

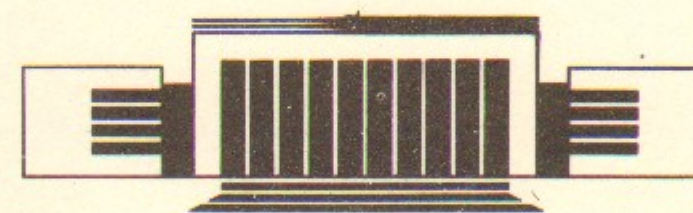


14
ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ СО АН СССР

В.Т. Астрелин, И.А. Котельников, С.Л. Синицкий

ОТРИЦАТЕЛЬНОЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ
СОПРОТИВЛЕНИЕ ЭЛЕКТРОННОГО ДИОДА
В МАГНИТНОМ ПОЛЕ

ПРЕПРИНТ 88-25



НОВОСИБИРСК

Отрицательное дифференциальное сопротивление
электронного диода в магнитном поле

В.Т. Астрелин, И.А. Котельников, С.Л. Сеницкий

Институт ядерной физики
630090, Новосибирск 90, СССР

АННОТАЦИЯ

В сообщении показано, что вольт-амперная характеристика вакуумного плоского диода, помещенного во внешнее магнитное поле, может иметь S-образную форму, характерную для электронных приборов с отрицательным дифференциальным сопротивлением. Это означает, что при одном и том же приложенном напряжении U диод может находиться в трех состояниях (одно из которых, однако, неустойчиво), различающихся величиной диодного тока. Диодный промежуток имеет отрицательное дифференциальное сопротивление в сравнительно узком диапазоне напряжений U и только при большом наклоне магнитного поля, когда угол θ между его направлением и поверхностью катода не превышает $8,5^\circ$. По-видимому, по этой причине отрицательное сопротивление и сопутствующие ему явления (такие, как генерация колебаний), насколько известно авторам, не обнаружены в электронных диодах до сих пор.

Negative Differential Resistance
of Electron Diode in Magnetic Field

V.T. Astrelin, I.A. Kotel'nikov, S.L. Sinitskij

Institute of Nuclear Physics
630090, Novosibirsk, USSR

АБСТРАКТ

It is shown that under certain conditions the volt-ampere characteristic of planar vacuum diode in magnetic field has S-form which is typical for electronic devices with negative differential resistance. It means that at fixed voltage the diode may turn up in one of the few states (some of them are unstable) with different values of the diode current. The phenomenon takes place in a comparatively narrow range of voltage and only when the angle between the direction of the magnetic field and the surface of the cathode is not greater than $8,5^\circ$. Probably due to this reason the negative resistance of the vacuum diode and associated phenomena (such as generation of oscillations) are not found in experiment up to now as far as the authors know.

© Институт ядерной физики СО АН СССР

В настоящем сообщении мы покажем, что вольт-амперная характеристика вакуумного плоского диода, помещенного во внешнее магнитное поле, может иметь S-образную форму, характерную для электронных приборов с отрицательным дифференциальным сопротивлением. Это означает, что при одном и том же приложенном напряжении U диод может находиться в трех состояниях (одно из которых, однако, неустойчиво), различающихся величиной диодного тока. Во избежание недоразумений сразу подчеркнем, что диодный промежуток имеет отрицательное дифференциальное сопротивление в сравнительно узком диапазоне напряжений U и только при большом наклоне магнитного поля, когда угол θ между его направлением и поверхностью катода^{*)} не превышает $8,5^\circ$. По-видимому, по этой причине отрицательное сопротивление и сопутствующие ему явления (такие, как генерация колебаний), насколько нам известно, не обнаружены в электронных диодах до сих пор.

