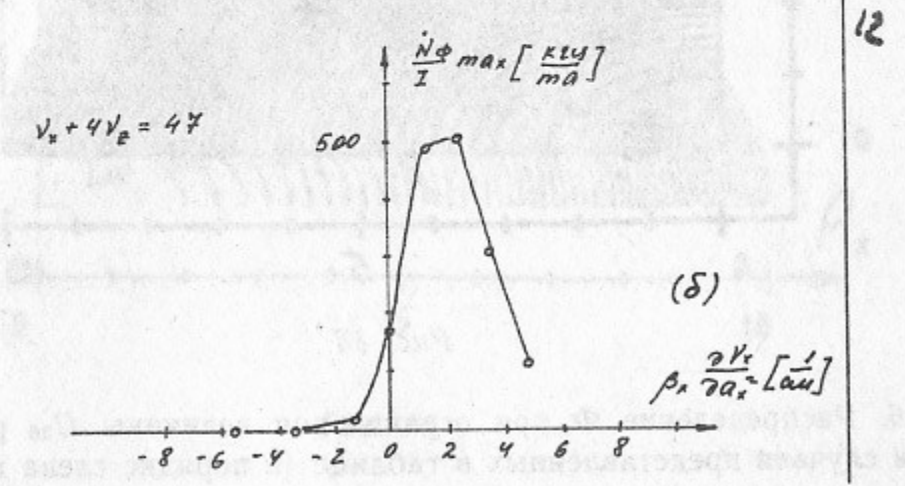


Рис. 12. Экспериментальная зависимость потерь \dot{N} на «хребте» резонанса (2, 8) в зависимости от величины машинной нелинейности.

