

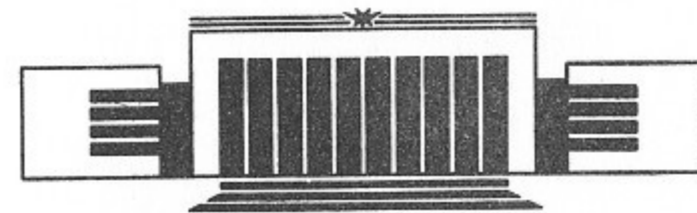
ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ СО АН СССР



А.В. Буров

УСТОЙЧИВОСТЬ КОМПЕНСИРОВАННОГО  
ПУЧКА ЭЛЕКТРОННОГО ОХЛАЖДЕНИЯ

ПРЕПРИНТ 88-124



НОВОСИБИРСК

Устойчивость компенсированного  
пучка электронного охлаждения

А.В. Буров

Институт ядерной физики  
630090, Новосибирск 90, СССР

АННОТАЦИЯ

В результате теоретического исследования найдена область устойчивости электронного пучка, нейтрализованного ионами остаточного газа. Развитые представления соотнесены с экспериментальными данными.

ABSTRACT

By the means of theoretical investigation the stability region of the neutralized by the residual gas ions electron beam is found out.

Электронное охлаждение является, как известно, методом увеличения фазовой плотности пучка заряженных частиц, основанным на передаче их тепловой энергии сопутствующим электронам [1]. Однако, кроме столкновений, охлаждаемые частицы испытывают влияние поля пространственного заряда пучка, что ограничивает применимость метода [2]. Эти ограничения снимаются, если заряд удастся скомпенсировать накоплением в объеме пучка ионов остаточного газа, как предлагалось в работах [3, 4]. Предельно достижимая плотность компенсированного пучка определяется возможностью раскачки когерентных колебаний. Наиболее низкий порог для нерелятивистских пучков рассматриваемого типа имеет аксиально несимметричная электрон-ионная неустойчивость.

Относительно этого порога до определенного времени была ясность. Теорией [5, 6] предсказывалась плотность тока

$$j_{кр} = \frac{v^2 H}{8Lc}, \quad (0.1)$$

где  $v$  — скорость электронов,  $H$  — напряженность продольного магнитного поля,  $L$  — длина пучка,  $c$  — скорость света. В экспериментах [7] было обнаружено хорошее согласие с этим предсказанием. Однако несколько позже на установке НАП-М [8] в опытах по компенсации охлаждающего пучка [9, 10] наблюдалось отсутствие неустойчивости вплоть до токов, максимально возможных по первансу пушки, а именно: при различных энергиях электронов  $W$  достигались следующие плотности тока  $j$ :

$W$ , кэВ	$j_{\text{эсп.}}$ , А/см <sup>2</sup>	$j_{\text{теор.}}$ , А/см <sup>2</sup>
35	3	0.46
0.55	1.3	$8.3 \cdot 10^{-3}$

Кроме того, обнаружилась зависимость спектров колебаний пучка от малой примеси вторичных электронов — ионизационных и отраженных от коллектора. В ряде опытов существенным было их присутствие на уровне ниже процента, чего, если верить теории [5, 6], быть не должно. Таким образом, имеющиеся сведения по устойчивости компенсированного пучка находятся между собой в явном противоречии, в разрешении которого и состоит цель данной работы.

В части 1 в общих чертах обсуждаются свойства стационарного состояния ионов, часть 2 посвящена поперечным колебаниям, часть 3 — продольным колебаниям и продольно-поперечной неустойчивости, в части 4 полученные результаты суммируются в виде диаграммы устойчивости, в части 5 представления сопоставляются с экспериментальными результатами.

### 1. СТАЦИОНАРНОЕ СОСТОЯНИЕ

Электроны пучка, движущиеся в сопровождающем магнитном поле, ионизуют атомы остаточного газа. Ионы могут накапливаться, если по краям стоят отражающие пробки. В итоге устанавливается количество ионов

$$N_i = N_e n_0 \sigma v \tau, \quad (1.1)$$

где  $N_e$  — полное число электронов на участке компенсации,  $n_0$  — плотность атомов остаточного газа,  $\sigma$  — сечение ионизации,  $v$  — скорость электронов,  $\tau$  — среднее время жизни иона в объеме электронного пучка. При условии компенсации  $N_i = N_e$ , следовательно:

$$\tau = \frac{1}{n_0 \sigma v}. \quad (1.2)$$

При высоком вакууме, характерном для установок электронного охлаждения [11], ионы за время (1.2) испытывают большое число взаимных столкновений:

$$v_{ii} \tau \gg 1, \quad (1.3)$$

$$v_{ii} \simeq \frac{4\pi n_i e^4 \bar{Z}^4 L_{ii}}{T^{3/2} \bar{M}^{1/2}}, \quad (1.4)$$

где  $n_i$  — ионная плотность;  $T$  — температура;  $\bar{Z}$ ,  $\bar{M} = \bar{A} M_p$  — средняя зарядность и масса иона;  $L_{ii}$  — кулоновский логарифм ион-ионных столкновений;  $M_p$  — масса протона. В каком случае состояние ионов, находящихся в объеме пучка, близко к термодинамически равновесному? Если средний ларморовский радиус не меньше поперечника пучка,  $r_L \gg a$ , то при условии (1.3). В противном случае критерий ужесточается. Для его определения положим, что столкновения достаточно часты, чтобы можно было говорить о локальной температуре, найдем характерный поперечный размер, на котором она меняется и потребуем, чтобы он был не менее поперечного пучка  $a$ .

Из того, что ионы живут в пучке время  $\tau$ , следует, что у них есть систематическая скорость движения к границе  $\simeq a/\tau$ . За время смещения на ларморовский радиус  $\tau_L = \frac{r_L}{a} \tau$  вследствие теплопроводности энергия иона изменится на

$$\Delta T_L \simeq \nabla_r (v_{ii} r_L^2 \nabla_r T) \tau_L \simeq \frac{r_L^2 v_{ii}}{l^2} \tau_L T.$$

В стационарном процессе это изменение не больше разницы температур на ларморовском радиусе

$$\Delta T_L \leq \frac{T}{l} r_L,$$

где  $l \simeq \frac{T}{\partial T / \partial r}$ . Отсюда

$$l \geq \frac{r_L^2}{a} v_{ii} \tau, \quad (1.5)$$

а относительное изменение температуры на поперечнике пучка

$$\frac{\Delta T}{T} \simeq \frac{a}{l} \simeq \frac{a^2}{r_L^2} \frac{1}{v_{ii} \tau}. \quad (1.6)$$

Таким образом, при условии

$$v_{ii} \tau \frac{r_L^2}{a^2} \gg 1 \quad (1.7)$$

состояние ионов, находящихся в объеме электронного пучка, близко к термодинамически равновесному. Условие равновесности (1.3) или (1.7) будем предполагать выполненным.

Рассмотрим вопрос о степени ионизации компенсирующих

ионов. Пусть  $N_Z$  — число ионов с зарядностью  $Z$ . Для этих величин можно написать динамические уравнения:

$$\dot{N}_Z = N_{Z-1} n \sigma_{Z-1} v - N_Z n \sigma_Z v - I_Z, \quad (1.8)$$

где  $\sigma_Z$  — сечение ионизации  $Z$ -кратно ионизированного атома,  $I_Z$  — ток за пределы пучка. Отсюда для стационарного состояния получаем

$$\begin{aligned} N_0 \sigma_0 > N_1 \sigma_1 > N_2 \sigma_2 > \dots, \\ N_Z \sigma_Z < N_0 \sigma_0. \end{aligned} \quad (1.9)$$

Подчеркнем, что неравенства (1.9) точные.

Оценить зарядность основной массы ионов можно следующим образом. При  $n \sigma_1 \ll n_0 \sigma_0$  ион живет в пучке слишком мало, чтобы успеть потерять хотя бы еще один электрон, поэтому зарядность  $Z=1$ . В обратном случае плотность ионов низших зарядностей  $Z-1, Z-2, \dots$  определяется ионизационными процессами, так что

$$n_{Z-1} = \frac{n_0 \sigma_0}{\sigma_{Z-1}},$$

$$n_Z = n_{Z-1} n \sigma_{Z-1} v \tau = \frac{n}{Z}.$$

Отсюда время жизни

$$\tau = \frac{1}{Z n_0 \sigma_0 v}.$$

Этот срок больше времени превращения  $Z-1 \rightarrow Z$ , но меньше  $Z \rightarrow Z+1$ :

$$\frac{1}{n \sigma_{Z-1} v} < \frac{1}{Z n_0 \sigma_0 v} < \frac{1}{n \sigma_Z v}.$$

Отсюда

$$\frac{n \sigma_Z}{n_0 \sigma_0} < Z < \frac{n \sigma_{Z-1}}{n_0 \sigma_0}. \quad (1.10)$$

По результатам работы [12] можно сделать вывод, что отношение сечений почти всегда лежит в узком диапазоне величин:

$$\frac{\sigma_{Z-1}}{\sigma_Z} \simeq 2 \div 3. \quad (1.11)$$

Правило нарушается только при распечатывании новой электронной оболочки, когда сечение падает примерно на порядок, а также

вблизи порога реакции. Отсюда, например, следует, что при  $n/n_0 = 10$   $2 < Z < 3$ .

Плотность ионов связана с их установившейся температурой. При условии малости дебаевского радиуса по сравнению с радиусом пучка, при  $r_D \ll a$ , степень компенсации по плотности заряда на оси пучка  $\kappa = n_i/n$  отличается от единицы на экспоненциально малую величину:

$$1 - \kappa \simeq e^{-a/r_D}. \quad (1.12)$$

Иными словами, при малости температуры по сравнению с разницей потенциалов внутри некомпенсированного пучка, при

$$T \ll U = \pi n e^2 a^2 \bar{Z} \quad (1.13)$$

пучок почти электронейтрален, компенсация разрушается только в приграничной области толщиной в ионный дебаевский радиус, малый при этом условии по сравнению с поперечником пучка.

Температура ионов превышает температуру остаточного газа из-за разогрева столкновениями с электронами пучка и диссипации энергии когерентных колебаний:

$$T = T_0 + \Delta T_{ст} + \Delta T_{к}. \quad (1.14)$$

Вероятность столкновения иона с атомом остаточного газа  $\sigma_{ат} v_i / \sigma v \ll 1$ , поэтому вклад таких процессов в ионную температуру несуществен. Остаточный газ имеет температуру стенок вакуумной камеры.

Изменение энергии иона вследствие столкновений с электронами пучка за время жизни составляет

$$\Delta T_{ст} = \frac{4 \pi n e^4}{M v} (\overline{Z_{я}^2 L_{я}} + \overline{Z^2 L_{и}}) \tau. \quad (1.15)$$

Слагаемые в скобках учитывают вклады столкновений с ядром иона и с ионом как целым;  $L_{я}, L_{и}$  — соответствующие кулоновские логарифмы. Последнее соотношение можно переписать в более удобной форме:

$$\frac{\Delta T_{ст}}{U} = \frac{4 r_p c \tau}{a^2 v / c} \left\langle \frac{Z^2 L_{и}}{A} \right\rangle, \quad (1.16)$$

где  $r_p$  — классический радиус протона,  $c$  — скорость света, скобки  $\langle \dots \rangle$  означают суммирование указанных вкладов и усреднение по сортам ионов.

Приведем численный пример. На энергии 500 эВ величина  $\langle \frac{Z^2 L_{ie}}{A} \rangle$  для элементов первых двух строк таблицы Менделеева лежит в интервале 10—20. Полагая ее равной 15,  $\rho_{ат} = 10^{-9}$  Тор,  $\sigma = 10^{-16}$  см<sup>2</sup>,  $a = 10^{-1}$  см, находим  $\Delta T_{ст}/U = 0.1$ .

Что же касается последнего слагаемого в (1.14) — когерентного вклада  $\Delta T_k$ , то для этой величины не существует универсального выражения вроде (1.16), поскольку не только уровень, но и сама структура когерентного шума может меняться.

## 2. ПОПЕРЕЧНЫЕ КОЛЕБАНИЯ

### 2.1. Коэффициент усиления

Везде, за исключением раздела 2.5, будем полагать профиль электронной плотности ступенчатым:

$$n_e(r) = \begin{cases} n, & r < a \\ 0, & r > a \end{cases} \quad (2.1.1)$$

Ниже будет видно, что достаточно ограничиться рассмотрением только длинноволновой области

$$|k|a \ll 1$$

( $|k|$  — модуль продольного волнового числа). Вакуумную камеру будем считать достаточно удаленной от пучка, так что ее радиус  $R \gg a$ . В этом случае камера не влияет на поперечные колебания. Движение холодных ( $T \ll U$ ) ионов описывается гидродинамически, уравнения на дипольные колебания могут быть представлены следующим образом [13]:

$$\begin{aligned} \ddot{\xi}_i &= -i\Omega_i \dot{\xi}_i + \frac{eZ_i}{M_i} E, \\ \dot{\xi}_e + v \frac{\partial \xi_e}{\partial z} &= -i\Omega_d \frac{E}{2\pi n e}, \\ E &= 2\pi n e \left( \xi_e - \sum_i Z_i q_i \xi_i \right). \end{aligned} \quad (2.1.2)$$

Индексы  $i, e$  означают ионы сорта  $i$  и электроны, соответственно;  $\xi = x + iy$ ,  $x, y$  — поперечные отклонения;  $\Omega$  — ларморовская

частота;  $z$  — продольная координата,  $E = E_x + iE_y$  — электрическое поле;  $q_i$  — относительная концентрация  $i$ -х ионов,  $q_i = n_i/n$ ;

$$\Omega_d = \frac{2\pi n e c}{H} \quad (2.1.3)$$

есть дрейфовая частота электронов в поле компенсирующих ионов;  $H$  — магнитное поле.

Система уравнений (2.1.2) должна дополняться начальным значением ионных амплитуд  $\xi_i(z)|_{z=0}$  и граничным условием на амплитуду электронного отклонения  $\xi_e(z)|_{z=L}$ . В силу линейности задачи результат есть сумма двух решений, связанных с начальными и с граничными условиями. Заметим, что эти уравнения описывают систему без обратной связи — возбуждение колебаний в некоторой точке влияет (без взаимности) только на поля участков, расположенных ниже по течению пучка. Из отсутствия обратной связи следует, что пространственно-временная картина рассматриваемого движения должна быть того же типа, что для колебаний пучка в линаке [14—16] или для быстрых колебаний в циклическом ускорителе [17—19], для которых, например, характерно усиление амплитуды по направлению действия возмущения. Принимая во внимание, что диссипация, пренебрегаемая в (2.1.2), все-таки существует, получаем, что это влияние продолжается в течение времени, связанного с диссипативным декрементом, после чего колебания в области начального возбуждения затухают, а вслед за ней затухание распространяется все ниже и ниже по течению. Иными словами, система без обратной связи (2.1.2) в линейном приближении абсолютно устойчива при любых значениях параметров установки.

