

55

ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ СО АН СССР



М.М. Карлинер, С.И. Маньков, Б.М. Фомель,  
В.П. Яковлев

РОСТ ЭНЕРГЕТИЧЕСКОГО РАЗБРОСА ПУЧКА  
ВСЛЕДСТВИЕ ДЕЙСТВИЯ СИНХРОТРОННОГО  
ИЗЛУЧЕНИЯ В МАГНИТНОЙ ФОКУСИРУЮЩЕЙ  
СИСТЕМЕ ЛИНЕЙНЫХ УСКОРИТЕЛЕЙ НА  
БОЛЬШИЕ ЭНЕРГИИ

ПРЕПРИНТ 86-94



НОВОСИБИРСК  
1986

РОСТ ЭНЕРГЕТИЧЕСКОГО РАЗБРОСА ПУЧКА ВСЛЕДСТВИЕ  
ДЕЙСТВИЯ СИНХРОТРОННОГО ИЗЛУЧЕНИЯ В МАГНИТНОЙ  
ФОКУСИРУЮЩЕЙ СИСТЕМЕ ЛИНЕЙНЫХ УСКОРИТЕЛЕЙ НА  
БОЛЬШИЕ ЭНЕРГИИ

М.М.Карлинер, С.И.Маньков, Б.М.Фомель, В.П.Яковлев

А Н Н О Т А Ц И Я

В настоящей работе рассмотрено влияние на динамику пучка синхротронного излучения в магнитной фокусирующей системе линейных суперколлайдеров.

Показано, что синхротронное излучение может приводить к заметному росту энергетического разброса и является одним из факторов, ограничивающих силу поперечной фокусировки. Поскольку сила фокусировки, необходимая для подавления поперечной кумулятивной неустойчивости пропорциональна заряду сгустка, действие синхротронного излучения дает ограничение на число ускоряемых частиц.

A b s t r a c t

The modification of beam dynamics due to synchrotron radiation in the magnetic transverse focussing system of linear supercolliders is discussed.

Synchrotron radiation is shown to be one of the factors, which limits the focussing strength and can increase the energy spread. The focussing strength for transverse cumulative instability suppress is proportional to a charge of the bunch, so the effect of synchrotron radiation limits the number of accelerating particles.

1. В последнее время в ряде физических центров обсуждаются проекты линейных ускорителей электронов на энергию 100-1000 ГэВ и с  $10^{11}$  -  $10^{12}$  частиц, ускоряемых за импульс. Для обеспечения поперечной устойчивости пучка предусматривается фокусировка частиц магнитными квадрупольными линзами. Прохождение электронного пучка через магнитную фокусирующую систему будет сопровождаться синхротронным излучением, причем потери энергии на единицу длины пропорциональны квадрату энергии продольного движения и квадрату амплитуды поперечных колебаний.

В работе [1] рассматривается вопрос о снижении темпа ускорения в суперлинеке из-за потерь энергии на синхротронное излучение.

В настоящей работе обращается внимание на то, что, помимо снижения темпа ускорения, синхротронное излучение приводит к увеличению энергетического разброса в пучке и росту поперечного фазового объема, из-за хроматизма магнитной системы.

Расчет увеличения энергетического разброса и поперечного фазового объема пучка проделан для параметров проектируемого ускорителя ВЛЭИП [2].

2. При оценке увеличения энергетического разброса будем считать, что распределение плотности частиц в поперечном фазовом пространстве  $(X, X')$  гауссово, а длина волны бетатронных колебаний  $\lambda$  зависит от энергии  $E$  следующим образом:

$$\lambda = \lambda_0 (E/E_0)^\alpha \quad (2.1)$$

Здесь  $\lambda_0$  - начальная длина волны;  $E_0$  - начальная энергия. Величины  $\lambda_0$  и  $\alpha$  определяются из условия подавления поперечной кумулятивной неустойчивости пучка [3].