Рассмотрим плоский нерелятивистский диод, к которому приложено постоянное напряжение U и внешнее однородное магнитное поле H . Для простоты пренебрежем собственным магнитным полем тока, протекающего через диод. Тогда можно считать, что электрическое поле направлено по нормали к обкладкам диода и зависит только от координаты ξ вдоль нормали: $E = E(\xi)$. Нормальная к поверхности составляющая плотности тока не зависит от координат (и времени) и равна плотности эмиттируемого тока j_0 , а

^{*)} Для определенности мы считаем, что перенос тока осуществляется электронами. Тогда катод является эмиттирующей поверхностью.

электроны, как будет видно из дальнейшего, все время удаляются от катода, никогда не совершая возвратного движения. Поэтому их плотность в диодном промежутке есть

$$n(\xi) = j_0 / e \dot{\xi}, \quad (1)$$

где $\dot{\xi} \geq 0$ — проекция скорости на нормаль, одинаковая для всех электронов, стартовавших одновременно и, следовательно, удалившихся от катода на одинаковое расстояние ξ . Комбинируя (1) с уравнением

$$\frac{dE}{d\xi} = 4\pi en,$$

получаем

$$\frac{dE}{dt} = \dot{\xi} \frac{dE}{d\xi} = 4\pi j_0.$$

Отсчитывая время t от момента старта электрона с поверхности катода, находим электрическое поле, действующее на электрон в той точке, куда он попал к моменту времени t (ср. [1—3]):

$$E(t) = 4\pi j_0 t. \quad (2)$$

Введем теперь систему координат с началом в точке старта. Ось z направим вдоль вектора магнитного поля \mathbf{H} , составляющего угол θ с поверхностью катода, а плоскость xz ориентируем так, чтобы нормаль ξ лежала в этой плоскости (рис. 1):

$$\xi = x \cos \theta + z \sin \theta.$$

Подставив функцию (2) в уравнения движения:

$$m\ddot{x} = eE \cos \theta + \frac{e}{c} \dot{y} H,$$

$$m\ddot{y} = -\frac{e}{c} \dot{x} H,$$

$$m\ddot{z} = eE \sin \theta,$$

находим скорость электрона

$$\begin{aligned} \dot{x} &= \frac{4\pi c j_0}{\omega_H H} \cos \theta \cdot (1 - \cos \tau), \\ \dot{y} &= \frac{4\pi c j_0}{\omega_H H} \cos \theta \cdot (\sin \tau - \tau), \\ \dot{z} &= \frac{4\pi c j_0}{\omega_H H} \sin \theta \cdot \frac{\tau^2}{2}, \end{aligned} \quad (3)$$

где $\tau = \omega_H t$, $\omega_H = eH/mc$. Нетрудно убедиться, что проекция скорости на нормаль

$$\dot{\xi}(\tau, j_0) = \frac{4\pi c j_0}{\omega_H H} \left[\cos^2 \theta (1 - \cos \tau) + \sin^2 \theta \cdot \frac{\tau^2}{2} \right]$$

всегда неотрицательна (так как $j_0/\omega_H H > 0$). Отсюда с очевидностью следует, что нормальная координата

$$\xi(\tau, j_0) = \frac{4\pi c j_0}{\omega_H^2 H} \left[\cos^2 \theta (\tau - \sin \tau) + \sin^2 \theta \cdot \frac{\tau^3}{6} \right] \quad (4)$$

и электрический потенциал

$$\begin{aligned} \varphi(\tau, j_0) &= -\int_0^\tau \frac{d\tau}{\omega_H} E(\tau) \cdot \dot{\xi} = \\ &= -\left(\frac{4\pi j_0}{\omega_H}\right)^2 \frac{c}{\omega_H H} \left[\cos^2 \theta \left(\frac{\tau^2}{2} - \tau \sin \tau + 1 - \cos \tau \right) + \frac{\tau^4}{8} \sin^2 \theta \right] \end{aligned} \quad (5)$$

монотонно возрастают вдоль траектории электрона. Поэтому зависимость $\varphi(\xi)$ — также монотонная и однозначная функция. Из этого тем не менее не следует, что вольт-амперная характеристика $j_0(U)$ также однозначна.

