II 13.4.87

ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ СО АН СССР

М.П. Рютова

О ВОЗБУЖДЕНИИ КОЛЕБАНИЙ МАГНИТНЫХ НИТЕЙ ТЕЧЕНИЕМ ПЛАЗМЫ

ПРЕПРИНТ 87-19

НОВОСИБИРСК

1. ВВЕДЕНИЕ

Колебания магнитных нитей могут быть одним из агентов, обеспечивающих передачу энергии из фотосферы в верхнюю часть хромосферы Солнца. Обычно считается, что возбуждение колебаний нитей связано с колебательным движением точки пересечения нити с фотосферой, обусловленным нестационарной конвекцией в фотосфере. При такой точке зрения частота колебаний нити должна быть порядка обратного времени перестройки грануляционной картины, т. е. порядка $\frac{1}{\tau} \sim 10^{-2} \div 3 \cdot 10^{-3}$ с$^{-1}$. Эта частота очень мала, что вызывает затруднения при попытке применения вышеописанной схемы к реальным условиям солнечной атмосферы.

В настоящем сообщении отмечается, что может существовать другой механизм возбуждения колебаний, который не требует движений точки пересечения нити с фотосферой и который, соответственно, может действовать и в случае стационарной конвекции. При этом частота колебаний нити оказывается никак не связанной с обратным временем перестройки грануляционной картины и может быть много выше, чем $1/\tau$.

Механизм, который мы имеем в виду, связан с наличием относительной скорости течения вещества внутри нити и в окружающей нить плазме. Известно, что скорости течений плазмы в фотосфере могут составлять несколько десятых от скорости звука, и нет оснований считать, что скорости течения плазмы внутри и вне трубки одинаковы. Иными словами, относительное движение плазмы внутри и вне трубки почти наверняка существует. Как показано в настоящей работе, относительное движение приводит к возбуждению изгибных колебаний трубки вследствие механизма, аналогичного неустойчивости тангенциального разрыва, и к возбуждению медленных магнито-звуковых волн с отрицательной энергией (диссипация при этом состоит в эффекте радиационного затухания и никак не связана с вязкостью, теплопроводностью и джоулевым нагревом).

2. НЕУСТОЙЧИВОСТЬ ИЗГИБНЫХ КОЛЕБАНИЙ

Мы рассмотрим модель, в которой сечение трубки считается круглым, а относительная скорость течения направлена вдоль оси трубки (которую будем считать совпадающей с осью z). Анализ проведем в системе координат, где вещество внутри трубки покоится, а скорость течения вне трубки равна u и направлена в сторону возрастания z.

Ограничимся анализом длинноволновых колебаний с волновым вектором k, удовлетворяющим неравенству

$$k \ll \frac{1}{R}, \tag{1}$$

где R — радиус трубки. Будем описывать смещение трубки относительно ее невозмущенного положения вектором $\xi_\perp(z, t)$, лежащим в плоскости (x, y). Совершенно аналогично тому, что это делается в работе [1], можно показать, что вектор $\xi_\perp$ удовлетворяет уравнению

$$\rho_i \frac{\partial^2 \xi_\perp}{\partial t^2} = -\rho_e \left(\frac{\partial}{\partial t} + u\frac{\partial}{\partial z}\right)^2 \xi_\perp + \frac{H^2}{4\pi}\frac{\partial^2 \xi_\perp}{\partial z^2}, \tag{2}$$

где ρ_i и ρ_e — плотности вещества внутри и вне трубки, а H — напряженность магнитного поля внутри трубки (аналогично [1] считаем, что вне трубки магнитное поле отсутствует). Из (2) для возмущений вида $e^{-i\omega t + ikz}$ получается следующее дисперсионное соотношение:

$$\omega^2 + \frac{1}{\eta}(\omega - ku)^2 - k^2a^2 = 0, \tag{3}$$

где $\eta = \rho_i/\rho_e$, а $a = H/\sqrt{4\pi\rho_i}$ — альфвеновская скорость внутри трубки. Из (3) имеем,

$$\frac{\omega}{k} = \frac{1}{1+\eta}\left\{u \pm \sqrt{\eta[a^2(1+\eta) - u^2]}\right\}. \tag{4}$$

