

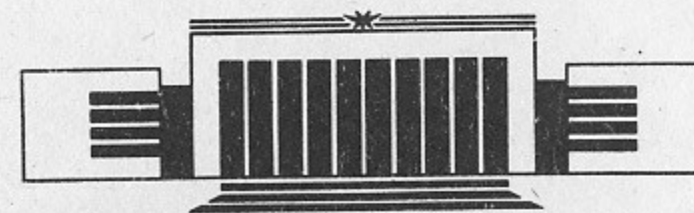


10  
ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ СО АН СССР

В.Н. Байер, В.М. Катков, В.М. Страховенко

**НЕКОГЕРЕНТНОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ  
И РОЖДЕНИЕ ПАР  
В КРИСТАЛЛАХ**

ПРЕПРИНТ 87-114



НОВОСИБИРСК

# НЕКОГЕРЕНТНОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ И РОЖДЕНИЕ ПАР В КРИСТАЛЛАХ

В.Н. Байер, В.М. Катков, В.М. Страховенко

Институт ядерной физики  
630090, Новосибирск 90, СССР

## АННОТАЦИЯ

Рассмотрены процессы тормозного (некогерентного) излучения и рождения электрон-позитронных пар фотоном с учетом специфики движения частиц в кристаллах.

## INCOHERENT RADIATION AND PAIR CREATION IN CRYSTALS

V.N. Baier, V.M. Katkov, V.M. Strakhovenko

Institute of Nuclear Physics  
Novosibirsk 90, 630090, USSR.

## ABSTRACT

The processes of bremsstrahlung (incoherent radiation) and incoherent electron-positron pair creation by a photon are considered, taking the specific particle motions in crystals into account.

## 1. ВВЕДЕНИЕ

В работах авторов была развита теория излучения [1] и рождения пар [2, 3], включающая каскадные процессы [4], при движении частиц в усредненном по тепловым колебаниям атомов потенциале ориентированного монокристалла. В основе теории лежит общий квазиклассический операторный метод рассмотрения процессов излучения и рождения пар частиц в произвольных внешних полях [5]. Кроме детерминированного движения частиц во внешнем поле ориентированного кристалла, происходит их рассеяние на флуктуациях потенциала, связанных с колебаниями атомов в кристаллической решетке. Такое рассеяние сопровождается излучением, которое в кристаллах принято называть некогерентным излучением. В аморфном веществе, где среднее поле равно нулю, процессы излучения и рождения пар происходят только благодаря рассеянию частиц. Настоящая статья посвящена рассмотрению модификации процессов некогерентного излучения и рождения пар в ориентированных монокристаллах по сравнению с аморфным веществом.

Рассмотрим характерные особенности некогерентного излучения в кристаллах, отличающие его от тормозного излучения в аморфном веществе. В потенциале ориентированного кристалла заряженные частицы движутся по криволинейным траекториям, что непосредственно приводит к перераспределению потока падающих частиц. Роль геометрических факторов в процессе тормозного излучения изучена в работе авторов [6], где это излучение рассмотрено

с учетом неравномерности распределения сталкивающихся частиц в поперечной плоскости. В нашем случае неравномерной является плотность электронов и ядер. Наряду с этим искривление траектории при достаточно высоких энергиях непосредственно влияет на процесс тормозного излучения. Это влияние связано с уменьшением длины формирования фотона за счет относительно большого поворота скорости частицы на этой длине и соответствующего расширения конуса углов излучения.

В работе авторов [7] развит подход к рассмотрению тормозного излучения с учетом эффектов среды и внешнего поля. Получены кинетические уравнения, позволяющие учесть влияние рассеяния и внешнего поля. На их основе проведен анализ тормозного излучения в экранированном кулоновском потенциале и на ядре. Сечения тормозного излучения вычислены со степенной точностью.

Если фотон с частотой  $\omega$  излучается электроном (позитроном) с энергией  $\varepsilon$  под углом  $\vartheta$  к направлению его скорости, то длина формирования этого фотона определяется соотношением (см., например, [5])

$$l_{\omega} \sim \frac{(\varepsilon - \omega)\gamma^2}{\varepsilon\omega(1 + \gamma^2\vartheta^2)} \equiv \frac{\gamma\kappa_c}{u\zeta}, \quad (1.1)$$

где  $u = \omega/(\varepsilon - \omega)$ ,  $\zeta = 1 + \gamma^2\vartheta^2$ ,  $\gamma = \varepsilon/m$ ,  $\kappa_c = 1/m$ . В слабых полях характерные углы излучения  $\vartheta \sim 1/\gamma$  ( $\zeta \sim 1$ ) и влиянием внешнего поля можно пренебречь, если выполняется условие

$$\omega l_{\omega} = \frac{eE}{\varepsilon} l_{\omega} \ll 1/\gamma, \quad (1.2)$$

где  $\omega$  — ускорение частицы. Подставляя (1.1) в (1.2), имеем критерий слабости поля

$$\gamma \frac{eE}{\varepsilon} \frac{\gamma^2}{\varepsilon u} = \frac{\chi}{u} \ll 1. \quad (1.3)$$

Здесь

$$\chi = \frac{eE\varepsilon}{m^3} = \frac{E}{E_0} \gamma \quad (1.4)$$

$$(E_0 = m^2/e = 1,32 \cdot 10^{16} \text{ В/см})$$

параметр, характеризующий квантовые эффекты во внешнем поле. В сильных полях, когда  $\chi/u \gg 1$ , характерные углы излучения

$\vartheta \gg 1/\gamma$ . Эффективный угол излучения  $\vartheta_{ef}$  определяется из условия самосогласованности определения  $\vartheta_{ef}$ : угол отклонения частицы в поле на длине формирования не превышает  $\vartheta_{ef}$  (этот вопрос проанализирован в [7]):

$$\omega l_{\omega}(\vartheta_{ef}) \sim \vartheta_{ef}, \quad \vartheta_{ef} \sim \frac{1}{\gamma} \left(\frac{\chi}{u}\right)^{1/3},$$

$$\zeta \sim \left(\frac{\chi}{u}\right)^{2/3}, \quad l_{\omega}(\vartheta_{ef}) \sim \frac{\gamma\kappa_c}{u} \left(\frac{u}{\chi}\right)^{2/3}. \quad (1.5)$$

Отметим, что при  $\chi/u \gg 1$  ни характерный угол излучения, ни длина формирования фотона не зависят от массы излучающей частицы. Поскольку длина формирования фотона при больших  $\chi/u \gg 1$  падает как  $(u/\chi)^{2/3}$ , то таким же образом падает сечение тормозного излучения (см. [7]).

