

2

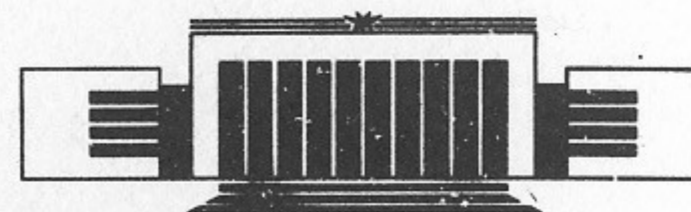


ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ СО АН СССР

Э.А. Кураев, А.Н. Перышкин, З.К. Силагадзе

О ПРОЦЕССАХ $e^+e^- \rightarrow 2\gamma, 3\gamma, 4\gamma$
В МОДИФИЦИРОВАННОЙ ПО КРОЛЛУ КЭД

ПРЕПРИНТ 88-4



НОВОСИБИРСК

О процессах $e^+e^- \rightarrow 2\gamma, 3\gamma, 4\gamma$
в модифицированной по Кроллу КЭД

Э.А. Кураев, А.Н. Перышкин, З.К. Силагадзе

Институт ядерной физики
630090, Новосибирск 90, СССР

АННОТАЦИЯ

Анализ Кролла возможных нарушений КЭД, уважающих калибровочную инвариантность, применен к процессу аннигиляции e^+e^- в фотоны. Для модели Кролла вычислены сечения процессов двух-, трех- и четырех-квантовой аннигиляции. Получены ограничения на параметр нарушения для процесса $e^+e^- \rightarrow 4\gamma$ из анализа имеющихся экспериментальных данных, $\Lambda > 13$ ГэВ.

The Processes $e^+e^- \rightarrow 2\gamma, 3\gamma, 4\gamma$
in Kroll Model Modification of QED

E.A. Kuraev, A.N. Pjoryshkin, Z.K. Silagadze

Institute of Nuclear Physics
630090, Novosibirsk, USSR

А B C T R A C T

We review the Kroll analysis of modification of QED, which respect the current conservation. The «minimal» modification of propagators which cause the definite vertex modification is shown to have no effect on $e^+e^- \rightarrow n\gamma$ amplitudes in Born approximation. The Kroll model modifications of vertices alone which obey the Chang—Mani identities is adopted for processes $e^+e^- \rightarrow 2\gamma, 3\gamma, 4\gamma$. In calculations we use the chiral amplitudes technique. Existing experimental data for $e^+e^- \rightarrow 4\gamma$ process enable to obtain some restrictions on Kroll deviation parameter Λ .

© Институт ядерной физики СО АН СССР

Общая процедура модификации квантовой электродинамики, не нарушающая калибровочную инвариантность, была сформулирована в известной работе Кролла [1]. В связи с вводом в строй e^+e^- коллайдеров больших энергий и набором большой интегральной светимости появляется возможность проверки справедливости КЭД для многочастичных процессов. Здесь мы анализируем имеющиеся данные с точки зрения модификации КЭД по модели, предложенной Кроллом. Структура работы такова. В первой части мы кратко излагаем основные выводы анализа Кролла. Потом в рамках модифицированной по Кроллу КЭД вычисляем сечения процессов $e^+e^- \rightarrow 2\gamma, 3\gamma, 4\gamma$. Наконец, приводится сравнение с имеющимися экспериментальными данными.

1. Для многофотонных амплитуд имеется тождество, обобщающее тождество Уорда—Такахаши для вершинной функции $\Gamma_\mu(p, q)$:

$$(p^\mu - q^\mu) \Gamma_\mu(p, q) = S^{-1}(p) - S^{-1}(q), \quad (1)$$

q, p — 4-импульсы входящего и выходящего фермионов; $S(p)$ — пропагатор электрона. Оно называется тождеством Чанга—Мани. Один из способов его получения состоит в рассмотрении вакуумных средних от T -произведения гейзенберговских полей (зависимость которых от времени определяется полным гамильтонианом):

$$\begin{aligned} \tau(y, z; x_1, \dots, x_n) &= \langle 0 | T[\psi(y) \bar{\psi}(z) A(x_1) \dots A(x_n)] | 0 \rangle, \\ \tau(x_1, \dots, x_n) &= \langle 0 | T[A(x_1) \dots A(x_n)] | 0 \rangle. \end{aligned} \quad (2)$$

Лоренцевы индексы опущены.

Используя уравнения движения для электромагнитного поля

$$\square A_\mu = J_\mu, \quad \square = \partial_\mu \partial^\mu \equiv \frac{\partial}{\partial x_\mu} \frac{\partial}{\partial x^\mu} = \frac{\partial^2}{\partial x^{02}} - \nabla,$$

одновременные перестановочные соотношения

$$\delta(x_{i0} - x_{j0}) [A(x_i), A(x_j)] = 0,$$

$$\delta(x_{i0} - x_{j0}) \left[\frac{\partial A(x_i)}{\partial x_{i0}}, A(x_j) \right] = C - \text{число},$$

$$\delta(y_0 - x_{i0}) [\psi(y), A(x_i)] = \delta(z_0 - x_{i0}) [\bar{\psi}(z), A(x_i)] = 0,$$

$$\delta(y_0 - x_{i0}) \left[\psi(y), \frac{\partial A(x_i)}{\partial x_{i0}} \right] = \delta(z_0 - x_{i0}) \left[\bar{\psi}(z), \frac{\partial A(x_i)}{\partial x_{i0}} \right] = 0,$$

а также правила дифференцирования T -произведения

$$\frac{\partial}{\partial x^\mu} T(A(x) B(y)) = \delta_{\mu 0} \delta(x_0 - y_0) [A(x), B(y)] + T\left(\frac{\partial A(x)}{\partial x^\mu} B(y)\right),$$

$$\frac{\partial}{\partial y^\mu} T(A(x) B(y)) = -\delta_{\mu 0} \delta(x_0 - y_0) [A(x), B(y)] + T\left(A(x) \frac{\partial B(y)}{\partial y^\mu}\right),$$

получим

$$\begin{aligned} \square_n \tau(y, z; x_1, \dots, x_n) &= \langle 0 | T[\psi(y) \bar{\psi}(z) A(x_1) \dots A(x_{n-1}) J(x_n)] | 0 \rangle + \\ &+ \sum_{i=1}^{n-1} \tau(y, z; x_1, \dots, x_{n-1})_i \delta(x_{n0} - x_{i0}) \left[\frac{\partial A(x_n)}{\partial x_{i0}}, A(x_i) \right], \end{aligned} \quad (3)$$

где $\tau(y, z; x_1, \dots, x_{n-1})_i = \tau(y, z; x_1, \dots, x_{i-1}, x_{i+1}, \dots, x_{n-1})$.

