

60

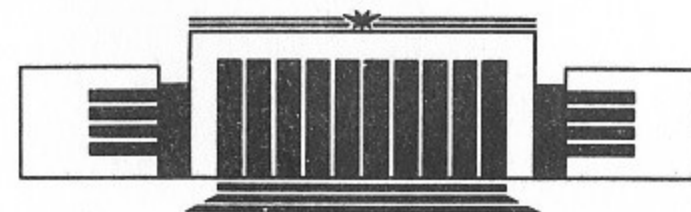
ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ СО АН СССР



В.Н. Брежнев, Н.С. Диканский, В.Я. Иванов

КОНСТРУКТИВНЫЙ ПОДХОД В ЗАДАЧЕ
СИНТЕЗА ЭОС

ПРЕПРИНТ 86-103



НОВОСИБИРСК

1986

АННОТАЦИЯ

В работе предложен новый метод решения задачи синтеза электронно-оптических систем в постановке, позволяющей учитывать априорные требования электрической прочности изделия, геометрические ограничения, включение готовых фрагментов, а также получать информацию о границах допусков варьирования формы электродов с целью получения наиболее технологичных профилей. Численные алгоритмы описываемого метода реализованы в пакете прикладных программ СИНТЕЗ-2 и апробированы решением задач методического характера, в которых учитываются собственные поля, создаваемые интенсивными пучками релятивистских заряженных частиц.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧ СИНТЕЗА ЭОС

Примером наиболее простой задачи при проектировании электронно-оптических систем (ЭОС) является задача анализа, в которой требуется определить распределение электромагнитных полей и траекторий заряженных частиц при заданной геометрии системы, фиксированных потенциалах электродов, токах возбуждения магнитных линз и известных характеристиках диэлектрических и магнитных материалов. Более сложными выглядят постановки задач оптимизации параметров ЭОС, где требуется обеспечить заданные критерии качества оптической системы путем варьирования геометрических параметров, потенциалов электродов и токов возбуждения. Однако и в этих задачах структурная схема прибора навязана заранее, и потому здесь трудно ожидать появления принципиально новых конструкторских решений. Кроме того, чаще всего открытым становится вопрос выбора начального приближения, который определяет успех решения в случае нелинейных функционалов цели и ограничений задачи.

Наиболее полный ответ на все возникающие при проектировании прибора вопросы дает решение задачи синтеза, в которой структура оптической системы не является априорно определенной, а задаются лишь функционалы, определяющие оптические характеристики прибора. Характерно, что до появления ЭВМ и развитых численных методов задачи проектирования ЭОС чаще формулировались как задачи синтеза. Основные результаты в этом направлении были заложены в работах Пирса [1], Мельцера [2],

Ломакса [3], Кирштейна [4—5], Харкера [6], Третнера [7], Зилаги [8—10], а также советских исследователей—Овчарова [11—16], Данилова и Сырового [17—22], Шантурина [23] и других.

Общепринятая формулировка задачи синтеза ЭОС заключается в решении внутренней задачи, в которой требуется определить характеристики движения пучка заряженных частиц заданного фазового объема, а также распределение полей внутри и на границе пучка, и внешней задачи распространения полей вне пучка с целью определения конфигурации электродов и токов, формирующих пучок с заданными свойствами. При решении внутренней задачи разработчик задает систему функционалов Φ_i , $i=1, \dots, M$, зависящих от распределений электрических и магнитных полей. В качестве таких критериев могут выступать форма траекторий и энергетические характеристики пучка или функционалы качества создаваемого пучком изображения: увеличение, положение кроссовера и плоскости Гаусса, величины aberrаций, разрешающая способность. Цель данного этапа состоит в определении конфигурации полей на оси или границе пучка, отвечающих заданным значениям функционалов Φ_i . При дискретизации задачи на некоторой поверхности s_0 выбираются N точек и система функций ψ_j , $j=1, \dots, N$, восполняющих конечномерное представление поля. Чаще всего в качестве ψ_j используются полиномиальные представления. Теперь задача сведена к параметрической оптимизации функционалов Φ_i путем варьирования коэффициентов полиномов. Она решается известными методами оптимального управления.

Внешняя задача синтеза распадается на несколько этапов. На первом из них требуется распространить поле с границы пучка во внешнее пространство, затем построить эквипотенциали этого поля и выбрать достаточно технологичные конфигурации электродов и магнитопроводов, приближающие с некоторой точностью картину синтезированного поля. Погрешности решения всех указанных этапов задачи синтеза, замена синтезированных поверхностей более простыми формами, появление не предусмотренных в исходной постановке задачи апертурных отверстий и диафрагм—все это приведет к более или менее значительному отклонению электроно-оптических функционалов качества системы, вычисленных путем прямого расчета синтезированной системы, от априорно назначенных функционалов. По этой причине на завершающем этапе требуется решение задачи оптимизации синтезированной системы. Важным отличием данного этапа от решения обычной задачи оптимизации является то, что начальное приближение, которым слу-

жит решение задачи синтеза, гарантирует существование решения и быструю сходимость оптимизационной задачи. Одновременно с решением последнего этапа извлекается информация о допусках на изготовление отдельных элементов конструкции прибора.

Наиболее сложным и трудоемким при решении задачи синтеза ЭОС является этап продолжения распределения поля с некоторой границы в пространство. Если поверхностью s_0 является ось цилиндрической системы координат, то решение дается рядом Шерцера для скалярного потенциала

$$\varphi(r, z) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(n!)^2} \left(\frac{r}{2}\right)^{2n} \Phi^{(2n)}(z). \quad (1)$$

В более общих случаях можно выписать соответствующие мультипольные разложения. Как показано в работе [24], погрешность восстановления поля до 1% локализуется на расстоянии $r/L < 0,15$, где L —длина отрезка с начальными данными. В ряде работ [25—26] решение указанной задачи осуществляется с помощью разностных аппроксимаций задачи Коши для уравнения Лапласа с использованием регуляризирующих алгоритмов сглаживания разностного решения или сведением к задаче Коши для системы обыкновенных дифференциальных уравнений путем использования метода прямых. При этом удается увеличить интервал устойчивости до величины $r/L < 0,4$ при достаточно гладких начальных данных.

Значительные усилия большинства исследователей задачи синтеза были направлены на преодоление чисто математических трудностей, связанных с необходимостью решения условно-корректных задач. С нашей точки зрения, многие работы подобного рода отличается значительная доля академичности постановки задачи, слабо отражающая конструктивные ограничения. Поясним нашу мысль на примерах. Классическим образцом задачи синтеза служит модель пушки Пирса, представляющая собой систему из двух бесконечно протяженных электродов определенной формы. Ясно, что на практике такую систему можно воспроизвести лишь приближенно, поскольку на некотором расстоянии от оси электроды следует ограничить и деформировать, продумав систему их крепления, обеспечивающую электрическую прочность конструкции. Кроме того, в анодном электроде необходимо предусмотреть апертурное отверстие для прохождения пучка. При малых отношениях длины пир-

совского диода к его радиусу анодное отверстие оказывает действие сильной рассеивающей линзы, влияние которой можно ослабить введением промежуточных корректирующих электродов. Подобные электроды необходимо вводить и при больших отношениях длины диода к радиусу, чтобы восстановить профиль исходного поля, искаженный влиянием «обрезания» пирсовских электродов. Исходная и окончательная модели такого диода представлены на рис. 1,а и 1,б, приведенных в книге [27]. Как видно, конструкции идеального диода Пирса и квазипирсовской пушки настолько отличаются друг от друга, что можно считать конфигурацию 1,а решением дополнительной задачи (оптимизации), учитывающей реальные ограничения; так что от решения Пирса приближенно сохранилась лишь приосевая область. Введение промежуточных электродов вносит ряд принципиально новых моментов в постановку задачи синтеза, поскольку их получение путем экстраполяции гладких распределений поля с оси оказывается просто невозможным. Основываясь на принципе максимума для гармонических функций, легко показать, что решение краевой задачи или задачи Коши для уравнения Лапласа не может содержать не соприкасающихся с границей области замкнутых или просто ограниченных эквипотенциальных поверхностей, которые мы будем называть электродоподобными. Очевидно, существование такой электродоподобной поверхности предполагает нахождение внутри нее, или в пределе — на поверхности, источников поля. Такие поверхности с источниками, необходимые для получения ограниченных электродоподобных эквипотенциалей, мы будем называть «скелетными поверхностями».

Проведенные нами рассуждения имеют своей целью показать, что задачи в области синтеза ЭОС, возникающие в практике, заключаются не столько в преодолении чисто математических трудностей решения некорректных задач экстраполяции осевых распределений электромагнитных полей, сколько в формировании новой, принципиально иной постановки задачи синтеза, полнее отвечающей идеологии конструирования реального прибора. Такой новый подход, называемый нами конструктивным, и описание реализующего этот подход алгоритма и составляют предмет настоящей публикации. В работе также будет уделено внимание и такой постановке задачи, в которой отдельные узлы или подсистемы прибора рассматриваются как заданные априорно, фиксированные, и проблема заключается в экстраполяции поля вне таких подсистем с сохранением свойств гладкости на границах.