Неустойчивость возникает при

$$u > a\sqrt{1 + \frac{\rho_i}{\rho_e}}, \tag{5}$$

причем неустойчивые возмущения распространяются вверх по течению потока $(Re(\omega/k) = u/1+\eta > 0)$. Поэтому, если на некото-

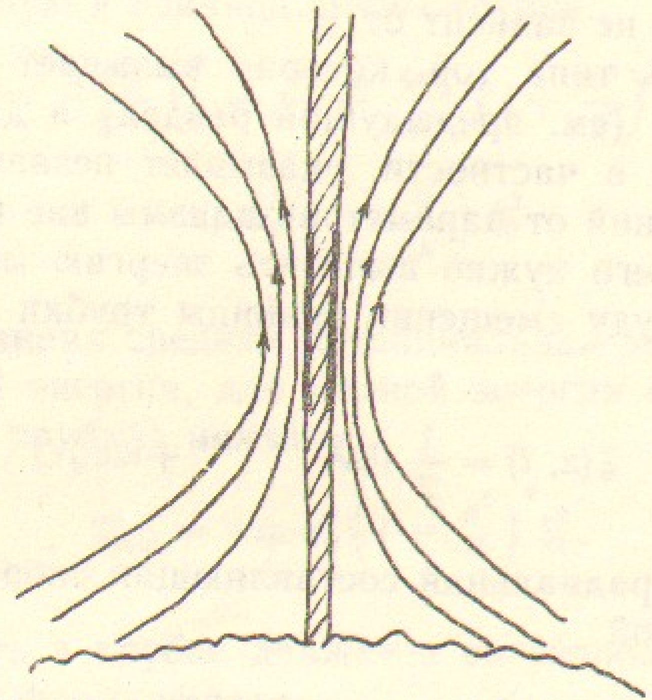

Рис. 1. Магнитная трубка (заштрихована) в потоке окружающей плазмы. Стрелками показаны линии тока. На участке с большой скоростью течения (выделен жирными линиями) происходит возбуждение: а) изгибных колебаний, б) волн с отрицательной энергией, которые далее распространяются в хромосферу (или взаимодействуют с другими волнами).

ром отрезке нити она «обдувается» направленным вверх потоком окружающей плазмы (рис. 1), то возбужденные здесь колебания будут распространяться дальше вверх.

3. НЕУСТОЙЧИВОСТЬ МЕДЛЕННЫХ КОЛЕБАНИЙ

Рассмотрим теперь неустойчивость медленных колебаний магнитных нитей (см. [2, 3]), представляющих собой аналог медленных магнито-звуковых колебаний (см. [4]). Эти колебания аксиально-симметричны (мода $m=0$; ранее рассмотреные изгибные колебания соответствуют моде $m=1$). Будем, как и прежде, считать $kR \ll 1$ и пренебрегать магнитным полем вне нитей. В системе координат, где вещество внутри нити покоится, фазовая скорость колебаний w_φ равна

$$w_\varphi = \frac{s_i a}{\sqrt{s_i^2 + a^2}} \tag{6}$$

и при условии (1) не зависит от k.

Неустойчивость типа той, которая вызывает возбуждение изгибных колебаний (см. предыдущий раздел) в данном случае отсутствует, на что, в частности, указывает независимость частоты медленных колебаний от параметров плазмы вне нити.

