ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ СО АН СССР

С.В. Костюк

К ВОПРОСУ О РОЛИ ПОЛЯРИЗУЕМОСТИ ПРОТОНА В РЕАКЦИИ $pp \to de^+\nu$ ПРИ НИЗКИХ ЭНЕРГИЯХ

ПРЕПРИНТ 87-89

НОВОСИБИРСК

К ВОПРОСУ О РОЛИ ПОЛЯРИЗУЕМОСТИ ПРОТОНА В РЕАКЦИИ $pp\to de^+\nu$ ПРИ НИЗКИХ ЭНЕРГИЯХ

С.В.Костюк

Рассмотрено влияние поляризуемости протона на волновую функцию двух протонов и сечение $pp\to de^+\nu$ реакции при низких энергиях. Показано, что это влияние пренебрежимо мало.

Влияние поляризуемости протона и дейтона при низкоэнергетическом pp и pd – рассеянии рассматривалось в работах [1,2]. В [1] было показано, что дополнительный сдвиг фазы волновой функции, возникающий после "включения" поляризационного потенциала ($U=-\alpha/r^4$) имеет степенную зависимость от импульса относительного движения протонов ($\sim k^5$) и не содержит кулоновского подавления $\sim e^{-\frac{2\pi}{ka}}$ ($a=2/m_p e^2$ – кулонова длина). Такая зависимость от энергии фазы, возникающей от потенциалов, спадающих степенным образом, качественно может быть понята на примере центробежного потенциала $U=l(l+1)/r^2$. Волновая функция относительного движения двух протонов с моментом l содержит фазу $-l\pi/2$ (разумеется, это есть "фаза" свободного движения), возникающую от этого потенциала. Иначе говоря, кулоновское отталкивание не "экранирует" степенное взаимодействие.

Фазовый сдвиг определяет асимптотическое поведение волновой функции ($r\gg a$). Сечение же $pp\to de^+\nu$ реакции зависит от вида волновой функции двух протонов на малых ($r\ll a$) расстояниях. Действительно, в матричный элемент реакции входит величина $\Omega=\int\Psi_d(r)\cdot\Psi_{pp}(r)\,d^3r$, где $\Psi_{pp}(r)$ – волновая функция относительного движения двух протонов, а $\Psi_d(r)$ – волновая функция дейтона, которая затухает при $r\gtrsim\lambda$ ($\approx$ 4 Фм) $\ll a$ ($\approx$58 Фм).

Влияние поляризационного потенциала на сечение реакции $pp\to de^+\nu$ при низких энергиях было исследовано в работе [3]. Ее авторы приходят к выводу, что учет этого потенциала (малой добавки к кулоновскому) вызывает существенное увеличение сечения реакции. С нашей точки зрения, ситуация здесь иная: слабый притягивающий поляризационный потенциал не может сколько-нибудь значительно изменить волновую функцию на интересующих нас расстояниях ($r\ll a$), которая содержит кулоновский фактор $e^{-\frac{2\pi}{ka}}$ – результат сильного кулоновского отталкивания. Сильное кулоновское подавление должно сохраниться и после "включения" поляризационного потенциала. Покажем это прямым вычислением.

При низких энергиях достаточно рассмотреть S -волновую функцию двух протонов. Исходим из уравнения Шредингера в области вне действия ядерного потенциала:

$$\chi'' + \left(K^2 - \frac{2}{a r}\right)\chi = 0 \qquad (I)$$

Решение имеет вид [4] :

$$\chi = F_0(r) + tg\,\delta_0 \cdot G_0(r), \qquad (2)$$

F_0 , G_0 – регулярное и нерегулярное решения (синус и косинус при $r \to \infty$), δ_0 – сдвиг фазы, обусловленный короткодействующим ядерным потенциалом. Нас интересует случай $Ka \ll 1$, при этом $tg\,\delta_0 \approx \delta_0 \approx -\frac{2\pi\alpha}{a} e^{-\frac{2\pi}{Ka}} \ll 1$, $\alpha \approx 8$ Фм – длина рассеяния протона на протоне.

"Включим" поляризационный потенциал:

$$\delta U = -\frac{\beta e^2}{2 r^4}\,\theta(r - r_0),$$

где $\beta \approx 2\cdot 10^{-3}$ Фм^3 – поляризуемость протона, $r_0 \sim 1$ Фм. δU – слабая добавка к кулоновскому потенциалу:

$$\frac{\delta U(r_0)}{U^{кул}(r_0)} \sim \frac{\beta e^2}{r_0^4}\,\frac{r_0}{e^2} \sim \frac{\beta}{r_0^3} \sim 10^{-3}$$

Новое решение ищем в виде: $\chi = \chi_0 + \delta\chi(r)$, χ_0 – решение уравнения (2) без поляризационного потенциала, $\delta\chi(r) = tg\,\delta_1(r)\cdot G_0(r)$, где $\delta_1(r)$ – некоторая функция.