2. МЕТОД РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ СИНТЕЗА С ПОВЕРХНОСТЯМИ РАЗРЫВА ПЕРВОГО И ВТОРОГО РОДА

Для того, чтобы проиллюстрировать необходимость введения скелетных поверхностей и их свойства, рассмотрим несколько показательных примеров. Первый — симметричное включение последовательно двух линз Батлера, одна из которых является рассеивающей, а другая — собирающей, как это показано на рис. 2,а. Поле такой системы представляется формулой

$$\varphi(r, z) = \begin{cases} 3\left[z^2\left(1 - \frac{2}{3}z\right) - r^2\left(\frac{1}{2} - z\right)\right], & z \leq 1, \\ -3\left[(z-1)^2\left(1 - \frac{2}{3}(z-1)\right) - r^2\left(\frac{1}{2} - (z-1)\right)\right] + 1, & z > 1. \end{cases} \quad (2)$$

Осевое распределение потенциала электростатического поля имеет вид

$$\Phi(z) = \begin{cases} 3z^2\left(1 - \frac{2}{3}z\right), & z \leq 1, \\ 1 - (z-1)^2(5-2z), & z > 1. \end{cases} \quad (3)$$

Как видно, данное осевое распределение непрерывно и обладает непрерывной первой производной. В то же время никакими ухищрениями при решении задачи Коши в стандартной постановке не удастся получить форму электрода, разделяющего обе линзы, т. е. получить точку ветвления эквипотенциальной линии в центре отрезка с начальными данными и эквипотенциальную область внутри данной линии. Очевидный выход из этого положения состоит в том, чтобы поместить внутри данной области источники поля в виде зарядов простого слоя плотностью σ , которую можно найти, удовлетворяя данным Коши на оси. Примечательным в этой задаче является то обстоятельство, что области обеих линз фактически изолированы друг от друга, и возмущение поля в одной из них не может сказываться на поле в другой, но осевое распределение поля «не знает» об этом, так как из его вида трудно сделать подобное заключение (см. рис. 2,б). Разумеется, реальная система содержит апертурное отверстие, соединяющее пару линз, для обес-

печения прохождения пучка заряженных частиц. В этом случае поверхность с зарядами σ должна заканчиваться на границе отверстия диафрагмы. Форма же ее, вообще говоря, не фиксирована, и вариации этой формы могут порождать различные семейства эквипотенциалей, отвечающие одному и тому же осевому распределению (см. рис. 3—4). Следующий из рассматриваемых нами примеров — вариант антисимметричного включения линз Батлера, осевое распределение которого изображено на рис. 2,б. Поскольку и здесь обе линзы пространственно не связаны друг с другом, в точности такую же напряженность поля с непрерывной производной $\Phi'(z)$ создает система, в которой на электродах правой линзы заданы потенциалы 0 и 1, т. е. в центральной точке на оси существует разрыв осевого распределения $\Phi''(z)$.

$$\varphi(r, z) = \begin{cases} 3\left[z^2\left(1 - \frac{2}{3}z\right) - r^2\left(\frac{1}{2} - z\right)\right] - 1, & z < 1, \\ 3\left[(z-1)^2\left(1 - \frac{2}{3}(z-1)\right) - r^2\left(\frac{1}{2} - (z-1)\right)\right], & z > 1. \end{cases} \quad (2')$$

Такая постановка задачи в классическом варианте решения задачи Коши не рассматривалась ранее в известных нам работах. В то же время удовлетворить условиям поставленной задачи нетрудно введением в область разрыва двойного слоя (диполей плотностью ν), который также будет определен из условий удовлетворения данным Коши.

Приведенные выше рассуждения дают возможность сформулировать этапы предлагаемого нами метода;

1. На основе априорной информации об ЭОС ввести три типа граничных поверхностей:

- «обычная поверхность» — поверхность, несущая и источники поля, и граничные условия (типа Дирихле, Неймана, условия сопряжения диэлектриков и т. д.), служащая для описания заранее заданных элементов ЭОС — электродов, участков искомых электродов, границ диэлектриков и т. д.;
- «скелетная поверхность» — поверхность, несущая одновременно распределение плотностей зарядов и диполей (с дипольным моментом, ортогональным поверхности), непрерывные участки которой служат «остовами» искомых электродов;
- «дополнительная поверхность» — поверхность, несущая только условия на поле, служащая для ввода электронно-оптических

требований (переносом распределения поля из решения внутренней задачи, заданием осевого распределения, условиями гладкости на свободных границах «встраиваемого» фрагмента).

2. Найти распределение источников поля на поверхностях а, б, минимизирующее погрешность выполнения условий на поверхностях а, с, при выполнении дополнительных ограничений (на величину разрыва на поверхностях б, на отношение абсолютных погрешностей на поверхностях а, с и т. д.) и с учетом влияния собственных полей пучка заряженных частиц.

3. Построив эквипотенциали по найденному распределению источников, вариацией ограничений п. 2 получить «полосы допусков» — области смещений эквипотенциалей, вызванных этими вариациями. Наконец, вписав достаточно «технологичные» кривые в эти «полосы допусков» получить конфигурацию искомых электродов.

Варианты реализации численных алгоритмов для модельных задач будут проиллюстрированы ниже, а теперь мы перейдем к последовательному изложению предлагаемого метода.

В самом общем виде математическая постановка задачи синтеза ЭОС может выглядеть так. Пусть имеется не обязательно односвязная кусочно-гладкая граница s , на которой заданы краевые условия вида

$$\left(\alpha\varphi + \beta \frac{\partial\varphi}{\partial n}\right) \Big|_s = \Psi(s), \quad (4)$$

а на поверхности s_0 заданы данные Коши

$$\varphi|_{s_0} = \Phi(z). \quad (5)$$

Если теперь ввести поверхность Γ с источниками поля в виде зарядов плотностью σ и диполей плотностью ν , то относительно плотностей неизвестных источников можно записать систему интегральных уравнений

$$\begin{aligned} \Psi(\tau) = & \int_{\Gamma} \sigma(t) \left[\alpha G_{\sigma}(\tau, t) + \beta \frac{\partial}{\partial n} G_{\sigma}(\tau, t) \right] d\Gamma + 2\pi\beta\sigma(\tau) + \\ & + \int_{\Gamma} \nu(t) \left[\alpha G_{\nu}(\tau, t) + \beta \frac{\partial}{\partial n} G_{\nu}(\tau, t) \right] d\Gamma + 2\pi\alpha\nu(\tau), \quad t \in \Gamma, \quad \tau \in s. \end{aligned} \quad (6)$$

$$\Phi(\tau) = \int_{\Gamma} [\sigma(t) G_{\sigma}(\tau, t) + v(t) G_v(\tau, t)] d\Gamma + 2\pi v(\tau), \quad t \in \Gamma, \quad \tau \in s_0. \quad (7)$$

В операторном виде система уравнений (6) — (7) может быть представлена уравнением

$$GX = F, \quad (8)$$

где $X = \begin{Bmatrix} \sigma \\ v \end{Bmatrix}$ — вектор решения, $F = \begin{Bmatrix} \Psi \\ \Phi \end{Bmatrix}$ — вектор правой части, а G — интегральный оператор, отвечающий системе (6) — (7).

Ядра потенциалов простого и двойного слоя в декартовой системе координат имеют вид $G_{\sigma} = (4\pi\epsilon_0 R_{PQ})^{-1}$, $G_v = \frac{\partial}{\partial n_Q} (4\pi\epsilon_0 R_{PQ})^{-1}$,

где: R_{PQ} — расстояние между точками P и Q .

Устойчивость решения уравнения (8) повышается, если исходную задачу определить в терминах слабой, или вариационной формулировки, т. е. из условия минимума функционала

$$L = (X^* G^* - F^*) (GX - F), \quad (9)$$

которому соответствует уравнение Эйлера

$$G^* GX = G^* F. \quad (10)$$

Расширение класса допустимых решений осуществляется введением модифицированного функционала

$$L_D = (X^* G^* - F^*) D (GX - F), \quad (11)$$

где D — диагональный оператор, содержащий весовые множители w_i , которые отвечают отдельным фрагментам поверхности Γ . Введение этих весовых множителей отражает степень влияния отдельных электродов или вспомогательных поверхностей с источниками на качество синтезируемого решения. Варьирование величин w_i в ходе решения задачи синтеза позволяет определить границы допусков на отклонение геометрии электродов при заданных допустимых отклонениях электронно-оптических параметров системы.

Резюмируя, еще раз поясним основные концепции предлагаемого конструктивного подхода к решению задачи синтеза. В излагаемом нами методе в руках конструктора имеются вышеизложенные средства управления качеством синтезируемого решения, и эти средства обладают простой и ясной физической интерпретацией. Задача в целом формулируется не как задача Коши, а в виде за-

дачи, в которой часть априорной информации имеет вид краевых условий и обеспечивает решение технологических проблем крепления электродов и элементов конструкции, а также обеспечение электрической прочности изделия. Другая часть информации имеет вид данных Коши и отвечает за качество воспроизведения электронно-оптических параметров системы. При этом разработчику доступны широкие классы допустимых решений, а выделение желаемого решения из этих классов достигается как техникой введения поверхностей с заданными разрывами первого и второго рода путем использования «скелетных поверхностей» с источниками поля, так и выбором весовых параметров, определяющих степень влияния отдельных электродов.