Здесь можно сказать несколько слов об упоминавшейся выше формуле для порога пучково-дрейфовой неустойчивости (0.1). Этот результат получают из уравнений без обратной связи, по сути не отличающихся от (2.1.2) [5, 6]. Однако, как было показано выше, такое движение абсолютно устойчиво, у него нет порога. Результат (0.1) получается из исходных уравнений типа (2.1.2) лишь посредством неверных рассуждений. Покажем, в чем состоит ошибка. Решение ищут в виде  $\sim e^{ikz - i\omega t}$ , получают дисперсионное соотношение  $\omega = \omega(k)$ , требуют  $\text{Im } \omega(k) \leq 0$ ,  $kL = \pi, 2\pi, 3\pi, \dots$ , считая, что это и есть условие устойчивости. Процедура была бы верной, если бы поперечные колебания удовлетворяли граничному условию на выходе пучка — отражались бы там и бежали назад.

Но ведь ничего подобного нет в посылках теории [5, 6]. Колебания могут характеризоваться любым значением волнового числа  $k$ , моды в этом смысле отсутствуют, распространение колебаний против течения пучка невозможно. Поэтому полагать, что  $kL$  есть целое, кратное  $\pi$ , — это вводить косвенным путем, неявно, отражение поперечной волны назад, обратную связь, отсутствующую в исходных уравнениях, решать не их, а какие-то другие уравнения. Что же касается учета реально существующих каналов обратной связи, то здесь должен войти количественный параметр ее силы, результат не может от него не зависеть. Качественно понятно, что введение граничного условия, соответствующего упругому отражению, эквивалентно включению обратной связи с единичным коэффициентом передачи, и если реально существующая обратная связь так велика, то формула (0.1) должна неплохо эту ситуацию описывать.

Вернемся к (2.1.2). Рассмотрим вначале движение, вынужденное входным отклонением электронного пучка. Представляя последнее в виде  $\xi_c(t)|_{z=0} = \xi_0 e^{-i\omega t}$ , находим, что все искомые величины  $\sim e^{ik(\omega)Z - i\omega t}$ , например,

$$E(Z, t) = \frac{2\pi n e \xi_0}{\epsilon_\omega} e^{ik_\omega z - i\omega t}, \quad (2.1.4)$$

где

$$k_\omega = \frac{\omega}{v} - \frac{\Omega_d}{v\epsilon_\omega}, \quad (2.1.5)$$

$$\epsilon_\omega = 1 - \sum_i \frac{2\pi n e^2 Z_i^2 q_i}{M_i \omega(\omega - \Omega_i)}, \quad (2.1.6)$$

соответственно, волновое число и диэлектрическая проницаемость; (2.1.5) совпадает с соответствующим дисперсионным соотношением работы [5]. Учет диссипации, игнорируемой (2.1.2), приводит к появлению мнимой добавки к диэлектрической проницаемости  $i\epsilon''$ ; в (2.1.4), (2.1.5) под  $\epsilon_\omega$  нужно понимать комплексную величину. При условии малости  $\epsilon''$ , ниже всюду подразумеваемом,

$$|\epsilon''| \ll 1, \quad (2.1.7)$$

выражение (2.1.6) для вещественной части пригодно. Мнимая часть волнового числа

$$k''_\omega = \frac{\Omega_d \epsilon''_\omega}{v |\epsilon_\omega|^2}$$

определяет коэффициент усиления колебаний по пучку

$$K_\omega = \exp\{k''_\omega L\} = \exp\left\{\left|\frac{i\Omega_d L}{v\epsilon_\omega}\right|\right\}. \quad (2.1.8)$$

Максимальный по частоте коэффициент усиления достигается в нуле вещественной части проницаемости (2.1.6), при  $\omega = \omega_\perp$ , и составляет там

$$K = \exp\left\{\frac{\Omega_d L}{v\epsilon''}\right\}. \quad (2.1.9)$$

Для ионов одного сорта

$$\omega_\perp = \frac{\Omega}{2} - \sqrt{\omega_p^2 + \frac{\Omega^2}{4}}. \quad (2.1.10a)$$

Для ионной смеси

$$\omega_\perp = -\omega_p, \quad \text{при } \omega_p \gg \Omega_i; \quad (2.1.10b)$$

в противоположном случае

$$\omega_\perp = -\Omega_d, \quad (2.1.10b)$$

где

$$\omega_p^2 = 2\pi n e^2 \sum_i \frac{q_i Z_i^2}{M_i}. \quad (2.1.11)$$

Усиливающаяся по пучку волна имеет круговую поляризацию, направление вращения совпадает с электронным ларморовским.

Покажем теперь, как развиваются и затухают колебания, возникающие из-за начального отклонения ионов. Пусть это отклонение равно  $\xi_0$  на небольшом участке длины  $l$ , а во всех остальных местах равно нулю. Такая постановка задачи означает, что ищется функция Грина. Без ограничения общности можно полагать, что участок с отклонением расположен в самом начале ионного шнура. Обращаясь к (2.1.2), находим, что поле в конце пучка оказывается следующим:

$$E(L, t) = 2\pi n e \xi_0 \frac{\Omega_d l}{v} \int \frac{d\omega}{2\pi} \frac{e^{ik_\omega L - i\omega t}}{\epsilon_\omega(\omega - \omega_\perp)}$$

Пользуясь методом перевала для отыскания асимптотики интеграла, пренебрегая для простоты ларморовским вращением ионов, получаем

$$E(L, t) \propto \frac{t^{1/4}}{L^{3/4}} \exp \left\{ i\omega_p t - \gamma t + \sqrt{2\omega_p t} \frac{\Omega_p L}{v} \right\},$$

где  $\gamma = \left. \frac{e''}{de'/d\omega} \right|_{\omega=\omega_{\perp}}$  — декремент затухания. Заметим, что при отсутствии диссипации возмущение неограниченно нарастает, независимо от электронного тока и магнитного поля. Этот вывод противоречит результатам работ [5, 6]. С самого начала раздела колебания предполагались длинноволновыми

$$|ka| \ll 1.$$

Покажем, что только этот случай и представляет интерес. С точки зрения проблемы устойчивости существенна лишь область спектра в окрестности резонанса:  $\omega \simeq \omega_{\perp}$ . В этом диапазоне частот

$$|k|L = \ln K,$$

откуда

$$|ka| = \frac{a}{L} \ln K \ll 1;$$

так как пучки электронного охлаждения весьма протяженные, а коэффициент усиления колебаний в устойчивом режиме ограничен (подробно об этом речь будет идти ниже), то условие длинноволновости удовлетворяется с большим запасом.

Волну, рассмотренную выше, можно считать поверхностной, так как плотность заряда везде, кроме поверхности пучка, равна нулю. Колебания плотности заряда в объеме пучка, конечно, возможны, но они не интересны, так как не могут усиливаться и заведомо устойчивы. Действительно, для таких колебаний возмущение ионной плотности заряда связано с возмущением электронной:

$$\rho_i = \frac{\rho_e}{\epsilon_v(\omega)},$$

$\epsilon_v(\omega)$  — объемная диэлектрическая проницаемость ионов. Электронная же плотность  $\rho_e$  не меняется вдоль траектории электронов:

$$\frac{d\rho_e}{dt} = -\vec{\nabla} \cdot \left( nc \frac{\vec{E} \times \vec{H}}{H^2} \right) = 0.$$

так как в объеме пучка  $n = \text{const}$ .

Перейдем к рассмотрению поверхностных волн произвольной мультипольности.

Электростатический потенциал  $\varphi$  поверхностной волны везде, кроме границы, удовлетворяет уравнению Лапласа:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial \varphi}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \psi^2} = 0. \quad (2.1.12)$$

Отсюда и из граничных условий при  $r=0, a, \infty$  находим общее решение:

$$\varphi = \varphi_0 \begin{cases} \left( \frac{r}{a} \right)^m e^{im\psi}, & r < a \\ \left( \frac{a}{r} \right)^m e^{im\psi}, & r > a \end{cases} \quad (2.1.13)$$

Следовательно,

$$\begin{aligned} E_r|_{r=a-0} &= -E_r|_{r=a+0}, \\ E_{\psi} &= iE_r|_{r=a-0}, \end{aligned} \quad (2.1.14)$$

$E_r, E_{\psi}$  — радиальная и угловая компоненты электрического поля. Из последних соотношений вытекает, что

$$E_r^- = 2\pi(\sigma_i - \sigma_e), \quad (2.1.15)$$

$\sigma_i, \sigma_e$  — поверхностные плотности зарядов,  $E_r^- \equiv E_r|_{r=a-0}$ . Поскольку в уравнение непрерывности

$$\dot{\sigma}_i = env_{ir}Z$$

и в связь ионной скорости вдоль  $r$   $v_{ir}$  с электрическим полем  $E_r^-$  мультипольности  $m$  не входит, то вещественная часть диэлектрической проницаемости от  $m$  не зависит и определяется тем же соотношением, что и для дипольной волны (2.1.6):

$$E_r^- = \frac{2\pi\sigma_e}{\epsilon_{\omega}}. \quad (2.1.16)$$

Откуда сразу следует, что колебания разных мультипольностей вырождены по частоте. Из электронного уравнения движения

$$\frac{d\sigma_e}{dt} = -enc \frac{E_{\psi}}{H}, \quad (2.1.17)$$

преобразованного с учетом (2.1.15), (2.1.16) в

$$(kv - \omega)\sigma_e = -\frac{\Omega_d}{\epsilon_\omega}\sigma_e, \quad (2.1.18)$$

находим, что коэффициент усиления для волн всех мультипольностей описывается одним и тем же выражением:

$$K_\omega = \exp\left\{\left|\frac{i\Omega_d L}{v\epsilon_\omega}\right|\right\}. \quad (2.1.19)$$

Ниже (в Приложении 2) показано, что мнимая часть проницаемости растет с мультипольностью  $\epsilon'' \sim m$  и еще быстрее при  $m > m_D = a/r_D$ . Отсюда следует, что, с точки зрения устойчивости, интерес представляют лишь дипольные колебания.

## 2.2. Диссипация поперечных колебаний

Мнимая часть диэлектрической проницаемости связана, как известно, с поглощением энергии волн в среде. Причиной этому в данном случае могло бы служить взаимное трение ионных компонент, вызванное различием их скоростей в поле волны [13]. Соответствующий декремент затухания вычислен в Приложении 1. Для ионной смеси с большим относительным разбросом параметров  $Z_i/M_i$ :  $\delta(Z_i/M_i) \simeq 1$ , справедлива следующая оценка вклада ион-ионного трения в мнимую часть диэлектрической проницаемости:

$$\epsilon''_{ii} \simeq \bar{Z}^{5/2} L_{ii} \left(\frac{e^2 n^{1/3}}{T}\right)^{3/2}. \quad (2.2.1)$$

Для получения компенсированного состояния на предельно большом токе важно иметь

$$\epsilon'' \simeq 1. \quad (2.2.2)$$

Полагая, что ион-ионное трение дает как раз такую диссипацию, находим, что, к примеру, при  $n = 10^9 \text{ см}^{-3}$ ,  $\bar{Z} = 2$  для этого необходимо установление ионной температуры в диапазоне гелиевых:  $T \simeq 4\text{К}$ , т. е. требуется не только холодная камера, но и плохой вакуум (1.16): в данном случае  $p_{\text{ат}} \geq 10^{-5} \text{ Тор}$  при  $a = 0.1 \text{ см}$ , что неприемлемо для целей электронного охлаждения.

Другим механизмом диссипации энергии плазменной волны, является затухание Ландау. Конечность температуры является причиной движения ионов по поперечному сечению пучка. Если в спектре их теплового движения есть частота, равная частоте вол-

ны, то возможна перекачка энергии от волны частицам, т. е. затухание Ландау.

Вид ионной траектории зависит от того, какая из частот больше — ларморовская  $\Omega$  или плазменная  $\omega_p$ . В первом случае движение является обычным дрейфом ларморовского кружка по азимуту в скрещенных магнитном и электрическом полях; неоднородностью последнего на размере кружка здесь можно пренебречь. Электрическое поле сосредоточено в дебаевском приграничном слое, оценивается там величиной

$$E_T \simeq \frac{T}{er_D}. \quad (2.2.3)$$

Частота волны в этом случае  $\omega_\perp = \Omega_d \ll \Omega$ , т. е. в процессах взаимодействия частиц с волной по ларморовскому вращению происходит усреднение. Что же касается дрейфа ионов, то максимальная частота этого движения определяется полем (2.2.3)

$$\omega_T \simeq c \frac{E_T}{Ha} \simeq \Omega_d \frac{r_D}{a} \quad (2.2.4)$$

и, как видно, не может обеспечить резонансного взаимодействия с волной в компенсированном состоянии, где  $r_D \ll a$ .

Таким образом, при замагниченности ионов затухание Ландау отсутствует.

Если же они не замагничены, то поле (2.2.3) действует на ион как бильярдная стенка на шарик. Ионы, расположенные от границы не далее ларморовского диаметра, периодически с ней сталкиваются. Столкновение происходит за время порядка  $\omega_p^{-1}$ , откуда следует, что спектр частот движения иона широкий, падающий по степенному закону вплоть до  $\omega \simeq \omega_p$  и экспоненциально при  $\omega > \omega_p$ . Частота волны в данном случае  $\omega_\perp = \omega_p$ , откуда следует, что декремент затухания Ландау, связанного с резонансным взаимодействием, с уменьшением температуры падает степенным образом. Что же касается показателя этой степени, то его можно сразу указать из следующего соображения: ион при столкновении со стенкой сбивает фазу своего когерентного движения, с этой точки зрения такие столкновения не отличаются от межчастичных, т. е. декремент, обусловленный такими процессами, обратно пропорционален времени между столкновениями  $\tau_c$ .



$$\gamma_L \approx \frac{1}{\tau_c} \approx \frac{v_T}{a}, \quad (2.2.5)$$

$$v_T = \sqrt{\frac{T}{M}}. \quad (2.2.6)$$

Заметим, что величина  $\tau_c^{-1}$  связана со средним числом частиц, сталкивающихся с границей пучка за единицу времени, которое не зависит от магнитного поля, поэтому оценка (2.2.5) в равной мере справедлива при любом отношении ларморовского радиуса к поперечнику, с точностью до численного множителя.