Далее, учитывая сохранение тока $\partial^\mu J_\mu(x) \equiv \frac{\partial J_\mu(x)}{\partial x_\mu} = 0$ и то, что фотон не имеет заряда, а заряд электрона есть $-e$:

$$\delta(x_n^0 - x_i^0) [J_0(x_n), A(x_i)] = 0,$$

$$\delta(x_n^0 - y^0) [J_0(x_n), \psi(y)] = -e \delta(x_n - y) \psi(y),$$

$$\delta(x_n^0 - z^0) [J_0(x_n), \bar{\psi}(z)] = e \delta(x_n - z) \bar{\psi}(z),$$

можно получить

$$\begin{aligned} \partial_n \square_n \tau(y, z; x_1, \dots, x_n) &= e \tau(y, z; x_1, \dots, x_{n-1}) [\delta(z - x_n) - \delta(y - x_n)] + \\ &+ \sum_{i=1}^{n-1} \tau(y, z; x_1, \dots, x_{n-1})_i \partial_n \square_n \tau(x_i, x_n). \end{aligned} \quad (4)$$

Здесь

$$\partial_n \square_n \tau(y, z; x_1, \dots, x_n) \equiv \partial_n^{\mu_n} \square_n \tau_{\mu_1 \dots \mu_n}(y, z; x_1, \dots, x_n),$$

$$\tau(x_i, x_n) = \langle 0 | T[A(x_i) A(x_n)] | 0 \rangle$$

и

$$\partial_n \square_n \tau(x_i, x_n) \equiv \partial_n^{\mu_n} \square_n \tau_{\nu \mu}(x_i, x_n) = \partial_n^{\mu_n} \left\{ \delta(x_i^0 - x_n^0) \left[\frac{\partial A_\mu(x_n)}{\partial x_n^0}, A_\nu(x_i) \right] \right\}.$$

Средние τ можно описывать с помощью диаграмм Фейнмана. Для этого имеется стандартный путь [2]: надо выразить τ -функции через in -поля (эволюция которых по времени определяется свободным гамильтонианом):

$$\tau(y, z; x_1, \dots, x_n) = \frac{\langle 0 | T[\psi_{in}(y) \bar{\psi}_{in}(z) A_{in}(x_1) \dots A_{in}(x_n) S] | 0 \rangle}{\langle 0 | S | 0 \rangle}. \quad (5)$$

Разложение S -матрицы

$$S = T\left(\exp\left[-i \int_{-\infty}^{\infty} H_I(t) dt\right]\right) \equiv T\left(\exp\left[i \int L_I(x) dx\right]\right)$$

в ряд и использование теоремы Вика порождает в (5) бесконечное количество фейнмановских графиков, среди которых имеются и несвязные. Вклад в τ -функции от связных диаграмм Фейнмана (будем обозначать его через φ) можно отделить с помощью рекуррентных соотношений

$$\varphi(y, z) = \tau(y, z), \quad \varphi(y, z; x) = \tau(y, z; x),$$

$$\varphi(y, z; x_1, \dots, x_n) = \tau(y, z; x_1, \dots, x_n) -$$

$$- P_n \sum_{j=1}^v \frac{\varphi(y, z; x_{2j+1}, \dots, x_n) \tau(x_1, \dots, x_{2j})}{(n-2j)!(2j)!}, \quad (6)$$

где $v = n/2$, если n четно, и $v = (n-1)/2$, если n нечетно. P_n означает сумму по всем перестановкам x_1, \dots, x_n . В (6) учтено, что инвариантность относительно зарядового сопряжения требует, чтобы $\tau(x_1, \dots, x_{2j+1}) = 0$.

Для связных средних, используя (4) и (6), можно по индукции доказать тождество

$$\partial_n \square_n \varphi(y, z; x_1, \dots, x_n) = e \varphi(y, z; x_1, \dots, x_{n-1}) [\delta(z - x_n) - \delta(y - x_n)]. \quad (7)$$

Это и есть обобщенное тождество Уорда, связывающее неампути-

рованные n - и $(n-1)$ -фотонные вершины. (Слово «неампутированное среднее» означает, что соответствующая амплитуда включает пропагаторы внешних частиц.)

Переходя к импульсному представлению

$$\varphi(y, z; x_1, \dots, x_n) = (2\pi)^{-4(n+1)} \int dq dk_1 \dots dk_n \tilde{\varphi}(q; k_1, \dots, k_n) \times \\ \times \exp \left[-iq(y-z) - i \sum_{j=1}^n k_j(x_j - z) \right],$$

перепишем (7) в терминах $\tilde{\varphi}$ (improper vertex)

$$i k_n k_n^2 \tilde{\varphi}(q; k_1, \dots, k_n) = e [\tilde{\varphi}(q; k_1, \dots, k_{n-1}) - \tilde{\varphi}(q + k_n; k_1, \dots, k_{n-1})]. \quad (8)$$

Выделяя явно пропагаторы внешних частиц, определим ампутированную n -фотонную вершину Γ_n (semiproper vertex)

$$\tilde{\varphi}(q; k_1, \dots, k_n) = i^{n+1} e^n S \left(q + \sum_{j=1}^n k_j \right) \Gamma_n(q; k_1, \dots, k_n) S(q) D(k_1) \dots D(k_n). \quad (9)$$

Принимая во внимание свойство фотонного пропагатора $k^\mu k^2 D_{\mu\nu}(k^2) = -k_\nu$, получаем

$$k_n S \left(q + \sum_{j=1}^n k_j \right) \Gamma_n(q; k_1, \dots, k_n) S(q) = S \left(q + \sum_{j=1}^{n-1} k_j \right) \Gamma_{n-1}(q; k_1, \dots, k_{n-1}) S(q) - \\ - S \left(q + \sum_{j=1}^n k_j \right) \Gamma_{n-1}(q + k_n; k_1, \dots, k_{n-1}) S(q + k_n). \quad (10)$$

Тождество Чанга—Мани пишется для собственных n -фотонных вершин V_n (proper vertex). V_n получится, если из Γ_n удалить все диаграммы, которые распадаются на две несвязные части рассечением одной фермионной линии. Эта процедура обеспечивается рекуррентными соотношениями

$$V_1(q; k) = \Gamma_1(q; k),$$

$$V_n(q; k_1, \dots, k_n) = \Gamma_n(q; k_1, \dots, k_n) - P_n \sum_{j=1}^{n-1} \frac{V_{n-j}(q_j; k_{j+1}, \dots, k_n) S(q_j) \Gamma_j(q; k_1, \dots, k_j)}{j!(n-j)!}, \quad (11)$$

где $q_j = q + \sum_{i=1}^j k_i$.

Тождество Чанга—Мани можно доказать по индукции при помощи (10) и (11), и оно имеет вид

$$k_n^{\mu_n} V_{\mu_1 \dots \mu_n}^{(n)}(q; k_1, \dots, k_n) = V_{\mu_1 \dots \mu_{n-1}}^{(n-1)}(q; k_1, \dots, k_{n-1}) - \\ - V_{\mu_1 \dots \mu_{n-1}}^{(n-1)}(q + k_n; k_1, \dots, k_{n-1}). \quad (12)$$

Тождество Уорда (1) будет частным случаем (12) при $n=1$, если принять $V_0(q) = -S^{-1}(q)$.

Из (12) следует

$$V_{\mu_1 \dots \mu_n}^{(n)}(q; k_1, \dots, k_{n-1}, 0) = - \frac{\partial}{\partial q^{\mu_n}} V_{\mu_1 \dots \mu_{n-1}}^{(n-1)}(q; k_1, \dots, k_{n-1}).$$

поэтому

$$V_{\mu_1 \dots \mu_n}^{(n)}(q; 0, \dots, 0) = (-1)^{n+1} \frac{\partial}{\partial q^{\mu_1}} \dots \frac{\partial}{\partial q^{\mu_n}} S^{-1}(q). \quad (13)$$

Переходя в (13) к пределу $e \rightarrow 0$, заключаем, что всякая модификация свободного фермионного пропагатора $S_m = \frac{1}{\hat{p} - m}$ требует введения многофотонных элементарных вершин, если мы не хотим нарушить сохранение тока. В частности, если модифицированный обратный пропагатор $\tilde{S}^{-1}(\hat{p})$ есть полином n -ой степени от \hat{p} , то требуются многофотонные вершины вплоть до n -фотонных ($\tilde{S}(\hat{p}) = \lim_{e \rightarrow 0} S(\hat{p})$, где $S(x-y) = -i \langle 0 | T [\psi(x) \bar{\psi}(y)] | 0 \rangle$).