3. АЛГОРИТМ ЧИСЛЕННОГО РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ СИНТЕЗА

При численной аппроксимации системы интегральных уравнений (6) — (7) используется метод аппроксимации и коллокаций, развитый в работах [23—29]. Поверхности границы s и источников поля Γ представляются параметрическими уравнениями кусочно-гладких фрагментов

$$\begin{aligned} x &= x_i(\tau) & i &= 1, \dots, m, \\ y &= y_i(\tau) & \tau_{ni} &\leq \tau \leq \tau_{ki} \end{aligned} \quad (12)$$

Для искомой плотности источников $X(t)$, предложена интерполяция кубическими сплайнами

$$\begin{aligned} x(t) &= M_{j-1} \frac{(t_j - t)^3}{6h_j} + M_j \frac{(t - t_{j-1})^3}{6h_j} + \left(X_{j-1} - M_{j-1} \frac{h_j^2}{6} \right) \frac{t_j - t}{h_j} + \\ &+ \left(X_j - M_j \frac{h_j^2}{6} \right) \frac{t - t_{j-1}}{h_j}, \quad h_j = t_j - t_{j-1}, \quad X_j = X(t_j), \end{aligned} \quad (13)$$

коэффициенты M_j которых находятся из условия непрерывности функции $X(t)$ в узлах интерполяции и краевых условий вида $X'' = 0$ на концах интервала. Применяя квадратурные формулы Гаусса для вычисления интегралов по границе Γ , сведем систему интегральных уравнений (6) — (7) к системе линейных алгебраических уравнений

$$AX = F \quad (14)$$

с прямоугольной матрицей $M \times N$, где M — число узлов поверхностной сетки на границе s , а N — число узлов сетки на границе Γ .

Уравнению Эйлера (10) соответствует система уравнений

$$A^T A X = A^T F \quad (15)$$

с квадратной матрицей $N \times N$. Здесь символ «т» означает операцию транспонирования. К диагональным членам матрицы $C = A^T A$ для модифицированного функционала (11) следует добавить весовые множители ω_i соответствующих поверхностей.

Ядро потенциала простого слоя в осесимметричном случае имеет вид

$$G_\sigma(r, z; r', z') = \frac{r' K(k)}{\pi \epsilon_0 \sqrt{(r+r')^2 + (z-z')^2}} \equiv \frac{r' K(k)}{\pi \epsilon_0 Q}, \quad (16)$$

а для двойного слоя соответствующее ядро дается выражением

$$G_v(r, z; r', z') = \frac{1}{\pi \epsilon_0} \left\{ \frac{r'}{2rQ} \left[\frac{r'^2 - r^2 + (z-z')^2}{Q} E(k) - K(k) \right] \cos(\mathbf{n}, \mathbf{e}_r) + \frac{r'(z'-z) E(k)}{Q[(r-r')^2 + (z-z')^2]} \cos(\mathbf{n}, \mathbf{e}_z) \right\}, \quad (17)$$

где $K(k)$ и $E(k)$ — полные эллиптические интегралы первого и второго рода от параметра $K^2 = 4rr' / ((r+r')^2 + (z-z')^2)$.

Техника выделения особенностей ядер интегральных уравнений и особенностей поведения решения $X(t)$ в окрестностях угловых точек контура области детально описана в работе [28].

Для случая плоскопараллельной геометрии системы выражения ядер интегральных уравнений принимают более простой вид:

$$G_\sigma(x, y; x', y') = + \frac{1}{2\pi \epsilon_0} \ln[(x-x')^2 + (y-y')^2], \quad (18)$$

$$G_v(x, y; x', y') = \frac{1}{\pi \epsilon_0} \frac{(x-x') \cos(\mathbf{n}, \mathbf{e}_x) + (y-y') \cos(\mathbf{n}, \mathbf{e}_y)}{(x-x')^2 + (y-y')^2}. \quad (19)$$

При решении самосогласованных задач электронной оптики к уравнениям поля следует добавить уравнения движения заряженных частиц с массой покоя M_0 и зарядом Z в скрещенных полях с напряженностью E и B

$$\dot{\mathbf{p}} = Z(\mathbf{E} + [\mathbf{v} \times \mathbf{B}]), \quad \mathbf{p} = M_0 \gamma \mathbf{v}, \quad \gamma = (1 - v^2/c^2)^{-1/2}. \quad (20)$$

Здесь p — импульс частицы, а v — ее скорость. Учет собственных полей осуществляется в рамках модели «трубок тока», для которой компоненты поля определяются интегрированием по объему V , занятому пучком

$$\varphi_\sigma(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi \epsilon_0} \int_V \frac{\rho(\mathbf{r}')}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} dV', \quad \mathbf{B}(\mathbf{r}) = 4\pi \mu_0 \int_V \frac{\mathbf{j}_x(\mathbf{r}-\mathbf{r}')}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|^3} dV', \quad \mathbf{j} = \rho \mathbf{v}. \quad (21)$$

Учет собственного поля пучка по формулам (21) приводит к модификации правой части в интегральном уравнении (6), что дает возможность получить самосогласованное решение задачи синтеза путем совместного решения системы уравнений (10), (20) — (21).

Численная модель уравнений самосогласованного поля подробно рассмотрена в [28].

4. НЕКОТОРЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Описанные нами постановки задач и математические модели были реализованы в пакете прикладных программ СИНТЕЗ-2, предназначенном для численного решения задач синтеза двумерных плоскопараллельных и осесимметричных статических полей с учетом влияния собственных электромагнитных полей интенсивных пучков релятивистских заряженных частиц. Алгоритмы траекторной части задачи синтеза основаны на моделях, реализованных в пакете POISSON-2 [30] системы ТОПАЗ [31].

При численном моделировании задачи симметричного включения линз Батлера, описываемой формулами (2) — (3), для общего числа неизвестных значений поверхностной плотности источников поля $N=48$ точность восстановления решения в области $0 \leq z \leq 2$, $0 \leq r \leq 1$ составляет величину $\delta\varphi/\varphi \approx 5 \cdot 10^{-4}$ при значении ограничивающего веса $\omega^2 = 2 \cdot 10^{-3}$ на «скелетной поверхности», которая представляет собой прямую $z=1$. При проверке точности решение вычисляется в узлах прямоугольной сетки 11×12 , покрывающей расчетную область. Время решения задачи на ЕС-1060 составляет 1 мин 19 сек.

В связи с отсутствием отверстия, соединяющего обе линзы, такая задача лишена практического интереса, поэтому в дальнейшем исследовалась модифицированная задача, в которой данные Коши заданы на отрезке оси $0,5 \leq z \leq 1,5$, «скелетная поверхность» обры-

вается, не доходя до оси на величину $r=0,1$, а внешняя граница представляет собой два боковых и верхний электроды, на которых заданы условия Дирихле вида (2) или (2'). При вариационном подходе такая постановка отвечает нахождению приближенного поля, минимизирующего функционал отклонений граничных значений поля от заданных величин на поверхностях границы и отрезке с данными Коши с соответствующими весовыми множителями ω_i для каждой из поверхностей.

На рис. 3—4 приведены картины изолиний синтезированных полей для симметричного включения линз с весами $\omega^2=0,09$ и $\omega^2=0,2$, соответственно, на «скелетной поверхности». Относительная погрешность решения в этом случае составляет $\delta\varphi/\varphi \approx 5 \cdot 10^{-3}$.

Решение задачи с различными значениями весовых коэффициентов дает в картине эквипотенциалей полосу допусков. Внутри полосы, образуемой двумя одинаковыми эквипотенциалами, соответствующими различным значениям весов ω , форму электрода можно выбирать произвольным образом из условий простоты технологического исполнения, причем варьирование формы внутри полосы допусков гарантирует выполнение условий, при которых возмущение осевого поля не выходит за границы заранее обусловленной погрешности.

Менее очевидная картина электродоподобных эквипотенциалей отвечает антисимметричному включению линз Батлера, изображенному на рис. 5—6, также с различными весовыми множителями. Рассмотренные задачи иллюстрируют возможность создания сложной ЭОС, осевые фокусирующие поля которой при априорно заданных ограничениях на габариты прибора и размер апертуры минимально отличаются от линейных, для которых $E_r(r, z) = rf(z)$, что предоставляет возможность минимизации геометрических аберраций.