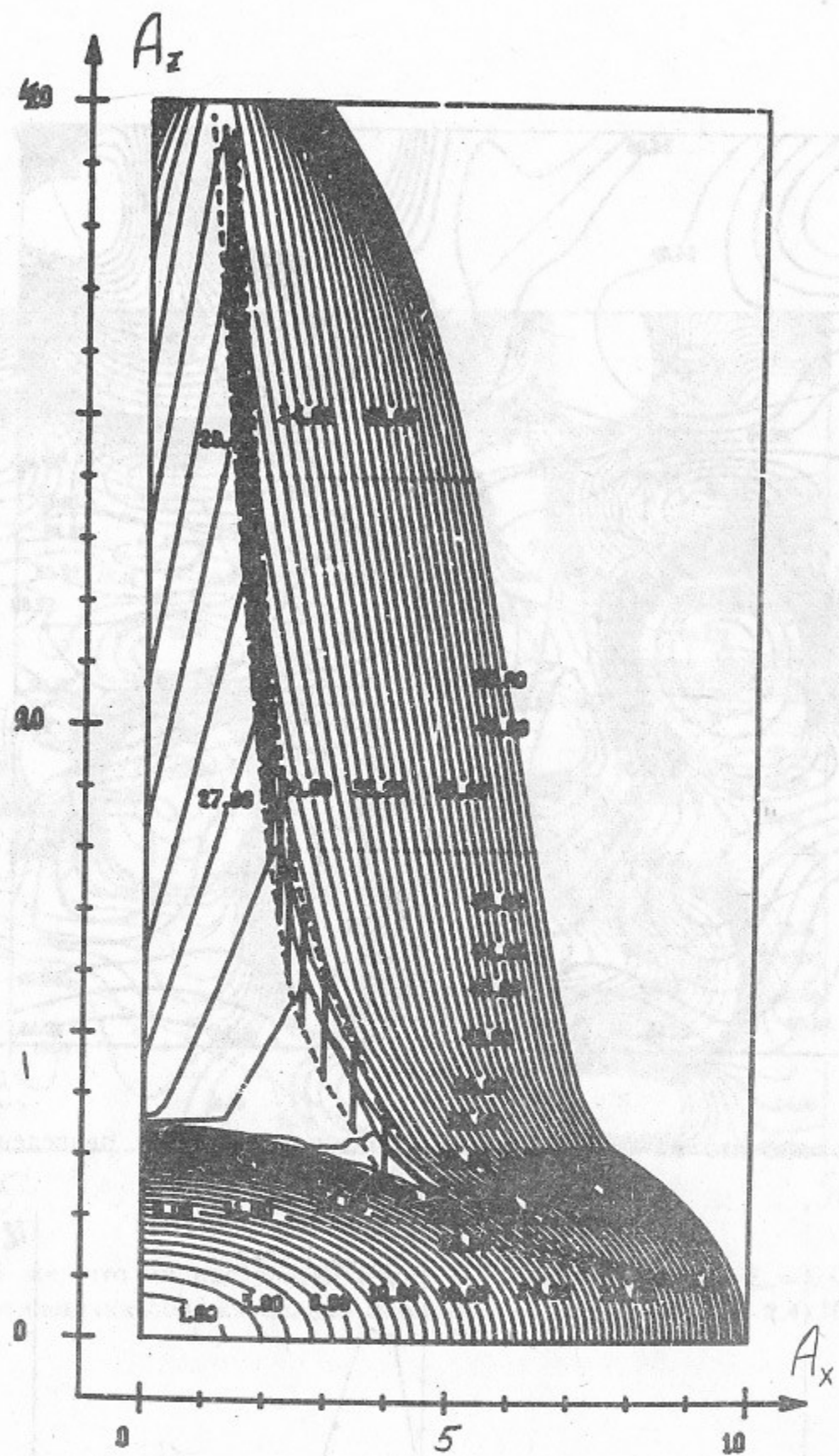


Рис. 13.

Рис. 13—16. Распределение Φ при ограничении величины G_{30} резонансом (2, 8) для случаев представленных в таблице (в порядке слева направо).

