



ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ СО АН СССР

А.Г. Грозин, Ю.Ф. Пинелис

ОГРАНИЧЕНИЯ НА ПАРАМЕТРЫ КХД

ИЗ  $e^+e^- \rightarrow (\text{адроны})_{i=1}$

ПРЕПРИНТ 87-50



НОВОСИБИРСК

А.Г. Грозин, Ю.Ф. Пинелис

Институт ядерной физики  
630090, Новосибирск 90, СССР

### АННОТАЦИЯ

Проанализирована стабильность правил сумм КХД для систем из легких夸克ов при включении в рассмотрение высших вакуумных конденсатов. Рассмотрены ограничения на величины параметра  $\Lambda_{\overline{MS}}$ , глюонного и夸克ового конденсатов, следующие из экспериментальных данных по  $e^+e^- \rightarrow$  (адроны) <sub>$I=1$</sub> .

1. Проблема изучения устройства вакуума КХД остается ныне весьма важной. В связи с этим представляет значительный интерес извлечение параметров вакуума (夸克ового, глюонного конденсатов и др.) из экспериментальных данных. Одним из методов является использование борелевских правил сумм [1], позволяющих связать эти параметры с интегралами от спектральных плотностей для различных корреляторов токов. При этом эффективным может быть выбор совсем не любого тока; подходят только такие каналы, в которых: 1) спектральные плотности известны из эксперимента с высокой точностью в широком интервале энергий, 2) теоретическое описание имеет достаточно высокую контролируемую точность и слабую модельную зависимость.

Экспериментально измеримы спектральные плотности для электромагнитного тока (из  $e^+e^- \rightarrow$  адроны) и слабых токов (например, из распадов  $\tau$ -лептона). Можно также пытаться извлечь информацию о спектральных плотностях в глюонных каналах из радиационных распадов тяжелых кварков. Наиболее точно измерена  $e^+e^-$ -аннигиляция в адроны с тяжелыми кварками, для которой значительную часть спектральной плотности составляет набор узких резонансов, чей вклад параметризуется всего лишь двумя параметрами — массой резонанса и его лептонной шириной. В настоящей работе мы рассматриваем случай  $e^+e^-$ -аннигиляции в адроны из легких夸克ов с  $I=1$ , для которого также имеются довольно хорошие данные. В случае  $I=0$  точность измерений несколько хуже; кроме того, в теоретическое описание входит больше параметров (масса  $s$ -夸кка, отличие его конденсатов от конденса-

тов  $u$ - ,  $d$ -кварков и т. д.). О спектральных плотностях для других токов имеется очень мало сведений (лишь поведение при высоких энергиях, массы низших состояний, иногда их вычеты). Поэтому их использование в соответствующих правилах сумм для количественного определения параметров КХД представляется не вполне надежным.

В правилах сумм [1] считается, что существует область, где в экспериментальной части доминирует низшее состояние, а в теоретической можно ограничиться несколькими первыми членами операторного разложения и разложения по  $\alpha_s$ . В работе [1] были вычислены коэффициентные функции при операторах размерности  $d=4$ , а также при четырехкварковых операторах с  $d=6$  для корреляторов различных токов легких кварков и изучены следствия правил сумм относительно масс и вычетов низших состояний в соответствующих каналах. В [2] были впервые рассмотрены, исходя из результатов работы [1], ограничения на параметры КХД, следующие из экспериментальных данных о  $e^+e^- \rightarrow (\text{адроны})_{l=1}$ . Позднее в [3] была предпринята попытка усилить эти ограничения. В настоящей работе мы объясняем, почему точность приведенных в [3] результатов чрезвычайно преувеличена, а сами результаты необоснованы.

Для исследования области применимости правил сумм типа [1, 2] необходимо проделать вычисление высших степенных поправок. Коэффициентные функции при вакуумных конденсатах размерности 8 в корреляторе векторных токов легких кварков были вычислены в [4—6]; величины конденсатов размерности 8 мы оцениваем в настоящей работе. В настоящее время вычислены и радиационные поправки к коэффициентным функциям операторов низших размерностей [7—10]; некоторые из них оказываются численно важными. При учете изученной нами области применимости и величин высших поправок может быть проведен тщательный анализ наиболее современных экспериментальных данных с целью получения ограничений на параметры КХД. В данной работе мы кратко описываем результаты такого анализа.

2. Вычисленные в [4, 5] вклады конденсатов высших размерностей состоят из глюонных, билинейных кварковых и четырехкварковых. В оценках величин конденсатов мы используем здесь в основном гипотезу факторизации [1]. Для четырехкварковых конденсатов ее работоспособность, по-видимому, неплохая [11], в особенности для конденсатов, построенных с помощью двух век-

торных или аксиально-векторных операторов [12]. В то время, как для глюонных конденсатов аргументы, основанные на  $1/N_c$ -разложении, не работают [11], что, вероятно, означает заметное отличие их величин от предсказаний гипотезы факторизации. Однако, если принять точку зрения на этот вопрос, отстаиваемую в [11, 12], то следует ожидать тем не менее точности порядка 1 при использовании гипотезы факторизации для глюонных конденсатов.

Исходя из результатов [4, 5], мы получаем борелевские правила сумм в  $\rho$ -мезонном канале в виде ( $M$ —борелевский параметр):

$$\frac{2}{3M^2} \int_0^\infty ds e^{-s/M^2} R^{I=1}(s) = 1 + \frac{\alpha_s(M/\Lambda_B)}{\pi} + \frac{g}{M^4} \left( 1 + c_g \frac{\alpha_s(M/\Lambda_{MS})}{\pi} + K \frac{g}{M^4} \right) - \frac{q}{M^6} \left( 1 + c_q \frac{\alpha_s(M/\Lambda_{MS})}{\pi} + c_m \frac{m_0^2}{M^2} \right), \quad (1)$$

где

$$g = \frac{\pi^2}{3} G, \quad q = \frac{448}{81} \pi^3 Q,$$

$$G = \left\langle \frac{\alpha_s}{\pi} G_{\mu\nu}^a G_{\mu\nu}^a \right\rangle, \quad Q = \alpha_s \langle \bar{\psi} \psi \rangle^2, \quad m_0^2 = \frac{i \langle \bar{\psi} \sigma_{\mu\nu} G_{\mu\nu}^a f^a \psi \rangle}{\langle \bar{\psi} \psi \rangle}.$$

Мы включили в (1) известные теперь пертурбативные поправки к коэффициентным функциям операторов низших размерностей:

$$c_g = \frac{7}{6} \quad [8, 9], \quad c_q = \frac{705}{112} \quad [10]. \quad (2)$$

Комбинация  $Q$  имеет малую аномальную размерность и слабо зависит от точки нормировки  $\mu^2$ . В работе [10]  $c_q$  содержит  $\ln \frac{M^2}{\mu^2}$  с небольшим коэффициентом. Мы пренебрегаем этой зависимостью и получаем  $Q$ , нормированную в точке порядка характерного  $M^2$ . Точка нормировки  $\alpha_s$  в коэффициентной функции единичного оператора выбрана так, чтобы обращалась в нуль  $(\alpha_s/\pi)^2$ -поправка, т. е. здесь

$$\alpha_s \left( \frac{M}{\Lambda_B} \right) = \frac{4\pi}{9 \ln \frac{M^2}{\Lambda_B^2} + \frac{64}{9} \ln \ln \frac{M^2}{\Lambda_B^2}},$$

где

$$\Lambda_B = \Lambda_{e^+ e^-} e^{\gamma/2} = \Lambda_{\overline{MS}} \exp \left[ \frac{\gamma}{2} + \frac{299}{108} - 2\zeta(3) \right] \approx 1.92 \Lambda_{\overline{MS}}$$

( $\gamma = 0.557\dots$  — постоянная Эйлера,  $\zeta(z)$  — дзета-функция Римана,  $\zeta(3) = 1.202\dots$ ). Использованная связь  $\Lambda_{e^+ e^-}$  с  $\Lambda_{\overline{MS}}$  взята из работ [7]. В коэффициентных функциях операторов с  $d=4, 6$   $\alpha_s^2$ -поправки, к сожалению, пока неизвестны. Поэтому в соответствующих  $\alpha_s$ -поправках аргумент  $\alpha_s$  известен только с точностью до множителя порядка единицы. При  $\Lambda_{\overline{MS}} < 0.2$  ГэВ изменение этого аргумента в несколько раз не оказывает существенного влияния на полученные в настоящей работе результаты.

При получении (1) мы пренебрегли всеми вкладами, пропорциональными степеням токовых масс  $u$ - и  $d$ -кварков. Гипотеза факторизации использована в (1) как для четырех夸ковых конденсатов, так и для билинейных кварковых конденсатов, содержащих ток  $J_\mu = D_\nu G_{\mu\nu}$ ; они, согласно уравнениям движения, сводятся также к четырех夸ковым конденсатам. Суммарный вклад и тех и других дан в (1) членом, пропорциональным  $Q$ . Мы получили, исходя из результатов работ [4, 5], что

$$c_m = \frac{103}{224}. \quad (3)$$

В работе [13] при рассмотрении вклада четырех夸ковых конденсатов с  $d=8$  в коррелятор векторных токов гипотеза факторизации использовалась с самого начала вычислений. Наш результат для четырех夸кового вклада отличается от полученного в [13].

Важным обстоятельством является численная малость коэффициентов при билинейных кварковых конденсатах в [4, 5] по сравнению с коэффициентами при четырех夸ковых конденсатах. Ввиду этого возможные неопределенности в величинах билинейных кварковых конденсатов слабо отразятся на суммарном вкладе конденсатов четырех夸кового типа размерности 8 при любых оценках, основанных на факторизации.

Вклад других конденсатов размерности 8 представлен в (1) членом, пропорциональным  $K$ . Оценка на вклад  $K_G$  чисто глюонных конденсатов  $G_n$  в  $K$  может быть получена, исходя из результатов [4, 5], если принять вслед за [11, 12], что

$$1 - \alpha \leq \frac{G_n}{(G_n)_{\text{factor}}} \leq 1 + \alpha, \quad (4)$$

где  $\alpha \ll 1$ . При этом мы получаем, что

$$|K_G - (\bar{k}_L L + \bar{k})| \leq (k_L L + k) \cdot \alpha,$$

где  $\bar{k}_L = \frac{19}{432}$ ,  $\bar{k} = \frac{449}{5184}$ ,  $k_L = \frac{607}{1296}$ ,  $k = -\frac{761}{5184}$  и  $L = \ln \frac{M^2}{\mu^2} - \gamma$ ; мы считаем, что  $L \geq 1$ . Применение гипотезы факторизации к вкладу  $K_Q$  билинейных конденсатов, оставшихся после выделения конденсатов с  $J_\mu$ , несколько проблематично. В качестве грубой оценки  $K_Q$  можно воспользоваться разложениями конденсатов по  $1/m$ , полученными в [5], если ограничиться в них глюонными операторами с  $d=8$ , а уже для них использовать вышеупомянутую оценку на  $G_n$ . При этом очевидно, что

$$|K_Q - \bar{k}_L \ln \frac{\mu^2}{\bar{m}^2}| \leq k_L \ln \frac{\mu^2}{\bar{m}^2} \cdot \alpha,$$

где  $\bar{m}$  есть характерное значение эффективной массы кварка. Тогда зависимость от  $\mu^2$  в  $K = K_G + K_Q$  исчезает и

$$|K - \left( \bar{k}_L \ln \frac{M^2 e^{-\gamma}}{\bar{m}^2} + \bar{k} \right)| \leq \left( k_L \ln \frac{M^2 e^{-\gamma}}{\bar{m}^2} + k \right) \cdot \alpha. \quad (5)$$

Отсюда видно, что при таком способе оценки, если нарушение гипотезы факторизации невелико (скажем,  $\alpha < 1/2$ ), то при разумных значениях  $\bar{m}$  величина  $|K| < 1$ .