Пример построения аналитического продолжения решения можно реализовать на следующей модели: на боковых электродах и оси сохраним краевые условия и данные Коши, отвечающие уже рассмотренным нами задачам, а на верхней поверхности потребуем выполнения условия Неймана $\frac{\partial\varphi}{\partial r} = 0$ и линейности потенциала

$$\varphi(1, z) = \begin{cases} -1,5+4z, & z \leq 1, \\ 2,5-4(z-1), & z > 1. \end{cases} \quad (22)$$

для симметричной задачи и

$$\varphi(1, z) = \begin{cases} -2,5+4z, & z \leq 1, \\ -1,5+4(z-1), & z > 1, \end{cases} \quad (23)$$

для антисимметричной.

Во избежание недоразумений заметим, что требование выполнения двух условий на одной поверхности не противоречит задаче, так как наша задача не является чисто краевой. Верхняя поверхность здесь играет ту же роль, что и отрезок оси с данными Коши, на котором задается распределение $\Phi(z)$ и выполняется условие $\frac{\partial\varphi}{\partial r} = 0$. Такой постановкой мы потребовали, чтобы при $r > 1$ синтезированное нами решение для внутренней подсистемы гладким образом переходило в однородное поле с сохранением постоянной толщины центрального электрода. На рис. 7—10 показаны результаты численного решения этой задачи.

Отметим, что для пучков с распределением плотности заряда

$$\rho(r, z) = f(z) + r^2 g(z), \quad r \leq R_0 \quad (24)$$

построение осевого поля самосогласованной задачи, являющегося кубическим полиномом по z , во внутренней области пучка приводит также к линейным по r фокусирующим полям E_r . Это позволяет скомпенсировать геометрические аберрации, вызванные наличием объемного заряда, за счет соответствующего изменения конфигурации электродов синтезируемого поля. На рис. 11—12 показаны самосогласованные решения задачи синтеза симметричных конфигураций линз для пучка с энергией $\epsilon_0/U = 4$ и первеансом

$$P = \sqrt{\frac{m}{e}} \frac{J}{\epsilon_0 U^{3/2}} = 0,55.$$

5. ОСОБЕННОСТИ И ДОСТОИНСТВА ПРЕДЛОЖЕННОЙ МЕТОДИКИ

В заключение можно сформулировать выводы о том, что предложенная в работе методика позволяет:

- 1) осуществить синтез электронно-оптических систем с электродами конечных размеров;
- 2) рассчитать форму электродов на основе априорно заданной «скелетной части» для формирования полей с заданными свойствами в области движения пучка с минимально допустимыми погрешностями;

- 3) выполнить конструктивные требования электрической прочности в области заделки электродов в изолирующую колбу;
- 4) синтезировать систему электродов шевронного типа, комбинируя «скелетные поверхности» с обычными так, чтобы выполнялись дополнительные конструктивные требования (например, исключение зон прямой видимости пучка на керамику и т. д.);
- 5) компоновать сложную ЭОС из различных фрагментов с сохранением их свойств, а также осуществлять коррекцию поля одних фрагментов с помощью других;
- 6) получить количественные оценки геометрических допусков на форму электродов, обуславливаемую требованиями технологичности их изготовления, не выходя за рамки априорно задаваемой вычислительной погрешности;
- 7) работать с численной моделью пучка (трубки тока, макрочастицы), полученной в результате решения внутренней задачи синтеза.

Авторы выражают признательность А.Ф. Булушеву и О.Н. Брежневу за ценные обсуждения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Пирс Дж. Теория и расчет электронных пучков.—М.: Сов. радио, 1956.—180 с.
2. Meltzer B. Electron Flow in Curved Path under Space-Charge Conditions.—Proc. Phys. Soc., 1949, v.62, N 355B, p.431—437.
3. Lomax P.J. Exact Electrode Systems for the Formation of a Curved Space-Charge Beam.—J. of Electronics, 1957, v.3, N 4, p.367—371.
4. Kirstein P.T. On the Determination of the Electrodes Required to Produce a Given Electric Field Distribution along a Prescribed Curve.—Proc. IRE, 1958, v.46, N 10, p.1716—1722.
5. Kirstein P.T., Kino G.S. Solution to the Equation of Space-Charge Flow by the Method of the Separation of Variables.—J. Appl. Phys., 1958, v.29, N 12, p.1758—1767.
6. Harker K.J. Determination of Electrode Shapes for Axially Symmetric Electron Guns.—J. Appl. Phys., 1960, v.31, N 12, p.2865—2870.
7. Tretner von W. Existenzbereiche Rotationsymmetrischer Elektronenlinsen.—Optic, 1959, B.16, N 3, p.155—184.
8. Szilágyi M. A New Approach to Electron Optical Optimization.—Optic, 1977, B.48, N 2, p.215—224.
9. Szilágyi M. A Dynamic Programming Search for Electrostatic Immersion Lenses with Minimum Spherical Aberration.—Optic, 1978, B50, N 1, p.35—51.
10. Szilágyi M., Yakowitz S.J., Duff M.O. Procedure for Electron and Ion Lense Optimization.—Appl. Phys. Lett., 1984, v.44, N 1, p.7—9.
11. Овчаров В.Т. Аксиально-симметричные электронные пучки заданной формы.—ДАН СССР, 1956, т.107, № 1, с.47—50.
12. Овчаров В.Т. Теория формирования электронных пучков.—Радиотехн. и элект-

- роника, 1957, № 6, с.696—704.
13. Кормилицын Б.Т., Овчаров В.Т. Об уравнении параксиальной оптики электронных пучков с большой плотностью тока.—Радиотехн. и электроника, 1960, № 7, с.1112—1117.
14. Овчаров В.Т. Уравнения электронной оптики для плоскосимметричных и осесимметричных электронных пучков с большой плотностью тока.—Радиотехн. и электроника, 1962, № 8, с.1367—1378.
15. Овчаров В.Т., Пензяков В.В. Приближенное решение внутренней задачи теории формирования электронных пучков.—Радиотехн. и электроника, 1970, № 8, с.1651—1658.
16. Овчаров В.Т., Пензяков В.В. Приближенное решение внешней задачи теории формирования электронных пучков.—Радиотехн. и электроника, 1970, № 9, с.1897—1902.
17. Данилов В.Н., Сыровой В.А. Приближенное решение задачи Коши для уравнения Лапласа применительно к проблеме формирования плотных пространственно-неоднородных пучков заряженных частиц.—Прикл. матем. и мех., 1971, т.35, № 4, с.656—668.
18. Данилов В.Н., Сыровой В.А. О параксиальном приближении во внешней задаче формирования пространственных электронных пучков.—Радиофизика, 1977, т.20, № 11, с.1727—1739.
19. Данилов В.Н., Дроздов С.С., Лаврентьев Ю.В. и др. Расчет трехмерной электростатической электронной пушки с криволинейной осью методом синтеза.—Электрон. техн., сер.1, Электроника СВЧ, 1976, № 2, с.53—57.
20. Сыровой В.А. Решение задачи Коши для уравнения Лапласа в трехмерном случае применительно к проблеме формирования интенсивных пучков заряженных частиц.—Прикл. матем. и мех., 1971, т.34, № 1, с.4—12.
21. Сыровой В.А. Методы решения внешней задачи теории формирования.—В кн.: Новые методы расчета электронно-оптических систем. М.: Наука, 1983, с.55—60.
22. Сыровой В.А. О синтезе непараксиальных релятивистских пучков заряженных частиц.—Радиотехн. и электроника, 1985, т.30, № 4, с.793—804.
23. Шантурин Л.П. Синтез анодно-плазменных систем формирования электронных потоков.—Радиотехн. и электроника, 1980, № 3, с.612—622.
24. Гурбанов Г.Г., Касьянов П.П., Таганов И.Н. Распространение потенциала поля в пространство по заданному его распределению на оси.—Радиотехн. и электроника, 1967, № 4, с.659—661.
25. Вабищевич П.Н. Разностные методы решения задачи Коши для эллиптических уравнений.—Журн. вычисл. матем. и матем. физики, 1981, т.21, № 2, с.509—511.
26. Володин А.И., Данилов В.А., Славянский В.В. Восстановление магнитного поля по распределению на оси методом сеток.—В кн.: Алгоритмы и методы расчета электронно-оптических систем. Новосибирск, 1983, с.108—113/Сб. тр. VII Всесоюзн. сем. по числ. методам решения задач электронной оптики.
27. Молоковский А.И., Сушков А.Д. Интенсивные электронные и ионные пучки.—Л.: Энергия, 1972.—271с.
28. Иванов В.Я. Численное решение интегральных уравнений теории потенциала в задачах электронной оптики.—Диссертация на соиск. учен. степени кандидата физ.-мат. наук.—Новосибирск, ВЦ СО АН СССР.—1976.
29. Иванов В.Я. Применение метода интегральных уравнений к решению задачи

Робэна.—В кн.: Вычислительные методы и программирование. Новосибирск, 1975, с.106—113.

30. Астрелин В.Т., Иванов В.Я. Пакет программ для расчета характеристик интенсивных пучков релятивистских заряженных частиц.—Автометрия, 1980, № 3, с.92—96.

31. Иванов В.Я. Информационное обеспечение системы «ТОПАЗ».—В кн.: Численные методы решения задач электронной оптики. Новосибирск, 1979, с.3—14/Сб. научн. тр. ВЦ СО АН СССР.