Точное решение задачи о «столкновительном» затухании Ландау состоит в суммировании возмущающих воздействий волны на движение частицы при ее многократных соударениях с границей. Волна изменяет скорость частицы и ее угол падения на «стенку»; интегрирование уравнения движения по времени между столкновениями  $\tau_c$  дает рекуррентные соотношения на эти величины. Суммы, являющиеся решениями рекуррентных уравнений, представляют собой геометрические прогрессии, т. е. элементарно вычисляются. Расчеты декрементов для предельных случаев  $r_L \ll a$  и  $r_L \gg a$  вынесены в Приложение 2. Результаты оказываются совершенно одинаковыми, а именно: дипольные колебания затухают с декрементом:

$$\gamma = \frac{1}{2\tau_c} = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{v_T}{2a} = \frac{1}{2a} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{\sum_i \frac{Z_i^2 n_i}{M_i} \sqrt{\frac{T}{M_i}}}{\sum_i \frac{Z_i^2 n_i}{M_i}}; \quad (2.2.7)$$

соответствующий вклад в мнимую часть проницаемости

$$\epsilon'' = \frac{2\gamma}{\omega_p} = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \frac{r_D}{a}; \quad (2.2.8)$$

с номером мультипольности  $m$  добротность колебаний падает пропорционально  $1/m$ , а при  $m > m_D = a/r_D$  еще быстрее.

На основании этих результатов можно утверждать, что даже в хорошо компенсированном состоянии затухание Ландау может быть велико. Так, при  $r_D/a = 0.4$ , когда, в соответствии с (1.12), раскомпенсация плотности заряда в центре пучка составляет  $1 - \alpha \approx 0.1$ , мнимая часть диэлектрической проницаемости  $\epsilon'' = 0.5$ .

### 2.3. Влияние вторичных электронов

Колебания ионов в начале пучка передаются электронами в его конец. Колебания в конце, вообще говоря, возбуждают колебания в начале, и даже слабая обратная связь при высоком коэффициенте усиления может привести к неустойчивости ионного шнура. Определяя аналогично коэффициенту усиления  $K$  коэффициент обратной связи  $\eta$  как отношение поля на входе к наводящему его полю на выходе, в общем виде условие устойчивости можно записать как

$$|K\eta| < 1. \quad (2.3.1)$$

Усиление предполагается большим,  $K \gg 1$ , поэтому фазовый множитель в коэффициенте обратной связи роли не играет.

Каналом обратной связи может служить передача возмущения через вторичные электроны — ионизационные и отраженные от коллектора. Вычислим соответствующие коэффициенты обратной передачи.

Интегрируя уравнение движения вторичного электрона

$$\frac{d\xi_2}{dt} = ic \frac{E(z, t)}{H}, \quad (2.3.2)$$

находим, что за переход от выхода пучка ко входу он приобретает смещение

$$\xi_2 = \frac{icE(L)e^{i\omega L/v_2}}{H(i\omega - ikv_2)}, \quad (2.3.3)$$

где  $E(L)$  — поле на выходе;  $v_2$  — продольная скорость; полем на входе пренебрегли, предполагая усиление много большим единицы. Принимая во внимание, что полное поле на входе создается электронами и ионами, а отношение амплитуд этих колебаний равно диэлектрической проницаемости (2.1.4), находим, что для отраженных электронов исходного пучка

$$\eta_{отр} = \frac{n_{отр}}{n}, \quad (2.3.4)$$

а для электронов ионизации

$$\eta_{и} = \frac{n_{и}}{n} \frac{\Omega_d}{\omega} \frac{s}{\epsilon \ln K}, \quad (2.3.5)$$

фактор  $s = \frac{2}{\sqrt{3}} \exp \left[ -\frac{1}{4} \left( \frac{\omega L}{v_{2T}} \right)^{2/3} \right]$  происходит от интегрирования по скоростям вторичных частиц в (2.3.3), выполненного при  $\omega L/v_{2T} \gg 1$  методом перевала;  $v_{2T} = \sqrt{\frac{T_2}{m}}$  — тепловая скорость вторичных электронов. Их плотность при условии однократного прохода по пучку

$$\frac{n_{ii}}{n} = \frac{v}{v_{2T}} n_{ат} \sigma L. \quad (2.3.6)$$

При вакууме  $10^{-9}$  Тор, при энергии электронов пучка 500 эВ, температуре вторичных электронов 10 эВ,  $\sigma = 10^{-16}$  см<sup>2</sup>,  $L = 2$  м,  $n_{ii}/n = 4 \cdot 10^{-6}$ . Количество ионизационных электронов в пучке зависит от механизма их ухода. Создание на концах пучка небольших участков с по речно направленным электрическим полем позволяет свести их плотность до минимума (2.3.6). Действительно, пройдя такой участок, электрон получает дрейфовое смещение

$$\Delta x = c \frac{E}{H} \frac{l_n}{v_{2T}},$$

$l_n$  — длина участка. При напряжении между очищающими электродами

$$U = T_2 \frac{R}{l_n} \frac{a \Omega_e}{v_{2T}}$$

смещение  $\Delta x$  сравнивается с поперечником пучка. Например, при  $H = 3$  кГс,  $a = 1$  мм,  $T_2 = 10$  эВ,  $l_n/R = 1$  требуется напряжение  $U = 300$  В.

Еще одна возможность влияния вторичных электронов связана с малой продольной компонентой поля волны. Действительно, потенциальность поля при зависимости поперечной составляющей от продольной координаты  $\propto e^{ikz}$  означает, что продольная компонента

$$E_{||} = ik \vec{r}_{\perp} \vec{E}_{\perp}. \quad (2.3.7)$$

Электронная же подвижность в продольном направлении имеет дополнительный фактор  $M/m$ , поэтому даже малое продольное поле может быть существенно. Из кинетического уравнения для вторичных электронов

$$\frac{\partial f_2}{\partial t} + v \frac{\partial f_2}{\partial z} - \frac{e E_{||}}{m} \frac{df_{20}}{dv} = 0 \quad (2.3.8)$$

находим, что их плотность за проход от конца пучка до начала возмущается на

$$\delta \rho_2 \simeq \frac{i E_{||}^{(L)} e n_2 k}{m \omega^2} \quad (k v_{2T} \ll \omega), \quad (2.3.9)$$

$E_{||}^{(L)}$  — продольное поле (2.3.7) на выходе пучка. Это возмущение плотности порождает поперечное поле, для соответствующего коэффициента обратной связи находим

$$\eta = \frac{n_2}{n} \frac{M}{mZ} \frac{(ka)^2}{e} \frac{s}{\ln K}. \quad (2.3.10)$$

Насколько правомерно пренебрежение влиянием этого продольного поля на движение электронов первичного пучка? Расчет соответствующей добавки в дисперсионное уравнение и его анализ показывают, что условие устойчивости Будкера — Бунемана относительно аксиально-симметричных колебаний [20, 21] не позволяет этому влиянию стать существенным. Обратим внимание, что полученные выражения для коэффициентов обратной связи не зависят от номера азимутальной гармоники  $m$ . Вообще говоря, вторичные электроны влияют на колебательные свойства пучка не только через создание обратной связи; они дают свой вклад в дисперсионное уравнение и помимо этого. В решениях электронных уравнений движения (2.3.2), (2.3.8) такому вкладу отвечают слагаемые, пропорциональные полю в точке  $z$ , которым в (2.3.3), (2.3.9) пренебрегается по сравнению с полем конца пучка. При достаточно большом усилении  $Ks/\ln K > 1$ , характерном для токов, близких к предельным, такое пренебрежение оправдано, упомянутые дисперсионные вклады в этом случае роли не играют.

#### 2.4. Усиление при низкой степени компенсации

Вопрос, поставленный в заголовке раздела, интересен с двух точек зрения. Во-первых, хорошая компенсация может оказаться недостижимой, и тогда поневоле придется удовлетворяться плохой. Во-вторых, накопление ионов требует некоего времени, сразу же после включения электронного пучка компенсация обязательно плохая. Как было показано в разделе 2.1., возмущение плотности

электронов локализовано на поверхности, поверхностная плотность заряда описывается уравнением (2.1.17), которое для удобства еще раз перепишем:

$$\frac{d\sigma_e}{dt} = \frac{ienct}{Ha} \varphi_m, \quad (2.4.1)$$

$\varphi_m$  —  $m$ -я гармоника потенциала на границе пучка. Потенциал состоит из электронного и ионного вкладов; нетривиален только последний, первый дает азимутально симметричный дрейф с частотой  $\Omega_1$  (2.1.3).

Движение ионов, возбуждаемое электронами пучка, описывается кинетическим уравнением на ионную функцию распределения  $f$ :

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \bar{\omega}_0 \frac{\partial f}{\partial \bar{\theta}} - \frac{\partial V}{\partial \bar{\theta}} \frac{\partial f_0}{\partial \bar{I}} = \frac{\partial V_e}{\partial \bar{\theta}} \frac{\partial f_0}{\partial \bar{I}}. \quad (2.4.2)$$

Здесь  $\bar{I}$ ,  $\bar{\theta}$  — действия и фазы по двум поперечным степеням свободы;  $V$ ,  $V_e$  — потенциальные энергии взаимодействия иона с другими ионами и электронами, соответственно;  $f_0$ ,  $\bar{\omega}_0$  — невозмущенная функция распределения и вектор бетатронных частот в поле пространственного заряда электронного пучка. Возмущения  $V$ ,  $V_e$  представим в виде

$$V = \int f(\Gamma') g(\Gamma, \Gamma') d\Gamma', \quad (2.4.3)$$

$$V_e = \int \sigma_e(\psi') G(\Gamma, \psi') d\psi'. \quad (2.4.4)$$

Заметим, что функции  $\propto e^{i\bar{\theta}}$ , образующие базис в пространстве решений соответствующего (2.4.2) однородного уравнения, не характеризуются определенным азимутальным числом  $m$ . По этой причине удобнее вместо этих функций иметь дело с их линейными комбинациями  $f_{lm}$ , такими, что

$$\left( \frac{\partial}{\partial \theta_1} + \frac{\partial}{\partial \theta_2} \right) f_{lm} = il f_{lm}, \quad (2.4.5)$$

$$\frac{\partial}{\partial \psi} f_{lm} = im f_{lm}. \quad (2.4.6)$$

Как следует из (2.4.2),

$$(-i\omega + il\omega_0) f_{lm} - il\omega_0 f'_0 \int f_{lm}(I') g_{lm}(I, I') d^2 I' = il\omega_0 f'_0 V_{elm}, \quad (2.4.7)$$

$f'_0 = \frac{df_0}{d\varepsilon}$ ,  $\varepsilon$  — полная энергия иона.

Ядро (2.4.7) эрмитово и положительно определено, что является следствием потенциальности взаимодействия и увеличения взаимного расталкивания ионов с уменьшением расстояния между ними. Решение фредгольмовского уравнения (2.4.7) можно представить посредством резольвенты  $R$ :

$$f_{lm}(I) = \int R_{lm}(I, I') f'_0 V_{elm}(I') d^2 I'. \quad (2.4.8)$$

Резольвента имеет полюсы при частотах, равных собственным частотам соответствующего однородного уравнения. В окрестности резонанса  $R \sim 1/(\omega - \omega_{lm})$ , максимальное значение отклика обратно пропорционально мнимой части собственной частоты.

Потенциал, созданный возмущением (2.4.8),

$$\varphi_m = \int f_{lm}(I') P_l(I') d^2 I', \quad (2.4.9)$$

$P_l$  — функция Грина соответствующей задачи. Собирая (2.4.8), (2.4.4) и подставляя в (2.4.9), получаем

$$\varphi_m = S_m \sigma_m, \quad (2.4.10)$$

$S_m$  — произведение ядер  $G$ ,  $R$ ,  $P$ . Подставляя это в (2.4.1), получаем волновое число  $k$ , для которого, как это следует из свойств ядер, справедлива оценка

$$kv \simeq \Omega_d \frac{\omega_p}{\omega - \omega_{lm}} \frac{n_i}{n}. \quad (2.4.11)$$

Видно, что здесь, как и в случае хорошей компенсации, максимальный коэффициент усиления обратно пропорционален мнимой части собственной частоты  $\omega_{lm}$  ионных колебаний в фокусирующем поле пространственного заряда электронного пучка. Работает ли затухание Ландау при плохой компенсации так же эффективно, как при хорошей? Для ответа на вопрос рассмотрим соответствующее (2.4.7) однородное уравнение.

Сделав там замену

$$\tilde{f} = f \sqrt{-f'_0}; \quad \tilde{g} = g \sqrt{f'_0(\varepsilon) f'_0(\varepsilon')}, \quad (2.4.12)$$

получим

$$(\omega - l\omega_0) \tilde{f}_{lm} = l\omega_0 \int \tilde{f}_{lm}(I') \tilde{g}_{lm}(I, I') d^2 I' \quad (2.4.13)$$

Частота  $\omega_0$  зависит от действий следующим образом: она является

константой  $\omega_0 = \omega_p$  вплоть до достижения линии  $I_1 + I_2 = I_0$ , отвечающей границе пучка; за ее пределами падает. Так как значительная доля ионов имеет строго одну и ту же частоту, существенно прежде всего их взаимодействие между собой. Пренебрегая для начала частицами с меньшими частотами, заменим в левой части (2.4.13)  $\omega_0 \rightarrow \omega_p = \text{const}$ , откуда следует, что собственная частота

$$\omega_{lm} = l\omega_p(1 + \Delta_{lm}). \quad (2.4.14)$$

В силу эрмитовости и положительной определенности  $\tilde{g}$ :

$$\text{Im } \Delta_{lm} = 0, \quad \Delta_{lm} > 0. \quad (2.4.15)$$

Откуда следует, что для периферийных частиц,  $\omega_0 < \omega_p$ , резонансный знаменатель  $|\omega - l\omega_0|$  больше, чем для центральных  $\omega_0 = \omega_p$ , и чем дальше на периферию, тем он выше. Это означает, что влияние частиц с  $\omega_0 < \omega_p$  вообще несущественно, свойства (2.4.15) сохраняются и при его учете.

Таким образом, в данном случае затухание Ландау отсутствует, электронный коэффициент усиления линейных колебаний ограничен нечем. Ион-ионное трение при температуре  $T \simeq U$ , характерной для плохо компенсированного состояния, крайне мало. Например, при  $n = 3 \cdot 10^8 \text{ см}^{-3}$ ,  $a = 1 \text{ мм}$ ,  $\epsilon'' = 10^{-4}$  (2.2.2). За неимением ничего другого остается заключить, что раскачка колебаний ограничивается нелинейностью, включающейся, когда амплитуда ионных колебаний достигает значений порядка поперечника. В таком турбулентном состоянии частицы с  $\omega_0 = \omega_p$  вообще могут отсутствовать, а вновь нарождающиеся тут же выбрасываются на периферию. Что касается амплитуды электронных колебаний, то (без решения нелинейной задачи) можно утверждать лишь, что ее значение весьма мало по сравнению с поперечником, так как амплитуда линейных колебаний электронов в  $1/\epsilon$  раз меньше ионной амплитуды.