Наименьший набор элементарных многофотонных вершин

$$\tilde{V}_n(\hat{q}; k_1, \dots, k_n) = \lim_{e \rightarrow 0} V_n(\hat{q}; k_1, \dots, k_n)$$

получится, если принять, что все требуемые вершины однозначно определяются видом свободного пропагатора $\tilde{S}(\hat{q})$, согласно конструкции Кролла, которая является обобщением минимального электромагнитного взаимодействия:

$$\tilde{V}_n(\hat{q}; k_1, \dots, k_n) = -d(k_n) \tilde{V}_{n-1}(\hat{q}; k_1, \dots, k_{n-1}); \quad \tilde{V}_0(\hat{q}) = -\tilde{S}^{-1}(\hat{q}), \quad (14)$$

где действие оператора $d(k)$ на рациональные функции от $\hat{q} = q_\mu \gamma^\mu$ (q — 4-импульс входящего в вершину фермиона, k_i -импульсы тоже входят в вершину) определяется так:

$$d_\mu(k) \hat{q} = \gamma_\mu, \\ d_\mu(k) F(\hat{q}) G(\hat{q}) = [d_\mu(k) F(\hat{q})] G(\hat{q}) + F(\hat{q} + \hat{k}) [d_\mu(k) G(\hat{q})], \\ d_\mu(k) F^{-1}(\hat{q}) = -F^{-1}(\hat{q} + \hat{k}) [d_\mu(k) F(\hat{q})] F^{-1}(\hat{q}). \quad (15)$$

Например, для

$$\tilde{S}(\hat{q}) = \frac{1}{\hat{q}-m} - \frac{1}{\hat{q}-M} = \frac{m-M}{(\hat{q}-m)(\hat{q}-M)} \quad (16a)$$

получаем «минимальные» вершины

$$\begin{aligned} \tilde{V}_1(\hat{q}; k) &= -d(k) \tilde{S}(\hat{q}) = \frac{1}{m-M} \{ \gamma_\mu(\hat{q}-M) + (\hat{q} + \hat{k} - m) \gamma_\mu \} = \\ &= \gamma_\mu + \frac{1}{m-M} \{ (\hat{q} + \hat{k} - m) \gamma_\mu + \gamma_\mu(\hat{q}-m) \}; \end{aligned} \quad (16b)$$

$$\tilde{V}_2(\hat{q}; k_1, k_2) = -d(k_2) \tilde{V}_1(\hat{q}; k_1) = \frac{1}{m-M} \{ \gamma_\mu \gamma_\nu + \gamma_\nu \gamma_\mu \} = \frac{2g_{\mu\nu}}{m-M}. \quad (16b)$$

Кролл показал, что если теория содержит только минимальные взаимодействия, то во многих случаях эффекты модификации вообще сокращаются. Рассмотрим, например, в модели (16) процесс $e^+e^- \rightarrow n\gamma$ в древесном приближении. Его амплитуда

$$\sim \bar{\Psi}(\hat{q}_n) \tilde{\Gamma}_n(\hat{q}; k_1, \dots, k_n) \Psi(q),$$

где

$$\hat{q}_n = \hat{q} + \sum_{j=1}^n \hat{k}_j \quad \text{и} \quad \tilde{\Gamma}_n(q; k_1, \dots, k_n) = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \Gamma_n(q; k_1, \dots, k_n).$$

По индукции можно доказать

$$\tilde{S}(\hat{q}_n) \tilde{\Gamma}_n(\hat{q}; k_1, \dots, k_n) \tilde{S}(\hat{q}) = (-1)^n d(k_1) \dots d(k_n) \tilde{S}(\hat{q}),$$

поэтому

$$\begin{aligned} \bar{\Psi}(\hat{q}_n) \tilde{\Gamma}_n(\hat{q}; k_1, \dots, k_n) \Psi(q) &= \bar{\Psi}(\hat{q}_n) \tilde{S}^{-1}(\hat{q}_n) \tilde{S}(\hat{q}_n) \tilde{\Gamma}_n \tilde{S}(q) \tilde{S}^{-1}(q) \Psi(q) = \\ &= \bar{\Psi}(\hat{q}_n) \{ (\hat{q}_n - m) (-1)^n [d(k_1) \dots d(k_n) (S_M(\hat{q}) - S_m(\hat{q}))] (\hat{q} - m) \} \Psi(q), \end{aligned}$$

Из уравнения (15) видно, что величина $d(k_1) \dots d(k_n) S_M(\hat{q})$ не сингулярна в точке $\hat{q} = m$, поэтому из уравнения Дирака следует, что $\{ [d(k_1) \dots d(k_n) S_M(\hat{q})] (\hat{q} - m) \} \Psi(q) = 0$. Итак,

$$\begin{aligned} \bar{\Psi}(\hat{q}_n) \tilde{\Gamma}_n(\hat{q}; k_1, \dots, k_n) \Psi(q) &= (-1)^n \bar{\Psi}(\hat{q}_n) \times \\ &\times \{ (\hat{q}_n - m) [d(k_1) \dots d(k_n) S_m(\hat{q})] (\hat{q} - m) \} \Psi(q), \end{aligned}$$

все эффекты модификации сократились. Можно убедиться прямым счетом, что сечение процессов $e^+e^- \rightarrow n\gamma$, рассчитанное по правилам Фейнмана с пропагатором (16a) и вершинами (16б,в) совпадает с сечениями в КЭД в борновском приближении.

Заметим, что иногда используется модификация КЭД, при которой изменяется только электронный пропагатор согласно (16a), без изменения вершинных функций [3]. Это нарушает калибровочную инвариантность, и результаты будут зависеть от выбираемой параметризации для вектора поляризации фотона. Подобными недостатками обладают некоторые модели и в работе [6].

Как видим, с точки зрения экспериментальной проверки, интерес представляет теория, которая содержит неминимальные взаимодействия: модификации вершин, которые не порождены модификацией пропагатора. Из-за тождества Чанга-Мани, всякая модификация вершины, в общем случае, требует изменения и в вершинах более высокого порядка. Концепцию (14) индуцированного «минимального» взаимодействия можно обобщить и на вершины. Тогда можно сказать, что каждая элементарная n -фотонная вершина \tilde{V}_n состоит из «минимальных» взаимодействий, индуцированных модификациями пропагатора и низших вершин, плюс существенная модификация n -фотонной вершины W_n

$$\begin{aligned} \tilde{V}_n(\hat{q}; k_1, \dots, k_n) &= W_n(\hat{q}; k_1, \dots, k_n) + \\ &+ P_n \sum_{j=0}^{n-1} (-1)^{n-j} \frac{d(k_{j+1}) \dots d(k_n) W_j(\hat{q}; k_1, \dots, k_j)}{j!(n-j)!}. \end{aligned} \quad (17)$$

Здесь $W_0(\hat{q}) = -\tilde{S}^{-1}(\hat{q})$. Соотношение (17) можно обратить в

$$\begin{aligned} W_n(\hat{q}; k_1, \dots, k_n) &= \tilde{V}_n(\hat{q}; k_1, \dots, k_n) + \\ &+ P_n \sum_{j=1}^n \frac{d(k_1) \dots d(k_j) \tilde{V}_{n-j}(\hat{q}; k_{j+1}, \dots, k_n)}{j!(n-j)!} \end{aligned} \quad (18)$$

из которого, используя тождества Чанга-Мани и соотношение $k^\mu d_\mu(k) F(\hat{q}) = F(\hat{q} + \hat{k}) - F(\hat{q})$, следующее из (15), можно доказать поперечность существенной модификации вершины

$$k_n^{\mu_n} W_{\mu_1 \dots \mu_n}^{(n)}(\hat{q}; k_1, \dots, k_n) = 0.$$

2. Далее будем использовать модель модифицированной КЭД, в которой свободный пропагатор электрона не меняется, а однофотонная вершина получает добавку

$$W_\mu^{(1)}(\hat{q}; k) = +i \frac{g(k^2)}{\Lambda^2} [\sigma_{\mu\nu} k^\nu (\hat{q} - m) + (\hat{q} + \hat{k} - m) \sigma_{\mu\nu} k^\nu], \quad (19a)$$