Таблица 1

Глюонные конденсаты [5] (в единицах $G^2/1152$ )	Факторизация [1]	Длинноволновая модель [16]
$G_1^{(8)}$	110	96
$G_2^{(8)}$	20	96
$G_3^{(8)}$	47	48
$G_4^{(8)}$	29	48

Следует отметить, что справедливость гипотезы факторизации означает фактически длинноволновой характер типичных вакуумных флюктуаций; коротковолновые модели приводят к сильному нарушению факторизации [14, 15]. Поэтому мы можем применить для оценок длинноволновую модель КХД вакуума [16], использующую ковариантно-постоянные поля и в значительной степени соответствующую идеологии факторизации не только качественно, но

и количественно. Это проявляется как в близости величин конденсатов (см. табл. 1), так и для их различных комбинаций<sup>\*)</sup>. В частности, в модели [16]  $K_G = \frac{4}{27}L + \frac{2}{27}$ . А для  $K_Q$  мы имеем при  $m \rightarrow 0$ , что  $K_Q = \frac{2}{27} \left[ \ln \frac{\mu^4}{4g} - 24\zeta'(-1) \right]$  [16], и, следовательно,

$$K = \frac{2}{27} \left[ \ln \frac{M^4}{4g} + 1 - 2\gamma - 24\zeta'(-1) \right], \quad (6)$$

где  $\zeta'(-1) = -0.166\dots$ . Отсюда, как и из факторизационных оценок, следует, что  $|K|$  заметно меньше 1. Легко видеть, что, поскольку в правила сумм входит буквально отношение  $g/M^4$ , логарифм в (6) невелик в существенной области параметров и  $K \approx 0.3$ .

Отметим также, что, хотя в билинейных кварковых конденсатах в  $K_Q$  непосредственное прокладывание вакуумом не дает заметного вклада, в принципе, могли бы быть существенными прокладывания низшими адронными состояниями, например,  $\sigma$ -мезоном или двумя  $\pi$ -мезонами. Как мы убедились, этого не происходит; их вклады исчезают в киральном пределе.

Интересно, что в самодуальных (или антисамодуальных) полях и, в частности, в поле инстантона  $K=0$  [17, 5] (при этом следует учитывать и вклады конденсатов размерности 7, входящих с массой кварка  $m$  в виде множителя). Разумеется, в реалистических инстантонных моделях КХД вакуума  $K \neq 0$ , однако при достаточно малой плотности инстантонов можно ожидать, что величина  $K$  будет также невелика.

<sup>\*)</sup> В [16] для обеспечения спонтанного нарушения киральной симметрии необходимо потребовать малости плотности топологического заряда,  $\langle \text{Sp}(G_{\mu\nu}G_{\mu\nu}^*)^2 \rangle$ , по сравнению, скажем, с  $G^{(8)}$  (в таблице 1 мы пренебрегли ими вовсе); остающаяся при этом для цветовой группы  $SU_c(3)$  свобода в калибровочно-инвариантном выборе цветовой ориентации полей оказывается несущественной, и величины всех конденсатов могут быть пересчитаны из таковых, найденных в  $SU_c(2)$ , с помощью счета по  $1/N_c$ . Это фактически означает для рассматриваемых конденсатов их домножение на  $3/2$ , что учтено в табл. 1 и формуле (6). В случае  $SU_c(2)$  для любой функции  $f$  справедливо равенство  $\frac{1}{2} \text{Sp } f(G_{\mu\nu}G_{\mu\nu}) = f\left(\frac{1}{2} \text{Sp } G_{\mu\nu}G_{\mu\nu}\right)$ ; кроме того, в целях оценки мы можем считать, что функция

распределения по инвариантну  $F = \frac{1}{4} G_{\mu\nu}^a G_{\mu\nu}^a$  имеет выраженный максимум при некотором  $F=F_0$ . Как можно видеть, при этих упрощениях оценка (6) мало отличается от аккуратного выражения для  $K$ .

Разделение двух  $1/M^8$ -вкладов в (1) связано с их различным происхождением, и ограничения на область применимости правил сумм, следующие из требования малости высших степенных поправок, должны выполняться для каждого вклада по отдельности.

Если основываться на оценке (6), то в области применимости правил сумм, где, скажем,  $g/M^4 < 0.3$ ,  $1/M^8$ -поправка, пропорциональная  $K$ , не превышает 0.1 от  $1/M^4$ -поправки. Ввиду того, что в рассмотренных выше способах оценки конденсатов  $|K| < 1$ , мы не получаем в этом месте дополнительных ограничений на область допустимых  $M$ ; малость  $1/M^4$ -поправки автоматически обеспечивает малость  $1/M^8$ -поправки, пропорциональной  $K$ .

Другая ситуация связана с  $1/M^6$ -поправкой, пропорциональной  $m_0^2$ . Условие ее малости по сравнению с  $1/M^6$ -вкладом дает дополнительное ограничение на допустимые  $M$  в правилах сумм [1],  $M > (103/224)^{1/2}m_0 = (0.6 \pm 0.1)$  ГэВ, если использовать стандартное значение  $m_0^2 = (0.8 \pm 0.2)$  ГэВ<sup>2</sup> [18]. Если потребовать, чтобы эта поправка не превышала 40% от  $1/M^6$ -вклада, то  $M \geq (0.95 \pm 0.1)$  ГэВ. Таким образом, для  $m_0^2$  из [18] условие малости вклада высших конденсатов приводит к некоторому ограничению пределов применимости правил сумм (1) по сравнению с [1, 2]. Подчеркнем, однако, что для длинноволновых моделей вакуума параметр  $m_0 = \left( 2 \frac{\langle \bar{\Psi} D^2 \Psi \rangle}{\langle \bar{\Psi} \Psi \rangle} \right)^{1/2}$  вполне может быть меньше,

чем в [18], поскольку он имеет очевидный смысл обратного размера  $1/\rho_c$  типичных кварковых флюктуаций<sup>\*)</sup>. Если считать, что  $\rho_c \approx 1/0.3$  ГэВ, то  $m_0^2 \approx 0.2$  ГэВ<sup>2</sup>. При этом  $m_0^2$ -поправка достигает 40% по сравнению с  $1/M^6$ -вкладом при  $M = 0.45$  ГэВ, т. е. новых ограничений она здесь не вносит (в [2]  $M \geq 0.6$  ГэВ).

Необходимо еще отметить, что на величину  $m_0^2$ -поправки может повлиять учет аномальных размерностей. Кроме того, факторизация в применении к конденсатам  $U_k$  четырех夸кового типа размерности 8 (по оценкам работы [11] точность факторизации для четырех夸кового конденсата размерности 6 есть  $O(5\%)$ ) может нарушаться:  $1 - \beta \leq U_k / (U_k)_{\text{factor}} \leq 1 + \beta$ . При этом  $\left| c_m - \frac{103}{224} \right| \leq \frac{569}{672} \beta$ , т. е. эффективно параметр  $m_0^2$  может быть изменен, например, на 30%, если  $\beta = 0.15$ . Все эти вопросы нуждаются, однако, в дополнительном детальном исследовании.

<sup>\*)</sup> Обсуждаемое условие применимости означает фактически, что операторное разложение может быть использовано на расстояниях, меньших  $\rho_c$ .

Отметим еще, что, если  $|K| < 1$  (или даже  $|K| \sim 1$ ), то в широкой области значений параметров  $G$  и  $Q$  поправка  $1/M^8$ , пропорциональная  $m_0^2$ , существенно больше  $1/M^8$ -поправки, пропорциональной  $K$  (при  $m_0^2 \sim 0.8$  ГэВ $^2$ ). Поэтому, вероятно, последняя малосущественна для правил сумм (1), если доверять оценкам вышеуказанного типа. В дальнейшем мы ее учитывать не будем.

В итоге, мы зафиксировали в этой секции параметризацию теоретической части правил сумм (1); она (при предположении о справедливости операторного разложения в изучаемой области  $M$ ) определяется четырьмя параметрами:  $\Lambda_{\overline{MS}}$ ,  $G$ ,  $Q$ ,  $m_0^2$ .

3. Для нахождения ограничений на параметры КХД, входящие в теоретическую часть правил сумм, необходимо потребовать ее соответствия экспериментальной части. Для получения этой экспериментальной части мы использовали наиболее точные и современные данные о всех каналах  $e^+e^- \rightarrow (\text{адроны})_{i=1}$ . В обработку включены данные 10 экспериментов, перечисленных в табл. 2.

Таблица 2

№ вклада	Канал	Область энергии, ГэВ	Детектор	Накопитель	Число эксперим. точек	Системат. ошибка	Номер ссылки
1	$\pi^+\pi^-$	0.36—0.82	КМД	ВЭПП-2М	24	2%	[19]
2	$\pi^+\pi^-$	0.40—0.82	ОЛЯ	ВЭПП-2М	27	4% *)	[19]
3	$\pi^+\pi^-$	0.82—1.4	ОЛЯ	ВЭПП-2М	52	4% *)	[19]
4	$\pi^+\pi^-$	1.4—2.0	DM2	DCI	12	15%	[25]
5	$4\pi$	1.0—1.4	НД	ВЭПП-2М	20	10%	[20]
6	$2\pi^+2\pi^-$	1.4—2.0	DM2	DCI	30	20%	[24]
7a	$\pi^+\pi^-2\pi^0$	1.4—2.0	M3N	DCI	26	20%	[21]
7b	$\pi^+\pi^-2\pi^0$	1.4—2.0	$\gamma\gamma 2$	ADONE	13	20%	[22]
8	$3\pi^+3\pi^-$	1.4—2.0	DMI	DCI	4	20%	[23]
9a	$2\pi^+2\pi^-2\pi^0$	1.4—2.0	M3N	DCI	30	20%	[21]
9b	$2\pi^+2\pi^-2\pi^0$	1.4—2.0	$\gamma\gamma 2$	ADONE	13	20%	[22]
10	$(K\bar{K})_{i=1}$	1.1—2.0	векторная доминантность	точное интегр.	0		
11	все	$2.0-\infty$	$\frac{3}{2}\left(1 + \frac{\alpha_s}{\pi}\right)$	точное интегр.	0		

\*) См. в тексте.

В области энергий до 1.4 ГэВ наиболее точные данные по всем каналам получены на накопителе ВЭПП-2М. Канал  $\pi^+\pi^-$  при

энергиях от 0.38 до 0.82 ГэВ (т. е. в области, включающей пик  $\rho$ -мезона) изучен на детекторе КМД с маленькой систематической ошибкой [19]. В области от 0.4 до 1.4 ГэВ этот канал изучен на детекторе ОЛЯ [19]; систематическая ошибка этого эксперимента больше, но статистические ошибки в области пика  $\rho$ -мезона меньше, а количество точек больше, чем в предыдущем случае. Каналы  $2\pi^+2\pi^-$  и  $\pi^+\pi^-2\pi^0$  в области до 1.4 ГэВ изучены на детекторе НД [20]. Ошибки этого эксперимента заметно меньше, чем более ранних; поэтому последние не включены в обработку.

В области энергий 1.4—2 ГэВ данные получены на накопителях DCI и ADONE; они имеют значительно меньшую точность [21—25]. Канал  $\pi^+\pi^-4\pi^0$  нами не учитывался; есть указания [26], что его сечение, вероятно, мало. Для канала  $(K\bar{K})_{i=1}$  мы использовали векторную доминантность. Вклад этого канала невелик, и его учет слабо затрагивает наши результаты. Кроме того, простые оценки показывают, что вклады всех каналов от порога до наименьшей энергии, при которой они измерены, пренебрежимо малы.