Из-за очень большой плотности ядер вблизи оси, где существенно проявляются некогерентные процессы, при больших энергиях электронов может проявляться эффект Ландау — Померанчука (см., например, [5]). Поэтому для последовательной оценки  $\vartheta_{ef}$  необходимо учесть еще расширение углов излучения за счет многократного рассеяния. Учитывая изменение угла отклонения частицы на длине формирования фотона как за счет внешнего поля, так и за счет многократного рассеяния, получаем из условия самосогласования:

$$\frac{\chi^2}{u^2\zeta^2} + \frac{4\pi Z^2\alpha^2\gamma n}{m^3u\zeta} \ln \frac{\zeta}{\gamma^2\vartheta_1^2} \ll \zeta, \quad (1.6)$$

где  $Z$  — заряд ядра;  $n$  — плотность ядер в среде;  $\vartheta_1 = (\varepsilon u_1)^{-1}$  — угол, отвечающий нижней границе переданных импульсов  $q_{\min} = u_1^{-1}$ , где  $u_1$  — амплитуда тепловых колебаний. Учитывая, что

$$\chi(u_1) \sim \frac{V_0\gamma}{m^2u_1} \sim \frac{Z\alpha\gamma}{m^2du_1}, \quad n \sim \frac{1}{4\pi u_1^2 d}, \quad (1.7)$$

где  $V_0$  — масштаб потенциала оси,  $d$  — среднее расстояние между атомами в цепочке, образующей ось, имеем для отношения вкладов многократного рассеяния и внешнего поля в левую часть формулы (1.6)

$$k = \frac{\vartheta_1^2 l_{\omega}}{(\omega l_{\omega})^2} \sim \frac{u\zeta}{\gamma\kappa_c} \frac{d}{\gamma} \ln \frac{\zeta}{\gamma^2\vartheta_1^2}. \quad (1.8)$$

При больших энергиях, когда параметр  $\chi \gg 1$ , это отношение всегда мало, поскольку оно мало при  $\chi(u_1) \simeq 1$ , а при  $\chi(u_1) \gg 1$  величина  $\zeta_{ef} \propto \gamma^{2/3}$  (1.5). Максимальная оценка для  $k$  дает ( $\chi(u_1) \simeq 1$ ,  $u \sim 1$ )

$$k_{max} \sim \frac{Z\alpha\lambda_c}{u_1} \ln\left(\frac{u_1}{\lambda_c}\right)^2 \ll 1. \quad (1.9)$$

Условие  $k \ll 1$  позволяет при расчете вероятностей некогерентных процессов использовать теорию возмущений по рассеянию и пренебречь эффектом Ландау—Померанчука. Этот вывод согласуется с основным результатом работы [8].

В разделе 2 обсуждается влияние неоднородности потоков сталкивающихся частиц на тормозное излучение. В разделе 3 рассмотрено некогерентное излучение при движении электронов вблизи кристаллических осей. В разделе 4 обсуждается некогерентное фоторождение электрон-позитронных пар, когда импульс фотона лежит вблизи направления осей. В заключении обсуждается общая картина некогерентного излучения в кристаллах, в частности, проведено сравнение с экспериментальными данными по излучению электронов с энергией около 1 ГэВ. В Приложении приведена простая модель распределения потока электронов вблизи осей кристалла.

## 2. РОЛЬ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ФАКТОРОВ В ПРОЦЕССЕ НЕКОГЕРЕНТНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

Формирование большей части тормозного излучения частиц высокой энергии происходит при весьма малых передачах импульса. В пространственно-временной картине это означает, что процесс идет на больших расстояниях. При этом излучение частиц на больших прицельных параметрах может оказаться существенно зависящим от конфигурации сталкивающихся пучков. В интересующем нас случае взаимодействия электронов с ориентированным кристаллом состояние электрона не является плоской волной, а представляет собой волновой пакет, в котором распределение по поперечной координате является неоднородным. Кроме того, распределение атомов в цепочке (для определенности рассматривается осевой случай) также характеризуется определенной плотностью в поперечной плоскости, связанной с амплитудой тепловых

колебаний. При таких условиях нельзя пользоваться стандартной теорией тормозного излучения. Теория тормозного излучения, учитывающая неоднородность распределения частиц, была разработана в работе авторов [6], где использован пространственно-временной подход, в котором естественно может быть учтена неоднородность плотности частиц. Применительно к нашей задаче основной результат работы [6] можно представить в виде

$$d\sigma_\gamma(\omega, \zeta) = \Phi(0) d\sigma_{\gamma 0}(\omega, \zeta) + d\sigma_{\gamma 1}(\omega, \zeta), \quad (2.1)$$

где  $d\sigma_{\gamma 0}(\omega, \zeta)$  — сечение излучения при равномерном распределении частиц в пучках,

$$d\sigma_{\gamma 1}(\omega, \zeta) = \frac{Z^2\alpha^3}{m^2\pi} \frac{\varepsilon - \omega}{\varepsilon} \frac{d\omega}{\omega} U(\zeta) F(\beta, \zeta) d\zeta. \quad (2.2)$$

Здесь

$$U(\zeta) = \frac{\varepsilon - \omega}{\varepsilon} + \frac{\varepsilon}{\varepsilon - \omega} - \frac{4(\zeta - 1)}{\zeta^2}, \quad \beta = \sqrt{a^{-2} + q_{min}^2 \cdot \zeta^2},$$

$$q_{min} = \frac{m^2\omega}{2\varepsilon(\varepsilon - \omega)} = \frac{mu}{2\gamma}, \quad \zeta = 1 + \gamma^2\theta^2,$$

$$F(\beta, \zeta) = \frac{\beta^2}{\zeta^2} \left\{ \int d^2\rho \rho [K_0(\beta\rho) K_2(\beta\rho) - K_1^2(\beta\rho)] \frac{d\Phi(\rho)}{d\rho} - \right. \\ \left. - 2 \int d^2x \left[ \int d^2\rho n_a(\vec{x} - \vec{\rho}) \frac{\vec{\rho}}{\rho} K_1(\beta\rho) \right]^2 n_e(\vec{x}) \right\}. \quad (2.3)$$