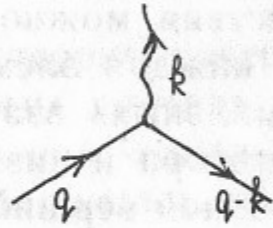
где k_μ — входящий импульс и $\sigma_{\mu\nu} = \frac{i}{2}(\gamma_\mu\gamma_\nu - \gamma_\nu\gamma_\mu)$. Из (17) получаем двухфотонную вершину

$$\begin{aligned} \tilde{V}_{\mu\nu}^{(2)}(\hat{q}; k_1, k_2) &= d_\mu(k_1)d_\nu(k_2)W_0(\hat{q}) - d_\nu(k_2)W_\mu^{(1)}(\hat{q}; k_1) - d_\mu(k_1)W_\nu^{(1)}(\hat{q}; k_2) = \\ &= -i\frac{g(k_1^2)}{\Lambda^2}[\sigma_{\mu\tau}k_1^\tau\gamma_\nu + \gamma_\nu\sigma_{\mu\tau}k_1^\tau] - i\frac{g(k_2^2)}{\Lambda^2}[\sigma_{\nu\tau}k_2^\tau\gamma_\mu + \gamma_\mu\sigma_{\nu\tau}k_2^\tau], \end{aligned} \quad (196)$$

другие многофотонные вершины не возникают, так как $d_\tau(k_3)\tilde{V}_{\mu\nu}^{(2)}(\hat{q}; k_1, k_2) = 0$.

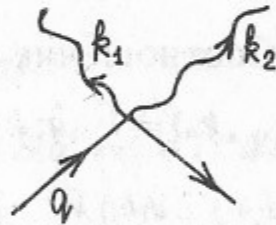
Сформулируем правила Фейнмана для модели Кролла (19): электронный пропагатор $\begin{matrix} p \\ \rightarrow \end{matrix} : \frac{i}{\hat{p}-m} \equiv iS(\hat{p})$;

однофотонная вершина



$$-i\left\{\gamma_\mu + \frac{g(k^2)}{\Lambda^2}[\bar{K}_\mu(\hat{q}-m) + (\hat{q}-\hat{k}-m)\bar{K}_\mu]\right\} \equiv -i\tilde{V}_\mu^{(1)};$$

двухфотонная вершина



$$\frac{i}{\Lambda^2}\{g(k_1^2)(\bar{K}_{1\mu}\gamma_\nu + \gamma_\nu\bar{K}_{1\mu}) + g(k_2^2)(\bar{K}_{2\nu}\gamma_\mu + \gamma_\mu\bar{K}_{2\nu})\} \equiv -i\tilde{V}_{\mu\nu}^{(2)}. \quad (20)$$

Заметим, что здесь k_μ — выходящий из вершины импульс фотона; $g(k^2)$ — формфактор, некоторая «режущая» функция. Для реальных фотонов $g(0) = 1$; $\bar{K}_\mu = -i\sigma_{\mu\nu}k^\nu \equiv \frac{1}{2}(\gamma_\mu\gamma_\nu - \gamma_\nu\gamma_\mu)k^\nu$.

Ниже мы приводим результаты расчета амплитуд и сечений процессов $e^+e^- \rightarrow 2\gamma, 3\gamma, 4\gamma$ в этой модели.

а) Матричный элемент процесса $e^+(p_+) + e^-(p_-) \rightarrow \gamma(k_1) + \gamma(k_2)$ имеет вид ($m_e/E \ll 1$)

$$\begin{aligned} M^{2\gamma} &= ie^2\bar{v}(p_-) \left[\hat{\epsilon}_1 \frac{\hat{p}_- - \hat{k}_2}{2p_-k_2} \hat{\epsilon}_2 + \hat{\epsilon}_2 \frac{\hat{p}_- - \hat{k}_1}{2p_-k_1} \hat{\epsilon}_1 - \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{\Lambda^4}(\hat{\epsilon}_1\hat{k}_1\hat{p}_+ + \hat{k}_2\hat{\epsilon}_2 + \hat{\epsilon}_2\hat{k}_2\hat{p}_+ + \hat{k}_1\hat{\epsilon}_1) \right] u(p_-). \end{aligned} \quad (21)$$

Заметим, что члены $\sim \frac{1}{\Lambda^2}$ скомпенсировались. Из (21), используя технику спиральных амплитуд [4], получаем

$$\frac{d\sigma_K^{2\gamma}}{d\sigma_{КЭД}^{2\gamma}} = \left[1 - \frac{4E^4}{\Lambda^4} \sin^2 \theta \right]^2,$$

$\theta = \widehat{\vec{k}_1\vec{p}_-}$, E — энергия пучка.

Для сравнения приведем аналогичную величину в модели Лоу [5] с тяжелым электроном, где дополнительной вершине соответствует



$$\frac{e\lambda}{M}\sigma_{\mu\nu}k^\nu = i\frac{e\lambda}{2M}(\gamma_\mu\hat{k} - \hat{k}\gamma_\mu);$$

$$\frac{d\sigma_L^{2\gamma}}{d\sigma_{КЭД}^{2\gamma}} \approx 1 + \frac{8\lambda^2 E^4}{M^4} \sin^2 \theta; \quad \frac{\lambda E}{M} \ll 1. \quad (23)$$

Далее для многофотонных процессов будем использовать модель Кролла (20). Отношение сечения, рассчитанного в рамках модели Кролла, к сечению в немодифицированной КЭД запишем в виде

$$\frac{d\sigma_K}{d\sigma_{КЭД}} = \frac{M(\Lambda^2)}{M(\infty)}, \quad M(\Lambda^2) = \sum_{|\lambda|} |M^{|\lambda|}|^2. \quad (24)$$

Ниже мы приведем спиральные амплитуды $M^{|\lambda|}$ для процессов трех- и четырех-квантовой аннигиляции.

б) Для процесса $e^+(p_+) + e^-(p_-) \rightarrow \gamma(k_1) + \gamma(k_2) + \gamma(k_3)$ вклад дают 12 диаграмм Фейнмана. Величина M так выражается через набор спиральных амплитуд $M^{|\lambda|} \equiv M^{|\lambda|}(123) \equiv M^{|\lambda|}(k_1, k_2, k_3)$:

$$\begin{aligned} M &= |M^{++-}|^2 + |M^{+-+}|^2 + |M^{-++}|^2 + |M^{+--}|^2 + \\ &\quad + |M^{-+-}|^2 + |M^{--+}|^2, \end{aligned} \quad (25)$$

где

$$\begin{aligned} M^{+-+}(123) &= M^{+--}(132), & M^{-++}(123) &= M^{+--}(321), \\ M^{-+-}(123) &= M^{+--}(213), & M^{--+(123)} &= M^{+--}(321), \end{aligned} \quad (26)$$

Амплитуды $M^{+-+}(123)$, $M^{+--}(123)$ имеют вид

$$\begin{aligned} M^{+-+}(123) &= (1 + P_{12})(m_{1a} + m_{2a}) + m_{3a}, \\ M^{+--}(123) &= (1 + P_{23})(m_{1b} + m_{3b}) + m_{2b}, \end{aligned} \quad (27)$$