В области энергий, больших 2 ГэВ, применялась вслед за [2] теоретическая формула  $R'^{-1}(s) = \frac{3}{2} \left(1 + \frac{\alpha_s}{\pi}\right)$ , в которой использо-

валось двухпетлевое выражение для  $\alpha_s$  с аргументом  $\sqrt{s}/\Lambda_{e^+e^-}$ . Эта формула должна выполняться с достаточно хорошей точностью при таких больших  $s$ . Вклад этой области в существенном интервале  $M$  не слишком велик.

Для систематической ошибки эксперимента ОЛЯ [19] его авторы приводят формулу  $\Delta R_{syst} = (a^2 R^2 + b^2)^{1/2}$ , где  $a = 0.04$ ,  $b = 0.01$ . Она связана с двумя видами систематических ошибок: мультипликативными (типа ошибок в эффективности регистрации) и аддитивными (типа нерезонансного фона), которые считались нескоррелированными. В нашей обработке считалось, что  $b_i = 0$  во всех остальных экспериментах  $i$ , а мультипликативные ошибки  $a_i$  равны указанным в табл. 2 величинам относительных систематических ошибок. Для всех экспериментов по  $4\pi$  и  $6\pi$  каналам в области 1.4—2 ГэВ нами принималось  $a_i = 0.2$ , как и в [27] (результаты по этим каналам разных групп отличаются друг от друга также на величину такого порядка).

Исходя из вышесказанного, вычислялась экспериментальная часть правил сумм для

$$A_n(M) = \frac{2}{3} \int_0^\infty \frac{ds}{M^2} \left(\frac{s}{M^2}\right)^n e^{-s/M^2} R^{I=1}(s) \quad (7)$$

при  $n=0, 1$ , а также разность  $A_d = A_1 - A_0$  и отношение  $A_r = A_1/A_0$  (рассмотренное впервые в [1] в правилах сумм для масс резонансов и использованное также в [3]). Теоретические части этих правил сумм легко находятся из (1) посредством дифференцирований по  $M^2$ . При вычислении вклада в интегралы (7) от конкретного канала  $i$  считалось, что ось энергии разбита на отрезки, и  $R_i$  на всем отрезке равно экспериментальному значению (в некоторых работах числа для  $R$  относятся к энергетическим интервалам; в других случаях границы отрезков ставились посередине между приведенными экспериментальными точками).

Учет систематических ошибок проводился двумя различными способами.

В первом считалось, что если в некотором канале  $i$  имеется экспериментальная точка  $\bar{R}_i$  с систематической ошибкой  $\Delta R_{syst}^i$ , то истинное значение  $R_i$  на соответствующем энергетическом интервале заключено между  $R_i^+ = \bar{R}_i + \Delta R_{syst}^i$  и  $R_i^- = \bar{R}_i - \Delta R_{syst}^i$ . При этом интегралы типа (7) вычислялись как суммы вкладов отдельных экспериментов; соответствующие систематические ошибки суммировались линейно. Такой способ был принят в [2] в применении к правилам сумм для  $A_0$  и  $A_1$ . Поскольку весовые функции в интегралах (7) положительны, максимальное (минимальное) значение  $A_n$  достигается, когда  $R$  везде равно  $R^+$  ( $R^-$ ). Для  $A_d$  максимальное значение  $A_d^+$  достигается, когда  $R$  равно  $R^+$  в области  $s > M^2$ , где весовая функция положительна, и  $R^-$  при  $s < M^2$ , где она отрицательна (для минимума  $A_d^-$  наоборот). Для  $A_r$ , как можно убедиться, максимальное значение  $A_r^+$  достигается, когда  $R$  равно  $R^+$  при  $s > A_r^+ M^2$ , и  $R^-$  при  $s < M^2 A_r^-$  (для минимума  $A_r^-$  аналогично):

$$A_r^\pm(M) = \frac{\left( \int_0^{M^2 A_r^\pm} R^+(s) + \int_{M^2 A_r^\pm}^\infty R^\pm(s) \right) e^{-s/M^2} \frac{s}{M^2} \frac{ds}{M^2}}{\left( \int_0^{M^2 A_r^\pm} R^+(s) + \int_{M^2 A_r^\pm}^\infty R^\pm(s) \right) e^{-s/M^2} \frac{ds}{M^2}} \quad (8)$$

Это уравнение на  $A_r^\pm(M)$  решается итерациями.

В каждом канале и каждой области выбирался эксперимент с

наименьшей систематической ошибкой. Так, в канале  $\pi^+\pi^-$  при энергиях до 0.82 ГэВ использовались данные КМД. В каналах  $\pi^+\pi^-2\pi^0$  и  $2\pi^+2\pi^-2\pi^0$  при энергиях 1.4–2 ГэВ данные экспериментов M3N и  $\gamma\gamma 2$  включались в интеграл с равным весом по 1/2. Полученные таким образом коридоры для  $A_0$ ,  $A_1$ ,  $A_d$  и  $A_r$  приведены на рис. 1. Коридоры для  $A_0$  и  $A_1$  несколько отличаются от полученных в [2, 27] из-за отличия в использованных экспериментальных данных (кроме того, в работе [2] ошибки в канале  $\pi^+\pi^-$  при энергиях до 1.4 ГэВ не учитывались). Коридор для  $A_r$  сильно отличается от рассмотренного в [3].

Для учета статистических ошибок заметим, что величины  $A_0$ ,  $A_1$  и  $A_d$ , линейные по  $R$ , можно записать (для  $A_r$  мы можем провести разложение по статистическим ошибкам, считая их достаточно малыми) в виде

$$A(M) = A^{(c)}(M) + \sum_{i,k} d_k^i(M) R_k^i, \quad (9)$$

где  $A^{(c)}(M)$  – вклад области  $\sqrt{s} > 2$  ГэВ, в которой полагалось, что  $R^{I=1}(s) = \frac{3}{2} \left(1 + \frac{\alpha_s}{\pi}\right)$ , а сумма берется по всем экспериментальным точкам  $k$  во всех каналах  $i$  (в том случае, когда в некотором канале  $i$  в некоторой области учитывается более одного эксперимента, веса, с которыми берутся их вклады, включаются в коэффициенты  $d_k^i$  для этих точек). Тогда статистическая ошибка равна

$$\overline{(\Delta A_{rand})^2} = \sum_{i,k} (d_k^i)^2 \overline{(\Delta R_k^i)^2} |_{rand}. \quad (10)$$

Она одинакова для  $A_r^+$  и  $A_r^-$ . В случае отношения  $A_r^\pm = \tilde{A}_1^\pm / \tilde{A}_0^\pm$ , где  $\tilde{A}_1^\pm$  и  $\tilde{A}_0^\pm$  – числитель и знаменатель формулы (8), записанные аналогично (9), статистические ошибки для  $A_r^+$  и  $A_r^-$  несколько различны:

$$\overline{(\Delta A_r^\pm)^2} |_{rand} = \frac{\sum_{i,k} [(d_{1k}^i)^2 + (A_r^\pm)^2 (d_{0k}^i)^2 - 2 A_r^\pm d_{1k}^i d_{0k}^i] \overline{(\Delta R_k^i)^2} |_{rand}}{(\tilde{A}_0^\pm)^2}, \quad (11)$$

где  $d_{0k}^i$ ,  $d_{1k}^i$  – коэффициенты  $d_k^i$  (9) для  $A_0$  и  $A_1$ .

Среднеквадратичные статистические ошибки границ коридоров для  $A_0$ ,  $A_1$ ,  $A_d$  и  $A_r$  изображены на рис. 1 в виде половинок усов, расширяющихся коридор. Видно, что статистические ошибки не являются пренебрежимо малыми по сравнению с систематическими,

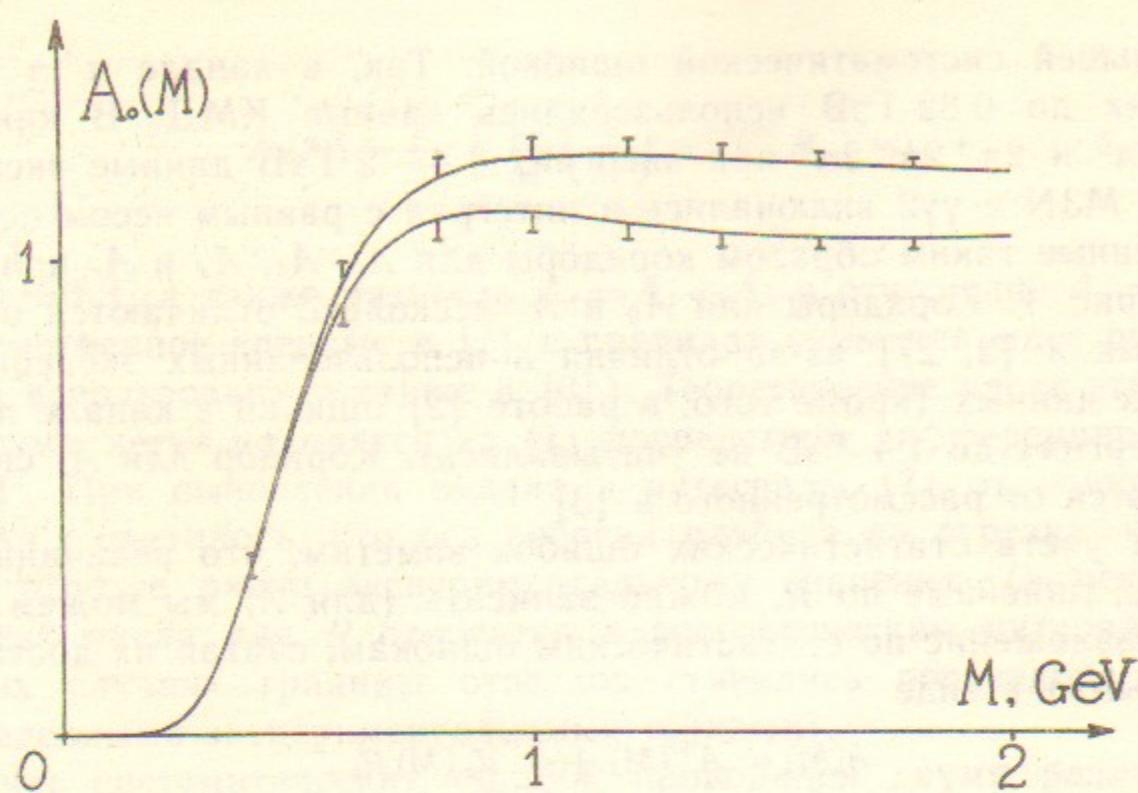


Рис. 1а. Экспериментальный коридор для  $A_0$  в первом методе учета систематических ошибок. «Усы» соответствуют двойной статистической ошибке. В пертурбативной поправке во вкладе области  $\sqrt{s} > 2$  ГэВ использовано значение  $\Lambda_{\overline{MS}} = 0.15$  ГэВ.