Такая ионная турбулентность может послужить препятствием накоплению ионов до нейтрализации электронного заряда, даже несмотря на устойчивость самого компенсированного состояния. Препятствие, однако, представляется преодолимым. Рецепт довольно очевиден — первоначальное накопление ионов провести при столь слабом электронном токе, где той небольшой диссипации, которая есть, хватит для ограничения усиления на преодолимом уровне, а дальше плавно, с темпом порядка  $\tau^{-1}$ , увеличивать ток, оставаясь все время в компенсированном состоянии. В режиме

плавного нарастания тока с компенсацией заряда затухание Ландау должно работать с самого начала, т. е. магнитное поле в начале процесса должно быть достаточно слабым, чтобы ионы были незамагниченными. С ростом тока одновременно нужно было бы повышать и магнитное поле.

В заключение раздела заметим следующее. Вывод об отсутствии затухания Ландау в слабо компенсированном пучке сделан в пренебрежении влиянием магнитного поля на движение ионов, т. е. при  $\Omega \ll \omega_p$ . Это ограничение, однако, значения не имеет: в противоположном случае  $\Omega \gg \omega_p$ , движение замагниченных ионов описывается гидродинамическими уравнениями, поэтому затуханию Ландау нет места.

До сих пор речь шла о пучке с прямоугольным профилем плотности. Посмотрим теперь, чем отличается ситуация для пучка, плотность которого плавно падает с радиусом.

## 2.5. Пучок с плавным профилем плотности

Прежде всего разберемся, существует ли здесь ионная турбулентность, о которой говорилось в предыдущем разделе. При незамагниченных ионах их свободное движение описывается уравнением (2.4.13) с большим разбросом частот:  $\delta\omega_0 \simeq \omega_0$ . Как известно из теории пучковых колебаний [23—25], собственные частоты в этом случае имеют мнимые части порядка вещественных, а значит, коэффициент усиления ограничен своим минимальным при данном токе значением:

$$\ln K \simeq \frac{\Omega_p L}{v} \frac{n_i}{n}. \quad (2.5.1)$$

Для замагниченных ионов ситуация иная. Их дрейфовое движение описывается гидродинамическим уравнением

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} - \frac{c}{Hr} \frac{\partial \varphi}{\partial \psi} \frac{dn_i}{dr} = 0. \quad (2.5.2)$$

Связь потенциала  $\varphi$  с плотностью  $\rho$  для азимутальных фурье-компонент дается соотношением

$$\varphi_m(r) = 2\pi e \int_0^\infty \rho_m(r') G_m(r, r') dr', \quad (2.5.3)$$

ядро которого  $G_m(r, r')$  эрмитово. Подставляя (2.5.3) в (2.5.2), получаем уравнение типа Фредгольма

$$\frac{H\omega}{2\pi m c} \varphi_m(r) = \int_0^{\infty} \varphi_m(r') G_m(r, r') \frac{1}{r'} \frac{dn_i}{dr'} dr'. \quad (2.5.4)$$

Заменой

$$\tilde{\varphi} = \varphi \sqrt{-\frac{1}{r'} \frac{dn_i}{dr'}}, \quad \tilde{G} = G \sqrt{\frac{1}{rr'} \frac{dn_i}{dr} \frac{dn_i}{dr'}}$$

оно преобразуется в уравнение с эрмитовым ядром, собственные значения которого вещественны.

Заметим, что (2.5.2), (2.5.3) в равной мере годятся и для описания хорошо компенсированного состояния при  $\Omega > \omega_p$ .

Отсюда следует общий вывод — для замагниченных ионов нет затухания Ландау поперечной волны, независимо от степени компенсации и поперечного профиля плотности.

Перейдем к рассмотрению колебаний в хорошо компенсированном состоянии при  $\omega_p > \Omega$ . Попробуем вначале чисто гидродинамический подход. Электроны описываются уравнением движения замагниченных частиц (2.5.2), разумеется, с заменой  $\frac{\partial}{\partial t} \rightarrow \frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + v \frac{\partial}{\partial z}$ ,  $n_i \rightarrow n(r)$ ; ионы описываются парой уравнений: неразрывности и движения

$$\frac{\partial \rho_i}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (n_i \vec{v}_i) = 0; \quad \frac{\partial \vec{v}_i}{\partial t} = \frac{Ze}{M} \vec{E}; \quad (2.5.5)$$

$$\vec{E} = -\vec{\nabla} \varphi, \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 4\pi e(Z\rho_i - \rho_e), \quad (2.5.6)$$

$\vec{\nabla}$  — двумерный градиент. Отсюда следует уравнение на потенциал:

$$\vec{\nabla} \cdot (\epsilon(r) \vec{\nabla} \varphi) = \lambda \varphi, \quad (2.5.7)$$

где

$$\lambda = \frac{4\pi m c}{H k v} \frac{1}{r} \frac{dn}{dr}, \quad (2.5.8)$$

где  $m$  — номер азимутальной гармоники,

$$\epsilon(r) = 1 - \frac{4\pi n(r) e^2 Z}{M \omega^2}. \quad (2.5.9)$$

Уравнение (2.5.7) дополняется граничными условиями конеч-

ности потенциала в нуле и на бесконечности. У этой граничной задачи есть ряд собственных функций и собственных значений. Ниже будет показано, что функции локализованы в узкой по радиусу области

$$\delta r \ll a, \quad (2.5.10)$$

поэтому зависимость величины  $\lambda$  (2.5.8) от радиуса несущественна, эту величину в (2.5.7) можно считать константой.

Таким образом, волновое число  $k$  выражается через собственное значение  $\lambda$  граничной задачи (2.5.7). Диэлектрическая проницаемость (2.5.9) как функция радиуса имеет простой нуль в диапазоне частот, ограниченном максимальной ленгмюровской. Этому нулю в (2.5.7) соответствует особенность, в окрестности которой

$$\frac{\partial \varphi}{\partial r} \sim \frac{1}{\epsilon(r)} \sim \frac{1}{r - r_0}, \quad (2.5.11)$$

откуда следует расходимость интеграла полной энергии поля. Учет теплового движения ограничивает функции, однако для устранения сингулярности не обязательно решать точную кинетическую задачу, достаточно в диэлектрической проницаемости учесть первую поправку от теплового движения:

$$\epsilon(r) \rightarrow \epsilon(r) + 3r_D^2 \vec{\nabla}^2. \quad (2.5.12)$$

При

$$\delta r \gg r_D \quad (2.5.13)$$

такое приближение оправдано.

Метод ВКБ, примененный к уравнению (2.5.7) с диэлектрической проницаемостью (2.5.12) приводит к кубическому уравнению для волнового числа  $k_r$ ; его максимальное значение достигается в точке бывшей особенности и равно

$$k_r = -i \left( -\frac{1}{3r_D^2} \frac{d\epsilon}{dr} \right)^{1/3}. \quad (2.5.14)$$

Отсюда следует оценка для размера локализации возмущения  $\delta r = |k_r^{-1}|$ :

$$\delta r \simeq (r_D^2 a)^{1/3}, \quad (2.5.15)$$

показывающая выполнение априорных допущений (2.5.10), (2.5.13) в случае хорошей компенсации. Оператор

$$\hat{A} = \vec{\nabla} \varepsilon(r) \vec{\nabla}, \quad (2.5.16)$$

стоящий в левой части (2.5.7), эрмитов, откуда следует, ортогональность собственных функций  $\varphi_s$  и вещественность собственных значений  $\lambda_s$ .

При некоторой частоте  $\omega = \omega_p$  минимальное по величине собственное значение обращается в нуль, что напоминает о связи между антиэрмитовской добавкой в проницаемость и максимальным по спектру коэффициентом усиления. Учет этой добавки меняет собственные значения задачи, однако, в силу ее малости, эти изменения также малы и могут быть вычислены по теории возмущений, подобно тому, как в квантовой механике находится сдвиг уровней. Действуя таким образом и полагая невозмущенное значение  $\lambda^{(0)} = 0$ , получаем

$$\lambda = -i \frac{\int \nabla \varphi_0^* \hat{\varepsilon}'' \vec{\nabla} \varphi_0 r dr}{\int |\varphi_0|^2 r dr}, \quad (2.5.17)$$

где  $i\hat{\varepsilon}''$  — антиэрмитова добавка в проницаемость;  $\varphi_0(r)$  — собственная функция невозмущенной задачи, отвечающая собственному значению  $\lambda^{(0)} = 0$ . В окрестности особенности  $r = r_0$  потенциал подрастает всего лишь логарифмически, как это видно из (2.5.11), т. е. вклад в интеграл, стоящий в знаменателе, размазан по всему поперечнику. Подынтегральное же выражение числителя, напротив, локализовано на размере  $\delta r \ll a$ . Принимая это во внимание, получаем из (2.5.17) оценку

$$\lambda \simeq -i \varepsilon'' \frac{\ln^2\left(\frac{a}{\delta r}\right)}{a \delta r}, \quad m < \frac{a}{\delta r}, \quad (2.5.18)$$

где  $\varepsilon''$  — среднее значение оператора. Подставляя ее в (2.5.8), находим волновое число

$$k \simeq \frac{\Omega_d}{v \varepsilon''} \min \left\{ m \frac{\delta r}{a}, \left( m \frac{\delta r}{a} \right)^{-1} \right\} \frac{1}{\ln^2\left(\frac{a}{\delta r}\right)}, \quad (2.5.19)$$

минимум берется по абсолютным величинам.

Так же, как в пучке со ступенчатым профилем плотности, усиливаются волны лишь с определенным знаком  $m$ . Особенностью же рассматриваемой ситуации является то, что максимальным усилением с

$$k \simeq \frac{\Omega_d}{v \varepsilon''} \frac{1}{\ln^2\left(\frac{a}{\delta r}\right)} \quad (2.5.20)$$

обладает волна, для которой градиенты по радиусу и азимуту одинаковы, т. е. с азимутальным номером

$$m \simeq \frac{a}{\delta r} \simeq \left( \frac{a}{r_D} \right)^{2/3}. \quad (2.5.21)$$

Формально оценка (2.5.20) почти не отличается от соответствующего точного результата для дипольных колебаний пучка со ступенчатым профилем плотности.

Вклад в проницаемость, связанный с затуханием Ландау, можно получить, подставив волновое число  $k_r$  (2.5.14) в известную формулу теории плазмы [22]:

$$\varepsilon'' \simeq \frac{a}{r_D} \exp\left(-\frac{1}{2} \left(\frac{a}{r_D}\right)^{2/3}\right). \quad (2.5.22)$$

Как видно, затухание здесь гораздо быстрее падает с уменьшением температуры (при условии ее достаточной малости), чем для пучка со ступенчатым профилем: экспонента вместо корня. Практически, однако, это обстоятельство вряд ли особенно важно — в обоих случаях сильная диссипация  $\varepsilon'' \simeq 1$  совместима с высокой степенью компенсации. Из-за логарифма в (2.5.20) для пучка с плавно падающей плотностью может быть выигрыш по максимальной плотности тока компенсированного состояния, однако, не слишком большой — в районе двукратного.

Последующие оценки и рассуждения вновь относятся к пучку с прямоугольным профилем плотности.

## 2.6. Тепловой шум поперечных колебаний

Тепловое движение ионов порождает флуктуационные электрические поля, которые с усилением сносятся вниз по пучку. Средний квадрат амплитуды ионных колебаний на выходе интересен, по крайней мере, с двух точек зрения: во-первых, эта величина может быть реально измерена; во-вторых, величины такого сорта определяют мощность разогрева ионов через диссипацию собственного шума. Остановимся вначале на дипольных колебаниях.

Мысленно разобьем пучок на отрезки, длина  $l$  каждого из

которых

$$a \ll l \ll k^{-1}. \quad (2.6.1)$$

Пусть  $\xi_{0\omega}$  — комплексная амплитуда собственных тепловых колебаний ионов одного такого участка. Электроны, проходя через один участок, получают смещение

$$\Delta\xi_e = -i\Omega_d \frac{l}{v} \xi_{0\omega}. \quad (2.6.2)$$

К выходу это смещение электронов на  $j$ -м участке усиливается в  $K_\omega(L_j)$  раз, где  $L_j = L - jl$ , вызывая там еще в  $1/\epsilon_\omega$  раз большее смещение ионов. Поскольку собственные ионные колебания различных участков статистически независимы, то наведенные ими амплитуды на выходе складываются квадратично; суммирование заменяется интегрированием, что дает следующий результат для спектральной мощности ионных колебаний в конце пучка:

$$\xi_{0\omega}^2 = \xi_{0\omega}^2 l \frac{\Omega_d}{2v\epsilon''} K_\omega^2. \quad (2.6.3)$$

Зависимости от длины «элементарного» участка  $l$  здесь нет, так как  $\xi_{0\omega}^2 \sim 1/l$ . Для расчета этой величины обратимся к флуктуационно-диссипационной теореме (ФДТ), в силу которой

$$x_\omega^2 = \frac{2T}{\omega} \alpha''(\omega), \quad (2.6.4)$$

где  $\alpha''$  — мнимая часть обобщенной восприимчивости, связывающей отклонение  $x_\omega$  с величиной внешней сопряженной этому отклонению силы  $F_\omega$ :

$$x_\omega = \alpha_\omega F_\omega. \quad (2.6.5)$$

Сила же, как известно, определяется возмущением энергии системы, вызванным отклонением  $x$ :

$$V = -xF. \quad (2.6.6)$$

Отсюда следует, что силой, сопряженной отклонению центра тяжести ионов на участке длиной  $l$ , является следующая величина:

$$F = ZeEN_{ii}, \quad (2.6.7)$$

$N_{ii}$  — число ионов на этом участке.

Из системы уравнений (2.1.2) следует, что поле, созданное ионами, в  $1/\epsilon_\omega$  раз больше внешнего раскачивающего поля, например, электронного:

$$2\pi n e x_\omega = \frac{E_\omega}{\epsilon_\omega}, \quad (2.6.8)$$

откуда видно, что обобщенной восприимчивостью (2.6.5) является величина

$$\alpha_\omega = \frac{1}{2\pi n e^2 N_{el} \epsilon_\omega}, \quad (2.6.9)$$

$N_{el}$  — число электронов на элементарном участке.