P_{ij} — операторы перестановки $k_i \rightarrow k_j$, $i, j = 1, 2, 3$, а величины m_{ia} , m_{ib} имеют вид

$$\begin{aligned} m_{1a} &= -\left[k_{3\perp} \left(1 - \frac{2p+k_3}{\Lambda^2} \right) + \frac{2p+k_3}{\Lambda^2} k_{2\perp} - \frac{2p+k_3 \cdot 2p+k_2}{\Lambda^4} k_{3\perp} \right] \times \\ &\quad \times \left[z(k_2, \Delta_{12}) + \frac{2p-k_1}{\Lambda^2} z(k_2, k_1) \right], \\ m_{2a} &= \frac{2p+k_3}{\Lambda^2} (k_2 - k_3)_\perp \left[z(k_2, \Delta_{12}) + \frac{2p-k_1}{\Lambda^2} z(k_2, k_1) \right], \\ m_{3a} &= \frac{k_{3\perp}}{\Lambda^2} \left(1 - \frac{2p+k_3}{\Lambda^2} \right) [z(k_2 k_1) \cdot 2p - k_1 + z(k_1 k_2) \cdot 2p - k_2]; \end{aligned} \quad (28)$$

$$\begin{aligned} m_{1b} &= \left[k_{1\perp} \left(1 - \frac{2p-k_1}{\Lambda^2} \right) + \frac{2p-k_1}{\Lambda^2} k_{2\perp} - \frac{2p-k_1 \cdot 2p-k_2}{\Lambda^4} k_{1\perp} \right] \times \\ &\quad \times \left[z^*(\Delta_{12}, k_2) - \frac{2p+k_3}{\Lambda^2} z^*(k_3, k_2) \right], \\ m_{2b} &= \frac{k_{1\perp}}{\Lambda^2} \left(1 - \frac{2p-k_1}{\Lambda^2} \right) [2p+k_3 \cdot z^*(k_3 k_2) + 2p+k_2 \cdot z^*(k_2 k_3)], \\ m_{3b} &= \frac{2p-k_1}{\Lambda^2} (k_1 - k_2)_\perp \left[z^*(\Delta_{12}, k_2) - \frac{2p+k_3}{\Lambda^2} z^*(k_3, k_2) \right], \end{aligned} \quad (29)$$

где [4]

$$\begin{aligned} \Delta_{ij} &= p - k_i - k_j, & z(a, b) &= a_\perp b_\perp - a_\perp^* b_\perp, \\ a_\perp &= a_x + ia_y, & a_\perp^* &= a_x - ia_y, & a_\pm &= \frac{2p \pm a}{2\varepsilon}, \end{aligned} \quad (30)$$

ε — энергия пучка в с. ц. и.

Несколько более сложный вид имеет набор спиральных амплитуд для процесса $e^+ e^- \rightarrow 4\gamma$, в которые дают вклад 66 диаграмм Фейнмана:

$$M = |M^{++++}|^2 + |M^{+---}|^2 + |M^{++--}|^2 + \dots \quad (31)$$

Точками в (31) обозначен вклад амплитуд, получаемых из проведенных перестановкой индексов вверху. Их вклад получится по аналогии с (26) из вклада выписанных перестановкой аргументов, например:

$$\begin{aligned} M^{++++}(1234) &= M^{++++}(1243) & M^{--++}(1234) &= M^{--++}(3412), \\ M^{+---}(1234) &= M^{+---}(2134), & & \text{и т. д.} \end{aligned} \quad (32)$$

Сами же эти амплитуды имеют вид

$$\begin{aligned} M^{++++}(1234) &= P_{123}(m_{1a} + m_{2a}) + (P_{12} + P_{13} + 1)m_{3a} + \\ &\quad + (1 + P_{13} + P_{23})(m_{4a} + m_{5a}); \\ m_{1a} &= -\frac{1}{\Delta_{12}^2} \left[k_{4\perp} + \frac{2p+k_4}{\Lambda^2} (k_{3\perp} - k_{4\perp}) - \frac{2p+k_3 \cdot 2p+k_4}{\Lambda^4} k_{4\perp} \right] \times \\ &\quad \times \left[z(k_3, \Delta_{12}) - \frac{\Delta_{12}^2}{\Lambda^2} z(k_3, k_2) \right] \left[z(k_2, \Delta_{12}) + \frac{2p-k_1}{\Lambda^2} z(k_2, k_1) \right]; \\ m_{2a} &= \frac{-2p+k_4}{\Lambda^2 \Delta_{12}^2} (k_4 - k_3)_\perp \left[z(k_3, \Delta_{12}) - \frac{\Delta_{12}^2}{\Lambda^2} z(k_3, k_2) \right] \times \\ &\quad \times \left[z(k_2, \Delta_{12}) + \frac{2p-k_1}{\Lambda^2} z(k_2, k_1) \right]; \\ m_{3a} &= \frac{-k_{4\perp}}{\Lambda^2} \left(1 - \frac{2p+k_4}{\Lambda^2} \right) \left\{ z(k_2 k_3) \left(z(k_3 \Delta_{13}) + \frac{2p-k_1}{\Lambda^2} z(k_3 k_1) \right) + \right. \\ &\quad \left. + z(k_3 k_2) \left(z(k_2 \Delta_{12}) + \frac{2p-k_1}{\Lambda^2} z(k_2 k_1) \right) \right\}; \\ m_{4a} &= \frac{z(k_3, \Delta_{12})}{\Lambda^2 \Delta_{12}^2} [2p - k_1 \cdot z(k_2 k_1) + 2p - k_2 \cdot z(k_1 k_2)] \times \\ &\quad \times \left[k_{4\perp} + \frac{2p+k_4}{\Lambda^2} (k_{3\perp} - k_{4\perp}) - \frac{2p+k_3 \cdot 2p+k_4}{\Lambda^4} k_{4\perp} \right]; \\ m_{5a} &= \frac{2p+k_4(k_4 - k_3)_\perp}{\Lambda^4 \Delta_{12}^2} z(k_3, \Delta_{12}) [2p - k_1 z(k_2 k_1) + 2p - k_2 z(k_1 k_2)]. \end{aligned} \quad (34)$$

Для спиральной амплитуды $M^{+---}(1234)$ имеем

$$\begin{aligned} M^{+---}(1234) &= P_{423}(m_{1d} + m_{4d}) + (P_{42} + P_{43} + 1)m_{3d} + \\ &\quad + (1 + P_{24} + P_{23})(m_{2d} + m_{5d}), \end{aligned} \quad (35)$$

где

$$m_{1d} = \frac{1}{\Delta_{12}^2} \left[z^*(\Delta_{12}, k_3) - \frac{2p+k_4}{\Lambda^2} z^*(k_4 k_3) \right] \left[z^*(\Delta_{12}, k_2) + \frac{\Delta_{12}^2}{\Lambda^2} z^*(k_3 k_2) \right] \times$$

$$\begin{aligned}
& \times \left[k_{1\perp} \left(1 - \frac{2p-k_1}{\Lambda^2} \right) + \frac{2p-k_1}{\Lambda^2} k_{2\perp} - \frac{2p-k_1}{\Lambda^4} \frac{2p-k_2}{\Lambda^2} k_{1\perp} \right]; \\
m_{2d} &= \frac{z^*(\Delta_{12}, k_2)}{\Delta_{12}^2 \Lambda^2} [2p+k_4 z^*(k_4, k_3) + 2p+k_3 z^*(k_3, k_4)] \times \\
& \times \left[k_{1\perp} \left(1 - \frac{2p-k_1}{\Lambda^2} \right) + \frac{2p-k_2}{\Lambda^2} k_{2\perp} - \frac{2p-k_1}{\Lambda^4} \frac{2p-k_2}{\Lambda^2} k_{1\perp} \right]; \\
m_{3d} &= \frac{-k_{1\perp}}{\Lambda^2} \left(1 - \frac{2p-k_1}{\Lambda^2} \right) \left\{ z^*(k_2, k_3) \left(z^*(\Delta_{13}, k_2) - \frac{2p+k_4}{\Lambda^2} z^*(k_4, k_2) \right) + \right. \\
& \left. + z^*(k_3, k_2) \left(z^*(\Delta_{12}, k_3) - \frac{2p+k_4}{\Lambda^2} z^*(k_4, k_3) \right) \right\}; \\
m_{4d} &= \frac{1}{\Lambda^2 \Delta_{12}^2} (k_1 - k_2)_\perp 2p - k_1 \left[z^*(\Delta_{12}, k_3) - \frac{2p+k_4}{\Lambda^2} z^*(k_4, k_3) \right] \times \\
& \times \left[z^*(\Delta_{12}, k_2) + \frac{\Delta_{12}^2}{\Lambda^2} z^*(k_3, k_2) \right]; \\
m_{5d} &= \frac{-2p-k_1(k_2-k_1)_\perp}{\Lambda^2 \Delta_{12}^2} z^*(\Delta_{12}, k_2) [2p+k_4 z^*(k_4, k_3) + 2p+k_3 z^*(k_3, k_4)]. \quad (36)
\end{aligned}$$

