ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ СО АН СССР



Б.Н. Брейзман, К. Юнгвирт

# ГЕНЕРАЦИЯ ИОННОГО ЗВУКА САМОЛОКАЛИЗОВАННЫМИ ЛЕНГМЮРОВСКИМИ ВОЛНАМИ



ПРЕПРИНТ 88-1

НОВОСИБИРСК

Генерация ионного звука
самолокализованными ленгмюровскими волнами

*Б.Н. Брейзман, К. Юнгвирт*[*)]

Институт ядерной физики
630090, Новосибирск 90, СССР

АННОТАЦИЯ

Рассмотрена одномерная задача об излучении ионно-звуковых волн интенсивными ленгмюровскими волнами (плазмонами), обладающими сверхзвуковыми групповыми скоростями. Показано, что локализация плазмонов в случайном поле создаваемых ими звуковых возмущений снижает мощность генерации звука по сравнению с оценкой, отвечающей приближению слабой турбулентности, и замедляет перекачку плазмонов в длинноволновую область спектра. Отмечено, что роль локализации становится существенной раньше, чем плотность энергии плазмонов достигает порога модуляционной неустойчивости.

*) Институт физики плазмы ЧСАН, Прага, ЧССР

Emission of Ion-Sound Waves
by Self-Localized Langmuir Waves

*B.N. Breizman, K. Jungwirth*[*)]

Institute of Nuclear Physics
630090, Novosibirsk, USSR

ABSTRACT

We consider a one-dimensional problem of emission of ion-sound waves by the intense Langmuir waves (plasmons) which have supersonic group velocities. We show that the localization of plasmons in a random field of the emitted sound waves causes both the rate of emission and the rate of plasmon spectral transfer to longer wavelengths to slow down compared to the values calculated in the weak turbulence approximation. We emphasize that the onset of localization effects requires lower level of Langmuir turbulence than the modulational instability.

*) Institute of Plasma Physics, Czech. Acad. Sci., 18211 Prague 8, Czechoslovakia.



---

Задачи о взаимодействии волн в турбулентной плазме часто сводятся к кинетическим уравнениям, определяющим изменение спектральной плотности волн вследствие тех или иных нелинейных эффектов (см. обзоры [1—3]). Вывод этих уравнений базируется на теории возмущений и предположении о случайности фаз взаимодействующих волн. Исходными объектами при построении теории возмущений обычно служат плоские волны (точнее, квазимонохроматические волновые пакеты) с частотами, удовлетворяющими дисперсионному уравнению для линейных колебаний. Такой подход, известный как приближение слабой турбулентности, справедлив до тех пор, пока сами волны не приводят к существенным нелинейным искажениям дисперсионных свойств среды. Существенными, как правило, считаются такие искажения, при которых нелинейные поправки $\Delta\omega_\alpha$ к частотам какой-либо дисперсионной ветви $\alpha$ становятся сопоставимыми с характерной шириной спектра соответствующих волн $D\omega_\alpha$. Так, в частности, в случае ленгмюровских волн границей области слабой турбулентности принято считать порог возбуждения модуляционнной неустойчивости [4]

$$W \sim nTk^2 r_D^2 , \qquad (1)$$

который, как известно, определяется нелинейной модификацией закона дисперсии ионного звука. Тем самым неявно предполагается, что при $W \ll nTk^2 r_D^2$, взаимодействие ленгмюровских ($l$) и ионно-звуковых ($s$) волн достаточно хорошо описывается обычными кинетическими уравнениями, отвечающими процессу трехволнового распада $l \to l' + s$. В действительности, однако, для волн с сильно различающимися частотами выполнение условия