Прежде чем перейти к ее определению, подчеркнем, что используемый нами способ расчета, основывающийся на соотношении (2), ранее уже применялся в работах [1—3]. Однако в одной из них [1] в конечном итоге были использованы укороченные уравнения, получающиеся из (3) после отбрасывания осциллирующих слагаемых, а в других [2, 3] вычисления не были проведены до конца.

Плотность тока j_0 через диод определяется из условия, что в

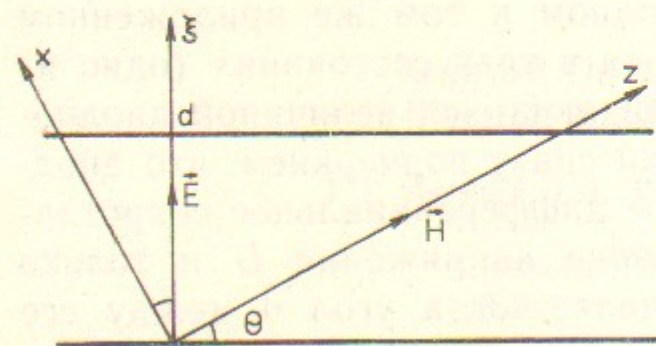


Рис. 1.

момент времени τ_* , когда электрон достигает поверхности анода,

$$\xi(\tau_*, j_0) = d, \quad \varphi(\tau_*, j_0) = U, \quad (6)$$

где d — ширина диодного промежутка.

В пределе $\tau_* \operatorname{tg} \theta \gg 1$ в правой части каждого из соотношений (4), (5) достаточно удержать только последнее слагаемое. Тогда уравнения (6) упрощаются:

$$d = \frac{4\pi c j_0}{\omega_H^2 H} \sin^2 \theta \frac{\tau_*^3}{6}, \quad U = - \left(\frac{4\pi j_0}{\omega_H^2 H} \right)^2 c \omega_H H \sin^2 \theta \cdot \frac{\tau_*^4}{8}$$

и имеют единственное решение

$$j_0 = \frac{\sin \theta}{9\pi} \sqrt{-\frac{2e}{m} \frac{U^{3/2}}{d^2}}, \quad (7)$$

$$\tau_* = \frac{3}{\sin \theta} \frac{d}{\rho},$$

где $\rho = \frac{\sqrt{-2eU/m}}{|\omega_H|}$ — ларморовский радиус электронов, вычисленный по полной энергии. Условие $\tau_* \operatorname{tg} \theta \gg 1$, таким образом, означает, что $3d \gg \rho \cos \theta$.

В другом предельном случае $\tau_* \ll 1$ получаем обычный закон Чайлда — Ленгмюра

$$j_0 = \frac{1}{9\pi} \sqrt{-\frac{2e}{m} \frac{U^{3/2}}{d^2}} \equiv j_{3/2} \quad (8)$$

и $\tau_* = 3d/\rho$.

Два предельных решения не перекрывают интервал $1 < \tau_* < 1/\operatorname{tg} \theta$, который при $\theta \ll 1$ становится очень широким. Именно в этом интервале зависимость $j_0(U)$ может быть неоднозначной. Для доказательства исключим j_0 из уравнений (6), преобразовав их к виду

$$G(\tau_*; \theta) = d/\rho, \quad (9)$$

где

$$G(\tau; \theta) = \frac{\cos^2 \theta (\tau - \sin \tau) + \sin^2 \theta \cdot \frac{\tau^3}{6}}{\left[2\cos^2 \theta \cdot \left(\frac{\tau^2}{2} - \tau \sin \tau + 1 - \cos \tau \right) + \sin^2 \theta \cdot \frac{\tau^4}{4} \right]^{1/2}}, \quad (10)$$

и покажем, что при достаточно малом угле θ функция $G(\tau_*; \theta)$ немонотонна по τ_* . Ее немонотонность означает, что при некоторых значениях d/ρ уравнение (9) имеет более одного решения τ_* . Этим