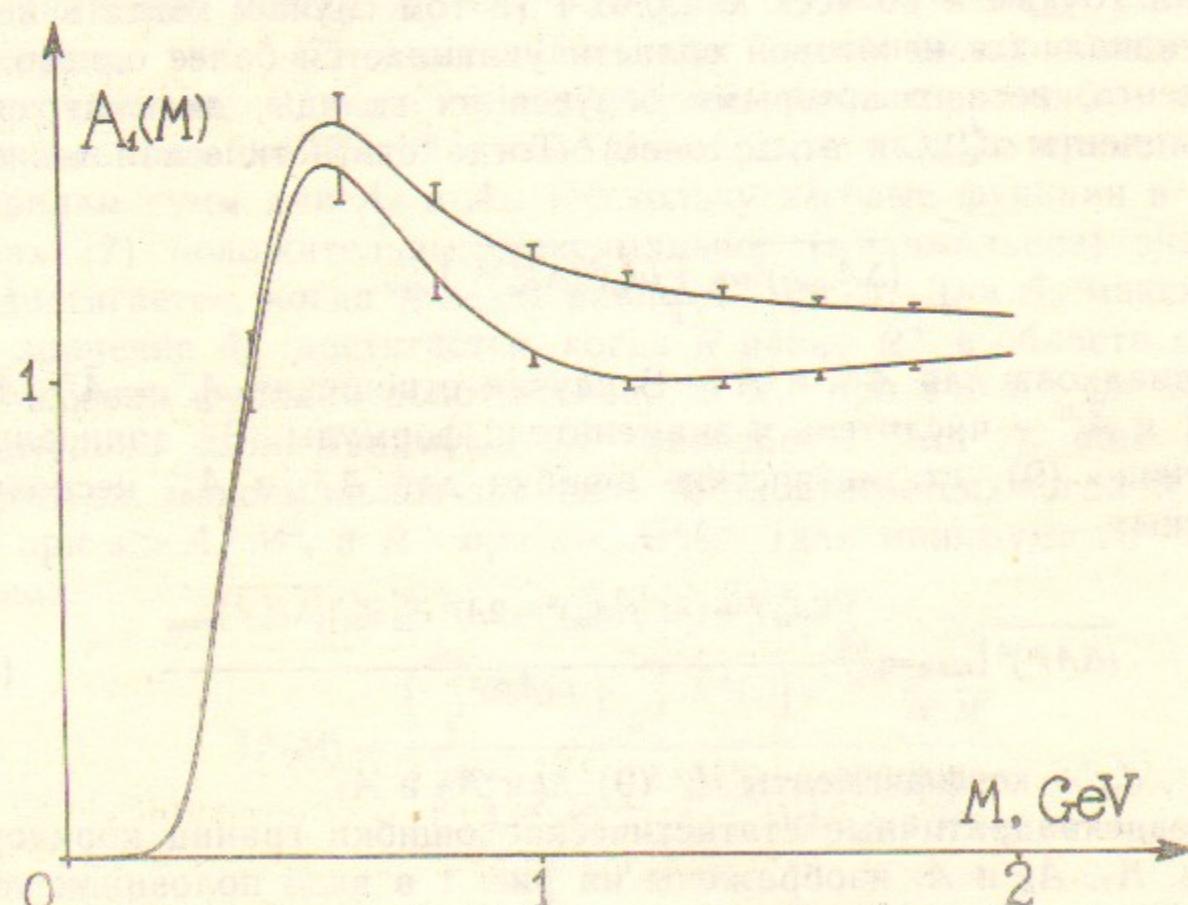


Рис. 1б. То же, что на рис. 1а, но для  $A_1$ .

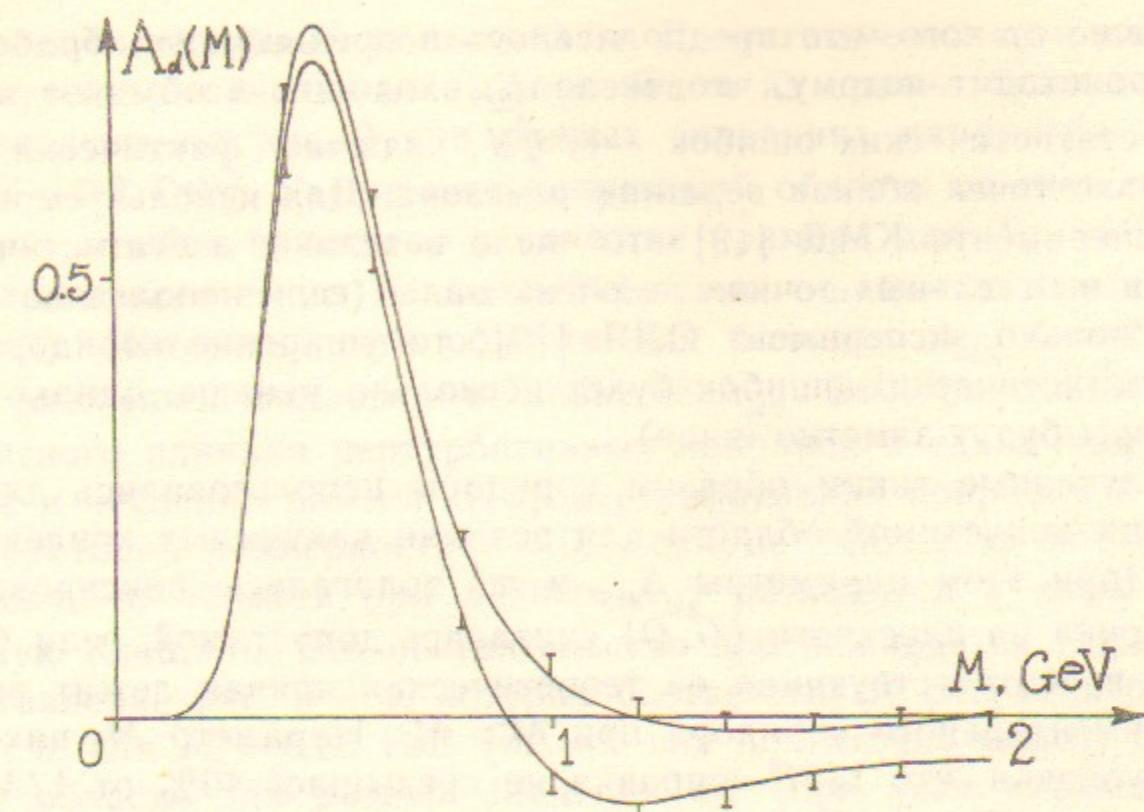


Рис. 1в. То же, что на рис. 1а, но для  $A_d$ .

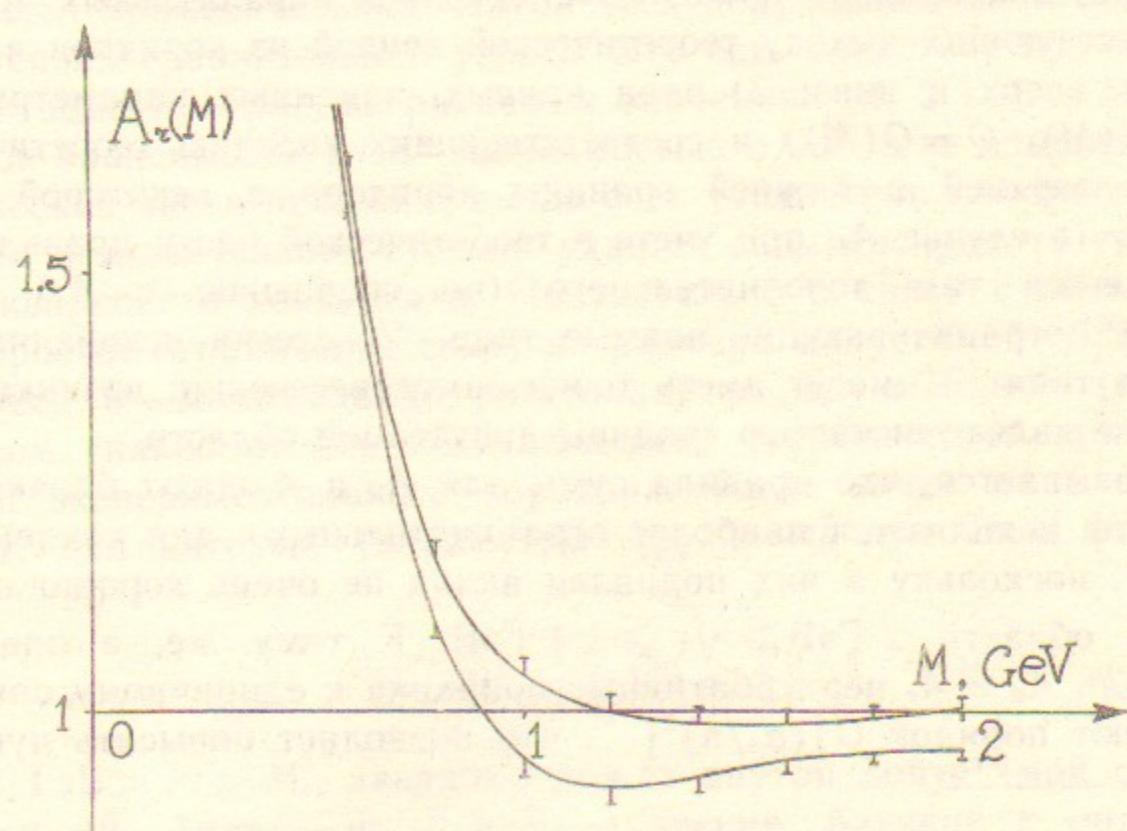


Рис. 1г. То же, что на рис. 1а, но для  $A_r$ .

в отличие от того, что предполагалось в предыдущих обработках. Это происходит потому, что число  $N$ , входящее в обычное подавление статистических ошибок  $\sim 1/\sqrt{N}$ , включает фактически лишь несколько точек вблизи вершины  $\rho$ -мезона. Для используемого нами эксперимента КМД [19] это число невелико, а статистические ошибки в отдельных точках не очень малы (если использовать для  $\pi^+\pi^-$  только эксперимент ОЛЯ [19], то уширение коридоров за счет статистических ошибок будет несколько меньше, однако сами коридоры будут заметно шире).

Полученные таким образом коридоры использовались для построения допустимой области для величин вакуумных конденсатов  $G, Q$  (при этом параметры  $\Lambda_{\overline{MS}}$  и  $t_0^2$  полагались фиксированными). Точка на плоскости  $(G, Q)$  считалась допустимой, если  $G \geq 0, Q \geq 0$ , и соответствующая ей теоретическая кривая лежит внутри экспериментального коридора при  $M > M_c$ . Параметр  $M_c$  находился из условия, что  $1/M^8$ -поправка не превышает 40% от  $1/M^6$ -поправки при  $M > M_c$ . Допустимая область зависит от  $\Lambda_{\overline{MS}}, t_0^2, M_c$ .

В случае правил сумм для  $A_0, A_1, A_d$  допустимая область в плоскости  $(G, Q)$  ограничивается, вообще говоря, линиями трех типов: 1) оси координат  $G=0, Q=0$ ; 2) пара параллельных прямых, соответствующих выходу теоретической кривой из коридора в точке  $M=M_c$  вверх и вниз; 3) пара кривых, заданных параметрически  $(G=G(M), Q=Q(M))$  и соответствующих касанию теоретической кривой верхней и нижней границы коридора в некоторой точке  $M > M_c$  (в случае  $A_d$ , при учете в теоретической части правил сумм имеющегося там дополнительного (по сравнению с  $A_d$ ) члена  $(g/M^4)^2$ , ограничивающие прямые типа 2 слегка искривляются). Кривые типа 3 могут иметь точки самопересечения; возникающие петли не являются частью границы допустимой области.

Оказывается, что правила сумм для  $A_d$  и  $A$ , дают близкие результаты и являются наиболее ограничительными для конденсатов  $G$  и  $Q$ , поскольку в них подавлен вклад не очень хорошо промеженной области  $2 \text{ ГэВ} \geq \sqrt{s} \geq 1.4 \text{ ГэВ}$ . К тому же, в правилах сумм для  $A_d$  и  $A$ , пертурбативные поправки к единичному оператору имеют порядок  $O[(\alpha_s/\pi)^2]$ <sup>\*)</sup>, что позволяет повысить чувстви-

<sup>\*)</sup> Отметим, что, во-первых, эти  $O[(\alpha_s/\pi)^2]$ -поправки все же влияют заметно на получаемые результаты, и поэтому мы их въявь учитываем, в отличие от работы [3], во-вторых, величина аргумента  $\alpha_s$  в них, к счастью, не зависит от не вычисленных пока, но находящихся в процессе вычисления (А.Л. Катаев, частное сообщение), четырехпетлевых поправок к коэффициентной функции единичного оператора.