Наконец, спиральная амплитуда M^{++--} имеет вид

$$\begin{aligned}
M^{++--}(1234) &= (1 + P_{12})(1 + P_{34})(m_{1b} + m_{3b} + m_{1c} + m_{2c} + \\
& + m_{4c} + m_{5c}) + (1 + P_{12})m_{2b} + (1 + P_{34})m_{4b} + m_{5b}, \quad (37)
\end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned}
m_{1b} &= \frac{1}{\Delta_{12}^2} \left(z^*(\Delta_{12}, k_3) - \frac{2p+k_4}{\Lambda^2} z^*(k_4, k_3) \right) \left(z(k_2, \Delta_{12}) + \frac{2p-k_1}{\Lambda^2} z(k_2, k_1) \right) \times \\
& \times \left[(\Delta_{12})_\perp + \frac{\Delta_{12}^2}{\Lambda^2} (k_3 - k_2)_\perp + \frac{\Delta_{12}^2}{\Lambda^4} z(k_3, \Delta_{12}, k_2) \right]; \\
m_{1c} &= -\frac{1}{\Delta_{13}^2} z^*(k_2, \Delta_{13}, k_3) \times \\
& \times \left\{ k_{4\perp} \left(1 - \frac{2p+k_4}{\Lambda^2} \right) + \frac{2p+k_4}{\Lambda^2} k_{2\perp} - \frac{2p+k_4}{\Lambda^4} \frac{2p+k_2}{\Lambda^2} k_{4\perp} \right\} \times \\
& \times \left\{ k_{1\perp} \left(1 - \frac{2p-k_1}{\Lambda^4} \frac{2p-k_3}{\Lambda^2} \right) + \frac{2p-k_1}{\Lambda^2} (k_3 - k_1)_\perp \right\}; \\
m_{2b} &= \frac{1}{\Lambda^2 \Delta_{12}^2} \left[\Delta_{12\perp} - \frac{\Delta_{12}^2}{\Lambda^2} k_{2\perp} \right] \left[z(k_2, \Delta_{12}) + \frac{2p-k_1}{\Lambda^2} z(k_2, k_1) \right] \times \\
& \times [2p+k_4 z^*(k_4, k_3) + 2p+k_3 z^*(k_3, k_4)];
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
m_{2c} &= \frac{2p+k_4}{\Lambda^2 \Delta_{13}^2} (k_2 - k_4)_\perp z^*(k_2, \Delta_{13}, k_3) \times \\
& \times \left[k_{1\perp} + \frac{2p-k_1}{\Lambda^2} (k_3 - k_1)_\perp - \frac{2p-k_1}{\Lambda^4} \frac{2p-k_3}{\Lambda^2} k_{1\perp} \right]; \\
m_{3b} &= \frac{(k_2 - k_3)_\perp}{\Lambda^2} \left[z^*(\Delta_{12}, k_3) - \frac{2p+k_4}{\Lambda^2} z^*(k_4, k_3) \right] \times \\
& \times \left[z(k_2, \Delta_{12}) + \frac{2p-k_1}{\Lambda^2} z(k_2, k_1) \right]; \\
m_{4b} &= \frac{-1}{\Delta_{12}^2 \Lambda^2} \left[z^*(\Delta_{12}, k_3) - \frac{2p+k_4}{\Lambda^2} z^*(k_4, k_3) \right] \left[\Delta_{12\perp} + \frac{\Delta_{12}^2}{\Lambda^2} k_{3\perp} \right] \times \\
& \times [2p-k_1 z(k_2, k_1) + 2p-k_2 z(k_1, k_2)]; \\
m_{4c} &= \frac{2p-k_1(k_3-k_1)_\perp}{\Delta_{12}^2 \Lambda^2} z^*(k_2, \Delta_{12}, k_3) \times \\
& \times \left\{ k_{4\perp} \left(1 - \frac{2p+k_4}{\Lambda^2} \right) + \frac{2p+k_4}{\Lambda^2} k_{2\perp} - \frac{2p+k_4}{\Lambda^4} \frac{2p+k_2}{\Lambda^2} k_{4\perp} \right\}; \\
m_{5b} &= -\frac{\Delta_{12\perp}}{\Lambda^4 \Delta_{12}^2} [2p+k_4 z^*(k_4, k_3) + 2p+k_3 z^*(k_3, k_4)] \times \\
& \times [2p-k_1 z(k_2, k_1) + 2p-k_2 z(k_1, k_2)]; \\
m_{5c} &= \frac{2p+k_4}{\Lambda^4 \Delta_{13}^2} (k_2 - k_4)_\perp (k_1 - k_3)_\perp z^*(k_2, \Delta_{13}, k_3). \quad (38)
\end{aligned}$$

Здесь приняты обозначения из работы [4]:

$$z(abc) = c_+(a-b_\perp - b-a_\perp) - c_\perp z^*(ab), \quad p_{\pm\perp} = 0.$$

Заметим, что слагаемые $\sim 1/\Lambda^2$, происходящие из модификации вершин для процессов $e^+e^- \rightarrow 3\gamma, 4\gamma$, сокращаются в каждой из спиральных амплитуд (так же как и для $e^+e^- \rightarrow 2\gamma$, см. (22)), так что отношение сечений этих процессов $d\sigma_K$ к сечениям, рассчитанным в рамках КЭД $d\sigma_0$ имеет вид

$$\frac{d\sigma_K}{d\sigma_0} = 1 + O\left(\left(\frac{E}{\Lambda}\right)^4\right), \quad \Lambda \gg E. \quad (39)$$

3. Процессы $e^+e^- \rightarrow 2\gamma, 3\gamma$ недавно детально изучались в [6]. Для процесса двухквантовой аннигиляции рассматривалось четыре варианта модификации КЭД:

$$\frac{d\sigma}{d\sigma_0} = 1 + \frac{8E^4}{\Lambda^4} \eta \sin^2 \theta, \quad \eta = +1, \quad \eta = -1, \quad \eta = \pm(1 + \cos^2 \theta)^{-1}.$$

Выбор $\eta = +1$ отвечает модели Лоу тяжелого электрона (23); $\eta = -1$ — модели Кролла. Выбор $\eta = \pm(1 + \cos^2 \theta)^{-1}$ отвечает модификации только электронного пропагатора и, как мы обсуждали выше, несостоятелен — при этом теряется калибровочная инвариантность. Мы эту возможность рассматривать не будем. В работе [6] получены ограничения $\Lambda > 66$ ГэВ для модели Лоу и $\Lambda > 67$ ГэВ для модели Кролла.

Здесь мы проводим сравнение экспериментальных данных полученных в [6, 7] с нашим расчетом в рамках КЭД, модифицированной по модели Кролла (см. раздел 1, 2).

На рис. 1 приведены зависимость отношения интегральных сечений σ_K/σ_0 , процесса $e^+e^- \rightarrow 4\gamma$, рассчитанных в модели Кролла, σ_K , и в рамках КЭД, σ_0 , от параметра $(E/\Lambda)^2$. Интегральное сечение вычисляется интегрированием по кинематической области:

$$40^\circ < \theta^i < 140^\circ, \quad w_i/E > 0.1, \quad (40)$$

где θ^i — углы в с. ц. и. вылета фотонов к оси пучка, w_i — их энергии. При малых E/Λ это отношение близко к единице (отклонение от единицы $\sim (E/\Lambda)^4$, что согласуется с отмеченным выше наблюдением (39). В интервале $0 < (E/\Lambda)^2 < 1$ величина σ_K/σ_0 имеет глубокий минимум $(\sigma_K/\sigma_0)_{\min} = 0.15$. При $(E/\Lambda)^2 \gg 1$ величина σ_K/σ_0 растет как $(E/\Lambda)^{16}$.