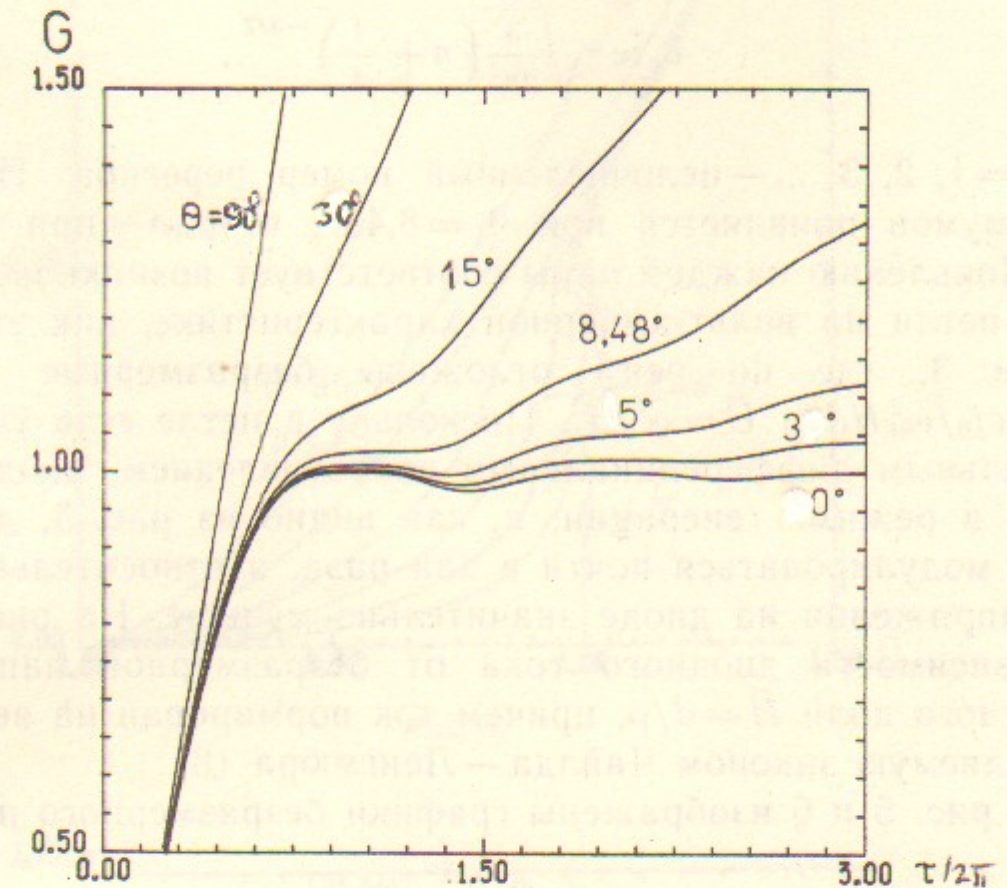


Рис. 2.

решениям, очевидно, соответствуют разные значения плотности тока j_0 (которые можно затем найти из уравнения $\xi(\tau_*, j_0) = d$), так как функция $\xi(\tau_*, j_0)$ монотонна по обоим аргументам.

Преобразование монотонной функции $G(\tau; \theta)$ в немонотонную происходит через образование при некотором $\theta = \theta_n$ перегиба:

$$\dot{G}(\tau_n; \theta_n) = 0, \quad \ddot{G}(\tau_n; \theta_n) = 0, \quad (11)$$

где точками, как и выше, обозначено дифференцирование по времени. При $\theta < \theta_n$ из перегиба выделяется пара локальных экстремумов, состоящая из максимума и минимума (см. рис. 2). Преобразовав уравнения (11) с учетом (10) к простой форме:

$$\tau_n \sin \tau_n - 2 + 2 \cos \tau_n = \frac{\operatorname{tg}^2 \theta_n}{12} \tau_n^4,$$

$$\tau_n \cos \tau_n - \sin \tau_n = \frac{\operatorname{tg}^2 \theta_n}{3} \tau_n^3,$$