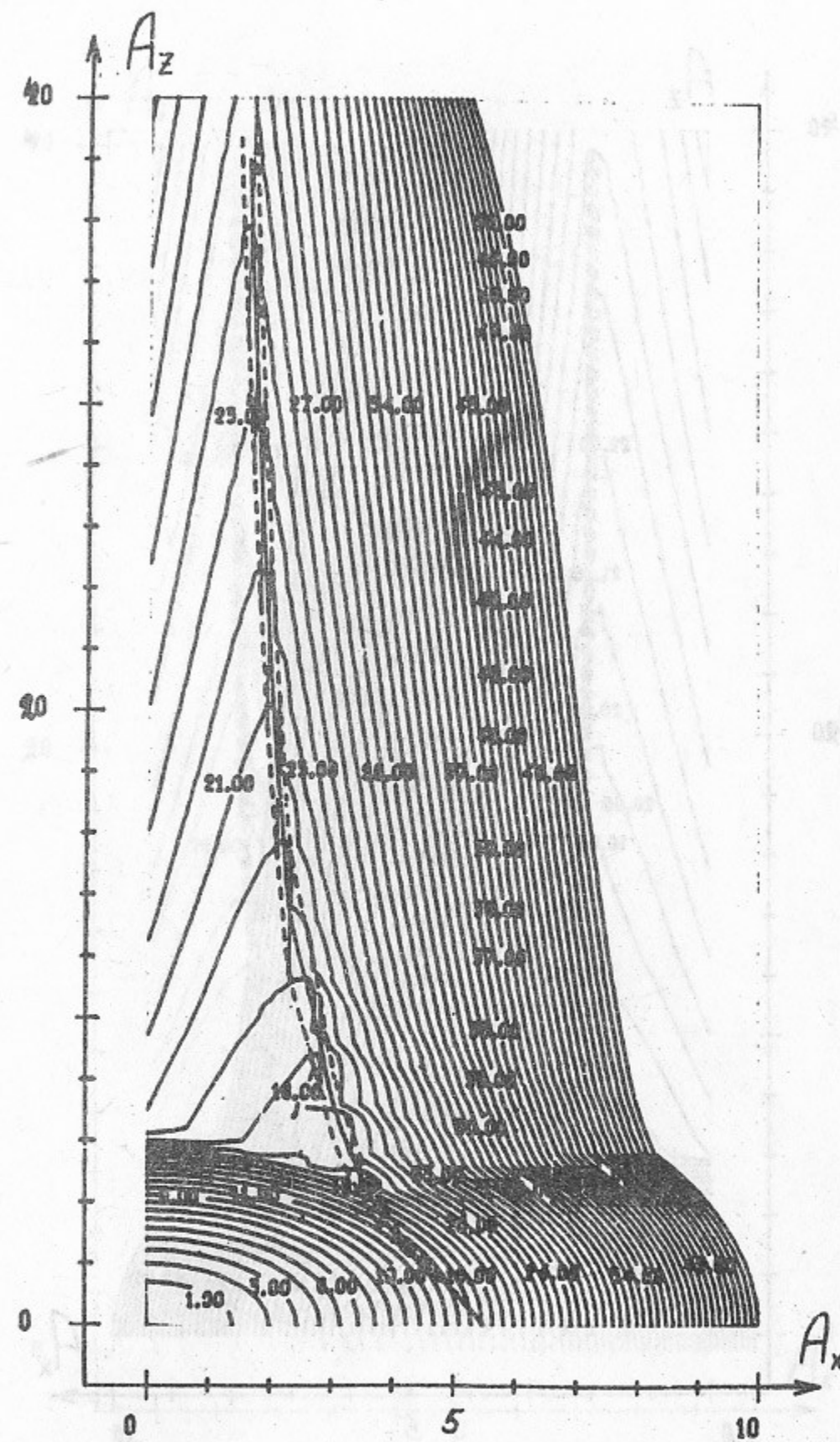


Рис. 14.