В формуле (2.3)  $a$  — радиус экранирования,  $n_a$  — плотность атомов в поперечной плоскости,  $n_e$  — отношение плотности электронов (позитронов) к плотности равномерного распределения,  $K_n$  — функции Макдональда

$$\Phi(\rho) = \int d^2x n_e(\vec{\rho} + \vec{x}) n_a(\vec{x}), \quad (2.4)$$

$$n_a(\vec{x}) = \frac{1}{2\pi u_1^2} e^{-x^2/2u_1^2},$$

где  $u_1$  — амплитуда тепловых колебаний. Плотность электронов (позитронов) зависит от конкретной ситуации. Анализ распределения электронов при их прохождении через кристалл проведен в Приложении. Рассмотрим интеграл

$$\bar{Q}(\vec{x}) = \int d^2\rho n_a(\vec{x} - \vec{\rho}) \frac{\vec{\rho}}{\rho} K_1(\beta\rho), \quad (2.5)$$

входящий в выражение (2.3). Представим  $\bar{Q}(\bar{x})$  в виде интеграла Фурье, тогда

$$\bar{Q}(\bar{x}) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int d^2 q_{\perp} e^{-i q_{\perp} \bar{x}} n_a(q_{\perp}) \bar{\varphi}(\bar{q}_{\perp}), \quad (2.6)$$

где

$$n_a(q_{\perp}) = \frac{1}{2\pi u_1^2} \int d^2 \rho \exp\left(-\frac{\rho^2}{2u_1^2} + i \bar{q}_{\perp} \bar{\rho}\right) = e^{-q_{\perp}^2 u_1^2/2},$$

$$\bar{\varphi}(\bar{q}_{\perp}) = 2\pi i \frac{\bar{q}_{\perp}}{q_{\perp}} \int_0^{\infty} \rho d\rho J_1(q_{\perp} \rho) K_1(\beta \rho) = \frac{2\pi i}{\beta} \frac{\bar{q}_{\perp}}{q_{\perp}^2 + \beta^2}. \quad (2.7)$$

Подставляя (2.7) в (2.6) имеем

$$\bar{Q}(\bar{x}) = \frac{i}{2\pi\beta} \bar{q}_{\perp}(\bar{x}); \quad \bar{q}_{\perp}(\bar{x}) = \int \frac{e^{-q_{\perp}^2 u_1^2/2}}{(q_{\perp}^2 + \beta^2)} \bar{q}_{\perp} e^{-i q_{\perp} \bar{x}} d^2 q_{\perp}. \quad (2.8)$$

Отметим, что  $q_{\perp}^2 + \beta^2 = q_{\perp}^2 + q_{\parallel}^2 + a^{-2} = q^2 + a^{-2}$ . Величина  $\bar{q}_{\perp}(\bar{x})$  соответствует передаваемому импульсу, усредненному по положению атомов, когда электрон находится на расстоянии  $\bar{x}$  от оси. Таким образом, вычитание второго члена в выражении (2.3) связано с выделением чисто флуктуационных процессов. Отметим, что в работе [6], посвященной тормозному излучению на встречных электрон-позитронных пучках, это вычитание нами не проводилось. Впрочем для плоских пучков обсуждаемого в [6] эксперимента этот член  $\propto \frac{\Delta z}{\Delta y} \ll 1$  ( $\Delta z, \Delta y$  — параметры пучка) и им можно пренебречь. Эффект вычитания среднего импульса необходимо учитывать для круглых пучков, где он дает вклад в константу при логарифме.

В простейшем случае равномерного распределения электронов  $n_e(\bar{x}) = 1$ ,  $\Phi(\rho) = 1$ , тогда второй член в (2.3) содержит

$$G \equiv \int d^2 x \bar{Q}^2(\bar{x}) = \frac{1}{\beta^2} \int d^2 q_{\perp} q_{\perp}^2 \frac{e^{-q_{\perp}^2 u_1^2}}{(q_{\perp}^2 + \beta^2)^2}. \quad (2.9)$$

Проводя в (2.9) тривиальное интегрирование по  $\varphi$  и переходя к переменной интегрирования  $x = q_{\perp}^2 / \beta^2$ , получаем

$$G(\delta) = \frac{2\pi}{\beta^2} g(\delta), \quad g(\delta) = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} \frac{x dx}{(1+x)^2} e^{-\delta x} =$$

$$= -\frac{1}{2} (e^{\delta} (1 + \delta) \text{Ei}(-\delta) + 1); \quad \delta = u_1^2 \beta^2. \quad (2.10)$$

Здесь  $\text{Ei}(-x)$  — интегральная показательная функция, для которой при  $x \ll 1$  удобно пользоваться следующим представлением в виде ряда

$$\text{Ei}(-x) = C + \ln x + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-x)^k}{k \cdot k!}. \quad (2.11)$$

При рассматриваемых энергиях электронов  $q_{\min} a \ll 1$ , тогда, учитывая, что основной вклад дают  $\zeta \sim 1$ , имеем  $\beta = \frac{1}{a}$ ,  $\delta = \delta_0 = u_1^2 / a^2$ . В потенциале Мольера  $a \simeq 111 Z^{-1/3}$ ,  $\lambda_c = 0,43 \text{ \AA} Z^{-1/3}$ , и амплитуда тепловых колебаний, вообще говоря, сравнима с радиусом экранирования ( $\delta \ll 1$ ), так что необходимо пользоваться достаточно точными формулами для  $g(\delta)$ . Исключение составляет алмаз, для которого  $\delta \simeq 1/35$ .

Подставляя (2.10) в (2.3) — (2.1), получаем после интегрирования по  $\zeta$  ( $d\sigma_{\gamma 0}$  см., например, в [5])

$$d\sigma_{\gamma}(\omega) = \frac{4Z^2 \alpha^3}{m^2} \frac{\varepsilon - \omega}{\omega} \frac{d\omega}{\omega} \left\{ \left( \frac{\varepsilon - \omega}{\omega} + \frac{\varepsilon}{\varepsilon - \omega} - \frac{2}{3} \right) \times \right.$$

$$\left. \times (\ln 183 Z^{-1/3} - g(\delta_0) - f(Z\alpha)) + \frac{1}{9} \right\}, \quad (2.12)$$

где функция  $f(Z\alpha)$  определяет кулоновские поправки

$$f(x) = x^2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n^2 + x^2)}. \quad (2.13)$$

Если распределение электронов неравномерно, но градиенты плотности существенны только при  $\rho \gg u_1$ , сечение (2.12) необходимо умножить на фактор  $n_e(0)$ . Поведение плотности электронов вблизи оси обсуждается в Приложении.