Подставляя эту величину в (2.6.4), находим среднеквадратичное отклонение по одной степени свободы, удвоением ее получаем  $\xi_{0\omega}^2$ , окончательный ответ можно представить в следующем виде:

$$\xi_\omega^2 = 2r_D^2 \frac{K_\omega^2 \ln K_\omega}{\gamma N_i} \frac{2\omega_p^2}{\omega^2 + \omega_p^2}, \quad (2.6.10)$$

где  $N_i$  — полное число ионов в пучке;  $K_\omega \gg 1$ ,  $\omega_p/\Omega$  произвольно.

Средний квадрат случайной величины связан с ее спектральной мощностью известным соотношением

$$\overline{\xi^2} = \int_0^\infty \xi_\omega^2 \frac{d\omega}{\pi}. \quad (2.6.11)$$

В случае большого усиления

$$\int_0^\infty K_\omega^2 \frac{d\omega}{\pi} = \frac{K^2 \gamma}{\sqrt{2\pi \ln K}}. \quad (2.6.12)$$

Перейдем к вычислению разогрева через диссипацию усиленного шума.

Воспользовавшись известной формулой электродинамики среднего значения мощности диссипации энергии в единице объема

$$Q = \frac{\omega \epsilon'' |E|^2}{2\pi}, \quad (2.6.14)$$

нетрудно сосчитать, сколько энергии  $\Delta T_k$  получает ион за время жизни в пучке  $\tau$ , так как

$$\frac{\Delta T_k}{T} = \frac{Q\tau}{nT} \quad (2.6.15)$$

Заметим, что величина  $Q$  здесь должна быть усреднена по длине пучка. Собирая вместе (2.6.10) — (2.6.15), находим окончательный ответ для когерентного разогрева:

$$\frac{\Delta T_k}{T} = \frac{\varepsilon'' \omega \tau K^2}{N_e \sqrt{2\pi \ln K}} \frac{\omega_p^2}{\omega^2 + \omega_p^2} \quad (2.6.16)$$

Любопытно, что отношение когерентного вклада в ионную температуру к столкновительному (1.19) почти однозначно определяется коэффициентом усиления:

$$\frac{\Delta T_k}{\Delta T_{ст}} = \frac{1}{4\sqrt{2\pi} \langle Z^2 L_{ie} \rangle} \frac{\omega}{\Omega} \frac{2\omega_p^2}{\omega^2 + \omega_p^2} \frac{T}{U} \frac{K^2}{(\ln K)^{3/2}} \quad (2.6.17)$$

Полагая  $\langle Z^2 L_{ie} \rangle = 10^2$ ,  $\omega/\Omega = 2$ ,  $T/U = 0.1$ , получаем

$$\frac{\Delta T_k}{\Delta T_{ст}} \simeq 2 \cdot 10^{-4} \frac{K^2}{(\ln K)^{3/2}} \quad (2.6.18)$$

Равенству вкладов отвечает  $K \simeq 300$ .

По смыслу величина (2.6.16) не может быть больше единицы, откуда проистекает дополнительное ограничение на коэффициент усиления, которое можно представить в следующем виде:

$$\frac{K^2}{(\ln K)^{3/2}} < \frac{\sqrt{2\pi}}{\omega \tau} \frac{\omega^2 + \omega_p^2}{2\omega_p^2} \frac{v}{c} \frac{Ha^2}{e} \quad (2.6.19)$$

Для целей электронного охлаждения требуется высокий вакуум  $10^{-8} - 10^{-10}$  Тор. По этой причине величина  $\omega \tau$  весьма велика, что компенсирует отчасти величину  $Ha^2/e$ . С точки зрения последнего ограничения, время жизни  $\tau$  выгодно уменьшать, т. е. ухудшать вакуум; ограничение же по обратной связи через ионизационные электроны требует, напротив, достаточно хорошего вакуума. Отсюда следует, что коэффициент усиления удовлетворяет не зависящему от вакуума условию. Объединяя (2.6.19), (2.3.1), (2.3.5), получим

$$\frac{K^2}{(\ln K)^{3/2}} < \frac{\sqrt{2\pi}}{s} \frac{v_{2T}}{c} \frac{Ha^2}{e} \quad (2.6.20)$$

Предполагалось, что ионизационные электроны выводятся из пучка, как только попадают на его край. В этом случае для их плотности справедлива оценка (2.3.6).

Для параметров установки «Модель соленоида» [26, 27]  $H = 3$  кГс,  $a = 1$  мм (2.6.20) дает ( $s \simeq 0.3$ ):

$$K < 5 \cdot 10^3.$$

Отсюда при  $\varepsilon'' \simeq 0.5$ , что, согласно (2.2.8), отвечает степени компенсации  $\kappa = 0.9$ , получаем предельный ток в компенсированном состоянии  $I_k = 7$  мА на длине 2 м.

### 3. ПРОДОЛЬНО-ПОПЕРЕЧНАЯ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ

#### 3.1. Продольные волны

Продольное движение ионов описывается одномерным кинетическим уравнением:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + v_i \frac{\partial f}{\partial z} + ZeE_{\parallel} \frac{\partial f_0}{\partial v_i} = 0. \quad (3.1.1)$$

Из потенциальности электростатического поля следует связь его продольной компоненты с возмущением фазовой плотности  $f$ :

$$E_{\parallel} = -2Ze \frac{\partial}{\partial z} \int_{-\infty}^{\infty} f dv \ln_{\parallel}, \quad (3.1.2)$$

где

$$\ln_{\parallel} = \ln \left( \frac{r_{\max}}{a} \right) + \frac{1}{2}, \quad r_{\max} \simeq \min \{ R, k^{-1} \}, \quad (3.1.3)$$

где  $R$  — радиус вакуумной камеры,  $k$  — волновое число. Продольные колебания удовлетворяют условию нулевой скорости на краях пучка, откуда следует, что волновое число пробегает дискретный ряд значений:

$$k_s = \frac{\pi s}{L}, \quad s — натуральное. \quad (3.1.4)$$

Уравнения (3.1.1), (3.1.2) дают дисперсионное соотношение



$$1 = \frac{2\pi Z^2 e^2 a^2}{M} k \ln_{\parallel} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{df_0}{dv_i} \frac{1}{kv_i - \omega} dv_i \quad (3.1.5)$$

При  $kv_T \ll \omega$  решение (3.1.5):

$$\omega = \omega_{\parallel}(k) - i\gamma_{\parallel}(k). \quad (3.1.6)$$

$$\omega_{\parallel}^2 = \omega_p^2 k^2 a^2 \ln_{\parallel} \equiv k^2 u^2, \quad (3.1.7)$$

$$\frac{\gamma_{\parallel}}{\omega_{\parallel}} = -\frac{\pi^2 e^2 Z^2 a^2}{M} \ln_{\parallel} \left. \frac{df_0}{dv} \right|_{v=u} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\pi}{2}} \left( \frac{u}{v_T} \right)^3 e^{-u^2/2v_T^2}. \quad (3.1.8)$$

Здесь введена скорость продольной волны

$$u = \omega_p a \sqrt{\ln_{\parallel}}. \quad (3.1.9)$$

В правых частях (3.1.5) — (3.1.9) суммирование по сортам ионов подразумевается. При достаточно низкой температуре в (3.1.8) остается только водородный вклад. Полагая, что относительная концентрация протонов  $n_p/n = q$ , находим, что вклад основной массы ионов сравнивается с вкладом водорода при температуре  $T = T_H$

$$\frac{T_H}{U} = \frac{\ln_{\parallel}}{2 \ln \left( \frac{Z\sqrt{A}}{q} \right)}. \quad (3.1.10)$$

Соответствующее значение декремента

$$\left. \frac{\gamma_{\parallel}}{\omega_{\parallel}} \right|_{T=T_H} = 2\sqrt{\pi} \left[ \ln \left( \frac{Z\sqrt{A}}{q} \right) \right]^{3/2} \frac{q}{Z\sqrt{A}}. \quad (3.1.11)$$

Условие применимости линейной теории затухания Ландау состоит в том, что резонансные с волной частицы не должны успеть совершить фазовое колебание в ее сепаратрисе (подробности можно найти, например, в [28]). В области температур выше  $T_H$  (3.1.10) где резонансными частицами являются ионы основных сортов, со значениями  $A, Z$ , близкими к средним, частота фазовых колебаний

$$\omega_{\phi} = \omega_{\parallel} \sqrt{\frac{\rho}{n}}, \quad (3.1.12)$$

где  $\rho/n$  — амплитуда относительного изменения плотности в волне.

В противном случае затухание Ландау идет, в основном, на водороде, здесь

$$\omega_{\phi} = \omega_{\parallel} \sqrt{\frac{\rho}{n} \frac{A}{Z}}. \quad (3.1.13)$$

Для собственных колебаний условие применимости линейной теории затухания Ландау:

$$\omega_{\phi} < \gamma_{\parallel}. \quad (3.1.14)$$

Для колебаний, возбуждаемых внешним источником с медленно меняющейся частотой  $\omega(t)$ , условие выглядит иначе:

$$\omega_{\phi}^2 < \frac{d\omega}{dt}. \quad (3.1.15)$$

В области нелинейного взаимодействия волны с резонансными частицами бесстолкновительного затухания нет, полный декремент падает до много меньшей величины, связанной с ион-ионным трением (2.2.1).

Спектральная мощность теплового шума продольных волн может быть найдена посредством ФДТ. В силу граничных условий, возмущение линейной плотности представимо в виде ряда по косинусам:

$$\rho(z) = \sum_{s=1}^{\infty} \rho_s \cos \left( \pi s \frac{z}{L} \right).$$

Соответствующий вклад в гамильтониан

$$V = \int_0^L \rho(z) \varphi(z) dz = \frac{L}{2} \sum_{s=1}^{\infty} \rho_s \varphi_s, \quad (3.1.16)$$

откуда видно, что обобщенная сила к  $\rho_s$ :

$$F_s = -\frac{L}{2} \varphi_s. \quad (3.1.17)$$

Добавив в (3.1.1) внешний потенциал  $\varphi_{0s}$ , учитывая также (3.1.2), найдем, что этот потенциал создает возмущение погонной плотности

$$\rho_{s\omega} = \frac{\pi n a^2 k_s^2}{M} \frac{\varphi_{0s\omega}}{\omega^2 - \omega_s^2 + 2i\gamma_s \omega}, \quad (3.1.18)$$

откуда получаем обобщенную восприимчивость  $\rho_s$ :

$$\alpha_{sw} = -\frac{2}{L} \frac{\pi n a^2 k_s^2}{M} \frac{1}{\omega^2 - \omega_s^2 + 2i\gamma_s \omega} \quad (3.1.19)$$

ФДТ (2.6.4) дает тогда следующий результат для спектральной мощности флуктуаций:

$$Z^2 e^2 \rho_{sw}^2 = \frac{4}{\ln_{\parallel}} \frac{T}{L} \frac{\omega_s^2 \gamma_s}{(\omega^2 - \omega_s^2)^2 + 4\gamma_s^2 \omega^2}; \quad (3.1.20)$$

для среднего квадрата амплитуды  $\rho_s^2$  получаем

$$Z^2 e^2 \rho_s^2 = \frac{1}{\ln_{\parallel}} \frac{T}{L}. \quad (3.1.21)$$

Подставляя  $\rho_s$  из последней формулы в выражение для частоты фазовых колебаний (3.1.12) или (3.1.13), находим, что тепловые шумы лежат в области линейного затухания Ландау (3.1.14) лишь при условии

$$\frac{\gamma_{\parallel}}{\omega_{\parallel}} > \left( \frac{1}{\ln_{\parallel}} \frac{T}{U} \frac{1}{N_i} \right)^{1/4} \begin{cases} 1, & T > T_H \\ (A/Z)^{1/2}, & T < T_H \end{cases} \quad (3.1.22)$$

### 3.2. НЕУСТОЙЧИВОСТЬ ПРОДОЛЬНО-ПОПЕРЕЧНОЙ СВЯЗИ

До сих пор продольные и поперечные колебания рассматривались как независимые. При учете нарушений азимутальной симметрии между ними появляется связь. Несмотря на малость этих нарушений, они могут оказаться существенными — декремент затухания продольных колебаний при  $T \leq 0.1U$  быстро падает с уменьшением температуры, соответственно коэффициент обратной связи поперечных колебаний через продольные растет, что создает условия для неустойчивости.

Поперечные колебания на выходе пучка из-за нарушений азимутальной симметрии возбуждают резонансную с собой продольную волну, которая, добегающая до входа, при достаточно слабом затухании возвращает там значительную часть своей энергии поперечному движению. Такие связанные колебания удобно описывать в терминах медленно меняющихся амплитуд.

Пусть  $E_{\parallel}$  — амплитуда колебаний продольной волны на входе,  $E_{\perp}$  — поперечной на выходе. Продольные колебания в начале пуч-

ка трансформируются в поперечные, которые сносятся с усилением в  $K_{\perp}$  раз; кроме того, поперечная волна затухает с декрементом  $\gamma_{\perp}$ . Упругое отражение продольной волны от границы при достаточно слабом затухании, позволяющем ей хотя бы несколько раз пробежать длину пучка, приводит к тому, что продольная волна раскачивается поперечной в

$$K_{\parallel} = \frac{u}{2\gamma_{\parallel} L} \quad (3.2.1)$$

раз сильнее, чем без учета отражений. Продольная волна также затухает — с декрементом  $\gamma_{\parallel}$ . Все эти обстоятельства приводят к следующей системе уравнений:

$$\begin{aligned} \dot{E}_{\perp} &= -\gamma_{\perp}(E_{\perp} - K_{\perp} R_{\perp} E_{\parallel}), \\ \dot{E}_{\parallel} &= -\gamma_{\parallel}(E_{\parallel} - K_{\parallel} R_{\parallel} E_{\perp}). \end{aligned} \quad (3.2.2)$$

Здесь введены коэффициенты трансформации волн друг в друга  $R_{\perp}$ ,  $R_{\parallel}$ , определяемые геометрией нарушения аксиальной симметрии.

Движение, описываемое полученной системой уравнений (3.2.2), устойчиво, если

$$K_{\parallel} R_{\parallel} K_{\perp} R_{\perp} < 1. \quad (3.2.3)$$

В противном случае колебания нарастают с инкрементом

$$\Lambda = \gamma_{\parallel}(K_{\parallel} K_{\perp} R_{\parallel} R_{\perp} - 1). \quad (3.2.4)$$

Здесь было учтено, что  $\gamma_{\parallel} \ll \gamma_{\perp}$ .