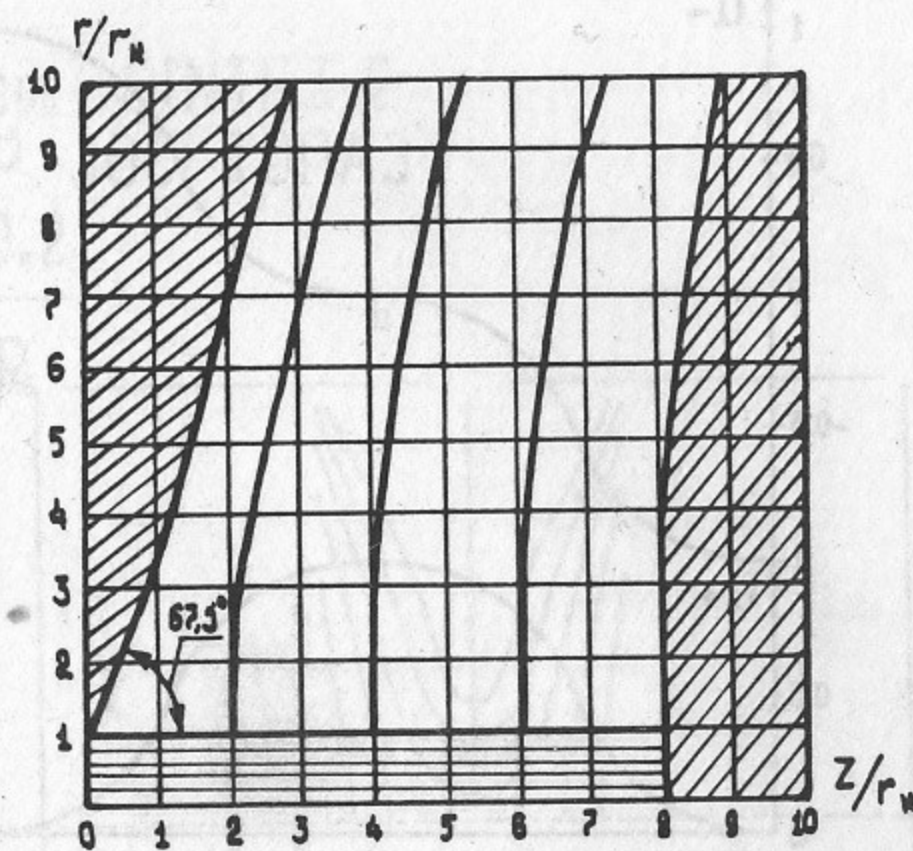
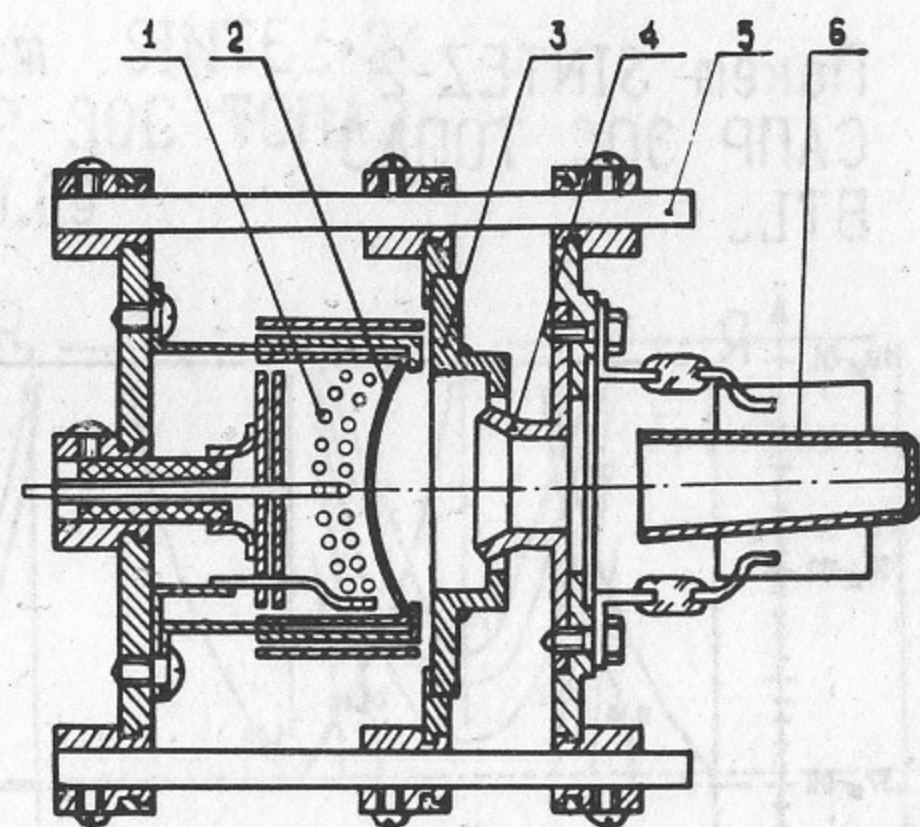


Рис. 1

Пакет SINTEZ-2
САПР ЭОС ТОПАЗ
ВТЛ

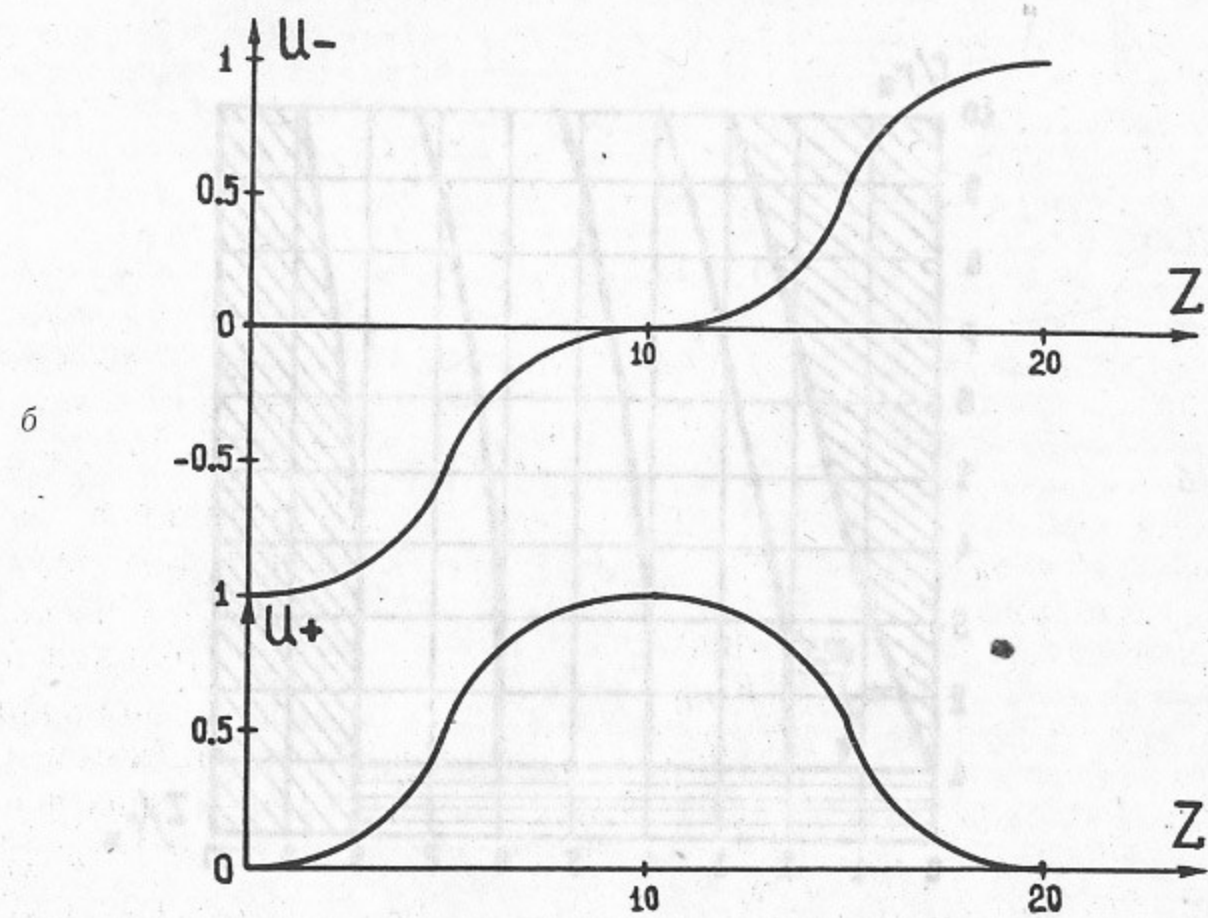
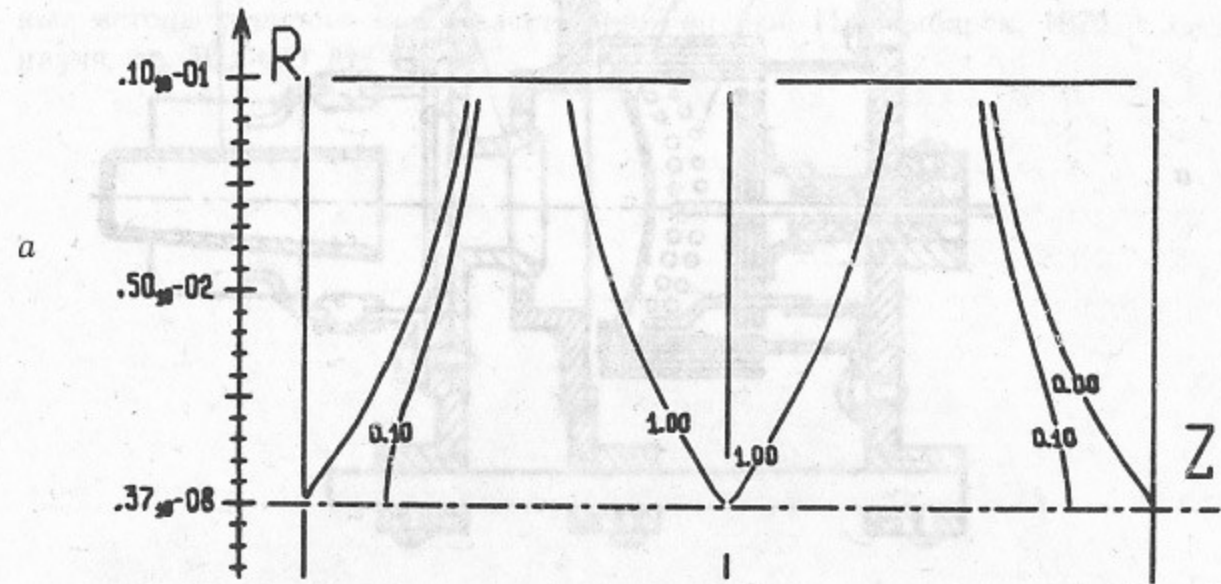