Оценки проделаем для структуры FODO. Пусть  $Z_0$  - расстояние между линзами;  $l$  - длина линзы;  $\mu$  - сдвиг фазы колебаний на период. Рассмотрим структуру с  $Z_0 = \text{const}$ , для которой согласно [4]

$$\cos \mu \approx 1 - K^4 l^2 Z_0^2 / 2 \quad (2.2)$$

$$K^2 \approx e c G / E \quad (2.3)$$

где  $G$  - градиент магнитного поля;  $e$  - заряд электрона,  $c$  - скорость света. Длину волны можно выразить как

$$\lambda \approx 4\pi z_0/\mu \quad (2.4)$$

Из (2.1-2.4) следует, что

$$G^2 \approx \frac{(4\pi)^2 E^2}{e^2 \ell^2 c^2 \lambda_0^2} \left(\frac{E_0}{E}\right)^{2\alpha} \quad (2.5)$$

Средняя по периоду структуры величина потерь за счет синхротронного излучения на единицу длины равна [5]

$$\left\langle \frac{d\delta E}{dz} \right\rangle = \frac{2}{3} \frac{e^2 r_0 c^2 E^2 \overline{B^2}}{\epsilon_0^3} \quad (2.6)$$

Здесь  $r_0$ ,  $\epsilon_0$  - классический радиус и энергия покоя электрона,  $\overline{B^2}$  - средняя величина квадрата магнитного поля:

$$\overline{B^2} = \overline{G^2 X^2} = \frac{\ell}{z_0} G^2 \overline{X^2} \quad (2.7)$$

Так как

$$\overline{X^2} = \frac{\sigma_x^2}{2} = \frac{A_0 \lambda_0}{4\pi} \left(\frac{E_0}{E}\right)^{1-\alpha}, \quad \text{то} \quad (2.8)$$

из (2.6) и (2.7) следует, что

$$\left\langle \frac{d\delta E}{dz} \right\rangle = \frac{8\pi A_0}{3\ell} \frac{r_0 E_0^4}{\epsilon_0^3 z_0 \lambda_0} \left(\frac{E}{E_0}\right)^{3-\alpha} \quad (2.9)$$

Здесь  $A_0$  - начальный поперечный фазовый объем. Заметим, что усреднение  $\overline{X^2}$  по продольной координате мы проводили, считая собственные функции близкими к синусоидальным.

Интегрируя (2.9) по длине структуры, получим энергетический разброс в поперечном сечении пучка на выходе ускорителя:

$$\frac{\delta E}{E} = \frac{8\pi}{3(4-\alpha)} \frac{A_0 r_0 E_0^4}{\ell z_0 \lambda_0 \langle dE/dz \rangle \epsilon_0^3} \left(\frac{E}{E_0}\right)^{3-\alpha} \quad (2.10)$$

Здесь  $\langle dE/dz \rangle$  - средний темп ускорения.

Из условия устойчивости бетатронных колебаний в магнитной фокусирующей системе следует, что  $z_0 < \lambda_0/4$ . При  $z_0 = \lambda_0/8$  имеем:

$$\frac{\delta E}{E} \approx \frac{512\pi}{3(4-\alpha)} \frac{A_0 r_0 E_0^4}{\kappa_3 \lambda_0^3 \langle dE/dz \rangle \epsilon_0^3} \left(\frac{E}{E_0}\right)^{3-\alpha} \quad (2.11)$$

где  $\kappa_3 \equiv \ell/z_0$  - коэффициент заполнения.

Видно, что при  $\alpha < 3$  относительный энергетический разброс растет с ростом энергии.

Пусть  $\eta = \left(\frac{\delta E}{E}\right)_{\max}$  - максимальный допустимый энергетический разброс в месте встречи.

Тогда, согласно (2.11), величина начальной длины волны бетатронных колебаний должна удовлетворять условию

$$\lambda_0 \geq \left[ \frac{512\pi}{3(4-\alpha)} \frac{A_0 r_0 E_0^4}{\eta \kappa_3 \langle dE/dz \rangle \epsilon_0^3} \right]^{1/3} \left(\frac{E}{E_0}\right)^{1-\alpha/3} \quad (2.12)$$

С другой стороны, как было указано выше, величина  $\lambda_0$  определяется условием устойчивости поперечных колебаний частиц пучка. Имеется в виду устойчивость колебаний частиц по отношению к воздействию на них поля излучения при пролете пучка через периодическую ускоряющую структуру. Величина  $\lambda_0$  должна быть тем меньше, чем больше ускоряемых в сгустке частиц. Таким образом, действие синхротронного излучения является одним из факторов, ограничивающих число частиц в ускоряемом сгустке.