тельность к вакуумным конденсатам. Допустимые области для  $G$  и  $Q$ , полученные описанным выше методом из правил сумм для  $A_d$ , представлены на рис. 2 при разных значениях параметра  $\Lambda_{\overline{MS}}$  и для  $t_0^2 = 0.8 \text{ ГэВ}^2$ . Увеличение допустимой области за счет статистических ошибок приведено в качестве примера для  $\Lambda_{\overline{MS}} = 0.1 \text{ ГэВ}$  (здесь статистические и систематические ошибки складываются линейно). Интересно, что области для больших  $\Lambda_{\overline{MS}}$  близки или почти вложены в области для меньших  $\Lambda_{\overline{MS}}$ . Это происходит из-за совместного влияния пертурбативных поправок к единичному оператору и численно важной [10] пертурбативной поправки к вкладу операторов размерности  $d=6$ . Если не учитывать последнюю поправку, то области при разных  $\Lambda_{\overline{MS}}$  расходятся и «заметают» большую площадь. Это обстоятельство прослеживается также при сопоставлении рис. 3 и 4, которые соответствуют ситуации работы [2], т. е. для  $M_c = 0.65 \text{ ГэВ}$  ( $t_0^2 = 0$  или достаточно мало). Допустимые области для разных значений  $t_0^2$  (при этом параметр  $M_c$  менялся согласно указанному выше условию), но при фиксированном  $\Lambda_{\overline{MS}} = 0.15 \text{ ГэВ}$ , показаны на рис. 5; причина их взаимной вложенности в этом случае очевидна.

Общей примечательной чертой всех полученных нами областей является их сравнительная узость. Это есть следствие возможности имитации при рассматриваемых значениях  $M, 2 \text{ ГэВ} > M > M_c$ , плавной зависимости  $g/M^4$  зависимостью  $q/M^6$ , т. е. изменение теоретической части правил сумм за счет увеличения глюонного конденсата в значительной степени удается скомпенсировать увеличением кваркового конденсата. Показательно в связи с этим получить простое ограничение снизу на размеры допустимой области.

Пусть  $\delta$  — минимальное расстояние от оптимальной (или не слишком сильно от нее отличающейся) теоретической кривой до границ экспериментального коридора. Тогда точки на плоскости  $(G, Q)$ , для которых (параметры  $\Lambda_{\overline{MS}}$  и  $t_0^2$  при этом фиксированы)

$$|\Delta g/M^4 - \Delta q/M^6| \leq \delta$$

при  $2 \text{ ГэВ} > M > M_c$ , заведомо лежат внутри допустимой области ( $\Delta g = g - \bar{g}, \Delta q = q - \bar{q}; \bar{g}$  и  $\bar{q}$  — значения, близкие к оптимальным). Это тривиальное неравенство задает узкую область в плоскости  $(G, Q)$ . Она ограничена парой параллельных прямых, соответствующих выходу из коридора вверх и вниз в точке  $M_c$ ,

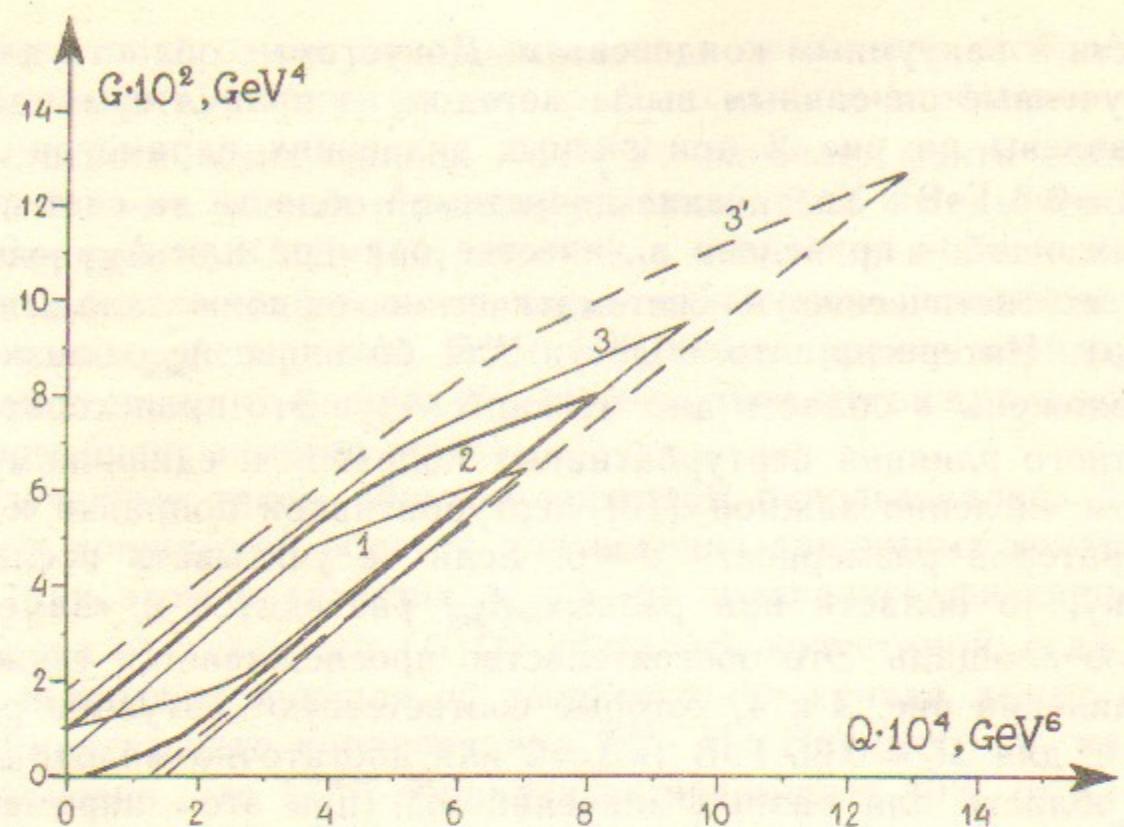


Рис. 2. Допустимые области для конденсатов  $G$  и  $Q$  в первом методе учета систематических ошибок из правил сумм для  $A_d$  при различных  $\Lambda_{\overline{MS}}$ ;  $m_0^2 = 0.8 \text{ ГэВ}^2$ . Области 1, 2, 3 получены при  $\Lambda_{\overline{MS}} = (0.20, 0.15, 0.10) \text{ ГэВ}$ , соответственно. Область 3' получена из 3 прибавлением вклада статистических ошибок (двух стандартных отклонений).

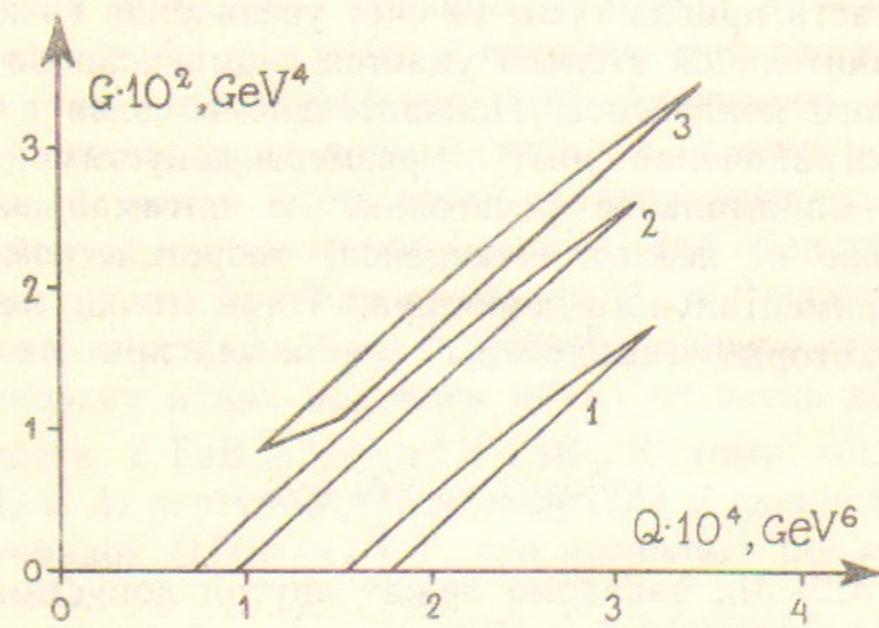


Рис. 3. Аналогично рис. 2, но для  $A_0$ . Параметр  $m_0^2 = 0$ , а  $M_c = 0.65 \text{ ГэВ}$  (как в [2]). Пертурбативные поправки к коэффициентным функциям операторов с  $d = 4, 6$  исключены.

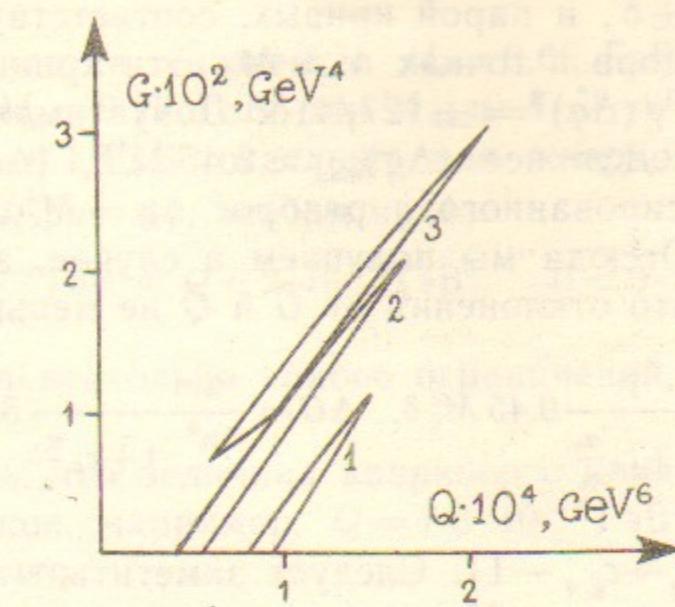


Рис. 4. Аналогично рис. 2, но с включением пертурбативных поправок согласно формуле (1).

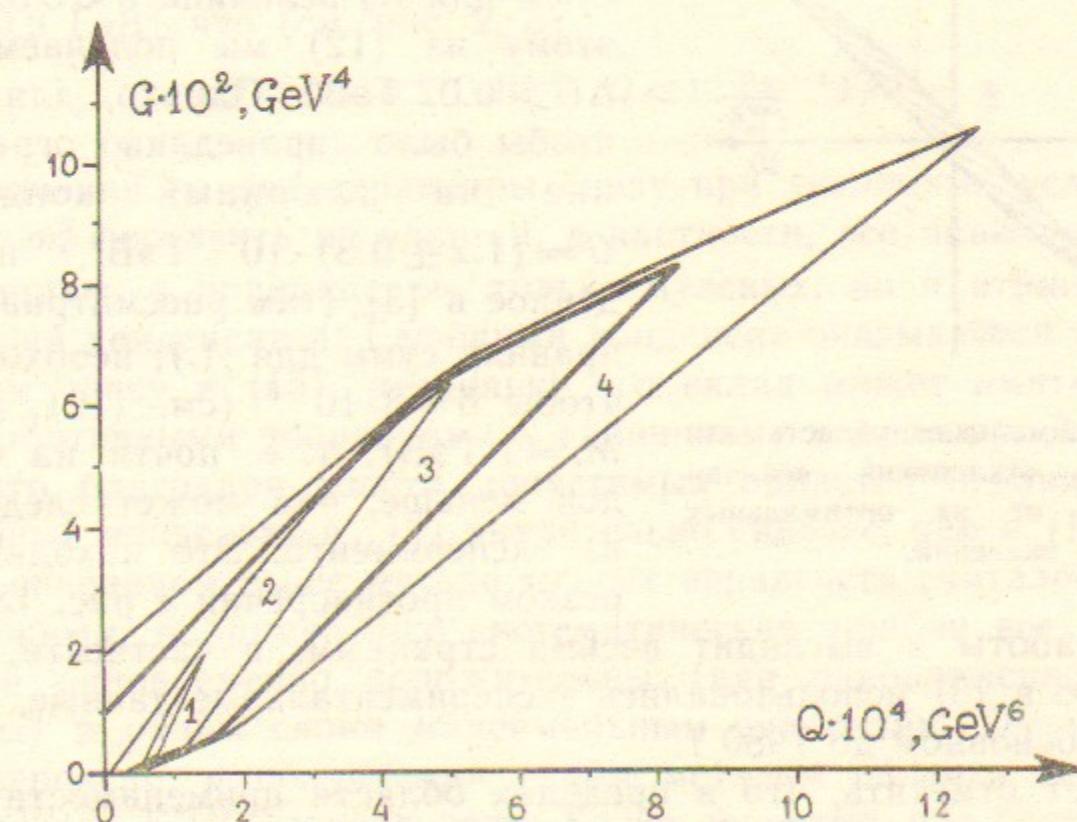


Рис. 5. Аналогично рис. 2, но при различных  $m_0^2$  (и при соответствующих  $M_c$ , см. в тексте);  $\Lambda_{\overline{MS}} = 0.15 \text{ ГэВ}$ . Области 1, 2, 3, 4 соответствуют  $m_0^2 = (0.4, 0.6, 0.8, 1.0) \text{ ГэВ}^2$ .

