

36

ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ СО АН СССР

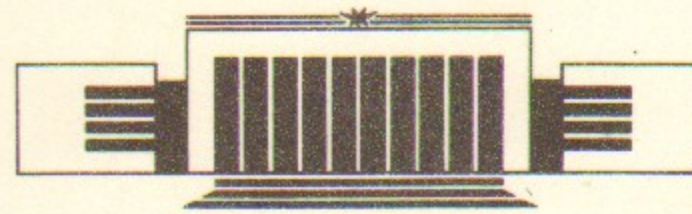


В.Т. АСТРЕЛИН

АЛГОРИТМ ВЫЧИСЛЕНИЯ
РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПЛОТНОСТИ
ДИОДНОГО ТОКА ПО СЕЧЕНИЮ ПУЧКА
В МЕТОДЕ ТОКОВЫХ ТРУБОК

Вашингтон
Вашингтон

ПРЕПРИНТ 87-166



НОВОСИБИРСК

Одной из важных характеристик пучка заряженных частиц, формируемого в электрических и магнитных полях источника, является плотность тока пучка в каком-либо его сечении j_s . При моделировании стационарных пучков методом токовых трубок обычно применяемые способы вычисления этой величины зависят от используемой модели трубок тока. В настоящей работе предлагается более универсальный алгоритм, пригодный для произвольных моделей.

Модели токовых трубок отличаются способом распределения плотности тока $j(r)$ по сечению трубки и привязкой трубки к ее опорным траекториям. В пакетах прикладных программ для решения самосогласованных стационарных задач обычно используются модели трубок со стержневой (центральной) траекторией, либо с граничными траекториями. В первом случае должны быть заданы толщина трубки и вид распределения $j(r)$, аппроксимируемого линейной, квадратичной или другой зависимостью, либо принимаемого однородным по сечению. Во втором случае толщина трубки определяется расстоянием между ее граничными траекториями, а вид распределения $j(r)$ должен задаваться, как и в первом.

Для вычисления j_s традиционно используемая гистограммная обработка полученных трубок тока заключается в разбиении сечения пучка на интервалы и подсчете суммарного тока, вносимого всеми траекториями в каждый интервал. Далее либо находится средняя плотность тока в каждом интервале, либо из нее каким-либо сглаживающим алгоритмом определяется гладкая кривая распределения j_s . Как видно, в такой процедуре результат может

существенно зависеть от вида модели трубки и от параметров дискретизации (числа токовых трубок, числа интервалов в сечении, способа сглаживания). Кроме того, при обработке могут возникнуть затруднения и ошибки, например, в случае неламинарных пучков (с пересечениями траекторий), либо при пространственном расхождении трубок, значительно превышающем их толщину, либо при отражении отдельных траекторий пучка назад. Поэтому представляется важным создание алгоритма, не ограниченного видом конкретной модели токовых трубок. Ниже мы будем считать, что каким-либо образом задача формирования пучка решена (с применением любой подходящей модели трубок тока), и с достаточной точностью известна форма траекторий и распределение плотности тока на эмиттирующих поверхностях.

Предлагаемая процедура вычисления распределения плотности тока в сечении пучка основана на представлении о наличии непрерывной связи параметров пучка на катоде и в любом сечении потока. Рассмотрим, для определенности, систему с осевой симметрией. Пусть l_k — параметрическая координата точек катода — расстояние вдоль поверхности катода, отсчитываемое, например, от оси симметрии; $j_k(l_k)$ — распределение нормальной к поверхности катода компоненты плотности тока эмиссии с катода, известное в отдельных его точках l_k^n с радиусом R_k^n , из которых выходят траектории (n — номер траектории, $n=1, \dots, N$). Соответственно, для сечения пучка, которое в общем случае может иметь произвольную форму, l_s — расстояние вдоль поверхности сечения, $j_s(l_s)$ — искомое распределение нормальной компоненты плотности тока пучка, проходящего через точку сечения l_s с радиусом R_s (для плоского сечения $z_s = \text{const}$, очевидно, $l_s = R_s$). Тогда для элементарной трубки из закона сохранения ее тока следует

$$j_k^n 2\pi R_k^n |dl_k^n| = j_s^n 2\pi R_s^n |dl_s^n|,$$

откуда

$$j_s = j_k \frac{R_k}{R_s} \left| \frac{dl_k}{dl_s} \right|. \quad (1)$$

Отметим следующие особенности формулы (1). В ней производная определяется из зависимости $l_k(l_s)$, которая предполагается непрерывной и может быть восстановлена по результатам расчета траекторий $l_s^n(l_k^n)$ каким-либо образом. Зависимость $l_k(l_s)$ также предполагается однозначной, т. е. считается, что в каждую