## ВЛИЯНИЕ ЭФФЕКТИВНЫХ КРИСТАЛЛИЧЕСКИХ ПОЛЕЙ НА ПРОЦЕСС НЕКОГЕРЕНТНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

Как было показано во Введении, при достаточно больших энергиях частиц, когда квантовый параметр  $\chi(\rho) = \gamma E(\rho)/E_0$  (1.3) становится сравнимым с единицей, внешнее поле начинает влиять на процесс тормозного излучения. Поскольку подавляющая часть некогерентного излучения происходит на расстояниях  $\rho$  таких, где плотность ядер заметно отлична от нуля  $\rho \ll u_1$ , введем параметр  $\chi_1 = \varepsilon V_0/m^3 u_1$  ( $V_0$  — характерный масштаб потенциала). Отметим, что поскольку электрические поля осей максимальны при  $\rho \sim u_1$ , величина  $\chi_1$  является максимальной оценкой для квантовых эффектов в эффективном внешнем поле кристалла. Введем также граничную энергию  $\varepsilon_1$ , при которой параметр  $\chi_1$  равен единице ( $\chi_1(\varepsilon_1) = 1$ ). Таким образом, для энергий  $\varepsilon \ll \varepsilon_1$  влиянием поля на процесс некогерентного излучения можно пренебречь, а при  $\varepsilon \gg \varepsilon_1$  (см. Введение) появляется фактор подавления некогерентного излучения  $\sim (u/\chi_1)^{2/3}$  за счет уменьшения длины формирования фотона. Необходимо отметить, что в области существенного влияния поля на некогерентное излучение вероятность излучения и рождения пар в эффективном поле цепочек атомов на один-два порядка превышает вероятность некогерентного (бете — гайтлеровского) механизма указанных электромагнитных процессов [1 — 3]. Поэтому при энергиях  $\varepsilon > \varepsilon_1$  нет необходимости вычислять сечения с большой точностью и достаточно ограничиться точностью логарифмической.

Логарифмическая точность рассмотрения в области существенного влияния поля на некогерентные процессы делает картину электромагнитных процессов локальной в поперечной к оси плоскости и позволяет воспользоваться имеющимися результатами для постоянного внешнего поля. Действительно, с этой точностью при расчете тормозного излучения на отдельных ядрах мы можем рассматривать область прицельных параметров  $q_{\max}^{-1} < \rho < q_{\min}^{-1} = u_1$ , не включая их границы, и считать плотность частиц и ядер, а также эффективные поля постоянными, поскольку их неоднородность проявляется только на расстояниях  $\rho \gg u_1$ . Отметим также, что, как показывает анализ, проведенный во Введении, отношение квадрата угла многократного рассеяния к квадрату угла поворота частицы в эффективном потенциале цепочки на длине формирования фотона при энергиях  $\varepsilon \gg \varepsilon_1$  мало ( $\delta \ll 1$  (1.7) — (1.8)), и некогерентные

процессы можно рассматривать, используя теорию возмущений по рассеянию.

При такой постановке задачи можно непосредственно использовать результаты работы авторов [7]. В разделе 3 указанной работы вычислено сечение излучения в экранированном потенциале в присутствии внешнего поля. При этом использовался фурье-образ сечения рассеяния (формула (3.2) [7]). Точнее, в правую часть уравнения (2.16) [7] входит величина  $\Sigma(\vec{x}) - \Sigma(0)$ , где

$$\Sigma(\vec{x}) - \Sigma(0) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int d^2\theta (e^{i\vec{\theta}x} - 1) \sigma(\vec{\theta}). \quad (3.1)$$

В условиях распределения атомов в цепочке (2.4) при выполнении неравенства  $u_1 \ll a$  эту величину можно представить в виде

$$\Sigma(\vec{x}) - \Sigma(0) = \left(\frac{Z\alpha}{\pi\varepsilon}\right)^2 \int \frac{d^2\theta}{(\theta^2 + \theta_1^2)^2} (1 - e^{-\theta^2/\theta_1^2}) (e^{i\vec{\theta}x} - 1), \quad (3.2)$$

$$\theta_u = (\varepsilon u_1)^{-1}, \quad \theta_1 = (\varepsilon a)^{-1}.$$

Вычисляя этот интеграл в принятом в [7] предположении  $x\theta_u \ll 1$ , получаем

$$\Sigma(x) - \Sigma(0) \simeq \frac{1}{2\pi} \left(\frac{Z\alpha}{\varepsilon}\right)^2 x^2 \left[ \ln \frac{x\theta_1}{2} + C - \frac{1}{2} - g(\delta_0) \right], \quad (3.3)$$

где  $g(\delta_0)$  дается формулой (2.10). Сравнивая полученный результат с формулой (3.2) работы [7], приходим к выводу, что надо просто переопределить константу при логарифме в правой части уравнения (2.16) [7]. При средних энергиях, когда параметр  $\chi_1 \ll 1$ , это изменение вносит заметный вклад ( $\sim 10\%$ ) в суммарную интенсивность излучения. Конкретный расчет вероятности излучения при таких энергиях с использованием результатов работы [7] приводит к формуле (2.12) настоящей работы. При высоких энергиях, когда величина  $\chi_1 = \frac{V_0\varepsilon}{m^3 u_1} \gg 1$  и эффективное электрическое поле оказывает заметное влияние на процесс тормозного излучения, с логарифмической точностью воспользуемся локальной картиной, при этом выберем в соответствии с формулами (1.5) — (1.6)

$$q_{\max} = m \left(\frac{\chi_1}{u}\right)^{1/3} = \left(\frac{V_0\varepsilon}{u_1 u}\right)^{1/3}, \quad q_{\min} = \frac{1}{u_1},$$

$$\frac{q_{\max}}{q_{\min}} = mu_1 \left( \frac{\chi_1}{u} \right)^{1/3} = \left( \frac{V_0 \epsilon u_1^2}{u} \right)^{1/3} \quad (3.4)$$

Учитывая, что характерные  $x$  в формуле (3.3)  $x \sim \theta_{ef}^{-1} \sim \frac{\epsilon}{q_{\max}}$ , с логарифмической точностью эту формулу можно представить в виде

$$\Sigma(x) - \Sigma(0) \simeq -\frac{1}{2\pi} \left( \frac{Z\alpha}{\epsilon} \right)^2 x^2 \ln \frac{q_{\max}}{q_{\min}} \quad (3.5)$$