$\Delta g/M_c^4 - \Delta q/M_c^6 = \pm \delta$ , и парой кривых, соответствующих касанию верха и низа коридора в точках  $M > M_c$ . Эти кривые описываются уравнениями  $(\Delta g)^3/(\Delta q)^2 = \pm (27/4)\delta$ . Допустимая область изображена на рис. 6. Для нее  $(\Delta g)_{\max} \approx 8.45 M_c^4 \delta$ ,  $(\Delta q)_{\max} \approx 9.45 M_c^6 \delta$ ; при этом для фиксированного  $q$  разброс  $\Delta g = M_c^4 \delta$ , т. е. почти на порядок меньше. Отсюда мы получаем в случае, к примеру, правил сумм для  $A_d$ , что отклонения от  $\bar{G}$  и  $\bar{Q}$  не меньше, чем

$$\Delta Q = \frac{27}{448\pi^3} \cdot \frac{1}{1 + c_g \frac{\alpha_s}{\pi}} 9.45 M_c^6 \delta, \quad \Delta G = \frac{3}{2\pi^2} \cdot \frac{1}{1 + c_g \frac{\alpha_s}{\pi}} 8.45 M_c^4 \delta, \quad (12)$$

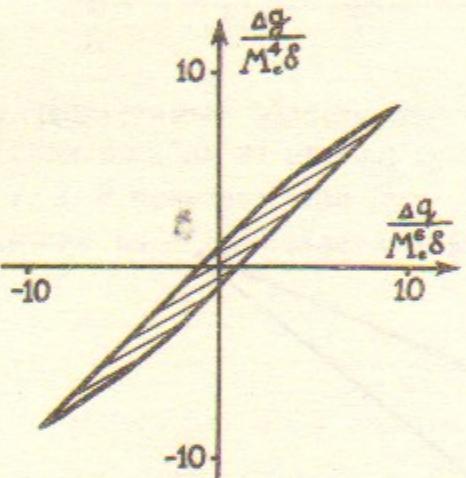
(для  $A_r$  в (12)  $c_{g,q} \rightarrow c_{g,q} - 1$ ). Следует заметить, что  $\bar{G}$  и  $\bar{Q}$  могут быть и отрицательными. Но в этом случае, если  $\bar{G} + \Delta G > 0$ ,  $\bar{Q} + \Delta Q > 0$ , будут возможны либо нулевой глюонный, либо нулевой кварковый конденсаты.

Если мы выберем  $M_c = 1$  ГэВ, то в правилах сумм для  $A_d$  величина  $\delta \approx 0.02$ . Поэтому из (12) мы получаем, что  $\Delta G > 0.02$  ГэВ<sup>4</sup>. Однако, для того, чтобы было справедливо ограничение на глюонный конденсат  $G = (1.2 \pm 0.3) \cdot 10^{-2}$  ГэВ<sup>4</sup>, приведенное в [3] (там рассматривались правила сумм для  $A_r$ ), необходимо, чтобы  $\delta = 3 \cdot 10^{-3}$  (см. (12), в [3]  $M_c = 1$  ГэВ), т. е. почти на порядок меньше, чем может следовать из эксперимента. Это находится в резком противоречии с рис. 1г настоящей работы и выглядит весьма странным, в частности, если учесть, что в [3] использовались экспериментальные данные, полученные в основном до 1980 г.

Рис. 6 Минимальная область для допустимых отклонений величин конденсатов от их оптимальных значений.

Следует отметить, что в пределах области применимости правил сумм, наряду с малостью вклада с  $d=8$  относительно вклада с  $d=6$ , необходимо также потребовать и малости самих вкладов с  $d=4$  и  $d=6$ . Это условие, однако, слабо влияет на полученные области.

При условии, что параметр  $m_0^2$  достаточно мал ( $m_0^2 < 0.37$  ГэВ<sup>2</sup>), так, что доступная область борлевских па-



метров  $M$  начинается, скажем, с  $M_c = 0.65$  ГэВ в правилах сумм для  $A_0$  или с  $M_c = 0.77$  ГэВ для  $A_d$  и  $A_r$ ,\*) то мы получаем при  $0.2$  ГэВ  $> \Lambda_{MS} > 0.1$  ГэВ отдельно для кваркового и глюонного конденсатов (см. рис. 4), исходя из  $A_0$ :

$$0.3 \cdot 10^{-4} \text{ ГэВ}^6 < Q < 2 \cdot 10^{-4} \text{ ГэВ}^6, \quad G < 3 \cdot 10^{-2} \text{ ГэВ}^4, \quad (13)$$

что оказывается несколько слабее ограничений, полученных в работе [2].

Если считать, что величина кваркового конденсата известна из других источников, например,  $Q = 1.8 \cdot 10^{-4}$  ГэВ<sup>6</sup>, то мы получаем (см. рис. 2, 5), что

$$0.5 \cdot 10^{-2} \text{ ГэВ}^4 < G < 4 \cdot 10^{-2} \text{ ГэВ}^4 \quad (14)$$

при  $\Lambda_{MS} > 0.1$  ГэВ и  $m_0^2 < 0.8$  ГэВ<sup>2</sup>.

Если не привлекать какой-либо информации о величинах конденсатов из других источников, то мы имеем при  $\Lambda_{MS} > 0.1$  ГэВ и  $m_0^2 < 0.8$  ГэВ<sup>2</sup>, что (см. рис. 2, 5)

$$Q < 12 \cdot 10^{-4} \text{ ГэВ}^6, \quad G < 10 \cdot 10^{-2} \text{ ГэВ}^4. \quad (15)$$

Ограничений на эти параметры снизу при указанных условиях на  $\Lambda_{MS}$  и  $m_0^2$  поставить не удается, в частности, все правила сумм не запрещают, в принципе, не только нулевых, но и отрицательных значений конденсатов. Глюонный конденсат оказывается неограниченным снизу в (15), поскольку его вклад может имитироваться пертурбативными поправками к единичному оператору. Видно также, что благодаря узости допустимых областей ограничение на глюонный конденсат в (14) значительно сильнее, чем в (15).

В описанном выше методе точных неравенств считалось вполне возможным, например, что систематические ошибки всех экспериментов одновременно положительны (или одновременно отрицательны) и равны своим максимальным значениям. Очевидно, это маловероятно, и получаемая таким методом область допустимых параметров КХД преувеличена. Более вероятно, что систематические ошибки различных экспериментов не скоррелированы (или, возможно, скоррелированы не полностью). Во втором методе мы

\*) Отметим, что непертурбативная часть правил сумм для  $A_d$  (или  $A_r$ ) почти точно переходит в таковую для  $A_0$  при рескейлинге  $M \rightarrow (2)^{1/4}M$ , т. е. параметр  $M_c$  разумно выбирать для таких правил сумм в соответствии с этим обстоятельством (в случае малых  $m_0^2$ ).

предполагаем для простоты, что корреляции отсутствуют вовсе, и систематические ошибки экспериментов, относящихся к разным каналам или областям энергии, складываем квадратично. При таком подходе естественно также находить оптимальные значения теоретических параметров путем минимизации функционала

$$\Phi = \int dM p(M) \frac{|A_{th}(M) - A_{exp}(M)|^2}{[\Delta A_{exp}(M)]^2}, \quad (16)$$

здесь  $p(M)$  — весовая функция, характеризующая относительную важность близости теоретической,  $A_{th}(M)$ , и экспериментальной,  $A_{exp}(M)$ , частей правил сумм при разных  $M$ . Функция  $p(M)$  не фиксируется из общих соображений; однако, зависимость от нее получаемых теоретических параметров слабая, что связано с относительной малостью ошибок у используемых экспериментальных данных. Мы рассматривали  $p(M) \sim M^{n-1}$  при  $n$  от  $-2$  до  $+2$ ; результаты оказываются весьма близкими. Далее мы ограничиваемся случаем  $n=0$ . В (16)  $(\Delta A_{exp})^2$  обозначает среднеквадратичную ширину экспериментального коридора, получаемую квадратичным сложением как систематических, так и статистических ошибок отдельных экспериментов (зависимость допустимых областей от соответствующего множителя в (16) также незначительна). По аналогии с первым методом верхний и нижний пределы интегрирования в (16) выбирались равными  $2 \text{ ГэВ}$  и  $M_c$ , соответственно.

В правилах сумм для  $A_0$ ,  $A_1$ ,  $A_d$  зависимость их теоретической части от  $G$  и  $Q$  линейна. Для  $A_s$  появляется член вида  $(g/M^4)^2$ ; его учет не представляет проблем. Экспериментальная часть правил сумм для  $A_0$ ,  $A_1$ ,  $A_d$  линейно зависит от экспериментальных данных  $R_k$  (см. (9)). Условие минимума функционала (16) приводит к системе линейных уравнений на  $G$ ,  $Q$ . Решая ее, мы получим опять-таки линейное выражение для наилучших параметров  $G$ ,  $Q$  через экспериментальные данные  $R_k$ . Отсюда для их любой линейной комбинации мы легко получаем ее оптимальное значение. Учет ошибок в данных  $R_k$  для каждой такой комбинации дает область предпочтительных значений параметров на плоскости  $(G, Q)$  в виде полосы. Их объединение образует эллипс. Систематические ошибки и мультипликативного, и аддитивного типов (см. выше) считались нескоррелированными и одинаковыми для всех точек  $k$ , принадлежащих данному конкретному эксперименту  $i$ . Они квадратично складывались друг с другом и со статистическими ошибками.

Если выбрать веса, с которыми берутся различные эксперимен-

ты в одном канале и одной энергетической области, фиксированными и равными их весам в первом методе обработки, то допустимая область образует правильный эллипс. Можно несколько уменьшить ошибки, если для каждой линейной комбинации  $G$  и  $Q$  найти оптимальные веса из условия минимальности ошибки. При этом область уже не является точным эллипсом. Однако оказывается, что от такой оптимизации результаты зависят слабо, и ниже она не учитывается.

На рис. 7, 8 представлены допустимые области при тех же условиях, что и в первом методе для рис. 2, 5, соответственно. Координаты центров эллипсов указаны на самих рисунках. При фиксированной величине  $Q = 1.8 \cdot 10^{-4} \text{ ГэВ}^6$  мы получаем:

$$0.8 \cdot 10^{-2} \text{ ГэВ}^4 < G < 2.2 \cdot 10^{-2} \text{ ГэВ}^4. \quad (17)$$

При  $m_0^2 < 0.8 \text{ ГэВ}^2$  и для  $\Lambda_{MS} > 0.1 \text{ ГэВ}$  имеем, что

$$Q < 6 \cdot 10^{-4} \text{ ГэВ}^6, \quad G < 7 \cdot 10^{-2} \text{ ГэВ}^4. \quad (18)$$

Допустимые области на рис. 7, 8 и приведенные в (17), (18) ограничения получены для удвоенной статистической ошибки. Мы видим, что предположение о независимости систематических ошибок в разных экспериментах приводит к значительному усилению ограничений на вакуумные конденсаты.