точку сечения вклад дает только один участок катода. В расчетах реальных пучков это условие часто не выполняется как из-за оптических свойств системы, так и из-за энергетического и углового разбросов частиц на катоде. Кроме того, в реальных системах катод может содержать несколько эмиттирующих участков. Для обобщения (1) на этот случай необходимо исходный поток разделить на энергетические и угловые подгруппы, а также подгруппы по участкам катода. Для каждой i -й подгруппы следует провести суммирование по всем m_i ветвям многозначной зависимости $l_k(l_s)$, а затем суммировать вклады от всех подгрупп. Тогда выражение для полной плотности тока пучка в сечении примет вид

$$j_s = \sum_i \sum_{m_i} \left(j_k \frac{R_k}{R_s} \left| \frac{dl_k}{dl_s} \right| \right)_{m_i}. \quad (2)$$

Пример зависимости $l_s(l_k)$, иллюстрирующий (2), приведен на рис. 1 для случая двух подгрупп эмиттируемых частиц ($i=1, 2$) и трех ветвей неоднозначной функции $l_k(l_s)$. Плотность тока в точке l_s^* сечения сложится из шести потоков, выходящих из разных точек катода (их координаты отмечены на рис. 1 крестами).

Таким образом, алгоритм расчета плотности пучка по его сечению содержит следующие шаги:

1. Решение самосогласованной задачи формирования пучка.

2. Расчет набора траекторий для каждой из энергетических и угловых подгрупп, накопление величин j_k^n , l_k^n , R_k^n , l_s^n , R_s^n .

3. Восстановление по этим величинам для каждой i -й подгруппы зависимостей $l_s(l_k)$, $R_k(l_k)$, $R_s(l_k)$ и $j_k(l_k)$, например, с использованием сплайнов.

4. Анализ обратной к $l_s(l_k)$ функции на неоднозначность и выделение ветвей функции в рабочем интервале l_s .

5. Нахождение для данной координаты сечения l_s всех значений l_k , затем производных dl_k/dl_s , отношений R_k/R_s и плотностей

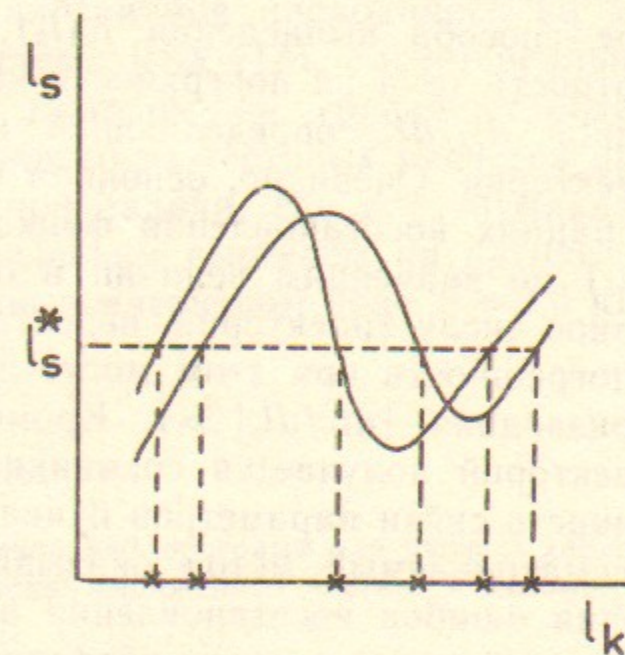


Рис. 1.

тока j_k в этих точках и вычисление составляющих плотности тока в сечении.

6. Получение плотности тока в точке l_s сечения суммированием составляющих плотностей всех ветвей и подгрупп.

7. Повторение шагов 5 и 6 для всех точек сечения l_s .

Основное достоинство этого метода заключается в том, что он позволяет использовать и получать локальную информацию о потоках частиц, без ее усреднения (в отличие от методов гистограммной обработки). Как видно, в нем вид модели токовых трубок не имеет значения, за исключением необходимости уточнения границ эмиттирующей поверхности в модели со стержневой траекторией (поскольку эта информация в вышеперечисленных данных отсутствует). Не является препятствием для его применения ни пространственное разрежение траекторий, ни отражение и потеря на стенках части траекторий пучка. Необходимо только, чтобы количество траекторий, проходящих через интересующее нас сечение пучка, было достаточным для восстановления используемых в методе зависимостей с требуемой точностью.