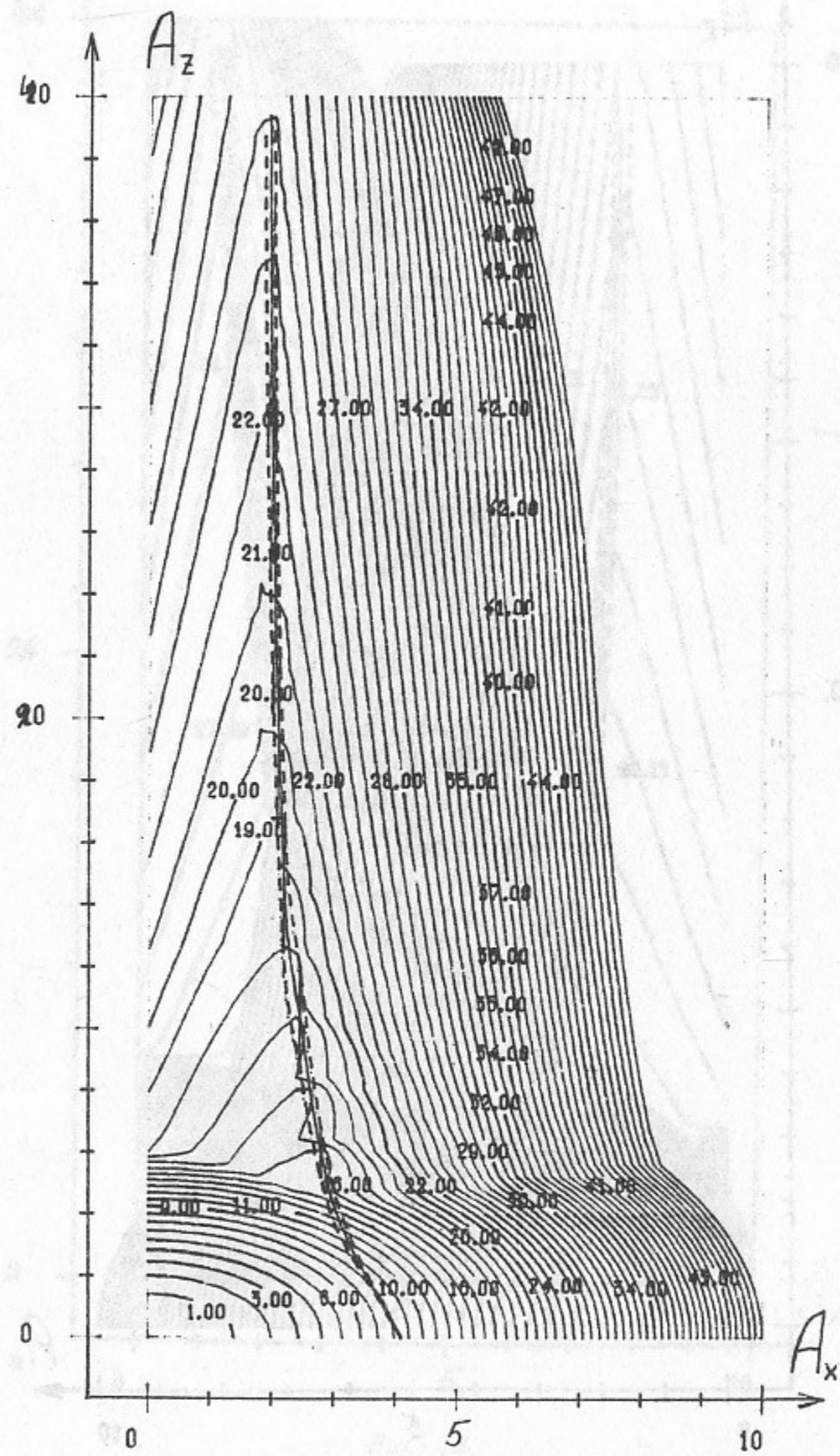


Рис. 15.

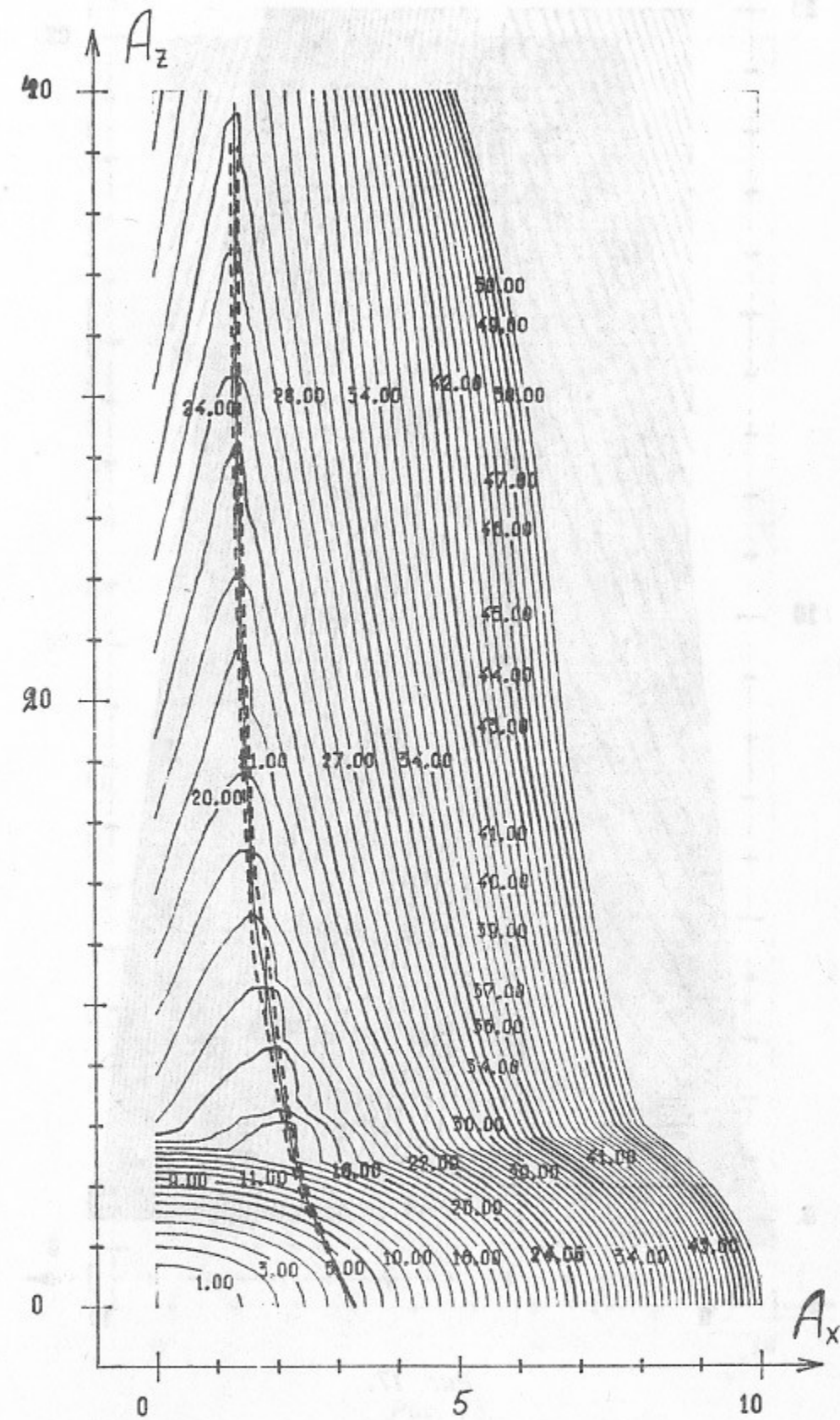


Рис. 16.