Для некоторых достаточно больших  $\Lambda_{MS}$  и при фиксированном  $m_0^2$  допустимая область на плоскости  $(G, Q)$ , очевидно, должна исчезнуть. Обозначим через  $\Lambda_{MS}^{(cr)}$  это критическое значение. Интересно, что зависимость  $\Lambda_{MS}^{(cr)}$  от  $m_0^2$  оказывается довольно слабой. Мы использовали во втором методе (ограничение из первого метода несколько слабее) правила сумм для  $A_0$ , которые являются для  $\Lambda_{MS}$  наиболее ограничительными, поскольку  $\alpha_s$ -поправка к коэффициентной функции единичного оператора в них не подавлена. Мы получили, что  $\Lambda_{MS}^{(cr)} < 0.28 \text{ ГэВ}$ ; (при небольших  $m_0^2$  и, соответственно, при небольших  $M_c$  ограничение из правил сумм на  $\Lambda_{MS}$  оказывается более слабым, чем из условия малости константы связи  $\alpha_s(M_c/\Lambda_B)$ ; однако, ограничение, полученное при достаточно больших  $M_c$ , справедливо, разумеется, и при меньших  $M_c$ ). Это ограничение относится к пространственно-подобным импульсам, поэтому его можно непосредственно сравнивать с результатами анализа глубоко неупругого рассеяния [28].

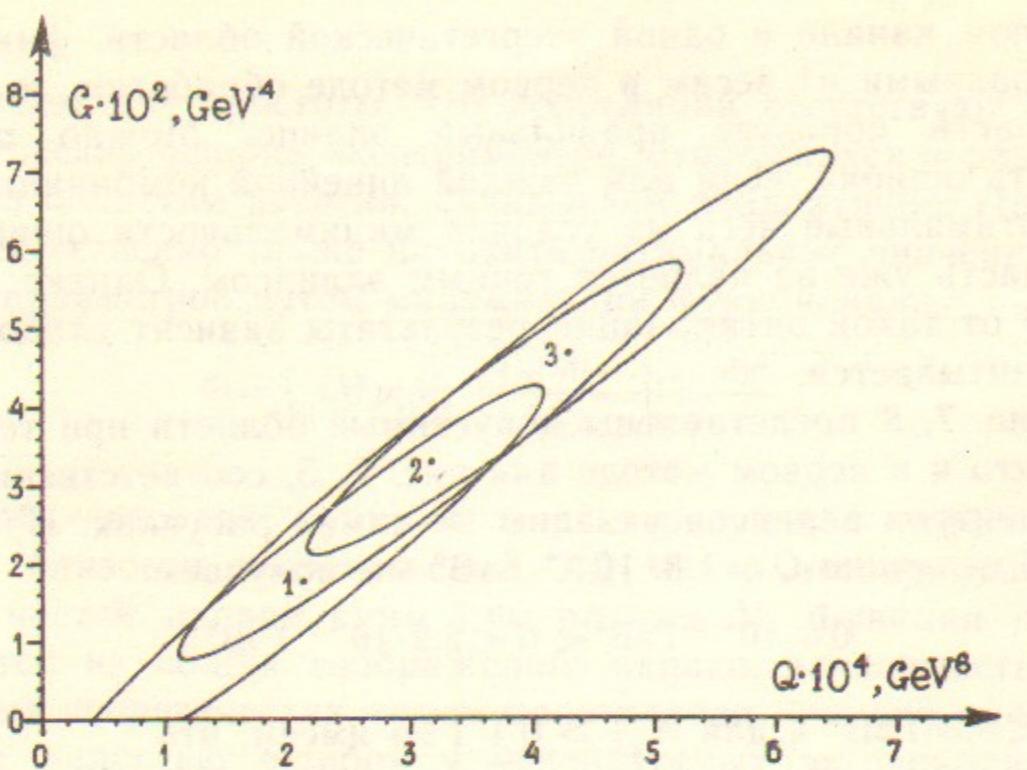


Рис. 7. Аналогично рис. 2, но во втором методе учета систематических и статистических ошибок. Последняя взята с двумя стандартными отклонениями.

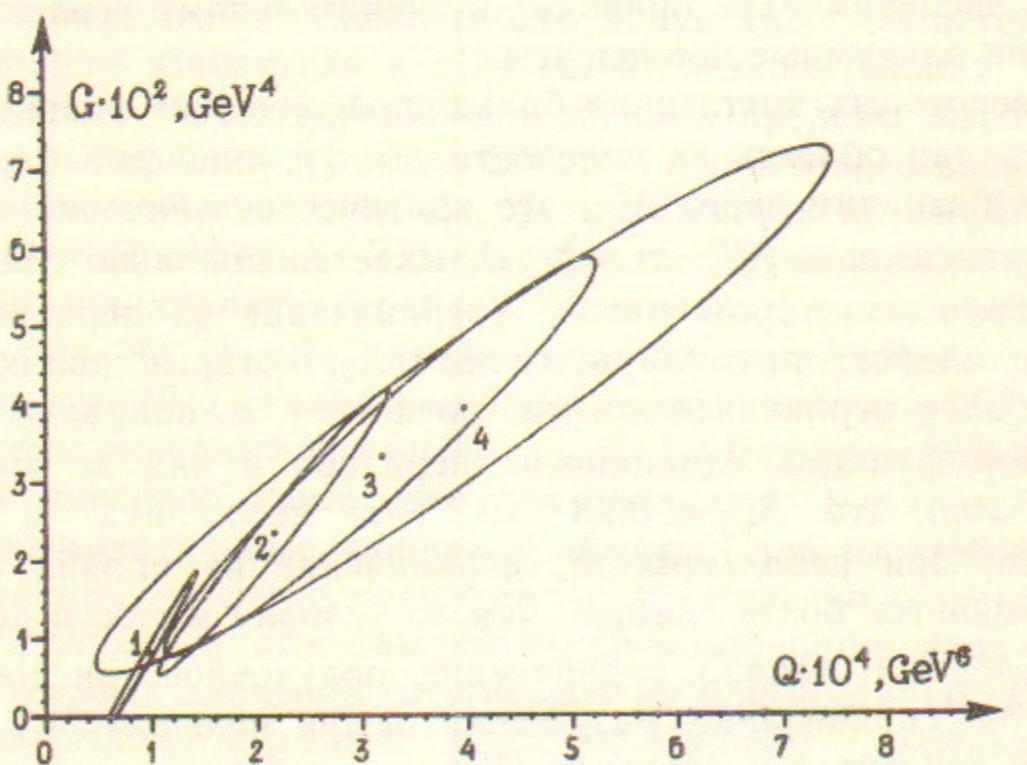


Рис. 8. Аналогично рис. 5, но во втором методе.

4. В настоящей работе изучена роль высших вакуумных конденсатов в правилах сумм для  $\rho$ -мезонного канала, наиболее тщательно исследованного экспериментально, если говорить об адронах из легких夸克ов. Для нахождения теоретической части правил сумм был использован подход [1], основанный на операторном разложении и на оценках типа факторизации для матричных элементов. Относительная величина вклада высших конденсатов определяется параметром  $m_0^2$ , «измеряющим» фактически размер типичных夸克овых полей в вакууме. Если параметр  $m_0^2$  достаточно мал, что соответствует идеологии длинноволновых моделей вакуума, то поправка от высших конденсатов также мала и рабочая область борлевских параметров в правилах сумм может быть такой же, как в работах, не учитывающих вклада высших конденсатов. Для «стандартного» значения  $m_0^2 = 0.8 \text{ ГэВ}^2$  [18], полученного из правил сумм для барионов (в которых, кстати, не учитывались высшие степенные поправки, а вместо экспериментального коридора использовалась простая модель резонанса и континуума ввиду отсутствия данных относительно рассматриваемых спектральных плотностей — они с экспериментом напрямую не связаны), рабочая область несколько сужается, что приводит к увеличению разброса извлекаемых параметров КХД. Однако, даже при  $m_0^2 = 0.8 \text{ ГэВ}^2$ , если использовать разумное, на наш взгляд, предположение о независимости систематических ошибок в различных экспериментах, то удается получить довольно сильные ограничения как на параметры вакуума, так и на  $\Lambda_{\overline{\text{MS}}}$ . Еще раз подчеркнем, что главная роль высших степенных поправок сводится к дополнительному ограничению рабочей области правил сумм. Ограничения на величину рабочей области дают и пертурбативные поправки к коэффициентным функциям, оказавшиеся большими для вклада конденсатов размерности 6 [10]. Однако, до тех пор, пока не будут вычислены двухпетлевые поправки для этого вклада, мы не сможем связать  $\alpha_s$ , фигурирующую в пертурбативной поправке, с  $\Lambda_{\overline{\text{MS}}}$ .

В свете полученных результатов крайне актуальным становится вопрос о повышении экспериментальной точности в различных каналах в  $e^+e^- \rightarrow (\text{адроны})$ , в особенности, для  $4\pi$ ,  $6\pi$  и для других каналов выше  $1.4 \text{ ГэВ}$ , измеренных в настоящее время с невысокой точностью. Заметный прогресс в этом весьма важном поле деятельности может быть связан с введением в строй новых детекторов КМД-2 и СНД и модернизацией накопителя ВЭПП-2М с целью увеличения светимости и, возможно, повышения энергии в

пучках [29]. По имеющейся у нас информации планируется сильно повысить точность измерений в различных каналах. К сожалению, мы не имеем здесь места для подробного обсуждения конкретных требований к экспериментам в отдельных каналах, предъявляемых исходя из потребностей изучения вакуума квантовой хромодинамики и других параметров КХД. Это обсуждение мы полагаем привести в более объемной публикации. Здесь мы приводим лишь рис. 9, на котором показаны вклады ошибок отдельных экспериментов в экспериментальные части правил сумм для  $A_0$  и  $A_d$ . Из него, в частности, следует, что было бы желательно повысить статистическую точность и увеличить число экспериментальных точек в эксперименте, подобном проведенному на детекторе КМД [30, 19], т. е. отличающемся довольно небольшой систематической ошибкой в измерении сечения рождения  $\pi^+\pi^-$ .

В заключение мы хотели бы выразить особую благодарность И.Ф. Пинелису за весьма конструктивные обсуждения статистических методов обработки экспериментальных данных. Нам приятно поблагодарить В.Н. Байера, А.И. Вайнштейна, А.Р. Житницкого, А.Л. Катаева, А.А. Пивоварова, А.В. Смилгу, В.С. Фадина, К.Г. Четыркина за полезные обсуждения. Мы признательны за обсуждения экспериментальной ситуации Л.М. Курдадзе, С.И. Середнякову, Б.И. Хазину, С.И. Эйдельману и особо Б.А. Шварцу. Мы благодарим В.В. Вечеславова за возможность использования ЭВМ «Одренок», на которой были проделаны некоторые вычисления.