Сделаем оценки для коэффициентов трансформации. Взаимные превращения волн на краях пучка происходят, например, из-за асимметрии электростатических пробок, необходимой для эффективной очистки от вторичных электронов [3]. По этой причине торцевые плоскости ионного шнура составляют с поперечным сечением углы  $\theta_1$ ,  $\theta_2$ . Обязанные этому обстоятельству коэффициенты трансформации

$$R_{\parallel} \simeq \theta_2; \quad R_{\perp} \simeq ka\theta_1 = \frac{a}{L} \theta_1 \ln K_{\perp}. \quad (3.2.5)$$

Множитель  $ka \ll 1$  содержится в величине  $R_{\perp}$  при любом способе нарушения симметрии, он связан просто с различием масштабов

продольного изменения поперечных и продольных колебаний. Отсюда следует, что выражения (3.2.5) при  $\theta_1 \simeq \theta_2 \simeq 1$  дают оценку сверху коэффициентам приращения независимо от геометрии нарушения симметрии.

Подставляя (3.2.5) в условие устойчивости (3.2.3), представим последнее в следующем виде:

$$K_{\perp} \ln K_{\perp} \frac{\omega_{\parallel}}{2\gamma_{\parallel}} \frac{a^2}{L} \theta_1 \theta_2 < 1. \quad (3.2.6)$$

Для длинных пучков электронного охлаждения  $(a/L) \ll 10^{-3}$ ; коэффициент усиления  $K_{\perp}$  по причинам, указанным в разделах 2.3, 2.6, ограничен сверху, реально не выше  $10^3$ . Отсюда следует, что нарушение условия устойчивости (3.2.6) требует столь низкого значения  $\gamma_{\parallel}/\omega_{\parallel}$ , что условие линейности затухания Ландау (3.1.14), т. е. в области продольно-поперечной неустойчивости декремент продольных волн содержит только вклад ион-ионного трения (2.2.1).

Околопороговое поведение своеобразно. При понижении температуры декремент продольного затухания Ландау падает, однако, пока затухание есть, условие устойчивости (3.2.6) выполнено с большим запасом. Но с падением декремента вероятность рождения флуктуации, амплитуда которой выходит за область бесстолкновительного затухания, растет. На границе этой области для чисто продольного шума эта вероятность — уже неизбежность. Реально нелинейные флуктуации рождаются даже при более высокой температуре, так как амплитуда продольной волны, порождаемой на выходе пучка усиленной поперечной волной, в  $K_{\perp} \theta_2$  раз превышает тепловой уровень; таким образом, незатухающие флуктуации рождаются при

$$\frac{\gamma_{\parallel}}{\omega_{\parallel}} \ll \left( \frac{T}{U} \frac{K_{\perp}^2 \theta_2^2}{N_i \ln_i} \right)^{1/4} \cdot \begin{cases} 1, & T > T_H \\ (A/Z)^{1/2}, & T < T_H \end{cases} \quad (3.2.7)$$

Своеобразие состоит в том, что на границе устойчивости нет роста уровня шума и тому подобных околопороговых явлений, макроскопические величины не имеют особенностей.

Разумеется, продольно-поперечной неустойчивости быть не должно, если ион-ионное трение все же достаточно велико, чтобы условие (3.2.6) выполнялось и без затухания Ландау.

В итоге рассуждений этого раздела сформулируем рецепт предотвращения продольно-поперечных вспышек: для этого достаточ-

но не давать ионам охлаждаться ниже температуры  $T_{\parallel} \simeq 0.1U$ , отвечающей равенству в (3.2.7), поддерживая тем самым достаточно большое значение декремента продольных колебаний. Эта критическая температура достаточно низка, так что стабилизирующий подогрев, не разрушающий нейтрализации, возможен.

#### 4. ДИАГРАММА УСТОЙЧИВОСТИ

Подведем итоги. При работе с подогревом, упомянутым в конце предыдущего раздела, продольно-поперечная неустойчивость исключается, и максимально достижимый ток компенсированного пучка определяется предельно допустимым усилением поперечной волны  $K_{\text{lim}}$ . Усиление ограничено обратной связью (2.3.1) и когерентным разогревом (2.6.19). Таким образом, условие устойчивости можно сформулировать как

$$K < K_{\text{lim}}; \quad (4.1)$$

подставляя сюда (2.1.11), получим

$$\frac{\Omega_d L}{v} \frac{1}{\epsilon''} \leq \ln(K_{\text{lim}}). \quad (4.2)$$

Полагая  $\epsilon'' = 0.5$ , чему по (2.2.8) соответствует степень компенсации  $\kappa = 0.9$ , считая, что принятыми мерами по подавлению обратной связи удалось достичь  $\ln K_{\text{lim}} = 8$  (подробности в разделе 2.6), получаем условие устойчивости, содержащее только проектные параметры установки:

$$\frac{\Omega_d L}{v} \leq 4, \quad (4.3)$$

соответствующее пятикратному превышению границы (0.1) плотностью тока. Ионы, конечно, должны быть незамагниченными — в противном случае компенсация невозможна из-за отсутствия затухания Ландау.

Точно задача о бесстолкновительном затухании при близких плазменной и ларморовской частотах не рассматривалась, поэтому границу области незамагниченности можно здесь отметить лишь с точностью порядка 1:

$$\omega_p \geq \Omega. \quad (4.4)$$

При равенстве в (4.4) ларморовский диаметр все еще втрое больше дебаевского радиуса, такую же примерно поправку дает ларморово вращение в частоту поперечных колебаний.

Ограничениям (4.3), (4.4) на плоскости ток — магнитное поле соответствует замкнутая область с формой параболического сегмента, показанная на рис. 1. Предотвращая возможное недоразумение, заметим, что при достаточно малом значении параметра  $(\Omega_d L/v) \ll 1$  даже на замагниченных ионах может быть устойчивость нейтрализованного состояния — малое значение  $\epsilon''$ , связанное с оставшимися слабыми механизмами диссипации при этом компенсируются столь же малым  $\Omega_d L/v$ . Т. е. к зоне устойчивости относится еще некая очень узкая, прилегающая к оси абсцисс на рисунке, область.

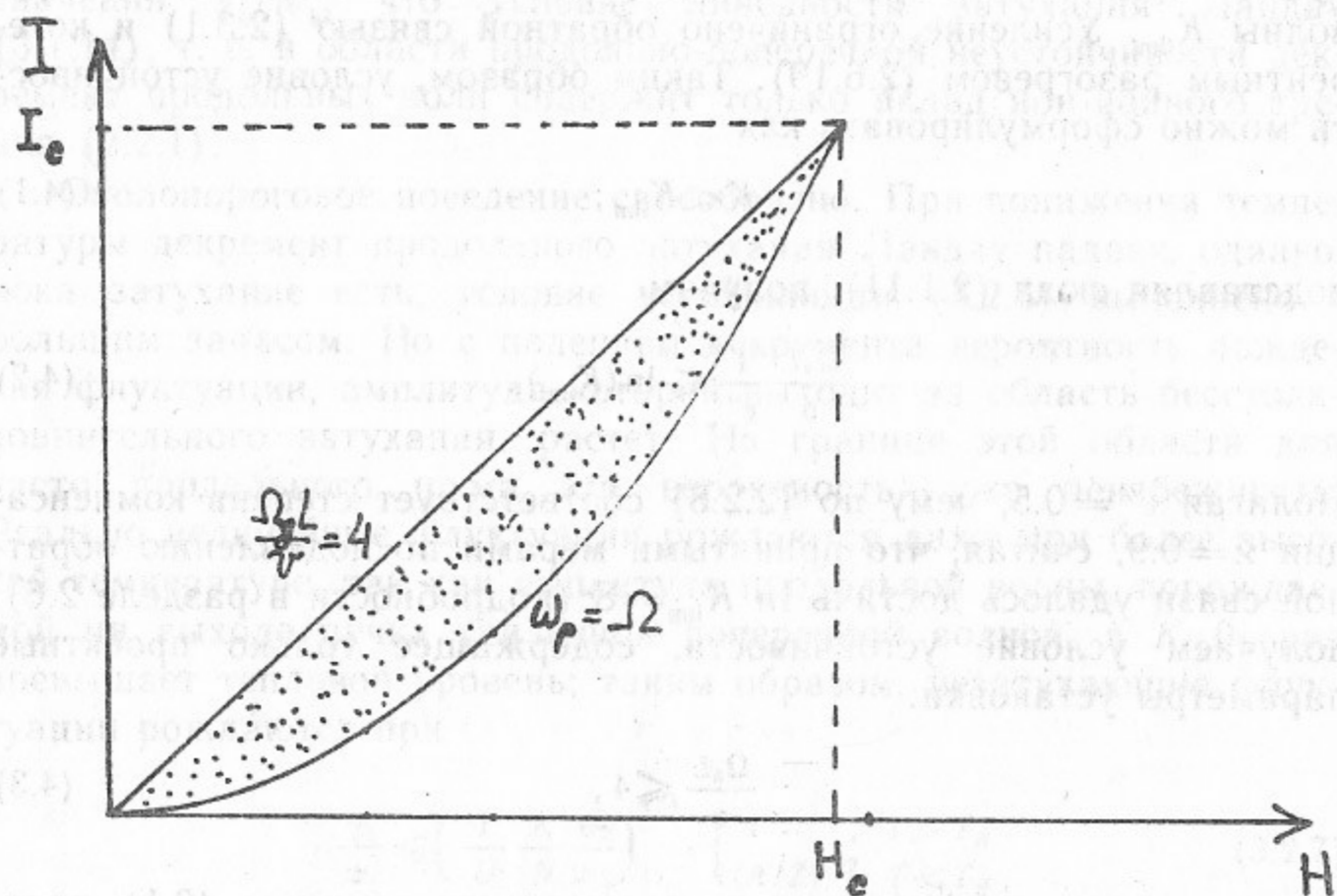


Рис. 1. Область устойчивости компенсированного состояния на плоскости ток — магнитное поле.

Заметим еще здесь, что попадание в сегмент устойчивости не гарантирует установления компенсации: может помешать ионная турбулентность, о которой говорилось в разделе 2.4, делающая компенсированное состояние метастабильным. Рецепт преодоления этого препятствия был предложен там же, он сводится к тому,

чтобы входить в сегмент поближе к началу координат, и далее двигаться уже внутри него.

В заключение приведем численный пример. Для установки «Модель соленоида»  $L=2$  м,  $v=1.5 \cdot 10^9$  см/с,  $H=3$  кГс,  $a=1$  мм максимально достижимый в компенсированном состоянии ток  $I_{\max}=7$  мА. Высшей точке сегмента соответствует  $H_c=20$  кГс,  $I_c=50$  мА.

## 5. СОПОСТАВЛЕНИЕ С ЭКСПЕРИМЕНТАМИ

Если не предпринимать специальных мер по глубокому подавлению обратной связи, то пороговый ток будет определяться формулой (4.2), где  $\ln K_{\text{lim}}=1 \div 2$ , что близко к значению, даваемому (0.1). Это объясняет хорошее согласие с (0.1) в экспериментах [7].

Исследования на установке НАП-М [4, 10] проводились при глубоком вакууме — вплоть до  $10^{-10}$  Тор, что в  $10^4$  раз меньше давления в установке [7]; коэффициент отражения первичных электронов от катода составлял  $10^{-4} - 10^{-5}$ , что также существенно меньше, чем в [7]. На энергии 35 кэВ порог (0.1) удалось повысить впятеро, компенсация пучка подтверждалась прямыми измерениями. Это обстоятельство также хорошо согласуется с развитым выше представлением. При исследовании спектров колебаний (продольных и поперечных) была обнаружена нелинейность следующего сорта: при превышении безразмерными амплитудами неких порогов, весьма малых по сравнению с единицей, ширины резонансов падали, вспыхивала неустойчивость. Качественно это явление согласуется с картиной нелинейного затухания Ландау, отсутствие же данных в [10] по скорости сканирования  $d\omega/dt$ , определяющей порог нелинейности (3.1.15), делает численную проверку невозможной. Спектры продольных и поперечных колебаний были высокочастотными, откуда на основании (2.28), (3.18) следует вывод о высокой степени нейтрализации, что и наблюдалось.

В отличие от этого, в экспериментах на энергии 550 эВ на той же установке однозначного измерения степени компенсации проведено не было; из-за отсутствия всплесков неустойчивости не следует, что там достигалась хорошая компенсация. Два соображения, по крайней мере, говорят за ее отсутствие. Во-первых, превышению порога (0.1) более чем в 100 раз соответствует коэффициент усиления типа  $e^{100}$ , что совершенно невозможно в устойчивом

режиме. Во-вторых, приводимый в [10] график спектра продольных колебаний демонстрирует, что длина затухания уменьшается с ростом частоты—эффект, характерный для затухания Ландау (3.1.8); низкая же добротность колебаний ( $\approx 1$ ) несовместима с компенсацией).

Измерения по влиянию глубины вакуума и отражения первичных электронов от коллектора на спектры колебаний, проводившиеся для этой энергии, позволяют заключить, что граница устойчивости по обратной связи составляла  $\eta_{кр} \approx 10^{-3}$ , откуда следует что колебания на выходе усиливались примерно в 1000 раз. При таком усилении когерентный разогрев (2.6.16) может быть вполне достаточен для поддержания ионной температуры  $T \approx U$ .

Подробные исследования компенсированного состояния проводились на установке «Модель соленоида». Хотя их результаты пока не опубликованы, предоставленная автору возможность быть в курсе дел позволяет (с любезного согласия В.В. Пархомчука и В.А. Лебедева) отметить здесь, не вдаваясь в подробности, некоторые из наблюдавшихся явлений.