нетрудно найти их приближенное решение

$$\begin{aligned} \tau_n &\approx 2\pi\left(n + \frac{1}{4}\right) - \frac{5}{2\pi(n + 1/4)}, \\ \theta_n &\approx \sqrt{\frac{3}{2\pi^3}}\left(n + \frac{1}{4}\right)^{-3/2}, \end{aligned} \quad (12)$$

где $n=1, 2, 3, \dots$ — целочисленный номер перегиба. Первая пара экстремумов появляется при $\theta_1=8,48^\circ$, вторая — при $\theta_2=3,56^\circ$ и т. д. Появлению каждой пары соответствует возникновение очередной S-петли на вольт-амперной характеристике, как это показано на рис. 3, где по осям отложены безразмерные комбинации $\bar{j}_0 = 4\pi c j_0 / \omega_H^2 H d$ и $\bar{U} = \rho^2 / d^2$. Поскольку в петле есть участок с отрицательным дифференциальным сопротивлением, диод может работать в режиме генерации, и, как видно из рис. 3, диодный ток может модулироваться почти в два раза, а относительная модуляция напряжения на диоде значительно меньше. На рис. 4 показана зависимость диодного тока от безразмерной напряженности магнитного поля $\bar{H} = d/\rho$, причем ток нормирован на величину $j_{3/2}$, определяемую законом Чайлда — Ленгмюра (8).

На рис. 5 и 6 изображены графики безразмерного потенциала

$$\bar{\psi} = \left(\frac{\omega_H}{4\pi j_0}\right)^2 \frac{|\omega_H H|}{c} \varphi$$

и безразмерной плотности электронов

$$\bar{n} = 4\pi m c^2 n / H^2$$

в диодном промежутке в зависимости от безразмерной координаты $\bar{\xi} = \omega_H^2 H \xi / 4\pi j_0 c$. На распределении плотности $n(\bar{\xi})$ при достаточно малом угле θ возникают пики. Учитывая, что $n = j_0 / e \bar{\xi}$, легко показать, что момент образования очередного пика плотности можно найти из уравнений $\bar{\xi} = 0, \dot{\bar{\xi}} = 0$, т. е.

$$\sin^2 \theta \cdot \tau + \cos^2 \theta \cdot \sin \tau = 0,$$

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta \cdot \cos \tau = 0.$$

Их приближенное решение есть

$$\tau_l = 2\pi\left(l - \frac{1}{4}\right) - \frac{1}{2\pi\left(l - \frac{1}{4}\right)},$$