Рис. 2

Пакет SINTEZ-2
САПР ЭОС ТОПАЗ
WS=0.09

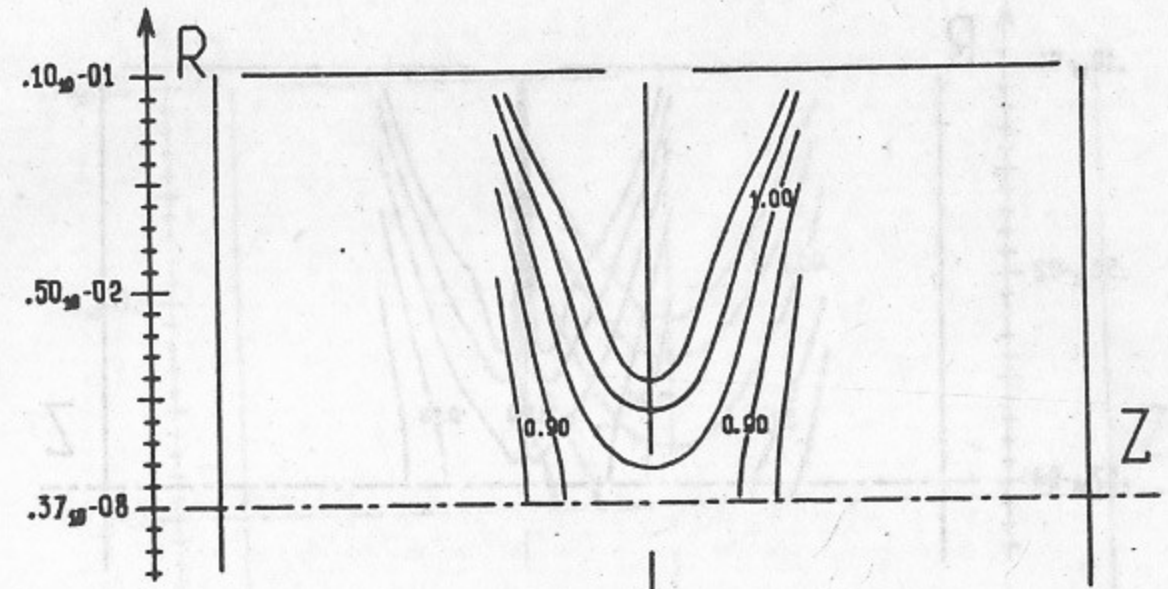


Рис. 3

Пакет SINTEZ-2
САПР ЭОС ТОПАЗ
WS=0.2

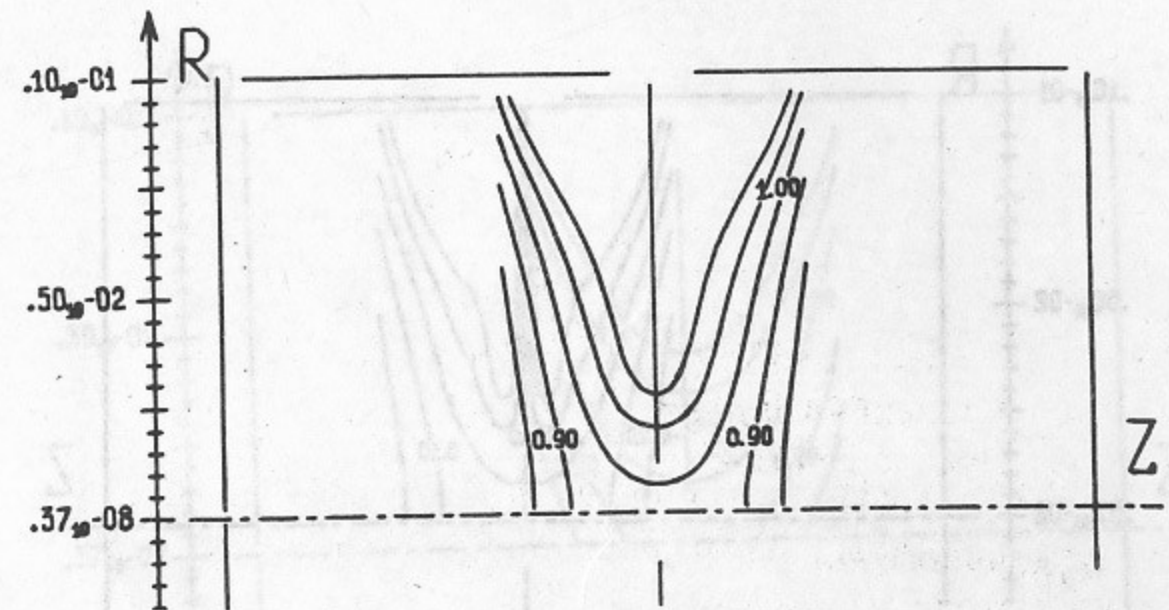


Рис. 4

Пакет SINTEZ-2
САПР ЭОС ТОПАЗ
 $\omega_A=0.09$

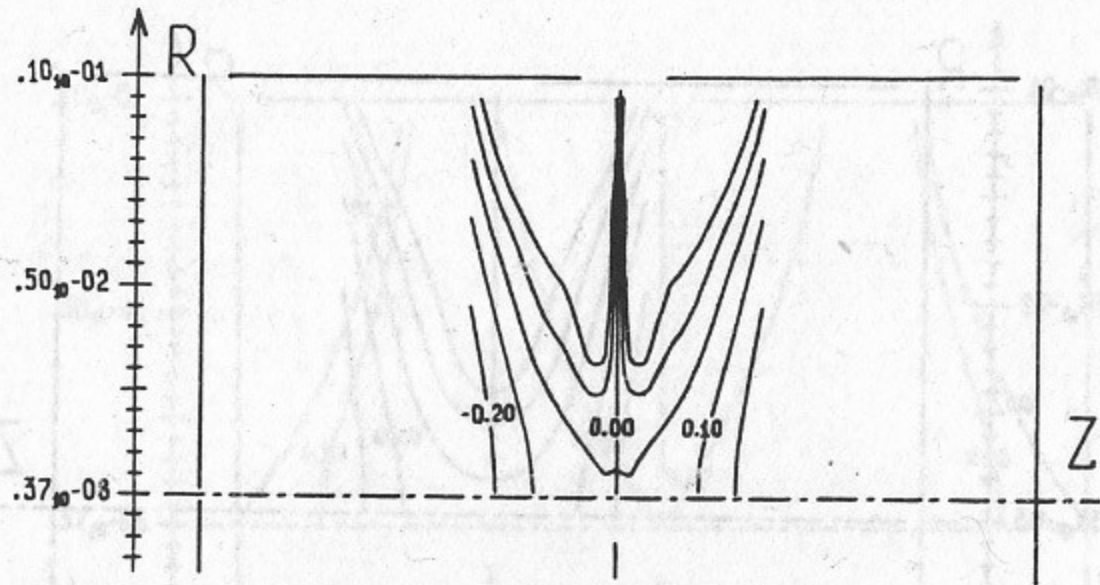


Рис. 5

Пакет SINTEZ-2
САПР ЭОС ТОПАЗ
 $\omega_A=0.2$

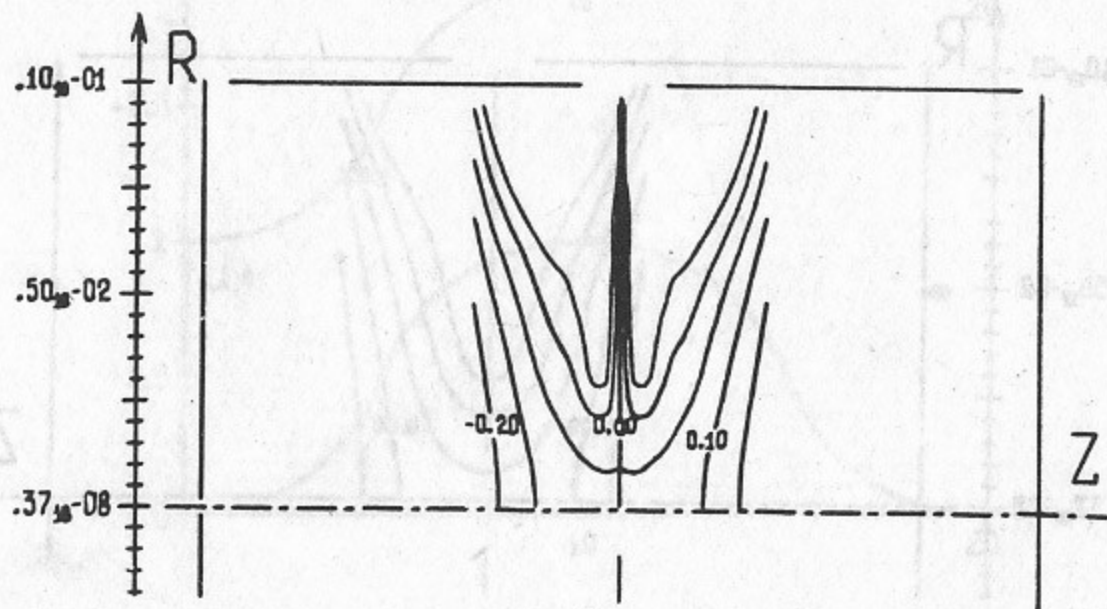


Рис. 6

Пакет SINTEZ-2
САПР ЭОС ТОПАЗ
 $\omega_S=0.2$

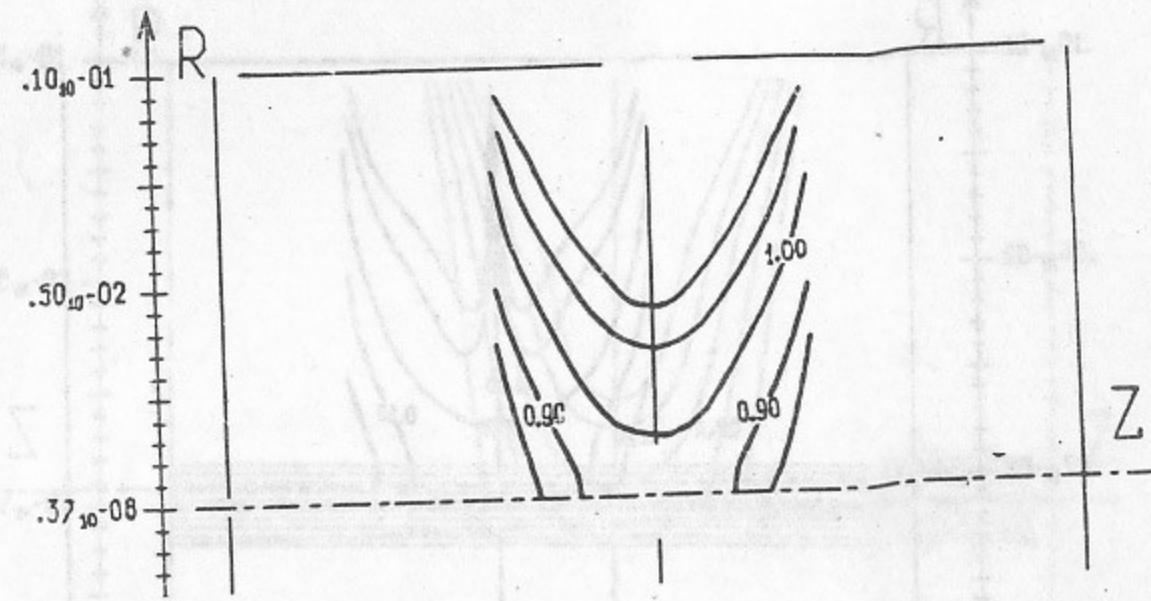


Рис. 7

Пакет SINTEZ-2