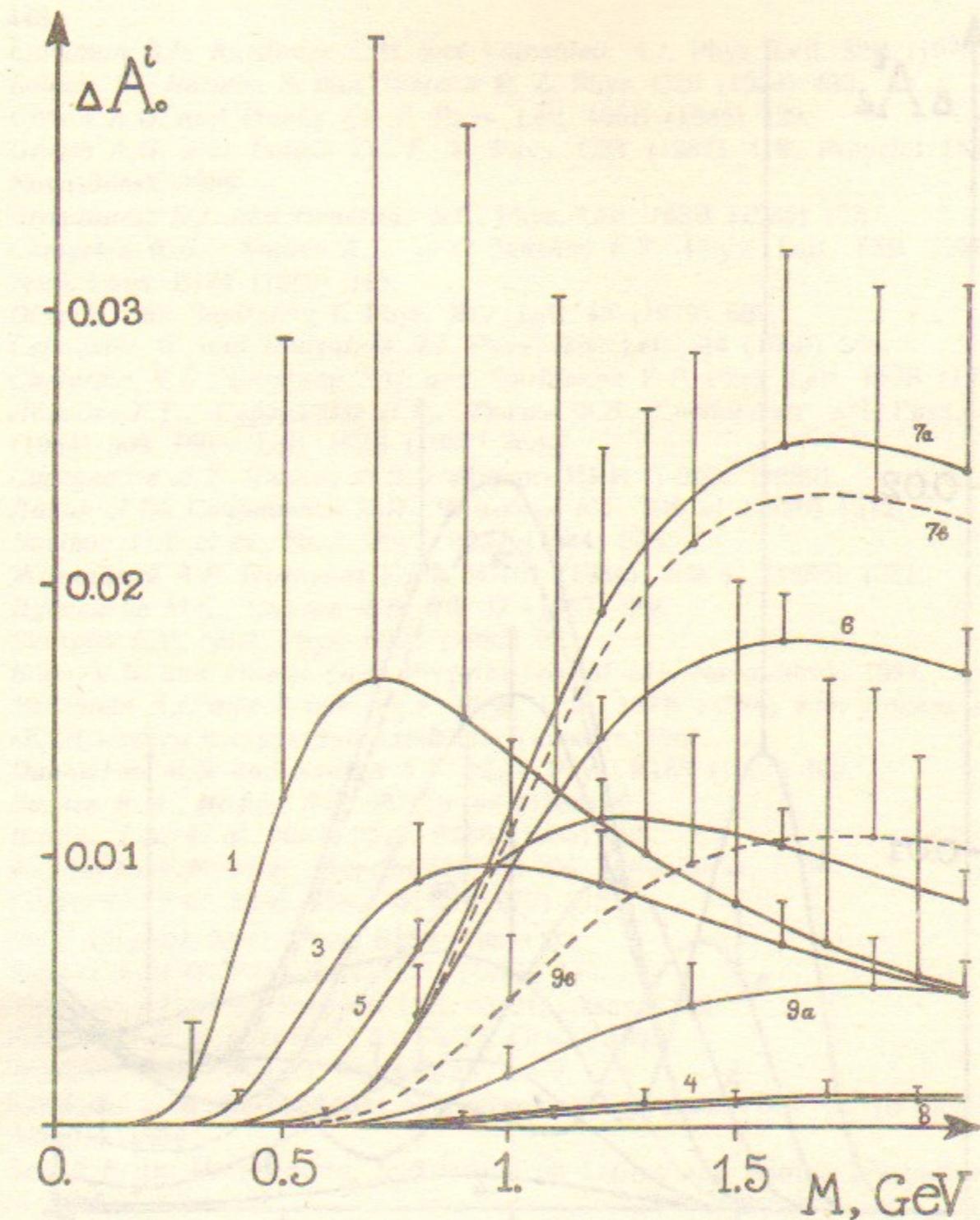


Рис. 9а. Вклады систематических и статистических ошибок отдельных экспериментов в полуширину коридора для  $A_0$ . «Усы» соответствуют одному стандартному отклонению для статистических ошибок. Нумерация согласно табл. 2.

ЛИТЕРАТУРА

1. Shifman M.A., Vainshtein A.I. and Zakharov V.I. Nucl. Phys. B147 (1979) 395, 448.
2. Eidelman S.I., Kurdadze L.M. and Vainshtein A.I. Phys. Lett. 82B (1979) 278.
3. Launer G., Narison S. and Tarrach R. Z. Phys. C26 (1984) 433.
4. Grozin A.G. and Pinelis Yu. F. Phys. Lett. 166B (1986) 429.
5. Grozin A.G. and Pinelis Yu. F. Z. Phys. C33 (1987) 419; Preprint INP 86-65. Novosibirsk, 1986.
6. Broadhurst D.J. and Generalis S.C. Phys. Lett. 165B (1985) 175.
7. Chetyrkin K.G., Kataev A.L. and Tkachov F.V. Phys. Lett. 85B (1979) 227; Nucl. Phys. B174 (1980) 345; Dine M. and Sapirstein J. Phys. Rev. Lett. 43 (1979) 668; Celmaster W. and Gonsalves R.J. Phys. Rev. Lett. 44 (1980) 560.
8. Chetyrkin K.G., Gorishny S.G. and Spiridonov V.P. Phys. Lett. 160B (1985) 149.
9. Лоладзе Г.Т., Сургуладзе Л.Р., Ткачев Ф.В. Сообщения АН Груз.ССР 116 (1984) 509; Phys. Lett. 162B (1985) 363; Сургуладзе Л.Р., Ткачев Ф.В. Препринт ИЯИ П-0501 (1986).
10. Ланин Л.В., Спиридонов В.П., Четыркин К.Г. ЯФ 44 (1986) 1372.
11. Novikov V.A. et al., Nucl. Phys. B237 (1984) 525.
12. Житницкий А.Р. Препринт ИЯФ 84-101 (1984); ЯФ 41 (1985) 1331.
13. Дубовиков М.С., Смилга А.В. ЯФ 37 (1983) 984.
14. Shuryak E.V. Nucl. Phys. B203 (1982) 93.
15. Baier V.N. and Pinelis Yu.F. Preprint INP 81-141. Novosibirsk, 1981.
16. Mil'shtein A.I. and Pinelis Yu.F. Phys. Lett., 137B (1984) 235; Доклад на конф. «КХД вакуум и структура адронов». Ташкент, 1985.
17. Dubovikov M.S. and Smilga A.V. Nucl. Phys. B185 (1981) 109.
18. Беляев В.М., Иоффе Б.Л. ЖЭТФ 83 (1982) 876.
19. Barkov L.M. et al. Nucl. Phys. B256 (1985) 365.
20. Aulchenko V.M. et al. Preprint INP 86-106. Novosibirsk, 1986.
21. Cosme G. et al. Nucl. Phys. B152 (1979) 215.
22. Bacci C. et al. Nucl. Phys. B184 (1981) 31.
23. Bisello D. et al. Phys. Lett. 107B (1981) 145.
24. Augustin J.E. et al. Preprint LAL 83/21, Orsay, 1983.
25. Bisello D. et al. Preprint LAL 85/15, Orsay, 1985.
26. Paulot C. Preprint LAL 79/14 Orsay 1979.
27. Курдадзе Л.М. Автореферат докторской диссертации. ИЯФ СОАН СССР Новосибирск, 1984.
28. Sciulli F. In: Proc. Intern. Symposium on Lepton and Photon Interactions. Kyoto, 1985.
29. Аксенов Г.А. и др. Препринт ИЯФ 85-118. Новосибирск, 1985; Аульченко В.М. и др. Препринт ИЯФ 87-36. Новосибирск, 1987.
30. Anikin G.V. et al. Preprint INP 83-85 Novosibirsk, 1983.

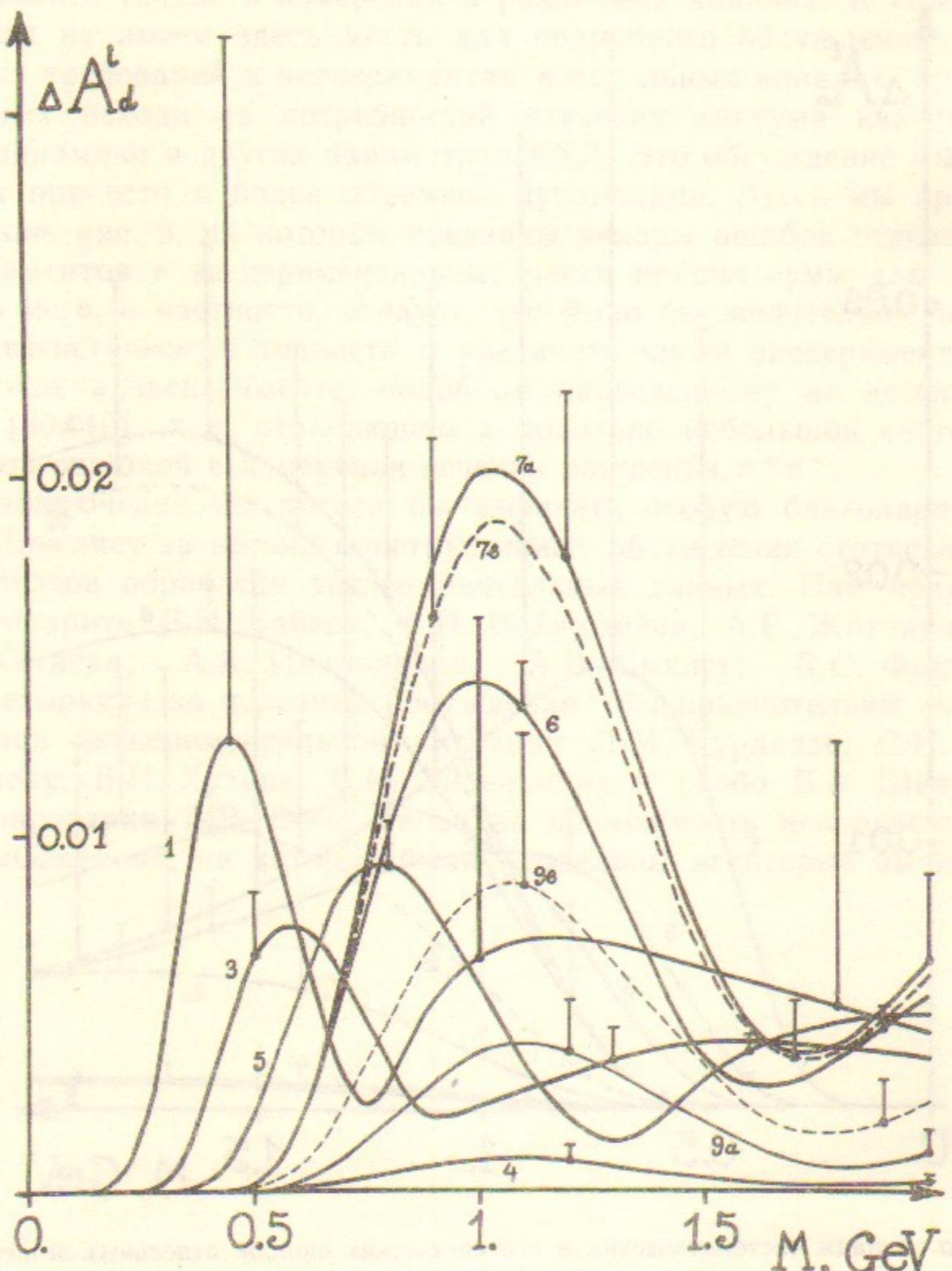


Рис. 9б. Аналогично рис. 9а, но для  $A_d$ .

А.Г. Грозин, Ю.Ф. Пинелис

Ограничения на параметры КХД из  $e^+e^- \rightarrow$  (адроны)<sub>l=1</sub>

Ответственный за выпуск С.Г.Попов

Работа поступила 21 апреля 1987 г.

Подписано в печать 18.05 1987 г. МН 08189

Формат бумаги 60×90 1/16 Объем 2,8 печ.л., 2,3 уч.-изд.л.

Тираж 190 экз. Бесплатно. Заказ № 50

Набрано в автоматизированной системе на базе фотонаборного автомата ФА1000 и ЭВМ «Электроника» и отпечатано на ротапринте Института ядерной физики СО АН СССР,

Новосибирск, 630090, пр. академика Лаврентьева, 11.