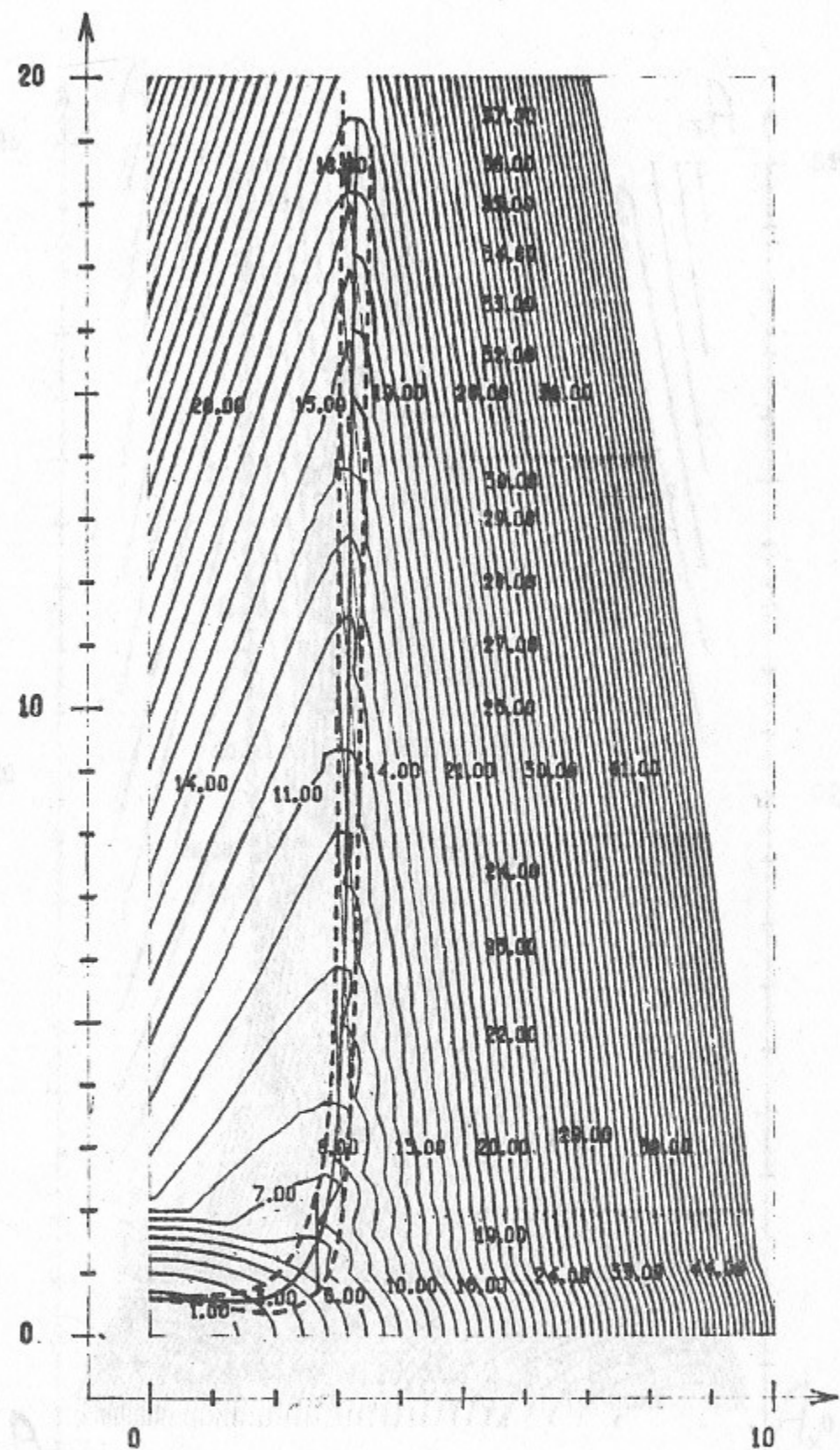


Рис. 17.