Неявно модель токовых трубок в этом методе заключена в выборе способа вычисления $j_k(l_k)$, когда находится распределение плотности тока на поверхности катода и способа получения производной dl_k/dl_s , определяющей изменение сечения трубки вдоль траектории. Очевидно, основная погрешность метода содержится в операциях восстановления функциональных зависимостей $j_k(l_k)$ и $l_s(l_k)$ по значениям величин в отдельных точках, если их число, равное числу траекторий, недостаточно велико. Наибольший вклад в погрешность при этом могут дать участки катода, для которых производная $|dl_k/dl_s| \gg 1$. Кроме того, если при расчете форма траекторий получается со значительной погрешностью, то аналитичность связи параметров пучка на катоде и в сечении теряется и рассматриваемый метод оказывается неприменимым. Для уменьшения ошибок восстановления в таком случае, по-видимому, следует использовать сглаживающие функции (например, сглаживающие сплайны), либо применять гистограммный метод, если, конечно, погрешность координат траекторий в сечении не слишком велика.

Рассмотренный метод реализован в пакете прикладных программ POISSON-2 [1], предназначенном для решения стационарных самосогласованных двумерных задач сильноточной релятивистской электроники. Приведем краткую характеристику подпрограмм модуля:

JCROSS — головная программа модуля, содержит перегруппиров-

ку входных массивов с отбраковкой непредставительных случаев (число точек в подгруппе меньше 3), организацию обращений к вычислению коэффициентов сплайна массивов подгрупп, нахождению многозначных ветвей и вычислению плотностей тока пучка в сечении, вывод результата на печать и графопостроитель;

BRANCH — нахождение всех ветвей многозначной функции $l_k(l_s)$, формирование информационного массива;

DENJS — вычисление полной плотности тока траекторий в одной точке сечения с уточнением границ эмиссии катода в модели трубок со стержневой траекторией.

Вспомогательные подпрограммы:

SPLCUB — вычисление коэффициентов сплайна с неравномерным шагом и граничными условиями для свободных концов ($M=0$);

SPLNE — вычисление значения функции и ее производной в точке;

INDEX1 — нахождение интервала узлов, которому принадлежит точка.

Тестирование подпрограмм и алгоритмов проводилось на мини-ЭВМ ЭЛЕКТРОНИКА-79 в системе RSX-11M, расчет реальной геометрии — на ЭВМ ЕС-1061 с выводом на графопостроитель РМ-8151. Геометрия и результат одного из тестовых расчетов приведены на рис. 2, 3, а для реальной задачи, где рассчитывалась эмиссия в плоском диоде со сферическим выступом на катоде, на рис. 4, 5. Диод находится во внешнем магнитном поле $B=3,6$ кГс.

ЛИТЕРАТУРА

1. Астрелин В.Т., Иванов В.Я. Пакет прикладных программ для расчета характеристик интенсивных пучков релятивистских заряженных частиц. — Автометрия, 1980, № 3, с.92—99.