На рис. 2 представлена зависимость от $(E/\Lambda)^2$ распределения по полярным углам вылета фотонов (угловое распределение). Это распределение есть дифференциальное сечение, проинтегрированное по всем переменным конечных фотонов в кинематической области (40), кроме полярного угла одного из них, для $2E = 1.0$ ГэВ.

На рис. 3, 4 приведены экспериментально измеренные [7] интегральное сечение для энергий в с. ц. и. $0.5 < 2E < 1.4$ ГэВ и угловое распределение для энергии $2E = 0.7$ ГэВ. На этих рисунках также приведены сечения, рассчитанные в тех же условиях (40) в рамках КЭД, σ_0 , и сечения рассчитанные в рамках модели Кролла, σ_K , для граничного значения Λ , еще не противоречащего экспериментальным данным. Из анализа интегрального сечения мы получаем ограничение $\Lambda > 58$ ГэВ. Из анализа данных для углового распределения при $2E = 1$ ГэВ получаем $(E/\Lambda)^2 \leq 0.42$, т. е. $\Lambda \geq 52$ ГэВ.

В работе [6] наблюдалось 2 события при $2E = 29$ ГэВ, что соответствует $\frac{\sigma_{\text{эксп}}}{\sigma_0} = 0.33_{-0.3}^{+0.5}$ (На уровне 90% достоверности). По утверждению авторов этот результат не противоречит КЭД. Анализ этих данных с помощью графика рис. 1 позволяет установить ограничение на нарушение КЭД по Кроллу $\Lambda > 13$ ГэВ.

Нам представляется желательным более детальное экспериментальное изучение процесса четырехфотонной аннигиляции в области энергий $2E \geq 30$ ГэВ с целью проверки соответствия с КЭД.

ЛИТЕРАТУРА

1. Kroll N.M. Nuovo Cim. XLVA, 1965, №1, p.65.
2. Бьёркен Дж.Д., Дрелл С.Д. Релятивистская квантовая теория, т.2. М.: Наука, 1978.
3. Исаев П. Квантовая электродинамика в области высоких энергий. М.: Энергоатомиздат, 1984, с.42.
4. Кураев Э.А., Перышкин А.Н. Препринт ИЯФ СО АН СССР 85-69, Новосибирск, 1985. ЯФ т.42, 1985, с.1195.
Berends F.A et al. Nucl. Phys. B239 (1984) p.395—409.
5. Low F.E. Phys. Rev. Lett. 1965, v.14, p.238.
6. Fernandez E, Ford W.T. et al. Phys. Rev. D, 1987, v.35 № 1, p.1—9.
7. Аульченко В.М., Вассерман И.Б. и др. Препринт ИЯФ 86-173, Новосибирск, 1986.
Вассерман И.Б., Голубев В.Б. и др. ПЖЭТФ 44 (1986) с.493—495.

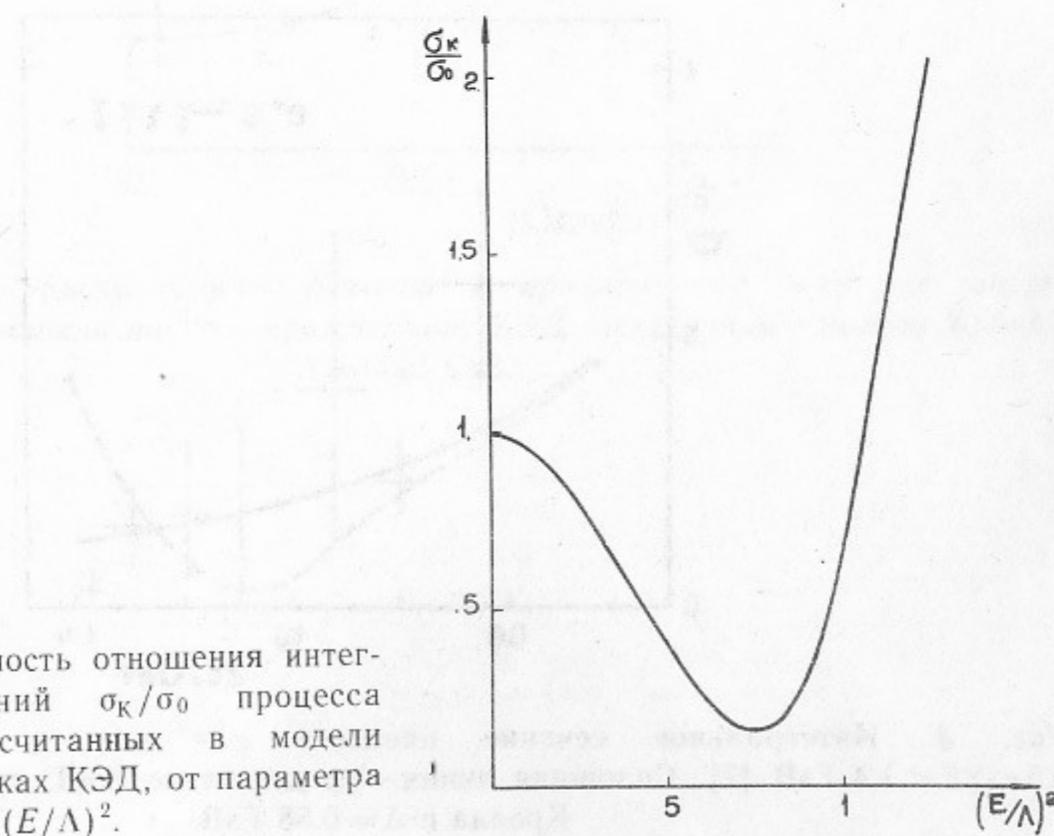


Рис. 1. Зависимость отношения интегральных сечений σ_K/σ_0 процесса $e^+e^- \rightarrow 4\gamma$, рассчитанных в модели Кролла и в рамках КЭД, от параметра $(E/\Lambda)^2$.