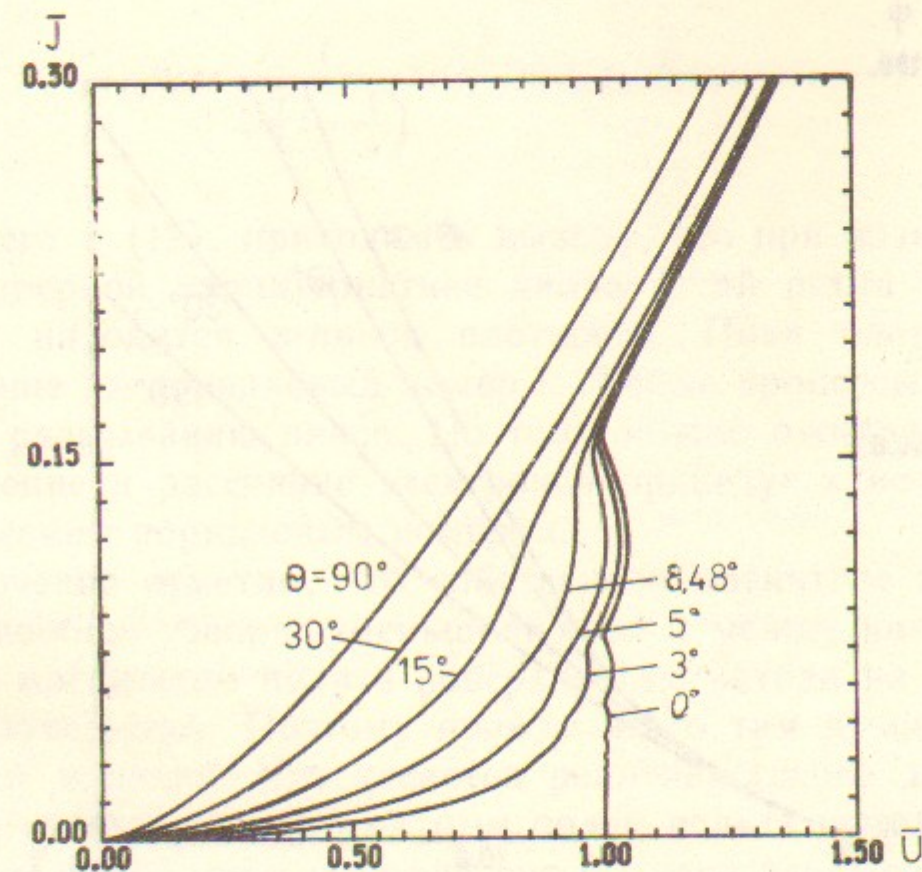


Рис. 3.

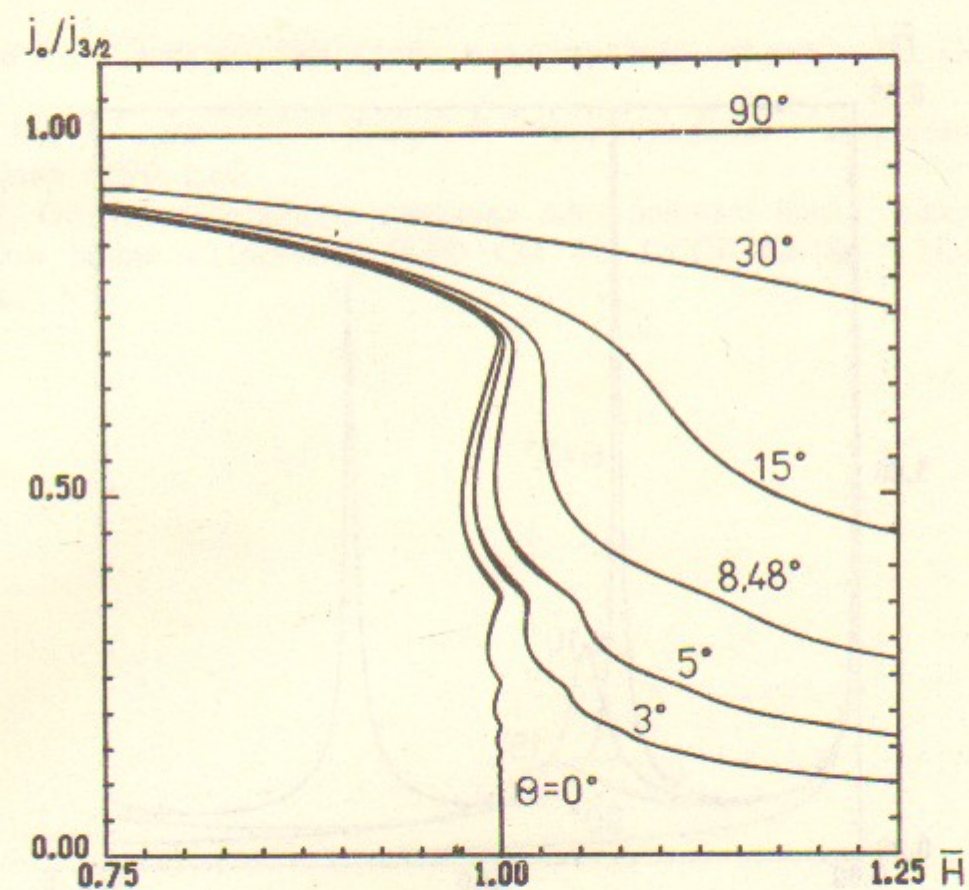


Рис. 4.