Рис. 17—20. Распределение Φ при ограничении величины G_{30} резонансом (4, -2) для случаев, представленных в таблице (в порядке слева направо).

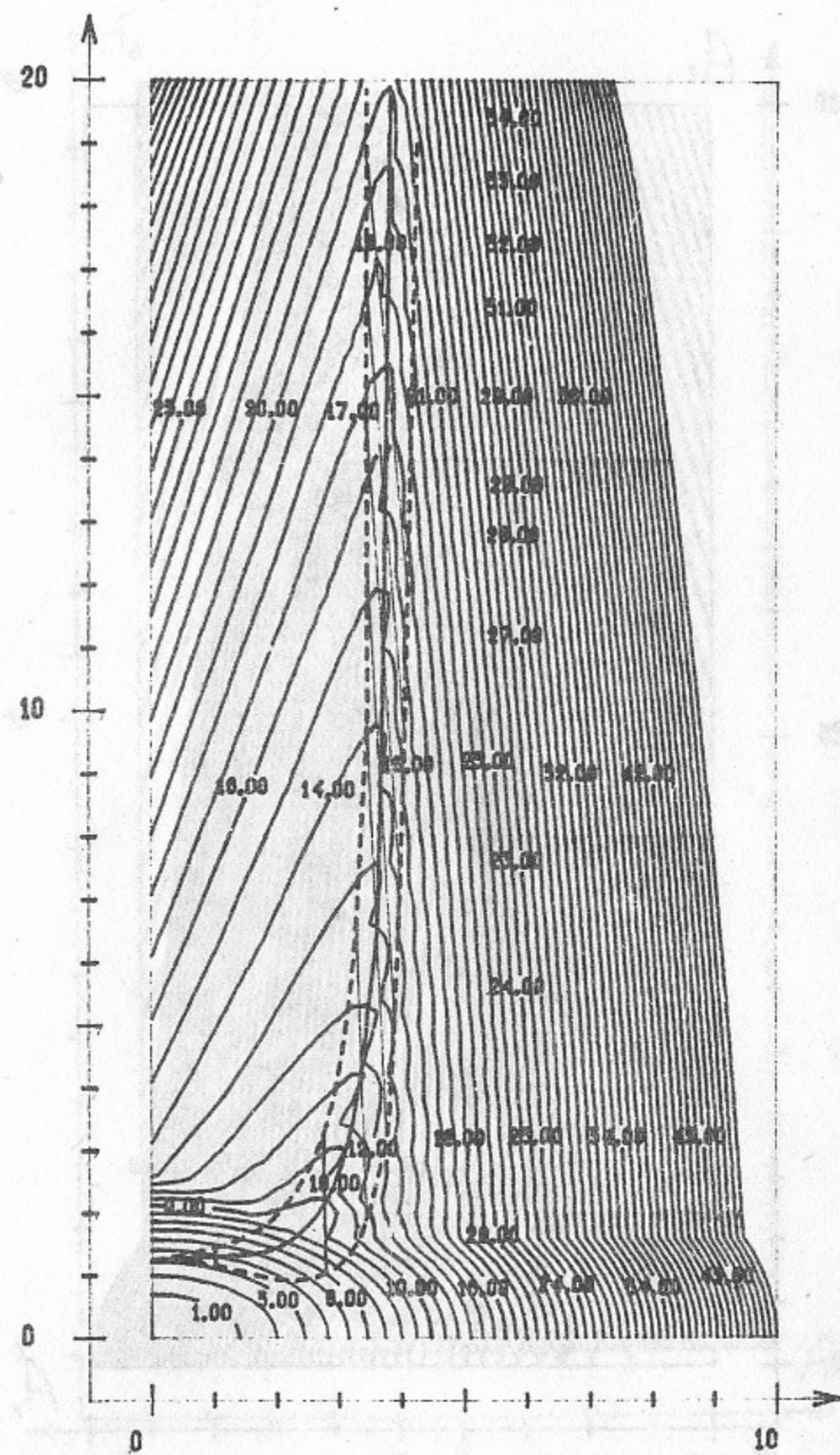


Рис. 18.