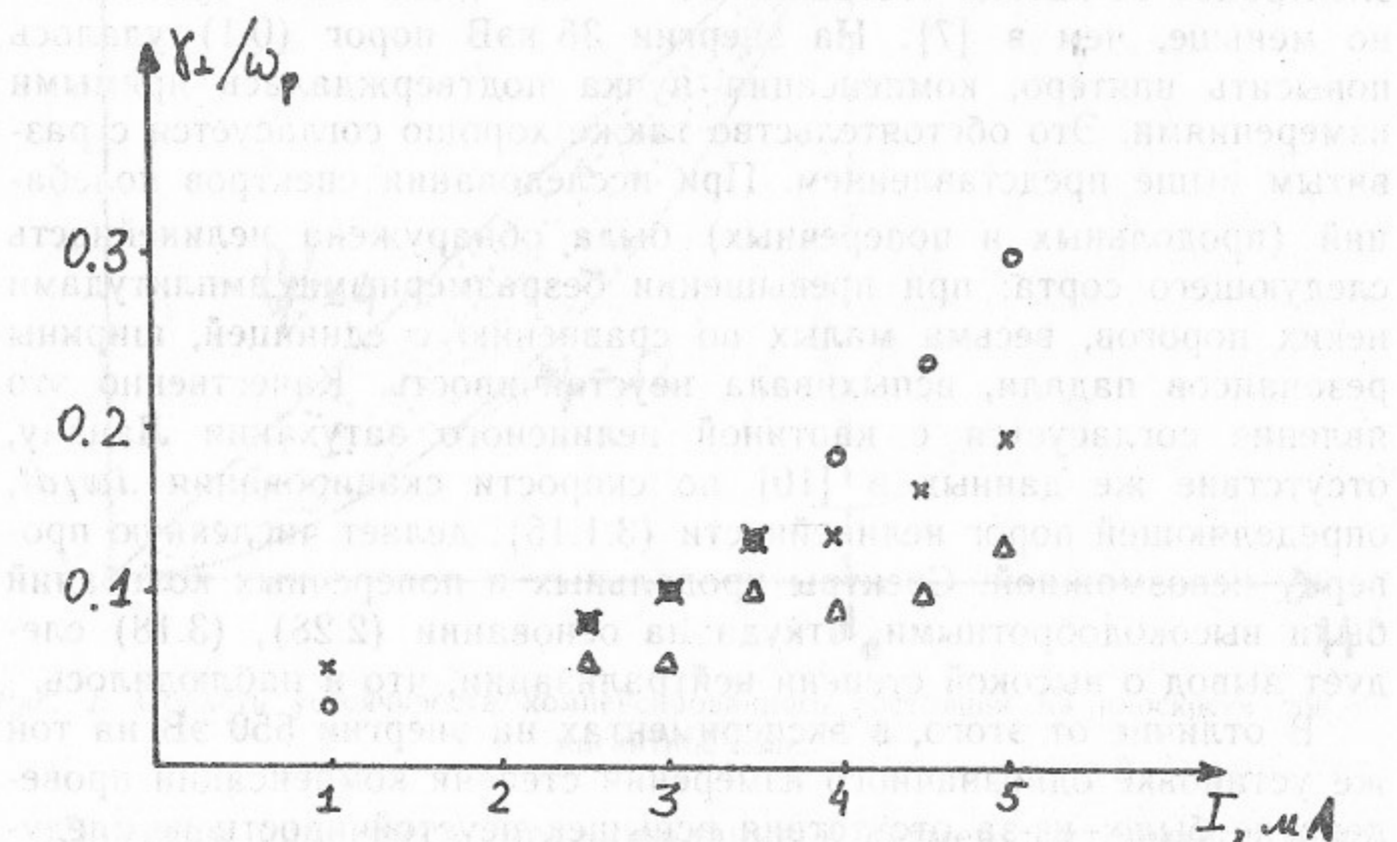


Рис. 2. Декремент поперечных колебаний, отнесенный к частоте  $\omega_p$ :  
 ○ — вычисления по ширине пика; × — по коэффициенту усиления;  
 △ — по температуре.

1. Амплитуда поперечных колебаний нарастала к концу пучка. Спектр состоял из одного пика. Данные измерений позволяют

вычислить декремент поперечных колебаний тремя способами: по максимальному коэффициенту усиления, по ширине пика (2.1.8), (2.1.9) и по температуре (2.2.7), измеренной в опытах с продольным шумом. Результаты представлены на рис. 2. Видно, что при удалении от порога согласие особенно хорошее.

2. Спектры поперечных колебаний обострялись при достаточно высокой амплитуде раскачки, а также при достаточно медленном сканировании по частоте.

3. Не только при слишком высоком, но и при слишком малом токе не удавалось получить хорошую компенсацию. На рис. 3 при-

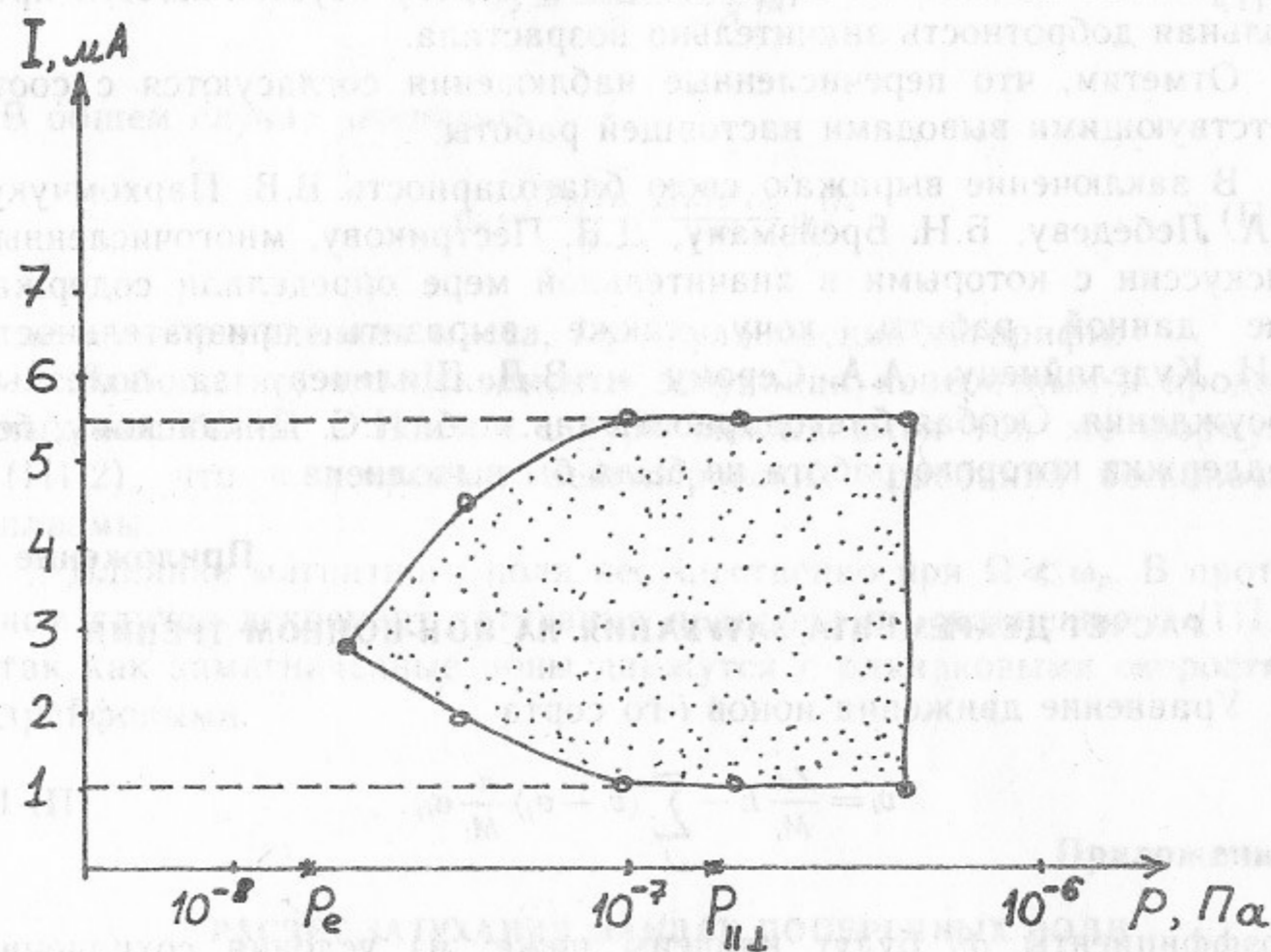


Рис. 3. Область устойчивости компенсации на плоскости ток—вакуум. Установка «Модель соленоида»:  $H=3$  кГс,  $L=40$  см,  $a=0.1$  см.

ведена область устойчивости поперечных колебаний на плоскости ток—вакуум. Нижний порог по току близок к предсказываемому (4.4). Верхний порог в несколько раз меньше предела (4.3). Возможно, что причиной срыва компенсации является продольно-поперечная неустойчивость, так как наблюдаемый коэффициент усиления поперечных колебаний невелик:  $K \approx 10$ .

Нижний порог по давлению остаточного газа близок к границе

по столкновительному разогреву электронами  $p_e$ , где  $\Delta T_{ст}/U=1$  (формула (1.19)). Верхний порог — порядка предела по продольно-поперечной неустойчивости  $p_{\perp}$ , соответствующего  $\Delta T_{ст}/U=0.1$ . Измерения дают  $A/Z=7 \pm 1$  во всей области.

4. Компенсированное состояние разрушалось возбуждением достаточно сильных поперечных колебаний и самопроизвольно, как правило, не восстанавливалось; т. е. было метастабильным.

5. Наблюдалось разрушение компенсированного состояния в результате одновременного спонтанного развития продольных и поперечных колебаний. При подходе к порогу неустойчивости продольная добротность значительно возрастала.

Отметим, что перечисленные наблюдения согласуются с соответствующими выводами настоящей работы.

В заключение выражаю свою благодарность В.В. Пархомчуку, В.А. Лебедеву, Б.Н. Брейзману, Д.В. Пестрикову, многочисленным дискуссии с которыми в значительной мере определили содержание данной работы; хочу также выразить признательность В.И. Куделайнену, А.А. Серому и В.Д. Шильцеву за полезные обсуждения. Особая благодарность зав. лаб. Н.С. Диканскому, без поддержки которого работа не была бы выполнена.

## Приложение 1

### РАСЧЕТ ДЕКРЕМЕНТА ЗАТУХАНИЯ НА ИОН-ИОННОМ ТРЕНИИ

Уравнение движения ионов  $i$ -го сорта

$$\dot{v}_i = \frac{Z_i e}{M_i} E - \sum_j (v_i - v_j) \frac{n_j}{M_i} \sigma_{ij}. \quad (\text{П1.1})$$

Коэффициенты  $\sigma_{ij}$  будут найдены ниже; из условия сохранения импульса  $\sigma_{ij} = \sigma_{ji}$ . Отсюда получаем, что для бесконечной во все стороны плазмы декремент затухания

$$\gamma = \frac{\sum_{ij} n_i n_j \left( \frac{Z_i}{M_i} - \frac{Z_j}{M_j} \right)^2 \sigma_{ij}}{2 \sum_i n_i \frac{Z_i^2}{M_i}}. \quad (\text{П1.2})$$

Для электрон-ионной плазмы отсюда находим

$$\gamma = n \frac{\sigma_{ie}}{m}. \quad (\text{П1.3})$$

С другой стороны, можно воспользоваться для этого случая известным результатом [22]

$$\gamma = \frac{2n\sqrt{2\pi}}{3} \frac{e^4 L_{ie} n}{T^{3/2} m^{1/2}}. \quad (\text{П1.4})$$

Сопоставляя (П1.3) и (П1.4), видим, что

$$\sigma_{ie} = \frac{2\sqrt{2\pi}}{3} \frac{e^4 L_{ie}}{T^{3/2}} m^{1/2}. \quad (\text{П1.5})$$

В общем случае, очевидно

$$\sigma_{ij} = \frac{2\sqrt{2\pi}}{3} \frac{Z_i^2 Z_j^2 e^4 L_{ij}}{T^{3/2}} \mu_{ij}^{1/2}, \quad (\text{П1.6})$$

где  $\mu_{ij}$  — приведенная масса,  $L_{ij}$  — кулоновский логарифм.

Любопытно, что декременты затухания поперечных и продольных колебаний в ионном шнуре описываются той же формулой (П1.2), что и декремент ленгмюровских колебаний бесконечной плазмы.

Влияние магнитного поля несущественно при  $\Omega \ll \omega_p$ . В противном случае декремент затухания подавлен по сравнению с (П1.2), так как замагниченные ионы движутся с одинаковыми скоростями дрейфовыми.

## Приложение 2

### РАСЧЕТ ЗАТУХАНИЯ ЛАНДАУ ПОПЕРЕЧНЫХ ВОЛН

Рассмотрим вначале ситуацию, когда магнитное поле не влияет на движение иона:  $r_L \gg a$ . На рис. 4 приведена его траектория с указанием некоторых обозначений:  $\psi$  — азимут точки столкновения;  $\psi/2$  — угол падения на стенку (равный углу отражения);  $v$  — скорость иона; индексами  $a, b$  метаются величины в начале и в конце прямолинейного отрезка траектории, соответственно;  $\tau$  — время прохождения отрезка. Ниже символ типа  $\Delta x_s$  обозначает возмущение величины  $x$  на отрезке  $s$ ,  $\delta x_s$  — полное ее возмущение в конце отрезка  $s$ . При расчетах удобно положить  $Ze = M = \omega_p = 1$ . Вместо

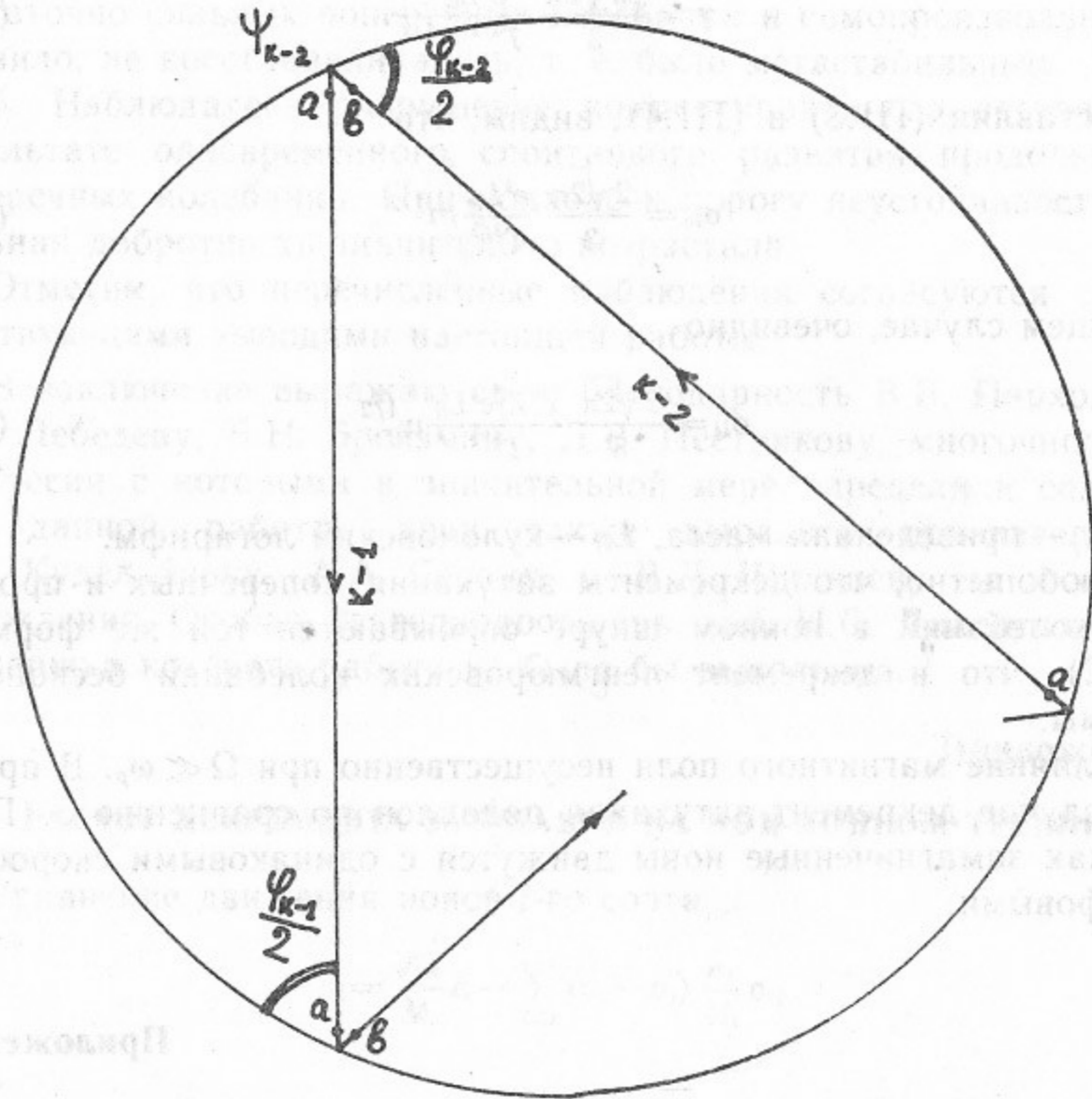


Рис. 4. Траектория движения иона в пучке ( $r_L \gg a$ ).