3. Количественные расчеты увеличения энергетического разброса пучка вследствие излучения в фокусирующей системе мы проводили численно, используя модель макрочастиц.

Координаты макрочастиц в фазовом пространстве  $(X, X')$  на периоде структуры вычисляются по координатам на предыдущем периоде с помощью матрицы перехода  $M$ . Матрица  $M$  определяется следующим образом:

$$M = M_A(E + \Delta E - \delta E_F - \delta E_D) \cdot M_D(E + \Delta E - \delta E_F) \cdot M_A(E - \delta E_F) \cdot M_F(E) \quad (3.1)$$

Здесь  $E$  - энергия макрочастицы в начале периода;  $\Delta E$  - прирост энергии за счет ускорения в одной ускоряющей секции,  $\delta E_{F,D}$  - потери на синхротронное излучение при пролете фокусирующей и дефокусирующей линз.

Матрицы  $M_F, M_D, M_A$  имеют вид:

$$M_F = \begin{pmatrix} \cos \kappa \ell & \frac{1}{\kappa} \sin \kappa \ell \\ -\kappa \sin \kappa \ell & \cos \kappa \ell \end{pmatrix} \quad (3.2)$$

$$M_D = \begin{pmatrix} chkl & \frac{1}{k} shkl \\ kshkl & chkl \end{pmatrix}$$

$$M_A = \begin{pmatrix} 1 & \frac{E z_0}{\Delta E} \ln \left( \frac{E + \Delta E}{E} \right) \\ 0 & \frac{E}{E + \Delta E} \end{pmatrix}$$

Величина  $\delta E$  вычисляется в соответствии с (2.6):

$$\delta E = \frac{2e^2 r_0 c^2}{3 \epsilon_0^3} E^2 G^2 \chi^2 \ell$$

Начальное распределение макрочастиц в фазовом пространстве подбиралось таким образом, чтобы пучок был согласован с фокусирующей системой.

Среднеквадратичный фазовый объем  $A$  вычисляется по формуле [6]

$$A = (\det M)^{1/2}$$

где  $M$  - матрица вторых моментов функции распределения частиц в фазовом пространстве.

В нашем случае

$$A = \frac{1}{N} \left[ \sum_{i=1}^N x_i^2 \cdot \sum_{i=1}^N (x_i')^2 - \left( \sum_{i=1}^N x_i' x_i \right)^2 \right]^{1/2} \quad (3.3)$$

Здесь  $N$  - число макрочастиц,  $x_i, x_i'$  - координаты  $i$ -ой макрочастицы в фазовом пространстве.

Предполагается, что все макрочастицы имеют одинаковый заряд.

В [3] рассмотрен вариант ускорителя с апертурой ускоряющего канала такой, что для ускорения  $10^{12}$  частиц в одном сгустке необходима начальная длина волны поперечных колебаний 3.2 м. Начальная энергия  $E_0$  равна 2 ГэВ.

Мы проделаем расчет динамики пучка для этого варианта. В соответствии с [3],  $\alpha = 1/3$ ,  $A_0 = 2.3 \cdot 10^{-8}$  рад.м,  $K_3 = 0.1$ ,  $z_0 = 0.4$  м.

Начальный поперечный размер пучка в этом случае равен  $\sim 100 \mu$ , а начальный градиент магнитного поля в линзах составля-

ет 60 кГс/см.

На рис.1 показана эволюция пучка в поперечной фазовой плоскости. Виден процесс нитеобразования, характерный для нелинейной фокусировки [6]. В нашем случае нелинейность фокусировки имеет место из-за действия синхротронного излучения.

На рис.2 приведена зависимость относительного энергетического разброса  $\delta E/E$  от энергии пучка. В соответствии с (2.11)  $\delta E/E \sim E^{8/3}/\lambda^3$  при  $E < 200$  ГэВ.

Из рис.2 видно, что при энергии пучка 100 ГэВ действие синхротронного излучения незначительно:  $\delta E/E \sim 7 \cdot 10^{-4}$ .