САПР ЭОС ТОПАЗ
 $\omega_S=0.25$

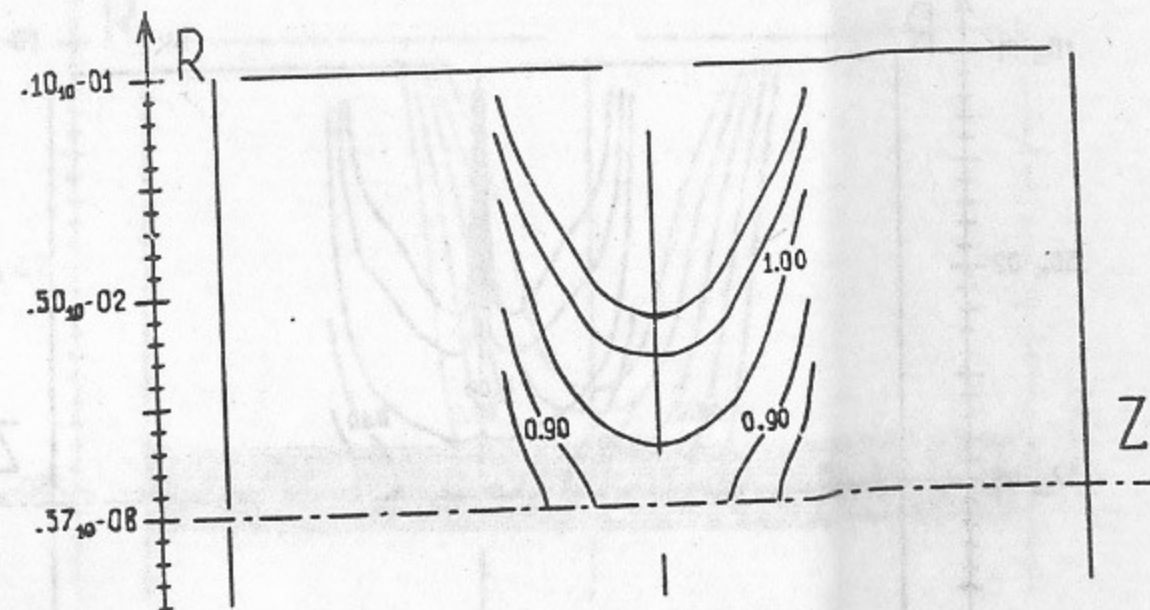


Рис. 8

Пакет SINTEZ-2
 САПР ЭОС ТОПАЗ
 $\omega A = 0.15$

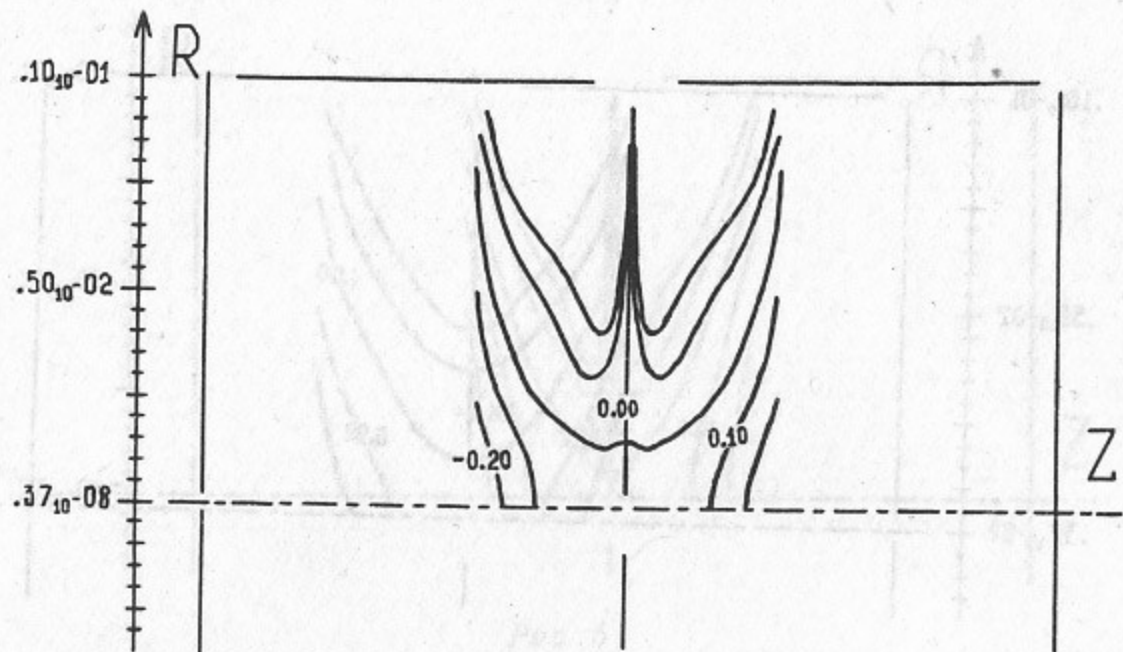


Рис. 9

Пакет SINTEZ-2
 САПР ЭОС ТОПАЗ
 $\omega A = 0.2$

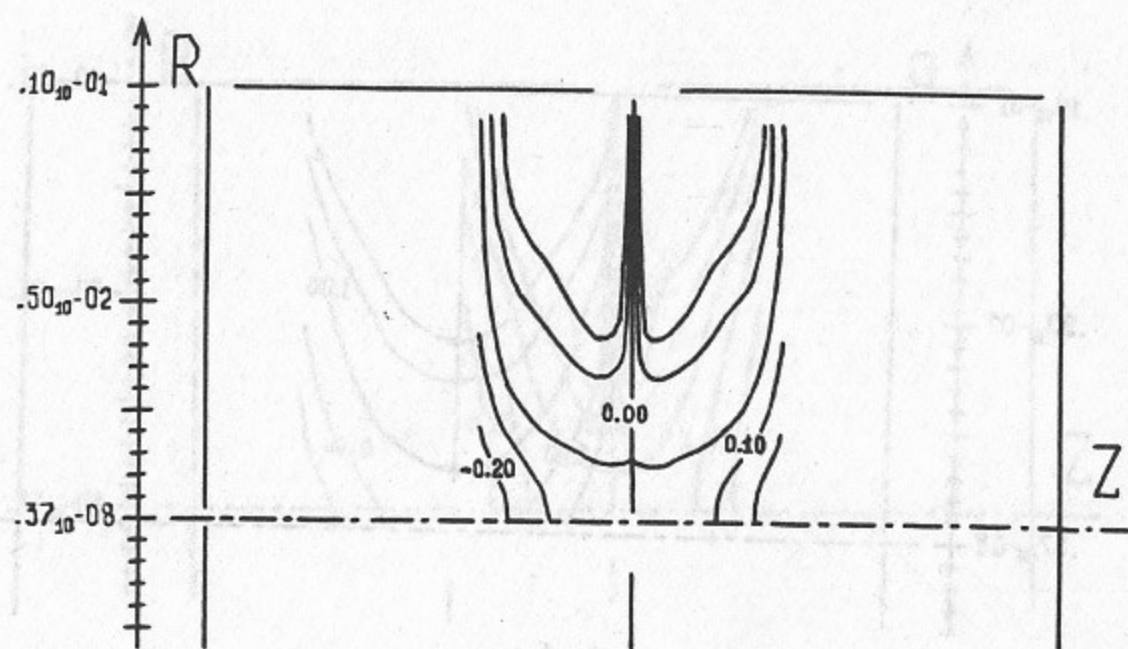


Рис. 10

Пакет SINTEZ-2
 САПР ЭОС ТОПАЗ
 $\omega S = 0.2$

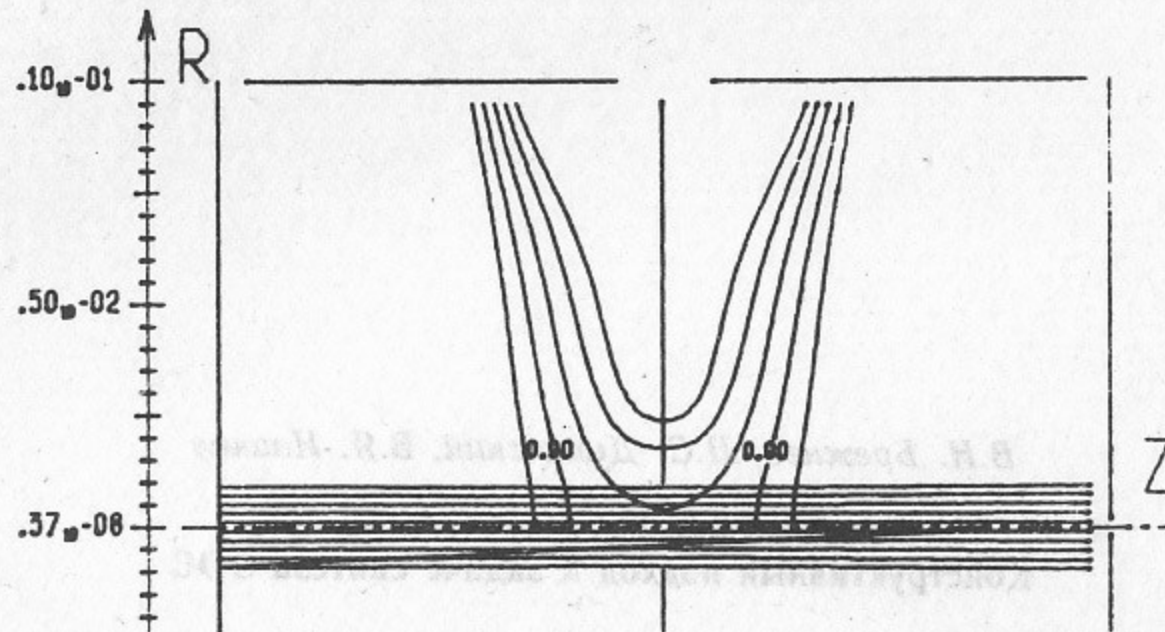


Рис. 11

Пакет SINTEZ-2
 САПР ЭОС ТОПАЗ
 $\omega S = 0.30$

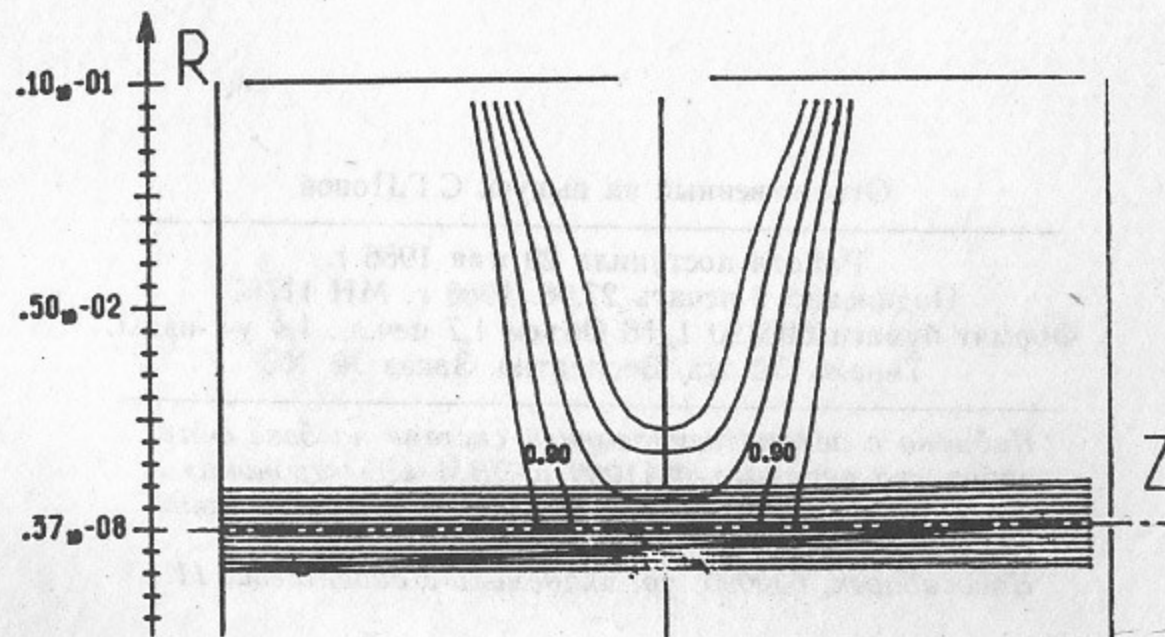


Рис. 12

В.Н. Брежнев, Н.С. Диканский, В.Я. Иванов

Конструктивный подход к задаче синтеза ЭОС

Ответственный за выпуск С.Г.Попов

Работа поступила 29 мая 1986 г.
Подписано в печать 27.06. 1986 г. МН 11761
Формат бумаги 60×90 1/16 Объем 1,7 печ.л., 1,4 уч.-изд.л.
Тираж 170 экз. Бесплатно. Заказ № 103

*Набрано в автоматизированной системе на базе фото-
наборного автомата ФА1000 и ЭВМ «Электроника» и
отпечатано на ротапринтере Института ядерной физики
СО АН СССР,
Новосибирск, 630090, пр. академика Лаврентьева, 11.*