Для дальнейшего нужно выразить энергию медленных колебаний через амплитуду смещения границы трубки ξ_0, определяемую соотношением

$$\xi(z, t) = \frac{1}{2}\left(\xi_0 e^{-i\omega t + ikz} + \text{к.с.}\right). \tag{7}$$

При условии (1) радиальная составляющая скорости внутри трубки дается формулой

$$v_r = \frac{r}{2R}\left(-i\omega \xi_0 e^{-i\omega t + ikz} + \text{к.с.}\right), \tag{8}$$

а возмущение магнитного поля формулой

$$\delta H_z = -2\frac{\xi}{R} H. \tag{9}$$

Особенностью медленных колебаний при $ka \ll 1$ является то, что суммарное давление плазмы и магнитного поля внутри трубки не возмущается, т. е.

$$\delta p = -\frac{H\,\delta H_z}{4\pi} = \frac{H_0^2}{2\pi}\,\frac{\xi}{R}. \tag{10}$$

Возмущение плотности, соответственно, есть

$$\delta\rho = \frac{\rho_i}{\gamma}\,\frac{\delta p}{p_i} = \frac{H^2}{2\pi s_i^2}\,\frac{\xi}{R}. \tag{11}$$

Из уравнения непрерывности

$$\frac{\partial \delta\rho}{\partial t} + \rho_0 \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r} r v_r + \rho_0 \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0 \tag{12}$$

находим v_r:

$$v_z = \frac{2\omega\xi}{kR}\left(1 + \frac{a^2}{s_i^2}\right) = \frac{2\xi}{R} w_\varphi \left(1 + \frac{a^2}{s_i^2}\right). \tag{13}$$

Теперь можно найти среднюю по периоду волны кинетическую энергию, отнесенную к единице длины трубки:

$$W_{\text{кин}} = \frac{\pi R^2 \rho_i}{2}\,\overline{v_z^2} = \frac{\pi R^2 \rho_i}{2}\,\frac{4 w_\varphi^2}{R^2}\left(1 + \frac{a^2}{s_i^2}\right)^2 \overline{\xi^2} =$$

$$= \pi \rho_i w_\varphi^2 \left(1 + \frac{a^2}{s_i^2}\right)^2 \xi_0^2. \tag{14}$$

Так как в колебаниях средняя потенциальная энергия равна средней кинетической энергии, для полной энергии волны (отнесенной к единице длины трубки) находим:

$$W_{\text{кин}} = 2\pi \rho_i w_\varphi^2 \left(1 + \frac{a^2}{s_i^2}\right)^2 \xi_0^2. \tag{15}$$

Если жидкость в трубке движется со скоростью u, то энергия преобразуется по формуле

$$W_{\text{кин}} \to W_{\text{кин}}\left(1 \pm \frac{u}{w_\varphi}\right), \tag{16}$$

где знак «+» соответствует волне, бегущей по течению, а знак «—»—волне, бегущей против течения. Видно, что при $u > w_\varphi$ энергия колебаний делается отрицательной. В таких условиях наличие радиационного затухания, связанного с излучением звуковых волн во внешнее пространство, будет приводить к нарастанию колебаний.

Излучение звуковых волн (и, следовательно, радиационное затухание) возможно при

$$u - w_\varphi > s_e\,, \qquad (18)$$

что и является условием существования рассматриваемой неустойчивости.

Найдем мощность звуковых волн, излучаемых во внешнее пространство колеблющимися стенками трубки. Вычисления проведены в системе координат, где газ вне трубки покоится. Из уравнений линеаризованной гидродинамики имеем

$$\frac{1}{r}\,\frac{\partial}{\partial r}\,r\,\frac{\partial \delta p}{\partial r} + \left(\frac{\omega^2}{s_e^2} - k^2\right)\delta p = 0\,, \qquad (19)$$

причем амплитуду δp можно выразить через смещенные границы трубки с помощью соотношения

$$-\rho_0\,\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = \left.\frac{\partial \delta p}{\partial r}\right|_{r=R}. \qquad (20)$$

Далее, можно найти мощность Q, излучаемую с единицы длины трубки,

$$Q = 2\pi R\,\overline{\frac{\partial \xi}{\partial t}\cdot \delta p|_{r=R}}\,, \qquad (21)$$

где черта означает усреднение по периоду волны.