$$\Delta\omega_\alpha \ll D\omega_\alpha ,$$

вообще говоря, не гарантирует применимости приближения слабой турбулентности. Дело в том, что в процессах излучения низкочастотных (НЧ) волн высокочастотными (ВЧ) каждая из ВЧ-волн взаимодействует лишь со своими ближайшими соседями по частотному спектру. Спектральный зазор между ними оценочно равен характерной частоте НЧ-волн $\omega_s$. Если под влиянием какого-либо возмущения частоты взаимодействующих ВЧ-волн расходятся на величину, превышающую $\omega_s$, то скорость генерации НЧ-волн падает. В роли такого возмущения могут, в частности, выступать и сами НЧ-волны, накапливающиеся в системе. Заметим, что соответствующее расщепление частот ВЧ-волн может, в свою очередь, быть очень малым по сравнению с полной шириной их спектра. Поэтому обсуждаемый эффект становится существенным уже в той области параметров, которую при более грубых оценках вполне можно было бы отнести к области слабой турбулентности. В настоящей работе мы проиллюстрируем это на примере одномерной задачи о генерации ионного звука широким спектром ленгмюровских волн (плазмонов), обладающих сверхзвуковыми групповыми скоростями $v_g \gg c_s$, что равносильно условию

$$kr_D \gg (m/M)^{1/2}. \tag{2}$$

Необходимость уточнения обычных кинетических уравнений для волн связана в данном случае с эффектом локализации плазмонов в случайном поле звуковых возмущений.

При выполнении неравенства (2) огибающая электрического поля отдельного плазмона $E(x, t)$ удовлетворяет адиабатическому уравнению [5]

$$\omega(t)E + \frac{3}{2}\omega_p r_D^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} E = \frac{\omega_p}{2}\frac{\delta n(x,t)}{n} E, \tag{3}$$

совпадающему с уравнением Шредингера для квантовой частицы в медленно меняющемся потенциале.

Если потенциал представляет собой случайную функцию координаты $x$, то спектр собственных частот $\omega_k$ этого уравнения дискретен, а соответствующие собственные функции $E_k$ локализованы [6] . Длину локализации $l_k$ можно оценить по теории возмущений как длину свободного пробега плазмона в поле случайных неоднородностей плотности. Считая характерный пространственный масштаб неоднородностей сопоставимым с длиной волны плазмона $k^{-1}$, получаем



$$l_k^{-1} \sim k \left\langle \left( \frac{\delta n}{nk^2 r_D^2} \right)^2 \right\rangle, \tag{4}$$

где угловые скобки означают усреднение по пространству. Оценка (4) справедлива до тех пор, пока «потенциальная энергия» плазмона, равная $\frac{\omega_p}{2}\frac{\delta n}{n}$, остается малой по сравнению с его «кинетической энергией», равной $\frac{3}{2}\omega_p k^2 r_D^2$; отсюда, в частности, видно, что $kl_k \gtrsim 1$. На границе применимости этой оценки длина локализации сравнивается с характерной длиной волны, что качественно напоминает картину локализации плазмонов в солитоне.

Допустим теперь, что в плазме выбран некоторый промежуток шириной порядка $l_k$. Характерное расстояние $\Delta\omega_k$ между соседними уровнями энергии плазмонов, локализованных на этом промежутке, можно оценить как

$$\Delta\omega_k \sim \omega_p k\, r_D^2 / l_k.$$

С учетом соображений, высказанных в начале статьи, мы рассмотрим здесь ситуацию, когда $\Delta\omega_k$ значительно превышает характерную частоту ионного звука $kc_s$. Распадное взаимодействие плазмонов с излучением звука требует в этом режиме сближения соседних уровней до расстояния $\delta\omega_k$, существенно меньшего, чем $\Delta\omega_k$. Такой процесс излучения звука можно описать как результат последовательных «столкновений» энергетических уровней плазмонов. Эти столкновения обусловлены нестационарностью возмущений плотности плазмы. Чтобы оценить интенсивность излучения, введем в рассмотрение величину $\delta t$ — длительность отдельного столкновения. Относительно $\delta t$ предполагается, что

$$kc_s < \frac{1}{\delta t} < \Delta\omega_k.$$

Левое из этих неравенств означает, что в масштабе звукового времени столкновение уровней представляет собой короткий толчок, а правое — что время $\delta t$ достаточно велико для того, чтобы соотношение неопределенности

$$\delta\omega_k \delta t \sim 1$$

позволяло с хорошей точностью различать уровни в масштабе $\Delta\omega_k$.