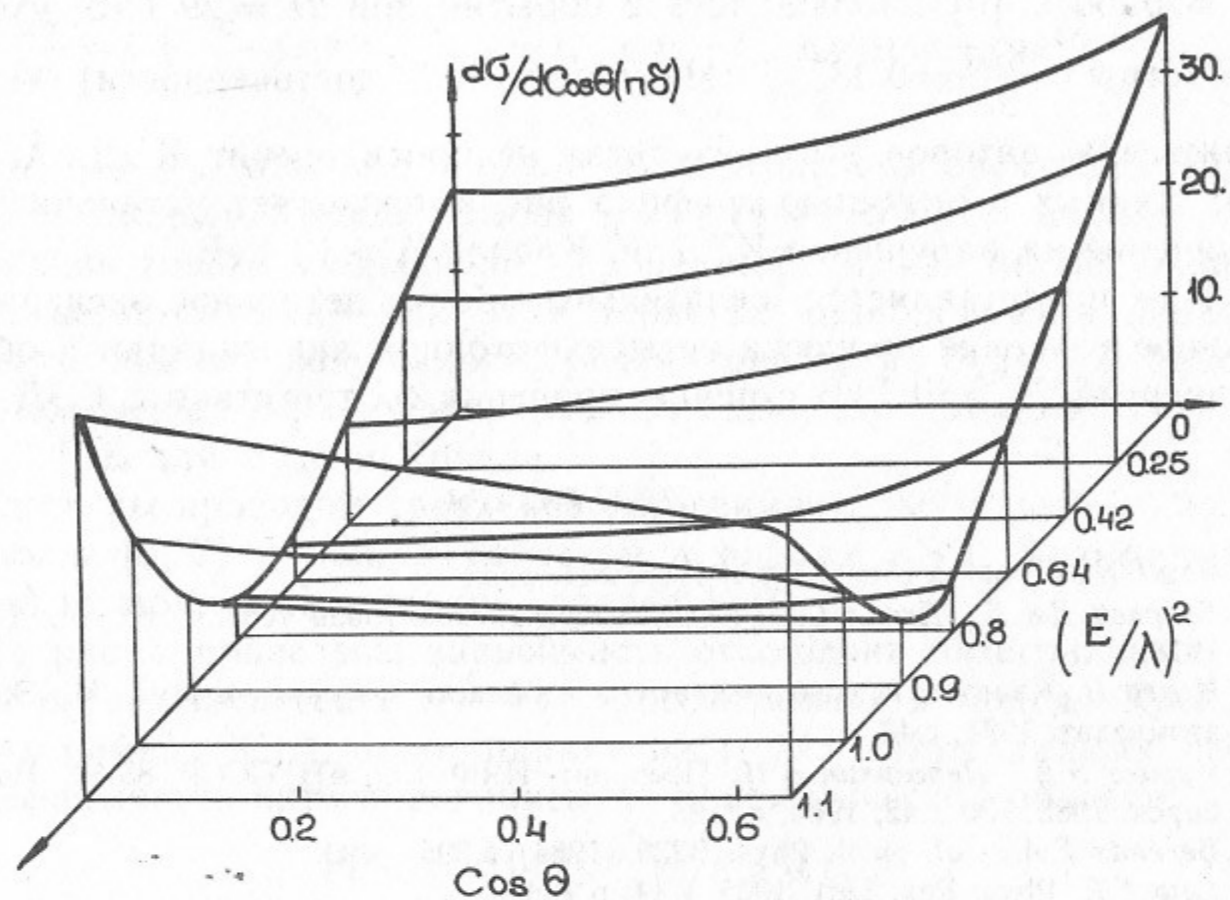


Рис. 2. Зависимость углового распределения фотонов от параметра $(E/\Lambda)^2$ в модели Кролла для $2E=1.0$ ГэВ.

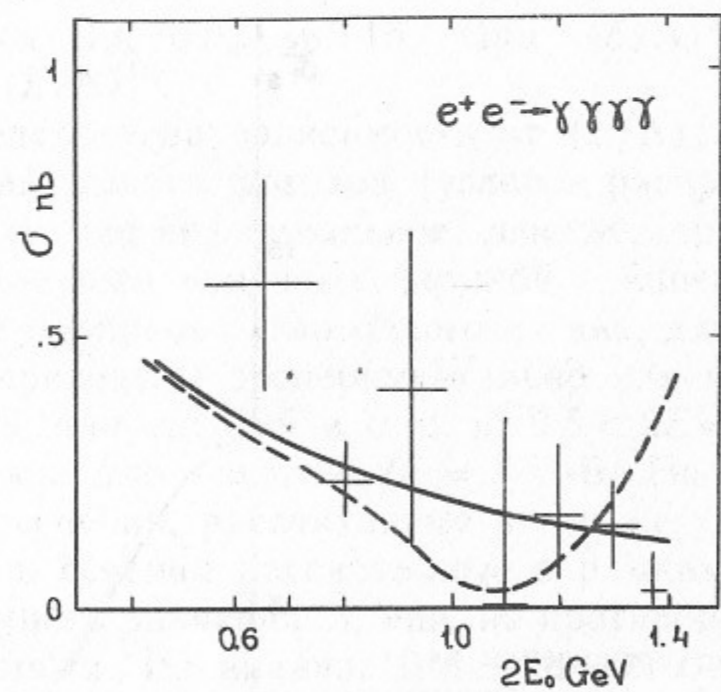


Рис. 3. Интегральное сечение процесса $e^+e^- \rightarrow 4\gamma$ в области энергии $0.5 < 2E < 1.4$ ГэВ [7]. Сплошная линия — предсказание КЭД, пунктирная — модели Кролла с $\Lambda=0.58$ ГэВ.

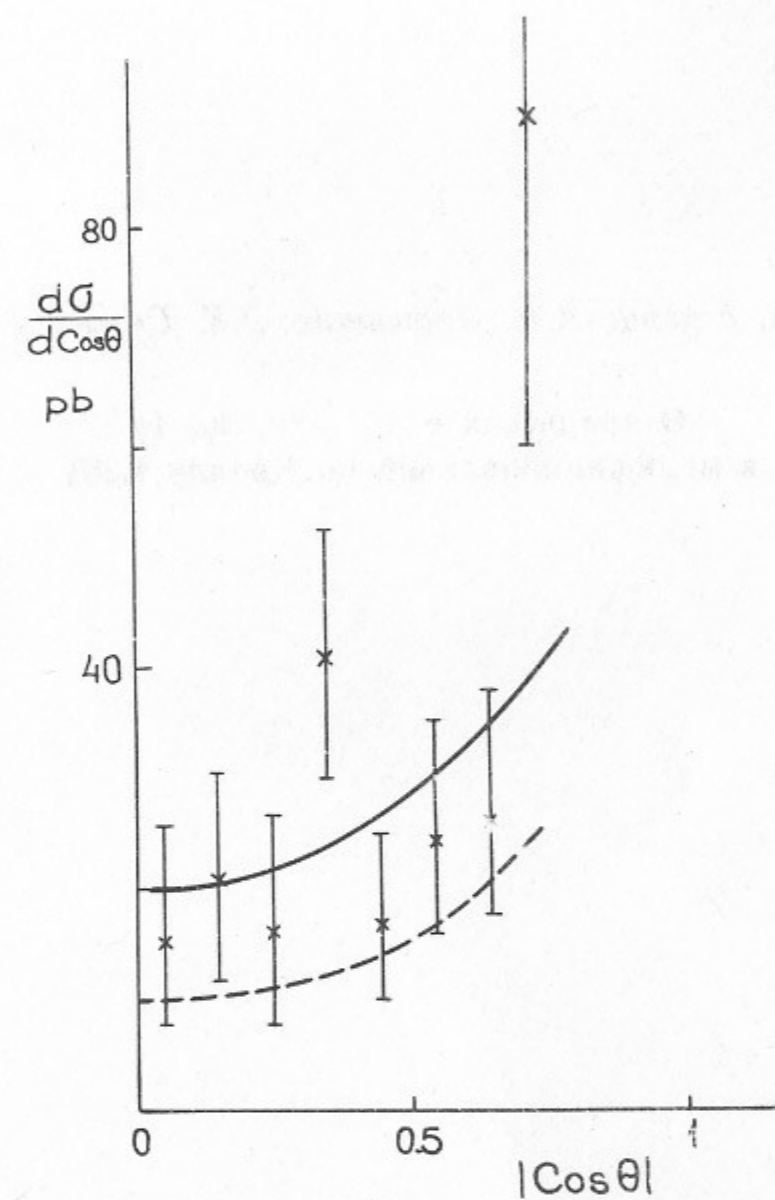


Рис. 4. Угловое распределение фотонов в процессе $e^+e^- \rightarrow 4\gamma$ при энергии $2E=0.7$ ГэВ. Сплошная линия — предсказание КЭД, пунктирная — модели Кролла с $\Lambda=0.52$ ГэВ.

Э.А. Кураев, А.Н. Перышкин, З.К. Силагадзе

**О процессах $e^+e^- \rightarrow 2\gamma, 3\gamma, 4\gamma$
в модифицированной по Кроллу КЭД**

Ответственный за выпуск С.Г.Попов

Работа поступила 31 декабря 1987 г.
Подписано в печать 21.01 1988 г. МН 08051
Формат бумаги 60×90 1/16 Объем 1,5 печ.л., 1,2 уч.-изд.л.
Тираж 150 экз. Бесплатно. Заказ № 4

*Набрано в автоматизированной системе на базе фото-
наборного автомата ФА1000 и ЭВМ «Электроника» и
отпечатано на ротапринтере Института ядерной физики
СО АН СССР,
Новосибирск, 630090, пр. академика Лаврентьева, 11.*