Кроме того, на заданном расстоянии  $\vec{r}_\perp$  от оси в соответствии с локальной картиной будем рассматривать процесс с постоянными плотностями  $n_e(\vec{r}_\perp) \simeq n_e(0)$  (см. Приложение),  $n_a(\vec{r}_\perp) = \frac{1}{2\pi u_1^2} \exp\left(-\frac{r_\perp^2}{2u_1^2}\right)$  и в постоянном поле  $\vec{E}(\vec{r}_\perp) = -\vec{\nabla}_\perp U(r_\perp)$ , где  $U(\rho)$  — эффективный потенциал цепочки атомов. Конкретный вид этого потенциала приведен, например, в работах [1—3]. Для параболического вида фурье-образа сечения (3.5) задача излучения при рассеянии в присутствии внешнего поля в [7] решена точно, а спектральное распределение вероятности излучения дается формулой (3.12) указанной работы. Однако, в силу условия  $k \ll 1$  (1.8) — (1.9) нет необходимости использовать точное решение, и можно провести разложение по параметру

$$q(\rho) = 2\pi n_a(\rho) N \frac{Z^2 \alpha^2}{\epsilon^2} \ln \frac{q_{\max}}{q_{\min}}, \quad (3.6)$$

характеризующему величину многократного рассеяния. Здесь  $n_a(\rho)$  дается формулой (2.4),  $N$  — средняя плотность атомов в кристалле. Главный член разложения дает вероятность излучения в постоянном внешнем поле при отсутствии рассеяния, поправки  $\propto q$  определяют с логарифмической точностью локальное сечение некогерентного излучения на ядрах в эффективном поле цепочек (см. (3.13), [7])

$$\frac{d\sigma_\gamma(\rho)}{d\omega} = \frac{4Z^2 \alpha^3 d^2 \rho}{15m^2 \omega} n_e(\rho) n_a(\rho) f(\rho) \ln \left[ mu_1 \left( 1 + \left( \frac{\chi_1}{u} \right)^{1/3} \right) \right], \quad (3.7)$$

где

$$f(\rho) = \frac{\omega^2}{\epsilon^2} (z^4 \Upsilon - 3z^2 \Upsilon' - z^3) + \left( 1 + \frac{(\epsilon - \omega)^2}{\epsilon^2} \right) (z^4 \Upsilon + 3z^2 \Upsilon' - 5z^2 \Upsilon' - z^3),$$

здесь

$$\Upsilon(z) = \int_0^\infty d\tau \left( z\tau + \frac{\tau^3}{3} \right), \quad z(\rho) = \left( \frac{u}{\chi(\rho)} \right)^{2/3} \quad (3.8)$$

При  $\chi_1 \gg 1$  с той же (логарифмической) точностью можно воспользоваться формулой (3.29) работы [7], и, проводя интегрирование по  $\vec{\rho}$ , получаем

$$\frac{d\sigma_\gamma}{d\omega} = A_\gamma \frac{2Z^2 \alpha^3 \Gamma(1/3)}{5m^2 \omega} \left( \frac{u}{3\chi_1} \right)^{2/3} \ln \left[ mu_1 \cdot \left( \frac{\chi_1}{u} \right)^{1/3} \right] \left( 1 + \frac{(\epsilon - \omega)^2}{\epsilon^2} \right), \quad (3.9)$$

где константа  $A_\gamma$  дается выражением

$$A_\gamma = \int d^2 \rho n_e(\rho) n_a(\rho) \left( \frac{\chi_1}{\chi(\rho)} \right)^{2/3} \quad (3.10)$$

Для используемого нами конкретного вида потенциала цепочки  $U(x)$  (см., например, [3])

$$U(x) = V_0 \left[ \ln \left( \frac{1}{x+\eta} + 1 \right) - \ln \left( 1 + \frac{1}{x_0+\eta} \right) \right], \quad (3.11)$$

параметр  $\chi(\rho)$  при  $\rho \lesssim u_1$  ( $x \lesssim \eta$ ,  $\eta \ll 1$ ) имеет вид

$$\chi(\rho) \simeq 2\chi_1 \frac{\rho u_1}{\rho^2 + 2u_1^2}, \quad \chi_1 = \frac{V_0 \gamma}{m^2 u_1} \simeq \frac{Z\alpha \gamma}{m^2 du_1} \quad (3.12)$$

Подставляя (3.12) в (3.10) с учетом однородности плотности электронов при  $\rho \lesssim u_1$  (см. Приложение), получаем следующее приближенное выражение для  $A_\gamma$ :

$$A_\gamma \simeq n_e(0) 2^{-1/3} \int_0^\infty dx e^{-x} x^{-1/3} (x+1)^{2/3} \simeq 1,508 n_e(0). \quad (3.13)$$

Интегрируя (3.9) по  $\omega$  с весом  $\omega$  получаем с логарифмической точностью для вклада в интенсивность излучения некогерентного процесса

$$\frac{I^{ncoh}}{\epsilon} = \frac{8 \cdot 29 \pi N}{5 \cdot 3^5 3^{1/6}} \Gamma(1/3) A_\gamma \frac{Z^2 \alpha^3}{m^2 \chi_1^{2/3}} \ln(mu_1 \chi_1^{1/3}). \quad (3.14)$$

Сравним полученную интенсивность (3.14) с интенсивностью излучения в поле отдельной цепочки ([1], формула (3.17)) для равномерного распределения электронов ( $n_e = 1$ ) при больших  $\chi_s \gg 1$

$(\chi_s/\chi_1 = u_1/a_s < 1)$ :

$$\frac{I^{ncoh}}{I^F} = 3,41 \frac{A_\gamma Z^2 \alpha^2 N x_0 a_s}{V_0 m} \frac{\chi_s^{1/3}}{\chi_1^{2/3}} \frac{\ln(mu_1 \chi_1^{1/3})}{\ln \chi_s} \approx$$

$$\approx 1,64 \frac{\kappa_c}{a_s} \left(\frac{u_1}{a_s}\right)^{1/3} \frac{Z \alpha \ln(mu_1 \chi_1^{1/3})}{\chi_1^{1/3} \ln \chi_s} \leq 10^{-2} \frac{Z \alpha}{\chi_1^{1/3}} \frac{\ln(mu_1 \chi_1^{1/3})}{\ln \chi_s}. \quad (3.15)$$

Из (3.15) следует, что при больших энергиях электронов, когда параметр  $\chi_s \gg 1$ , вкладом некогерентного излучения можно пренебречь.