При столкновении двух уровней пондеромоторная сила [7] создает возмущение скорости ионов $\delta v$, равное

$$\delta v = \frac{1}{16\pi Mn}\frac{\partial}{\partial x}\int (E_k E_{\bar{k}}^* + E_k^* E_{\bar{k}})\, dt\,,$$

где через $E_k$ и $E_{\bar{k}}$ обозначены адиабатические волновые функции взаимодействующих плазмонов. Эта формула позволяет написать для плотности энергии звука $\delta W_s$, излучаемого в отдельном столкновении, следующую оценку:

$$\delta W_s \sim \frac{k^2 |E_k|^2\, |E_{\bar{k}}|^2}{(16\pi)^2 Mn}(\delta t)^2\,, \qquad (5)$$

Если принять, что частотная ширина спектра плазмонов оценочно равна $\omega_p k^2 r_D^2$ и выразить здесь величины $|E_k|^2$ и $|E_{\bar{k}}|^2$ через среднюю по пространству плотность энергии плазмонов $W$, то оценка (5) дает

$$\delta W_s \sim \frac{k^2 W^2}{Mn}\left(\frac{\Delta\omega_k}{\omega_p k^2 r_D^2}\,\delta t\right)^2.$$

Домножив $\delta W_s$ на число состояний, приходящихся на длину локализации $l_k$, и на частоту столкновений уровней $\nu$, получим в итоге следующее выражение для мощности излучения, генерируемого в единице объема

$$\frac{\partial}{\partial t}W_s \sim \frac{k^2 W^2}{Mn}\,\frac{\Delta\omega_k}{\omega_p k^2 r_D^2}(\delta t)^2 \nu\,. \qquad (6)$$

Входящая сюда частота столкновений уровней $\nu$ должна в рассматриваемой ситуации оцениваться по характерной частоте звука $kc_s$, поскольку это единственный временной масштаб, присутствующий в уравнении (3).

Чтобы оценить время отдельного столкновения $\delta t$, необходимо знать вероятность $P(\Delta\omega_k;\, \delta t)$ сближения уровней на расстояние $(\delta t)^{-1}$ при среднем расстоянии между уровнями $\Delta\omega_k$. Мы положим здесь

$$P(\Delta\omega_k;\, \delta t) \sim \left(\frac{1}{\Delta\omega_k \delta t}\right)^p. \qquad (7)$$

где показатель степени $p$ характеризует расталкивание уровней*).

*) Наводящим соображением в пользу модели (7) (но не строгим ее обоснованием!) могут служить результаты Вигнера-Дайсона [8, 9].



В отсутствие расталкивания этот показатель равен единице; при наличии расталкивания он превышает единицу. В связи с трудностями, возникающими при попытке самосогласованного отыскания вероятности $P(\Delta\omega_k;\, \delta t)$, мы вынуждены в данном случае ограничиться заданием модельного выражения, содержащего свободный параметр $p$. Это, разумеется, вносит в конечный результат известную неопределенность. Однако, несмотря на присущий ему произвол, такой подход обладает тем достоинством, что он позволяет выявить связь обсуждаемых ниже эффектов с расталкиванием уровней.

По смыслу величин $\delta t$ и $\nu$ вероятность $P$ совпадает с произведением $\nu\delta t$. Отсюда видно, что

$$\delta t \sim \nu^{-1/(p+1)}(\Delta\omega_k)^{-p/(p+1)} \sim (kc_s)^{-1/(p+1)}(\Delta\omega_k)^{-p/(p+1)}.$$

Подстановка в формулу (6) явных выражений для $\delta t$, $\Delta\omega_k$ и $\nu$ дает окончательно

$$\frac{\partial}{\partial t}W_s \sim \frac{W^2}{Mn\omega_p r_D^2}\left(\frac{nT}{W_s}\,k^3 r_D^3 \sqrt{\frac{m}{M}}\right)^{\frac{p-1}{p+1}}. \qquad (8)$$

Здесь учтено, что среднеквадратичный уровень возмущений плотности ионов связан с плотностью энергии звука соотношением

$$nT\left\langle\left(\frac{\delta n}{n}\right)^2\right\rangle \sim W_s$$

Выражение (8) для мощности излучения содержит по сравнению со стандартной оценкой, получающейся в приближении слабой турбулентности, дополнительный множитель $\mu^{(p-1)/(p+1)}$, где

$$\mu \equiv \frac{nT}{W_s}k^3 r_D^3\left(\frac{m}{M}\right)^{1/2},$$

причем в обсуждаемом здесь режиме $\mu \lll 1$. При наличии расталкивания уровней ($p > 1$) этот множитель делает мощность излучения убывающей функцией интенсивности накопленного в системе звука.