векторных величин используются комплексные скаляры типа  $x + iy$ . Диссипация предполагается слабой, т. е.  $\tau \gg 1$ .

На отрезке движение иона описывается уравнением

$$\dot{v} = Ee^{it}. \quad (\text{П2.1})$$

Отсюда

$$\Delta v_k = iE_{ak}(1 - e^{i\tau}), \quad \Delta \xi_k = iE_{ak}\tau. \quad (\text{П2.2})$$

Справедливы следующие геометрические соотношения:

$$\Delta \psi_k = \frac{2}{v^2} \text{Im}(v_k^* \Delta \xi_k), \quad (\text{П2.3})$$

$$\Delta \varphi_k = 2\Delta \psi_k - \frac{2}{v^2} \text{Im}(v_k^* \Delta v_k), \quad (\text{П2.4})$$

$$v_{ka} = v_{k-1} e^{i\varphi_{k-1}} \quad (\text{П2.5})$$

Отсюда

$$\delta \varphi_k = \frac{2}{v^2} \text{Re}\left(v_k^* E_{ak} \frac{1 + e^{i\tau}}{1 - e^{-i\alpha}}\right), \quad (\text{П2.6})$$

где

$$\alpha = \tau - \varphi. \quad (\text{П2.7})$$

Далее:

$$\delta v_{ak} = \delta v_{ak-1} e^{i\varphi} + \Delta v_{k-1} e^{i\varphi} + i v_{ak} \delta \varphi_{k-1}. \quad (\text{П2.8})$$

Отсюда

$$\varepsilon_k = \varepsilon_{k-1} + v_{k-1}^* \Delta v_{k-1} + i v^2 \delta \varphi_{k-1}, \quad (\text{П2.9})$$

где

$$\varepsilon_k = v_k^* \delta v_k. \quad (\text{П2.10})$$

Решением рекуррентного уравнения (П2.9) является сумма геометрических прогрессий; выполняя суммирование, находим  $\varepsilon_k$ ,  $\delta v_k$ :

$$\delta v_{ak} = iE_{ak}(1 - e^{i\tau}) \frac{e^{-i\alpha}}{1 - e^{-i\alpha}} + \frac{2iv_k}{v^2} \text{Re}\left\{v_k^* E_{ak}(1 + e^{i\tau}) \frac{e^{-i\alpha}}{(1 - e^{-i\alpha})^2}\right\}. \quad (\text{П2.11})$$

Усреднением по положению частицы на траектории в конечный момент времени:

$$\overline{E_{ak}} = E(t) e^{-i\tau} = E(t) \frac{1 - e^{i\tau}}{i\tau}, \quad (\text{П2.12})$$

$$Q_k = \text{Re}(E^*(t) \delta v_k) = \frac{|E|^2}{\tau} |1 - e^{-i\tau}|^2 \text{Re}\left(\frac{e^{-i\alpha}}{1 - e^{-i\alpha}}\right), \quad (\text{П2.13})$$

$$\operatorname{Re} \frac{e^{-i\alpha}}{1-e^{-i\alpha}} = \frac{1}{2} \left( \operatorname{Re} \left( \frac{1+e^{-i\alpha}}{1-e^{-i\alpha}} \right) - 1 \right) = \frac{1}{2} \left\{ 2\pi \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(\alpha - 2\pi k) - 1 \right\} \quad (\text{П2.14})$$

Для вычисления диссипации величина  $Q_k$  должна быть проинтегрирована с функцией распределения частиц. В рассматриваемом приближении  $\bar{\alpha} \gg 1$ , поэтому в сумме по  $k$  (П2.14) вклад сосредоточен по большому числу слагаемых, т. е. ее можно заменить интегралом, что эквивалентно такой процедуре сразу в (П2.14), откуда следует, что

$$Q_k = 0. \quad (\text{П2.15})$$

Таким образом, вклад в диссипацию дает только последний участок траектории

$$\Delta v_f = iE_{ak} - iE(t) = \frac{E(t)}{\tau} (1 - e^{-i\tau}) - iE(t), \quad (\text{П2.16})$$

$$Q = \operatorname{Re}(E^*(t) \Delta v_f) = \frac{1}{\tau} |E|^2. \quad (\text{П2.17})$$

В этих единицах декремент

$$\gamma = \frac{\bar{Q}}{2|E|^2} = \frac{1}{2\tau}. \quad (\text{П2.18})$$

Черта — усреднение по распределению и сортам ионов; окончательный ответ:

$$\gamma = \frac{\sum_i \frac{Z_i^2 n_i}{M_i} \sqrt{\frac{2T}{\pi M_i a^2}}}{2 \sum_i \frac{Z_i^2 n_i}{M_i}}. \quad (\text{П2.19})$$

Расчет в обратном предельном случае,  $r_L \ll a$  (но по-прежнему  $r_L \gg r_D$ ), также представляет по сути элементарную, но довольно громоздкую задачу. Приведем некоторые промежуточные результаты.

$$\delta v_{ak} = \delta v_{ak-1} + i v_a (\delta \varphi_{k-1} - \Omega \delta \tau_{k-1}) - i E_{ak-1} (e^{i\tau} - e^{-i\varphi}) e^{i\varphi}, \quad (\text{П2.20})$$

$$v_a = -v e^{+i\varphi/2}; \quad v_b = -v e^{-i\varphi/2}, \quad (\text{П2.21})$$

$$\delta \varphi_{k-1} - \Omega \Delta \tau_{k-1} = \frac{1}{v^2} \operatorname{Re} \{ v_b^* E_{ak-1} (e^{i\tau} - e^{-i\varphi}) \} - \frac{2}{v^2} \operatorname{Im} (v_b^* \Delta v_{k-1}), \quad (\text{П2.22})$$

$$\Delta v_{k-1} = \frac{i v_b}{v \sin \frac{\varphi}{2}} \operatorname{Im} [ E_{ak-1} (1 - e^{-i\varphi}) ] - i E_{ak-1} (e^{i\tau} - e^{-i\varphi}), \quad (\text{П2.23})$$

где  $\delta \tau_{k-1}$  — изменение продолжительности движения по  $(k-1)$  участку.

$$Q = \operatorname{Re} \{ E^*(t) e^{-i\varphi} [ \delta v_{ak} + v_a i \Omega \delta t + \Delta v_f e^{i\varphi} ] \} \quad (\text{П2.24})$$

есть передача энергии одной частице,  $\delta t$  — опоздание к последнему столкновению.

$$\begin{aligned} \Omega \delta t = & - \frac{1}{v \sin \frac{\varphi}{2}} \operatorname{Im} \left[ E_{ak} e^{-i\tau} (1 - e^{-i\varphi}) \frac{1 + e^{-i\tau}}{(1 - e^{-i\tau})^2} \right] + \\ & + \frac{2}{v^2} \operatorname{Re} \left[ v_a^* E_{ak} (e^{i\varphi} - e^{-i\tau}) \frac{e^{-i\tau}}{(1 - e^{-i\tau})^2} \right]. \end{aligned} \quad (\text{П2.25})$$

Интересно, что окончательный результат тот же, что и без магнитного поля:

$$Q_k = 0, \quad (\text{П2.26})$$

$$Q = \frac{1}{\tau} |E|^2. \quad (\text{П2.27})$$

Таким образом, выражение (П2.19) описывает декремент затухания дипольных колебаний при условиях  $\Omega \ll \omega_p$ ,  $\gamma \ll \omega_p$ .

С ростом мультипольности  $m$  волна становится как бы все более поверхностной, энергия когерентных колебаний  $W$  сосредотачивается в слое, толщина которого обратно пропорциональна номеру гармоники:

$$W \sim \frac{1}{m} |E_r|^2,$$

$|E_r|$  — амплитуда поля на границе. Мощность диссипации энергии колебаний

$$Q \sim \operatorname{Re}(E^*(t) \delta V) \sim \operatorname{Im}(E^*(t) E_r)$$

не зависит от мультипольности вплоть до дебаевского номера



$m_D = a/r_D$ , после которого диссипация возрастает из-за увеличения затухания Ландау. Действительно, при отсутствии магнитного поля ширина области колебаний падает с мультипольностью пропорционально  $1/m$ , но среднее значение фазового множителя  $e^{it}$  внутри этой области растет пропорционально  $m$ , в итоге  $Q$  от  $m$  не зависит. В случае же  $r_L \ll a$  мультипольность просто не входит в задачу вычисления  $Q$  вплоть до  $m_L = a/r_L$ , а при больших  $m$  ответ также не зависит от мультипольности по тем же причинам, что и в случае без магнитного поля, — вплоть до  $m_D$ .

В итоге, декремент колебаний  $\gamma \sim Q/W$  растет с номером гармоники  $\gamma \sim m$ , а при  $m > m_D$  еще быстрее. Отсюда следует, что с точки зрения устойчивости компенсации пучка с прямоугольным профилем плотности высшие мультипольности интереса не представляют.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Будкер Г.И., Скринский А.Н. УФН, 1978, т.124, с.561.
2. Диканский Н.С. и др. Тр. X Междунар. конф. по ускор. заряж. частиц. Серпухов, 1977, т.1, с.510.
3. Диканский Н.С. и др. Тр. Всесоюзн. совещ. по ускор. заряж. частиц. Дубна, 1979, т.1, с.99.
4. Куделайнен В.И., Пархомчук В.В., Пестриков Д.В. ЖТФ, 1983, т.53, вып.4, с.691.
5. Богданкевич Л.С., Рухадзе А.А. УФН, 1971, т.103, с.609.
6. Незлин М.В. Динамика пучков в плазме. — М.: Энергоиздат, 1982.
7. Незлин М.В., Тактакишвили М.И., Трубников А.С. ЖЭТФ, 1968, т.55, с.397.
8. Анашин В.В. и др. ПТЭ, 1976, № 4, с.31.
9. Диканский Н.С. и др. Тр. VII Всесоюзн. совещ. по ускор. заряж. частиц. Дубна, 1981, т.1, с.266.
10. Куделайнен В.И., Пархомчук В.В., Пестриков Д.В. ЖТФ, 1983, т.53, вып.5, с.870.
11. Куделайнен В.И. и др. ЖТФ, 1976, т.46, с.1678.
12. Донец Е.Д., Овсянников В.П. Препринт ОИЯИ Р7-80-404, 1980.
13. Пархомчук В.В. Дис. на соиск. уч. степени доктора физ.-мат. наук. Новосибирск, ИЯФ СО АН СССР, 1986.
14. Балакин В.Е., Новохатский А.В. Тр. XIII Междунар. конф. по ускор. заряж. частиц. Новосибирск, 1987, т.1, с.146.
15. Балакин В.Е., Будкер Г.И., Скринский А.Н. Тр. VI Всесоюзн. совещ. по ускор. заряж. частиц. Дубна, 1978.
16. Буров А.В. Тр. X Всесоюзн. совещ. по ускор. заряж. частиц. Дубна, 1987, т.1, с.409.
17. Пестриков Д.В. Тр. XIII Междунар. конф. по ускор. заряж. частиц. Новосибирск, 1987, т.2, с.142.
18. Буров А.В., Диканский Н.С., Пестриков Д.В. Там же, с.145.
19. Пестриков Д.В. Дис. на соиск. уч. степени доктора физ.-мат. наук. Новосибирск, ИЯФ СО АН СССР, 1986.

20. Будкер Г.И. АЭ, 1956, т.1, с.3.
21. Vinet O. Phys. Rev., 1959, v.115, p.503.
22. Лифшиц Е.М., Питаевский Л.П. Физическая кинетика. — М.: Наука, 1979.
23. Дербенев Я.С., Диканский Н.С. Препринт ИЯФ СО АН № 315. Новосибирск, 1969.
24. Диканский Н.С. Дис. на соиск. уч. степени доктора физ.-мат. наук. Новосибирск, ИЯФ СО АН СССР, 1969.
25. Dikansky N.S., Pestrikov D.V. Тр. XIII Междунар. конф. по ускор. заряж. частиц. Новосибирск, 1987, т.1, с.113.
26. Диканский Н.С. и др. Там же, т.2, с.330.
27. Диканский Н.С. и др. Препринт ИЯФ СО АН СССР 87-102. Новосибирск, 1987.
28. Ахиезер А.И. и др. Электродинамика плазмы. — М.: Наука, 1974.

А.В. Буров

**Устойчивость компенсированного  
пучка электронного охлаждения**

Ответственный за выпуск С.Г.Попов

Работа поступила 23 мая 1988 г.  
Подписано в печать 02.09.88 г. МН 08464  
Формат бумаги 60×90 1/16 Объем 3,4 печ.л., 3,0 уч.-изд.л.  
Тираж 220 экз. Бесплатно. Заказ № 124

Набрано в автоматизированной системе на базе фото-  
наборного автомата ФА1000 и ЭВМ «Электроника» и  
отпечатано на ротапинтере Института ядерной физики  
СО АН СССР,  
Новосибирск, 630090, пр. академика Лаврентьева, 11.