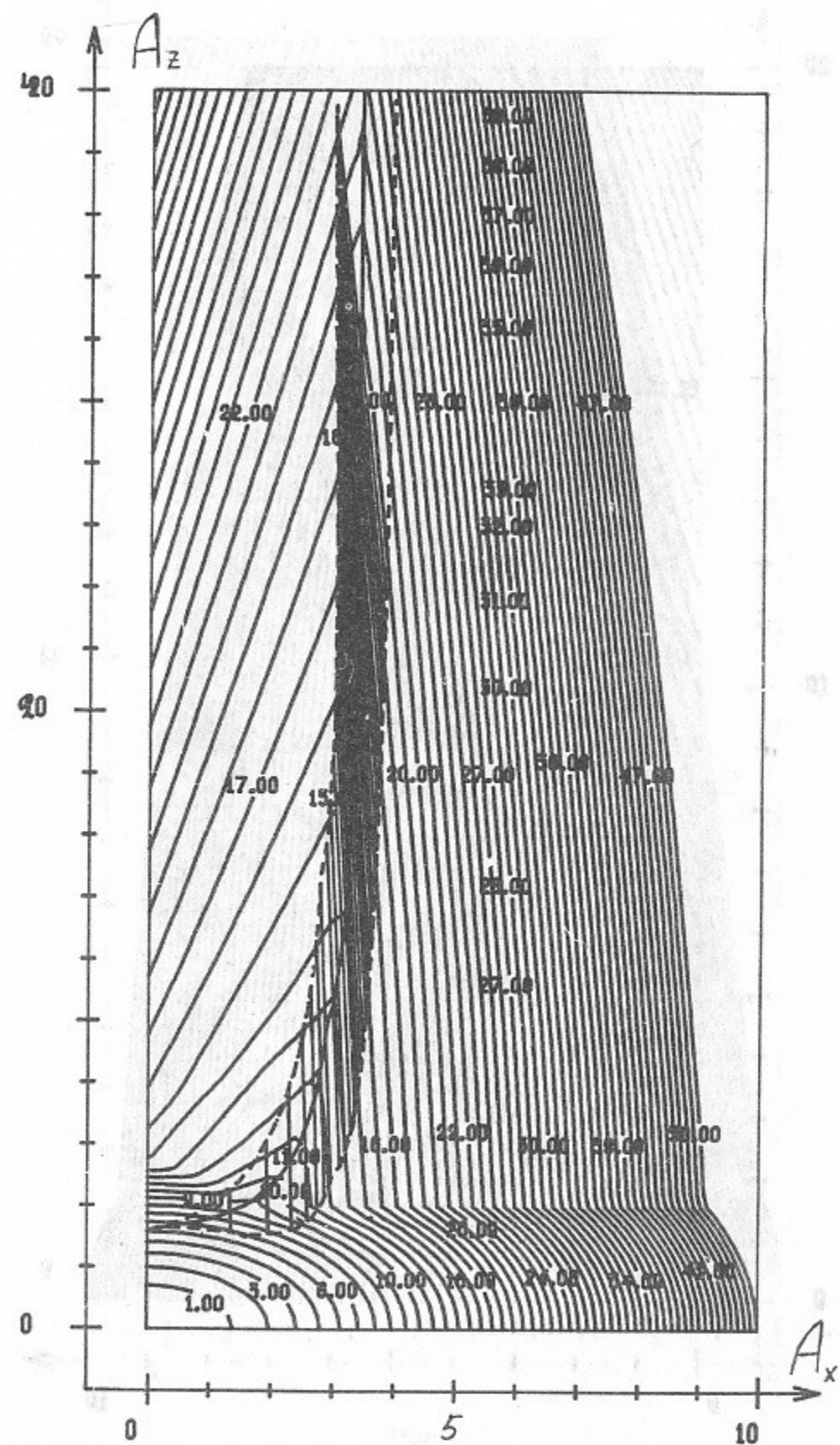


Рис. 19.