Чтобы реализовать эту программу, запишем решение уравнения (19), соответствующее расходящимся волнам:

$$\delta p = \delta p|_{r=R}\,\frac{H_0^{(1)}\left(r\sqrt{\dfrac{\omega^2}{s_e^2} - k^2}\right)}{H_0^{(1)}\left(R\sqrt{\dfrac{\omega^2}{s_e^2} - k^2}\right)}\,,$$

где $H_0^{(1)}$ — функция Ганкеля первого рода. Имея в виду условие (1), при $r \sim R$ можно воспользоваться асимптотическим разложением этой функции при малых значениях аргумента, что дает:

$$\delta p = \delta p|_{r=R}\,\frac{\left(1 + \dfrac{2i}{\pi}\,\ln\dfrac{Cr}{2}\sqrt{\dfrac{\omega^2}{s_e^2} - k^2}\right)}{\left(1 + \dfrac{2i}{\pi}\,\ln\dfrac{CR}{2}\sqrt{\dfrac{\omega^2}{s_e^2} - k^2}\right)}. \qquad (22)$$

Используя далее соотношение (20), получаем, что

$$\delta p|_{r=R}\;\frac{\pi\omega^2\rho_i R}{2i}\left(1 + \frac{2i}{\pi}\,\ln\frac{CR}{2}\sqrt{\frac{\omega^2}{s_e^2} - k^2}\right)\cdot\xi\,, \qquad (23)$$

после чего из (21) находим, что

$$Q = 2\pi R\,\frac{\pi\omega^3\rho_e R}{4}\,|\xi_0|^2. \qquad (24)$$

Для инкремента неустойчивости из (15), (16) и (24) имеем:

$$2\gamma = \frac{Q}{W_{\text{кин}}\left(\dfrac{u}{w_\varphi} - 1\right)} = \frac{\pi R^3\omega^3\rho_e}{4\rho_i\,w_\varphi^2\left(1 + \dfrac{a^2}{s_i^2}\right)^2\left(\dfrac{u}{w_\varphi} - 1\right)}$$

или

$$\frac{\gamma}{\omega} = \frac{\pi}{8}\,\frac{\rho_e}{\rho_i}\,\frac{s_i^4}{(s_i^2 + a^2)^2}\,\frac{u - w_\varphi}{w_\varphi}\,k^2R^2.$$

Наличие в системе волн с отрицательной энергией существенно меняет характер различных процессов. Как известно, поглощение таких волн или их взаимодействие с другими волнами приводит к нарастанию амплитуды волны с отрицательной энергией со временем. В приведенном выше примере отбор энергии у волн с отрицательной энергией связан с излучением вторичных звуковых волн положительной энергии. При учете неоднородности плотности и магнитного поля по сечению трубки появляется бездиссипативное затухание в резонансном слое, где фазовая скорость колебаний ω/k становится близкой к местному значению «трубчатой» скорости w_φ, тоже приводящее к нарастанию амплитуды волн с отрицательной энергией. Отметим, что нелинейное взаимодействие волн с отрицательной энергией может приводить к неустойчивости типа взрывной.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Рютов Д.Д., Рютова М.П.* ЖЭТФ, 1976, т.70, с.943.
2. *Defouw R.* Astrophys. J., 1976, v.206, p.266.
3. *Рютова М.П.* ЖЭТФ, 1981, т.80, с.1038.
4. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Электродинамика сплошных сред. М.: Наука, 1982.

М.П. Рютова

О возбуждении колебаний магнитных нитей течением плазмы

Ответственный за выпуск С.Г.Попов

Работа поступила 2 февраля 1987 г.
Подписано в печать 16.02. 1987 г. МН 08628.
Формат бумаги 60×90 1/16 Объем 0,9 печ.л., 0,8 уч.-изд.л.
Тираж 160 экз. Бесплатно. Заказ № 19.

*Набрано в автоматизированной системе на базе фотонаборного автомата ФА1000 и ЭВМ «Электроника» и отпечатано на ротапринте Института ядерной физики СО АН СССР,
Новосибирск, 630090, пр. академика Лаврентьева, 11.*