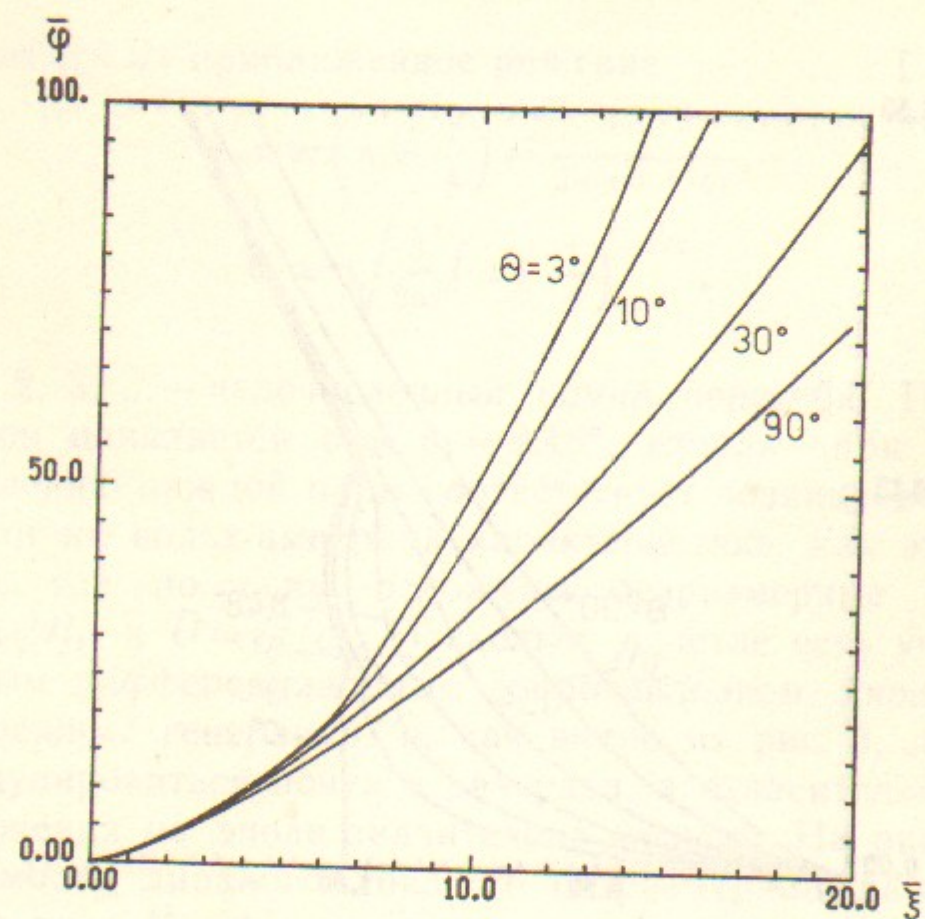


Рис. 5.