Заметим, что вместе со скоростью генерации звука в рассматриваемом нами режиме должно меняться также характерное время спектральной перекачки плазмонов $\tau$. Оценку этого времени можно получить из формулы (8), положив в ней

$$W_s \sim W k^2 r_D^2\,, \qquad (9)$$

поскольку доля энергии, теряемая каждым плазмоном в процессе перекачки, оценочно равна $k^2 r_D^2$. При этом

$$\tau \sim \frac{M}{m} \frac{nTk^2 r_D^2}{\omega_p W} \left( \frac{W}{nTkr_D} \sqrt{\frac{M}{m}} \right)^{\frac{p-1}{p+1}} .$$

Соотношение (9) позволяет выразить параметр $\mu$ через плотность энергии плазмонов:

$$\mu = \left( \frac{W}{nTkr_D} \sqrt{\frac{M}{m}} \right)^{-1} .$$

Условие $\mu \leqslant 1$ в данном случае означает, что влияние локализации сверхзвуковых плазмонов на процесс их спектральной перекачки становится существенным при

$$W \geqslant nTkr_D \left( \frac{m}{M} \right)^{1/2} ,$$

т. е. раньше, чем плотность энергии плазмонов достигает значения (1), соответствующего порогу модуляционной неустойчивости.

Авторы благодарны Ф.М. Израйлеву и Д.Л. Шепелянскому за обсуждение результатов работы.



*ЛИТЕРАТУРА*


1. *Кадомцев Б.Б.* Турбулентность плазмы. В сб.: Вопросы теории плазмы/ Под ред. акад. М.А. Леонтовича. Вып. 4. М.: Атомиздат, 1964, с. 188—339.
2. *Цытович В.Н.* Нелинейные эффекты в плазме.—М.: Наука, 1967.
3. *Галеев А.А., Сагдеев Р.З.* Нелинейная теория плазмы.—В сб.: Вопросы теории плазмы/ Под ред. акад. М.А.Леонтовича. Вып. 7. М.: Атомиздат, 1973, с.3—145.
4. *Веденов А.А., Рудаков Л.И.* О взаимодействии волн в сплошных средах.—ДАН СССР, 1964, т.159, с.767—770.
5. *Захаров В.Е.* Коллапс ленгмюровских волн.—ЖЭТФ, 1972, т.62, вып. 5, с.1745—1759.
6. *Лифшиц И.М., Гредескул С.А., Пастур Л.А.* Введение в теорию неупорядоченных систем.—М.: Наука, 1982.
7. *Гапонов А.В., Миллер М.А.* О потенциальных ямах для заряженных частиц в высокочастотном электромагнитном поле.—ЖЭТФ, 1958, т.34, вып.1, с.242—243.
8. *Wigner E.P.* In: Statistical Theories of Spectra: Fluctuations. Acad. Press N.Y. and London, 1965, p.88, 145, 176, 226.
9. *Dyson F.J.* J. Math. Phys., 1962, v.3, p.140, 157, 166 (перевод: Ф. Дайсон Статистическая теория энергетических уровней сложных систем.—М.: Ин. лит., 1963).

*Б.Н. Брейзман, К. Юнгвирт*

**Генерация ионного звука самолокализованными ленгмюровскими волнами**

Ответственный за выпуск С.Г.Попов

Работа поступила 24 ноября 1987 г.
Подписано в печать 7 января 1988 г. МН 08002
Формат бумаги 60×90 1/16 Объем 0,8 печ.л., 0,7 уч.-изд.л.
Тираж 250 экз. Бесплатно. Заказ № 1

*Набрано в автоматизированной системе на базе фотонаборного автомата ФА1000 и ЭВМ «Электроника» и отпечатано на ротапринте Института ядерной физики СО АН СССР,*
*Новосибирск, 630090, пр. академика Лаврентьева, 11.*