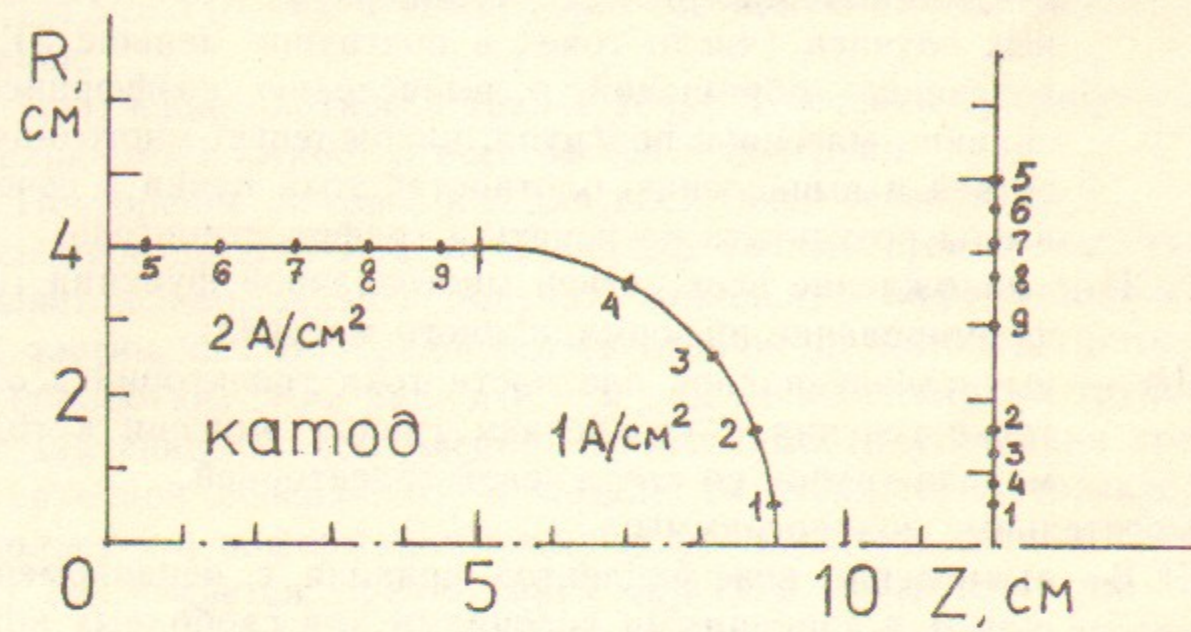


Рис. 2.

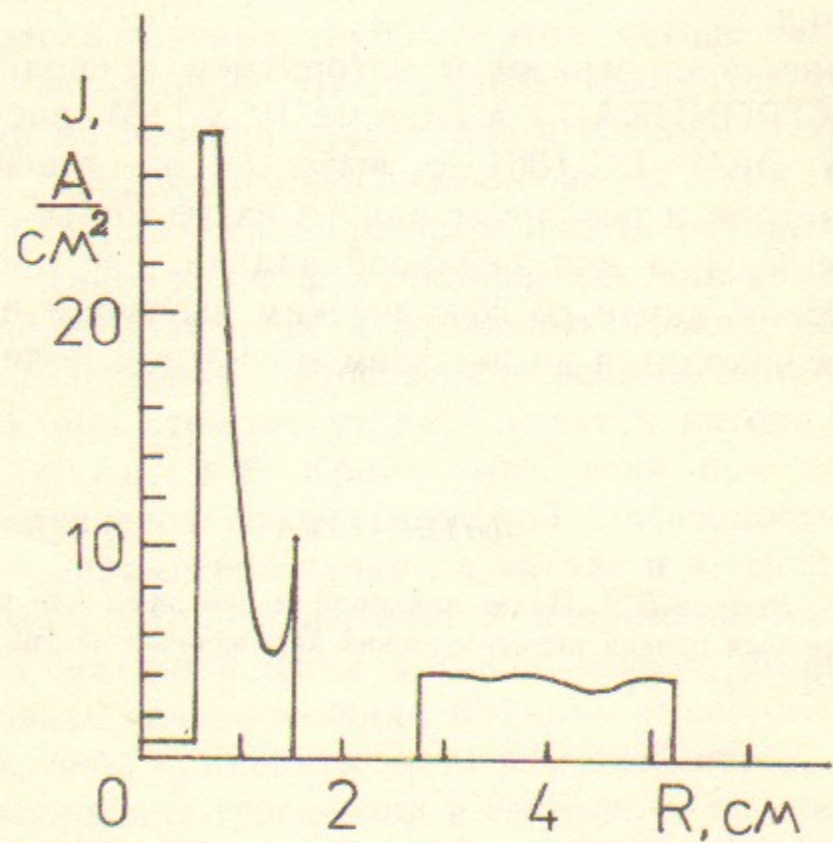


Рис. 3.