#### 4. НЕКОГЕРЕНТНОЕ ФОТОРОЖДЕНИЕ ЭЛЕКТРОН-ПОЗИТРОННЫХ ПАР

Вероятность рождения пары фотоном при высоких энергиях частиц получается из вероятности излучения при помощи замен (см., например, [5])  $\varepsilon \rightarrow -\varepsilon$ ,  $\omega \rightarrow -\omega$ . Кроме того, надо учесть изменение фазового объема  $\omega^2 d\omega \rightarrow -\varepsilon^2 d\varepsilon$ . Поскольку распределение фотонов при прохождении через кристалл в рассматриваемом по  $\alpha$  порядке теории возмущений не меняется, при таких заменах необходимо использовать выражения для вероятности излучения, в которых  $n_e(\rho) = 1$ . Тогда для средних энергий фотонов, когда параметр  $\kappa_1 = V_0 \omega / m^3 u_1$  мал ( $\kappa_1 \ll 1$ ) и рождение пар фотоном в эффективном потенциале цепочки экспоненциально подавлено [23], сечение фоторождения получается из формулы (2.13) при помощи указанных выше замен

$$d\sigma_p(\varepsilon_1) = \frac{4 Z^2 \alpha^3}{m^2} \frac{d\varepsilon_1}{\omega} \left[ \left( \frac{\varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2}{\omega^2} + \frac{2\varepsilon_1 \varepsilon_2}{3\omega^2} \right) (\ln 183 Z^{-1/3} - g(\delta_0) - f(Z\alpha)) - \frac{\varepsilon_1 \varepsilon_2}{9\omega^2} \right],$$

$$\varepsilon_1 + \varepsilon_2 = \omega. \quad (4.1)$$

Интегрируя (4.1) по  $\varepsilon_1$  получаем для полного сечения рождения пары в ориентированном кристалле

$$\sigma_p = \frac{28 Z^2 \alpha^3}{9m^2} \left[ \ln 183 Z^{-1/3} - \frac{1}{42} - f(Z\alpha) - g(\delta_0) \right]. \quad (4.2)$$

При энергиях фотонов  $\omega \gg \omega_1$  ( $\kappa_1(\omega_1) = 1$ ) эффективное поле цепочки меняет процесс некогерентного рождения пар. Воспользовавшись формулами (3.7) — (3.8), с учетом  $n_e(\rho) = 1$  и соответствующих замен получаем

$$\frac{d\sigma_p(\rho)}{dx} = \frac{4 Z^2 \alpha^3}{15m^2} n_a(\rho) f_p(\rho) (x^2 + (1-x)^2) \ln [mu_1(1 + (\kappa_1 x(1-x))^{1/3})], \quad (4.3)$$

где  $x = \frac{\varepsilon_1}{\omega}$ ,  $f(\rho)$  определено в (3.7),

$$z_p(\rho) = (\kappa(\rho)x(1-x))^{-2/3}. \quad (4.4)$$

При энергиях фотона  $\omega \gg \omega_1$  ( $\kappa \gg \kappa_1$ ) можно воспользоваться формулой (3.9), тогда получаем

$$\frac{d\sigma_p}{dx} = A_p \frac{2 Z^2 \alpha^2 \Gamma(1/3)}{5m^2} (3\kappa_1 x(1-x))^{-2/3} (x^2 + (1-x)^2) \ln(mu_1 \chi_1^{1/3}), \quad (4.5)$$

где в потенциале (3.11) (см. формулу (3.13))

$$A_p = \int d^2\rho n_a(\rho) \left( \frac{\kappa_1}{\kappa(\rho)} \right)^{2/3} \approx 1,508. \quad (4.6)$$

Проводя интегрирование по  $x$  в формуле (4.5), получаем с логарифмической точностью для полного сечения рождения пары на флуктуациях потенциала следующее выражение:

$$\sigma_p = A_p \frac{8 Z^2 \alpha^3 \Gamma^3(1/3)}{25m^2 \Gamma(2/3)} \frac{\ln(mu_1 \chi_1^{1/3})}{(3\kappa_1)^{2/3}}. \quad (4.7)$$

Интересно сравнить вероятность некогерентного рождения пар с вероятностью рождения в эффективном поле цепочки при больших  $\kappa_s \gg 1$  ( $\kappa_s/\kappa_1 = u_1/a_s < 1$ )

$$R_p = \frac{W_p^{ncoh}}{W_p^F} = \frac{\sigma_p N}{W_p^F} \approx A_p \frac{28 \cdot 2^{1/3}}{125 \cdot 3^{5/6}} \left( \frac{\Gamma(1/3)}{\Gamma(2/3)} \right)^4 Z \alpha \frac{\kappa_c}{a_s} \frac{\chi_s^{1/3}}{\chi_1^{2/3}} \frac{\ln(mu_1 \chi_1^{1/3})}{\ln \chi_s} \approx$$

$$\approx 2,5 Z \alpha \frac{\kappa_c}{a_s} \left( \frac{u_1}{a_s} \right)^{1/3} \frac{\ln(mu_1 \chi_1^{1/3})}{\chi_1^{1/3} \ln \chi_s} \leq \frac{10^{-2} Z \alpha \ln(mu_1 \chi_1^{1/3})}{\chi_1^{1/3} \ln \chi_s}. \quad (4.8)$$

Таким образом, при энергиях фотонов, когда параметр  $\kappa_s \gg 1$  вкладом некогерентной части в образование пар можно пренебречь.

#### 5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотрим качественную картину электромагнитных процессов в ориентированных кристаллах, включая некогерентные эффекты, в



зависимости от энергии частиц. При этом мы будем предполагать, что справедлива квазиклассическая теория излучения, т. е. рассматривать энергии частиц  $\epsilon > 100$  МэВ. Областью низких энергий назовем область, в которой параметр  $\rho_c = 2V_0\epsilon/m^2$ , характеризующий релятивизм поперечного движения, мал ( $\rho_c \ll 1$ ). Средние энергии характеризуются большими значениями параметра  $\rho_c \geq 1$ , но малыми значениями квантового параметра  $\chi_s = V_0\epsilon/m^3 a_s$  ( $\rho_c/\chi_s = \frac{2a_s}{\lambda_c} \sim 10^2$ ). И, наконец, в области высоких энергий  $\chi_s \geq 1$ .

При низких энергиях справедлива классическая теория излучения частиц, движущихся в эффективных полях атомных цепочек (плоскостей), поскольку излучаются мягкие частоты в относительно узком интервале частот  $\omega \sim \omega_c \ll \epsilon$ . Излучение носит дипольный характер, а его полная интенсивность меньше интенсивности излучения бете—гайтлеровским механизмом, спектр которого простирается вплоть до частот  $\omega \sim \epsilon$ .

В области средних энергий ее потери в поле осей больше потерь бете—гайтлеровским механизмом. Излучаемые фотоны все еще мягкие ( $\omega \ll \epsilon$ ). При  $\chi_s \sim 1/10$  уже начинают сказываться квантовые эффекты.