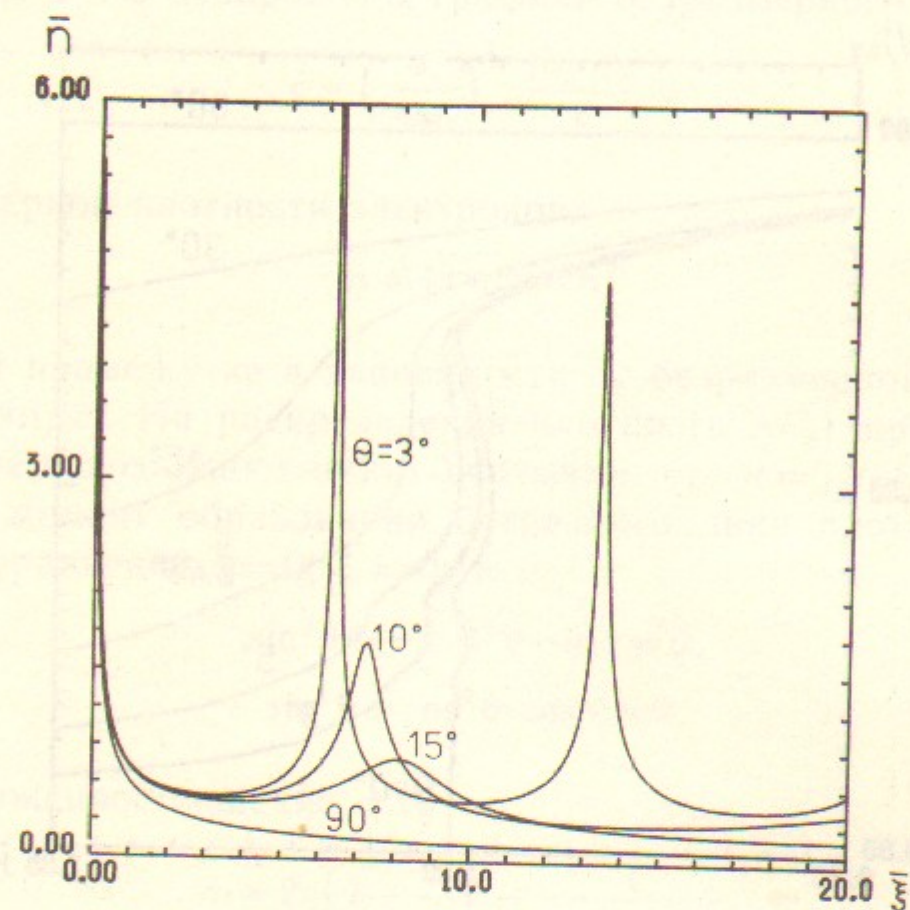


Рис. 6.

$$\theta_l = \frac{1}{2\pi(l - \frac{1}{4})}, \quad l=1, 2, 3, \dots \quad (13)$$

Сравнивая его с (12), приходим к выводу, что при возникновении на вольт-амперной характеристике диода n -той петли в диодном промежутке находится n -пиков плотности. Пики плотности тем уже, чем выше их порядковый номер l . Любые процессы рассеяния приводят к размыванию пиков. Поэтому можно ожидать, что тепловое движение и рассеяние электронов приведут к исчезновению петель с высоким порядковым номером.

В заключение отметим, что собственное магнитное поле диодного тока, вообще говоря, уменьшает угол θ между направлением суммарного магнитного поля и поверхностью катода на периферии диодного промежутка. Поэтому прежде всего там возникают описанные выше явления. Что касается релятивистского диода, то в этом случае собственным магнитным полем нельзя пренебрегать во всем диодном промежутке, так как оно порядка электрического.

ЛИТЕРАТУРА

1. Алямовский И.В. Электронные пучки и электронные пушки.—М.: Сов. радио, 1966, с.289.
2. Кириштейн П.Т., Кайно Г., Уотерс У. Формирование электронных пучков.—М.: Мир, 1970, с.87.
3. Рютов Д.Д. Об угловых характеристиках электронного пучка, получаемого в бесфольговом диоде.—Препринт ИЯФ СО АН СССР 83-146 —Новосибирск, 1983.—17 с.

В.Т. Астрелин, И.А. Котельников, С.Л. Сеницкий

**Отрицательное дифференциальное сопротивление
электронного диода в магнитном поле**

Ответственный за выпуск С.Г. Попов

Работа поступила 21 января 1988 г.
Подписано в печать 15.02.1988 г. МН 08096.
Формат бумаги 60×90 1/16 Объем 1,2 печ.л., 0,9 уч.-изд.л.
Тираж 250 экз. Бесплатно. Заказ № 25

*Набрано в автоматизированной системе на базе фото-
наборного автомата ФА1000 и ЭВМ «Электроника» и
отпечатано на ротаприте Института ядерной физики
СО АН СССР,
Новосибирск, 630090, пр. академика Лаврентьева, 11.*