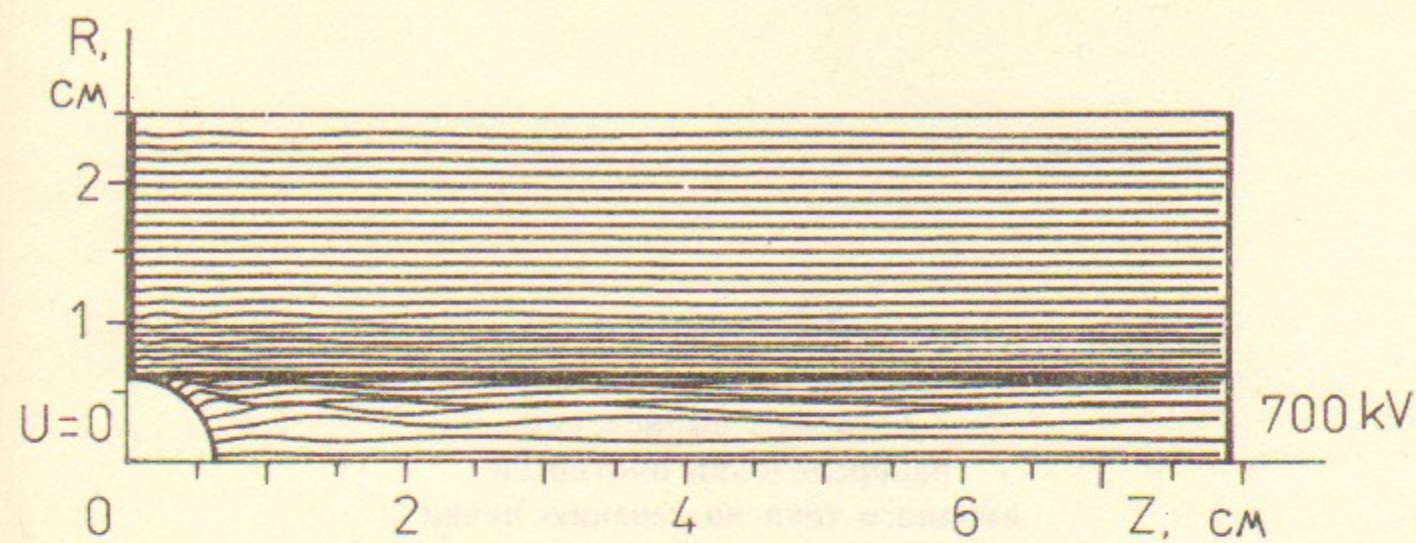


Рис. 4.

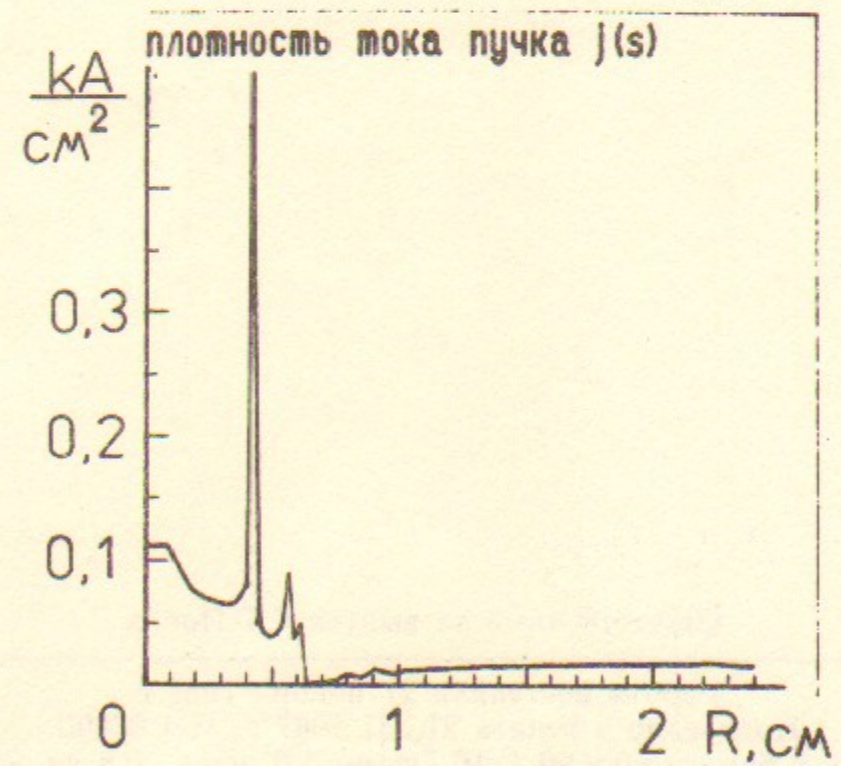


Рис. 5.

В.Т. Астрелин

**Алгоритм вычисления
распределения плотности
диодного тока по сечению пучка
в методе токовых трубок**

Ответственный за выпуск С.Г.Попов

Работа поступила 27 ноября 1987 г.
Подписано в печать 21.XII 1987 г. МН 08690.
Формат бумаги 60×90 1/16 Объем 1,0 печ.л., 0,8 уч.-изд.л.
Тираж 200 экз. Бесплатно. Заказ № 166

*Набрано в автоматизированной системе на базе фото-
наборного автомата ФА1000 и ЭВМ «Электроника» и
отпечатано на ротапринтере Института ядерной физики
СО АН СССР,
Новосибирск, 630090, пр. академика Лаврентьева, 11.*