Как при низких, так и при средних энергиях, благодаря перераспределению потока заряженных частиц при углах падения  $\theta_0 < \theta_c = \sqrt{2U_0/\epsilon}$  плотность электронов вблизи цепочек  $n_e(\rho \leq u_1)$  может быть существенно больше, а позитронов существенно меньше средней (начальной) плотности частиц, что в такой же степени меняет вероятность некогерентного излучения. Еще один эффект в некогерентных процессах непосредственно проявляется из-за упорядоченного расположения атомов в кристалле, что приводит к обрезанию минимальной передачи импульса на амплитуде тепловых колебаний, а не на радиусе экранирования, как в бете—гайтлеровском механизме. Вообще говоря, как видно из проведенного выше расчета, работает как экранирование, так и упорядоченное расположение атомов. Это уменьшает соответствующие сечения на 10—20%.

В области высоких энергий интенсивность излучения в постоянных (на длине формирования фотона) полях кристаллических осей на один-два порядка превосходит соответствующую интенсивность бете—гайтлеровского механизма. Характерные частоты излучаемых фотонов при этом сравнимы с энергией частиц ( $\omega \sim \epsilon$ ). Кроме того, при энергиях фотонов, когда  $\chi_s \geq 1$ , проявляется механизм

рождения пар фотоном в постоянном внешнем поле. При низких и средних энергиях этот механизм экспоненциально подавлен. Вероятность фоторождения электрон-позитронных пар этим механизмом в максимуме ( $\chi_s \sim 10$ ) также на один-два порядка больше бете—гайтлеровской.

Некогерентные процессы из-за большого искривления траектории в поле кристаллической оси и связанным с этим уменьшением длины формирования фотона в процессе тормозного излучения при  $\chi_s \sim 1$  начинают подавляться и при энергиях, когда этот параметр велик ( $\chi_s \gg 1$ ), их вклад становится несущественным. Если в области высоких энергий экспериментально трудно выделить вклад некогерентных процессов из-за указанных выше факторов<sup>\*)</sup>, то при низких и средних энергиях излучение жестких фотонов ( $\omega \sim \epsilon$ ) полностью определяется некогерентным процессом. Измерение жесткой части спектра при таких энергиях, согласно проведенному выше анализу, дает непосредственную информацию о плотности электронов и позитронов вблизи атомных цепочек, которая столь необходима для создания адекватной кинетической картины движения заряженных частиц в ориентированных монокристаллах. При этом желательно иметь экспериментальные данные для достаточно большого набора толщин кристаллов.

В недавнем эксперименте [9] проводились измерения выхода жестких фотонов с энергией 700 МэВ при прохождении электронов с энергией 800 МэВ через монокристаллы кремния и алмаза при их осевой ориентации. Этот эксперимент относится к области средних энергий. Мы будем использовать данные этой работы, приведенные на рисунке в [9] для нежесткой коллимации фотонного пучка ( $\theta_k = 2/\gamma$ ) и при  $\theta_0 = 0$ , когда можно не учитывать азимутальное рассеяние и особенности некогерентного излучения проявляются в чистом виде. Превышение выхода излучения при этих условиях над выходом в разориентированном кристалле примерно составило  $2,3 \pm 0,1$  для кристалла кремния (толщина 30 мкм, ось  $\langle 111 \rangle$ ) и  $1,3 \pm 0,1$  для кристалла алмаза (толщина 300 мкм, ось  $\langle 100 \rangle$ ). В соответствии с результатами настоящей работы это превышение дается фактором  $n_e(0)$ , поскольку  $l_d(\text{Si}) = 39$  мкм,  $l_d(\text{C}) = 54$  мкм и кристаллы уже нельзя считать очень тонкими. Воспользовавшись формулой (П.6) ( $n_e(0) = \bar{\varphi}(0)$ ) и учитывая, что  $\zeta_0^{-1}(\text{Si}) = 1,3$ , а  $\zeta_0^{-1}(\text{C}) = 0,18$ , получаем  $n_e(0)(\text{Si}) = 2,26$ , а

<sup>\*)</sup> Для этого необходимо выделять очень жесткую часть спектра  $\omega/(\epsilon - \omega) = u \gg \chi_s$ , где излучение в поле экспоненциально подавлено.

$n_e(0) (C) = 1,18$ . Как видно, полученные данные согласуются с данными эксперимента в пределах его ошибок. Особенно хорошим является это согласие для кристаллов кремния, где превышение выхода излучения над разориентированным кристаллом достаточно большое.

### Приложение

#### ПЛОТНОСТЬ ЭЛЕКТРОНОВ ВБЛИЗИ КРИСТАЛЛИЧЕСКИХ ОСЕЙ

При влете заряженных частиц в кристалл происходит перераспределение их потока, так что плотность частиц в элементарной ячейке, приходящейся на одну ось, становится функцией, поперечной к оси координаты  $\vec{\rho}$ . Поскольку флуктуации потенциала существенны только на расстояниях  $\rho \sim u_1$ , где  $u_1$  — амплитуда тепловых колебаний, вероятность некогерентного излучения определяется поведением плотности (функции распределения)  $\varphi(\rho)$  при  $\rho \ll u_1$ . Градиент этой плотности при таких значениях  $\rho$  заметно отличен от нуля только при углах влета  $\vartheta_0 \simeq 0$  и только на очень небольшой глубине проникновения частиц в кристалл. Действительно, градиент функции распределения  $\varphi(\rho)$  при  $\rho \ll u_1$  в начальный момент времени определяется заселенностью самых низких состояний поперечной энергии. Поскольку эффективная плотность атомов для электронов в этих состояниях на два-три порядка больше средней плотности атомов в аморфном веществе, во столько же раз увеличивается коэффициент диффузии за счет многократного рассеяния. Это приводит к быстрому установлению однородного распределения электронов в области  $\rho \ll u_1$  на длинах, превышающих характерную длину  $l_u$  ( $l > l_u$ )

$$l_u = \frac{\pi u_1^2}{S} l_d, \quad l_d = \frac{\alpha}{4\pi} \rho_c L_{rad}, \quad \rho_c = \frac{2U_0 \epsilon}{m^2}. \quad (\text{П.1})$$

Здесь  $S$  — площадь элементарной ячейки,  $\rho_c$  — параметр дипольности,  $U_0$  — глубина потенциальной ямы,  $\epsilon(m)$  — энергия (масса) электрона,  $L_{rad}$  — радиационная длина в соответствующем аморфном веществе. Во всех рассматриваемых нами случаях толщина кристалла  $L \gg l_u$  и поэтому для интересующих нас значений  $\rho \ll u_1$  плотность электронов можно считать постоянной.