Варьируя (I), легко получить [4] :

$$\chi_0(\delta\chi)' - \delta\chi\cdot\chi_0' \Big|^r = m_p \int_0^r \chi_0^2\,\delta U\,dr . \qquad (3)$$

Подставляя $\delta\chi$, имеем:

$$tg\,\delta_1(r)\left[F_0 G_0' - F_0' G_0\right] + \chi_0 G_0 \left(tg\,\delta_1(r)\right)' = m_p \int_0^r \chi_0^2\,\delta U\,dr, \qquad (4)$$

из условия при $r \to \infty$ находим:

$$W \equiv F_0 G_0' - F_0' G_0 = -K\left(\cos^2(Kr+\varphi) + \sin^2(Kr+\varphi)\right) = -K, \qquad (5)$$

т.е.

$$-K\,tg\,\delta_1(r) + \chi_0 G_0 \left(tg\,\delta_1(r)\right)' = m_p \int_0^r \chi_0^2\,\delta U\,dr . \qquad (6)$$

Рассмотрим два случая.

а) При $r \to \infty$ находим:

$$-K\,tg\,\delta_1(\infty) = m_p \int_0^\infty \chi_0^2\,\delta U\,dr \qquad (7)$$

Несложные вычисления [I] дают

$$tg\,\delta_1(\infty) = \frac{\beta K^5 a^2}{15} + O(K^6)$$

б) При $r \ll a$, ограничиваясь первыми членами разложения $F_0(r)$, $G_0(r)$ [4] , получаем:

$$-K\,tg\,\delta_1(r) + K(r-\alpha)\left(tg\,\delta_1(r)\right)' = -\frac{\beta}{a} A^2 K^2 \int_{r_0}^r \frac{(r-\alpha)^2}{r^4}\,dr, \qquad (8)$$

где $A^2 = \frac{2\pi}{Ka}\left(e^{\frac{2\pi}{Ka}} - 1\right)^{-1}$ – кулоновская константа.

Решая уравнение (8) с граничным условием $\delta_1(r_0) = \delta\chi(r_0) = 0$ находим:

$$tg\,\delta_1(r) = \beta A^2 \frac{k\alpha}{6ar_0^3}\frac{(r-r_0)^2}{r^4}\left(r_0 + r\left[2 - 3r_0/\alpha\right]\right). \qquad (9)$$

Таким образом, при $r \ll a$, $ka \ll 1$

$$\chi = \chi_0 + \delta\chi = F_0(r) + (\,tg\,\delta_1(r) + tg\,\delta_0)\,G_0(r),$$

где $tg\,\delta_1(r)$ – малая добавка к $tg\,\delta_0$:

$$\frac{tg\,\delta_1(a)}{tg\,\delta_0} \sim \frac{\beta}{ar_0^3}\cdot a \sim \frac{\beta}{r_0^3} \sim \frac{\delta U(r_0)}{U^{\text{куд}}(r_0)} \sim 10^{-3}$$

Аналогичным способом можно найти поправки к волновой функции двух протонов от любого степенного потенциала $\delta U = -\,\gamma e^2/r^k \cdot \Theta(r-r_0)$, $k > 1$. При этом

$$\frac{tg\,\delta_1(a)}{tg\,\delta_0} \sim \frac{\beta a}{ar_0^{k-1}} \sim \frac{\beta}{r_0^{k-1}} \sim \frac{\delta U(r_0)}{U^{\text{куд}}(r_0)} \ll 1 .$$

Таким образом, в интересующей нас области ($r \ll a$) влияние поляризационного потенциала на волновую функцию двух протонов пренебрежимо мало, следовательно, пренебрежимо влияние этого потенциала и на сечение $pp \to de^+\nu$ реакции.

Я благодарю И.Б.Хрипловича за направляющую помощь в работе.

ЛИТЕРАТУРА:

[1] R.O.Berger, L.Spruch. Phys. Rev. 138B (1965) 1106.

[2] V.E.Kuzmichev, M.L.Zepalova. Phys. Lett. 167B, 3 ,(1986).

[3] В.Б.Беляев, В.Е.Кузьмичев. "Роль поляризуемости протона в реакции $pp \to de^+\nu$ при астрофизических низких энергиях", препринт ИТФ АН УССР, 1986 г.

[4] Л.Д.Ландау, Е.М.Лифшиц. "Квантовая механика", Москва, 1974 г.

С.В.Костюк

К ВОПРОСУ О РОЛИ ПОЛЯРИЗУЕМОСТИ ПРОТОНА В РЕАКЦИИ $pp \to d\bar{e}\nu$ ПРИ НИЗКИХ ЭНЕРГИЯХ

Препринт
№ 87- 89

Работа поступила 13.05.87

Ответственный за выпуск - С.Г.Попов
Подписано к печати 03.07-1987 г. МН 09256
Формат бумаги 60x90 1/16 Усл.0,6 печ.л., 0,4 учетно-изд.л.
Тираж 150 экз. Бесплатно. Заказ №89.

Ротапринт ИЯФ СО АН СССР, г.Новосибирск,90