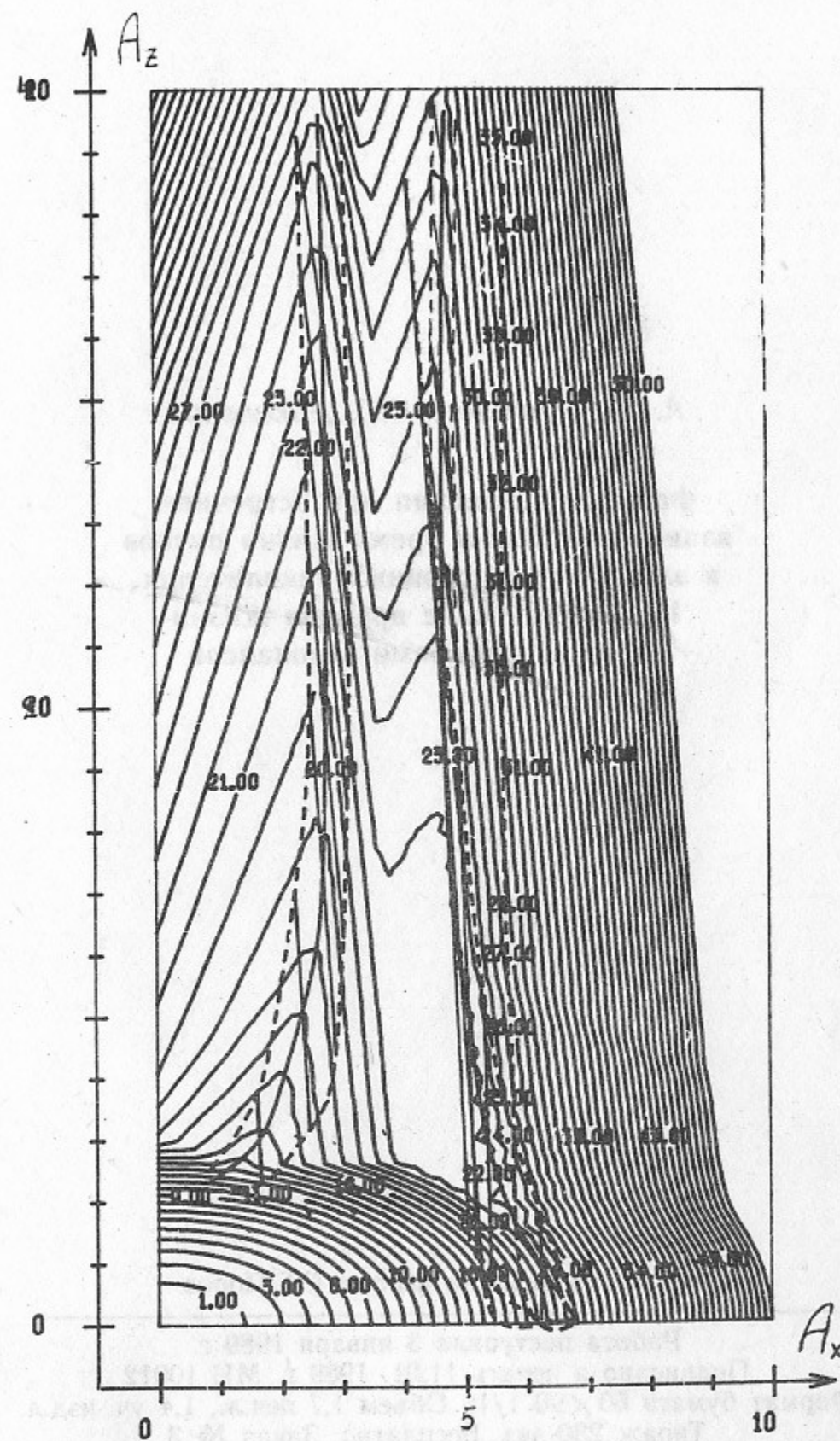


Рис. 20.

А.Л. Герасимов, Н.С. Диканский

**Фазовая конвекция при встречном
взаимодействии и время жизни пучков
в электрон-позитронных накопителях.**

**III. Ограничение времени жизни
полными наборами резонансов**

Ответственный за выпуск С.Г. Попов

Работа поступила 3 января 1989 г.
Подписано в печать 11.01. 1989 г. МН 10012
Формат бумаги 60×90 1/16 Объем 1,7 печ.л., 1,4 уч.-изд.л.
Тираж 230 экз. Бесплатно. Заказ № 3

*Набрано в автоматизированной системе на базе фото-
наборного автомата ФА1000 и ЭВМ «Электроника» и
отпечатано на ротапринтере Института ядерной физики
СО АН СССР,
Новосибирск, 630090, пр. академика Лаврентьева, 11.*