Перейдем к рассмотрению конкретного вида функции распределения частиц  $\varphi(\rho)$  при влете электронов строго вдоль кристаллической оси. Поскольку угол влета  $\vartheta_0 = 0$  ( $\vartheta_0 \ll \vartheta_c = \sqrt{2U_0/\epsilon}$ ), состо-

яния поперечной энергии определяются значением потенциала в точке влета  $\rho_0$ ,  $\epsilon_{\perp} = U(\rho_0)$ . При этом для произвольного аксиально-симметричного потенциала.

$$dN(\epsilon_{\perp}(\rho_0), \rho) = \frac{d^2 \rho_0}{S} \frac{d^2 \rho}{\pi \rho_0^2} \vartheta(\rho_0 - \rho). \quad (\text{П.2})$$

Поскольку при заданном  $\rho_0$  эффективная плотность ядер в  $\frac{S}{\pi \rho_0^2}$  раз превышает среднюю плотность атомов в аморфном веществе, длина деканализации  $l_{\rho_0}$  для этих уровней имеет вид

$$l_{\rho_0} = \frac{\pi \rho_0^2}{S} l_d. \quad (\text{П.3})$$

Как показано авторами [10], при  $l \gg l_d$  для каналированных электронов устанавливается равномерное распределение в поперечном фазовом пространстве, в том числе и по поперечной координате  $\rho$ . На основании этого результата мы будем предполагать, что при  $l = l_{\rho_0}$  распределение частиц равномерно для  $\rho < \rho_0$  и не меняется по сравнению с начальным для  $\rho > \rho_0$ . Тогда функция распределения электронов на глубине  $l$  имеет вид:

$$\begin{aligned} dN(\xi, \zeta) &= \varphi(\xi, \zeta) d\xi, \\ \varphi(\xi, \zeta) &= \vartheta(1 - \zeta) [(1 - \ln \zeta) \vartheta(\zeta - \xi) - \ln \xi \vartheta(\xi - \zeta)] + \vartheta(\zeta - 1); \\ \zeta &= \frac{l}{l_d}, \quad \xi = \frac{\pi \rho^2}{S}. \end{aligned} \quad (\text{П.4})$$

Для вычисления характеристик излучения на выходе из кристалла необходимо знать усредненную по всей толщине кристалла  $l_0$  функцию распределения

$$\begin{aligned} \bar{\varphi}(\xi) &= \frac{1}{\zeta_0} \int_0^{\zeta_0} \varphi(\xi, \zeta) d\zeta = \left[ \left( 2 - \ln \zeta_0 - 2 \frac{\xi}{\zeta_0} \right) \vartheta(\zeta_0 - \xi) - \ln \xi \vartheta(\xi - \zeta_0) \right] \times \\ &\quad \times \vartheta(1 - \zeta_0) + \left[ 1 + \frac{1}{\zeta_0} (1 - 2\xi) \right] \vartheta(\zeta_0 - 1), \end{aligned} \quad (\text{П.5})$$

где  $\zeta_0 = l_0/l_d$ . В соответствии со сказанным выше характеристики некогерентного излучения определяются значением функции распределения при  $\rho = 0$

$$\bar{\varphi}(0) = (2 - \ln \zeta_0) \vartheta(1 - \zeta_0) + \left(1 + \frac{1}{\zeta_0}\right) \vartheta(\zeta_0 l). \quad (\text{П.6})$$

Для углов влета  $\vartheta_0 \neq 0$  ( $\vartheta_0 \geq \vartheta_c$ ) и  $l_0 \ll l_d$  ( $\zeta_0 \ll 1$ ) функция распределения не меняется за счет многократного рассеяния и  $\varphi(0, \vartheta_0)$  имеет вид

$$\varphi(0, \vartheta_0) = \int d^2 \rho_0 \left[ \frac{1}{S(\rho_0, \vartheta_0)} \vartheta\left(U_0 - \varepsilon \frac{\vartheta_0^2}{2} - U(\rho_0)\right) + \frac{1}{S} \vartheta\left(\varepsilon \frac{\vartheta_0^2}{2} + U(\rho_0) - U_0\right) \right], \quad (\text{П.7})$$

где

$$S(\rho_0, \vartheta_0) = \int d^2 \rho \vartheta\left(\varepsilon \frac{\vartheta_0^2}{2} + U(\rho_0) - U(\rho)\right).$$

В общем случае кристаллов произвольной толщины значение  $\varphi(0, \vartheta_0)$  дается решением соответствующего кинетического уравнения.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Байер В.Н., Катков В.М., Страховенко В.М. ЖЭТФ, 1987, т.92, с.1228.
2. Байер В.Н., Катков В.М., Страховенко В.М. ЖЭТФ, 1986, т.90, с.801.
3. Baier V.N., Katkov V.M., Strakhovenko V.M. Nucl. Instr. and Meth., 1986, v.B16, p.5.
4. Baier V.N., Katkov V.M., Strakhovenko V.M. Preprint INP 86-128. Novosibirsk, 1986.
5. Байер В.Н., Катков В.М., Фадин В.С. Излучение релятивистских электронов. — М.: Атомиздат, 1973.
6. Байер В.Н., Катков В.М., Страховенко В.М. Ядерная физика, 1982, т.36, с.163.
7. Байер В.Н., Катков В.М., Страховенко В.М. Излучение при столкновении релятивистских частиц в среде в присутствии внешнего поля. — Препринт ИЯФ 87-26. Новосибирск, 1987.
8. Барышевский В.Г., Тихомиров В.В. ЖЭТФ, 1986, т.90, с.1908.
9. Ганенко В.Б., Жебровский Ю.В., Колесников Л.Я. и др. Ориентационные зависимости выходов жесткого тормозного излучения электронов в монокристаллах при прохождении вблизи оси. — Тезисы докладов XVII Всесоюзного совещания по физике взаимодействия заряженных частиц с кристаллами. Москва. МГУ, 1987, с.85.
10. Байер В.Н., Катков В.М., Страховенко В.М. ДАН СССР, 1984, т.275, с.1369.

*В.Н. Байер, В.М. Катков, В.М. Страховенко*

**НЕКОГЕРЕНТНОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ  
И РОЖДЕНИЕ ПАР  
В КРИСТАЛЛАХ**

Ответственный за выпуск С.Г.Попов

---

Работа поступила 12 июня 1987 г.  
Подписано в печать 7 августа 1987 г. МН 08330  
Формат бумаги 60×90 1/16 Объем 1,5 печ.л., 1,2 уч.-изд.л.  
Тираж 200 экз. Бесплатно. Заказ № 114

---

*Набрано в автоматизированной системе на базе фото-  
наборного автомата ФА1000 и ЭВМ «Электроника» и  
отпечатано на роталпринте Института ядерной физики  
СО АН СССР,  
Новосибирск, 630090, пр. академика Лаврентьева, 11.*