Однако на энергии 500 ГэВ синхротронное излучение влияет заметно:  $\delta E/E \approx 3\%$  (для сравнения укажем, что разброс энергии частиц вдоль сгустка, определяемый взаимодействием с ВЧ-полем ускорителя, равен  $\sim 1\%$ ).

В [3] рассмотрен альтернативный вариант ускоряющей структуры с большей апертурой ускоряющего канала, соответствующей  $\lambda_0 = 5$  м. В этом случае величина  $\delta E/E$  снизится, но на энергии 500 ГэВ останется заметной:  $\delta E/E \sim 1\%$ . Таким образом, при разработке ускорителя на энергию 500 ГэВ и выше необходимо учитывать увеличение энергетического разброса за счет действия синхротронного излучения при выборе параметров ускоряющей и фокусирующей структур.

Мы рассматривали вариант структуры FODO с  $z_0 = const$ . Если линзы одного знака располагаются группами [3], либо  $z_0 \sim \lambda$  (т.е.  $\mu = const$ ), то  $\delta E/E \sim E^{3-2\alpha}$  и энергетический разброс будет меньше, чем в случае, рассмотренном выше. На рис.3 показана зависимость  $\epsilon = (A(E) - A_0(E))/A_0(E)$ . Здесь  $A_0(E)$  - фазовый объем пучка в зависимости от энергии без учета действия синхротронного излучения;  $A(E)$  - с учетом действия.

Быстрый рост величины  $\epsilon$  при  $E \sim 200$  ГэВ объясняется тем, что распределение частиц в фазовом пространстве (см. рис.1) становится существенно неравновесным. По мере ускорения распределение частиц снова стремится к равновесному и величина  $\epsilon$  уменьшается. Видно, что для энергий  $E \sim 500$  ГэВ рост поперечного фазового объема за счет действия синхротронного излучения невелик.

Отметим также, что действие синхротронного излучения дает ограничение на величину допустимой погрешности выставки магнитных линз. Действительно, если среднеквадратичное поперечное смещение магнитных линз  $\sigma_n$  больше поперечного размера сгустка  $\sigma$ , то энергетический разброс пучка будет определяться величиной  $\sigma_n$ , а не  $\sigma$ . Таким образом, для того, чтобы действие синхротронного излучения не влияло на энергетический разброс пучка, достаточно выполнения условия

$$\sigma_n < \sigma_{\text{мин}}$$

Для рассмотренного выше варианта фокусирующей системы с  $\lambda_0 = 3,2$  м  $\sigma_{\text{мин}} \approx \sigma_0 (E_0/E)^{1/3} = 27 \mu$  для  $E = 100$  ГэВ, то есть  $\sigma_n < 27 \mu$ . Однако максимально допустимое среднеквадратичное смещение, определяемое стохастическим нагревом в этом случае равно  $1 \mu$  [3]. Видно, что ограничение на погрешность выставки магнитных линз, связанное с действием синхротронного излучения существенно более слабое, чем ограничение, определяемое стохастическим нагревом.

4. Таким образом, в настоящей работе показано, что эффекты синхротронного излучения ограничивают снизу длину волны поперечных колебаний, а следовательно, число ускоряемых частиц. Оценки, приведенные выше, показывают, что это ограничение при энергии пучка  $\sim 100$  ГэВ является слабым. Однако оно усиливается с ростом энергии и при конструировании ускорителей на 500 ГэВ и выше его следует принимать во внимание.

#### Литература

1. W. Schnell, CERN-LEP-RF/84-23
2. В.Е.Балакин, А.Н.Скринский, Проект ВЛЭШ, Вестник АН СССР, № 3, 1983.
3. А.В.Новохатский, Диссертация. Новосибирск, 1985.
4. R. V. Neal, The Stanford Two-Mile Accelerator, 1968, W.A. Benjamin, N.Y., Amsterdam, p 174
5. Г.Брук, Циклические ускорители заряженных частиц, Атомиздат, М., 1970, стр.175.
6. P. M. Lapostolle, IEEE Trans. Nucl. Sci., NS-18, 1101, 1971, № 3

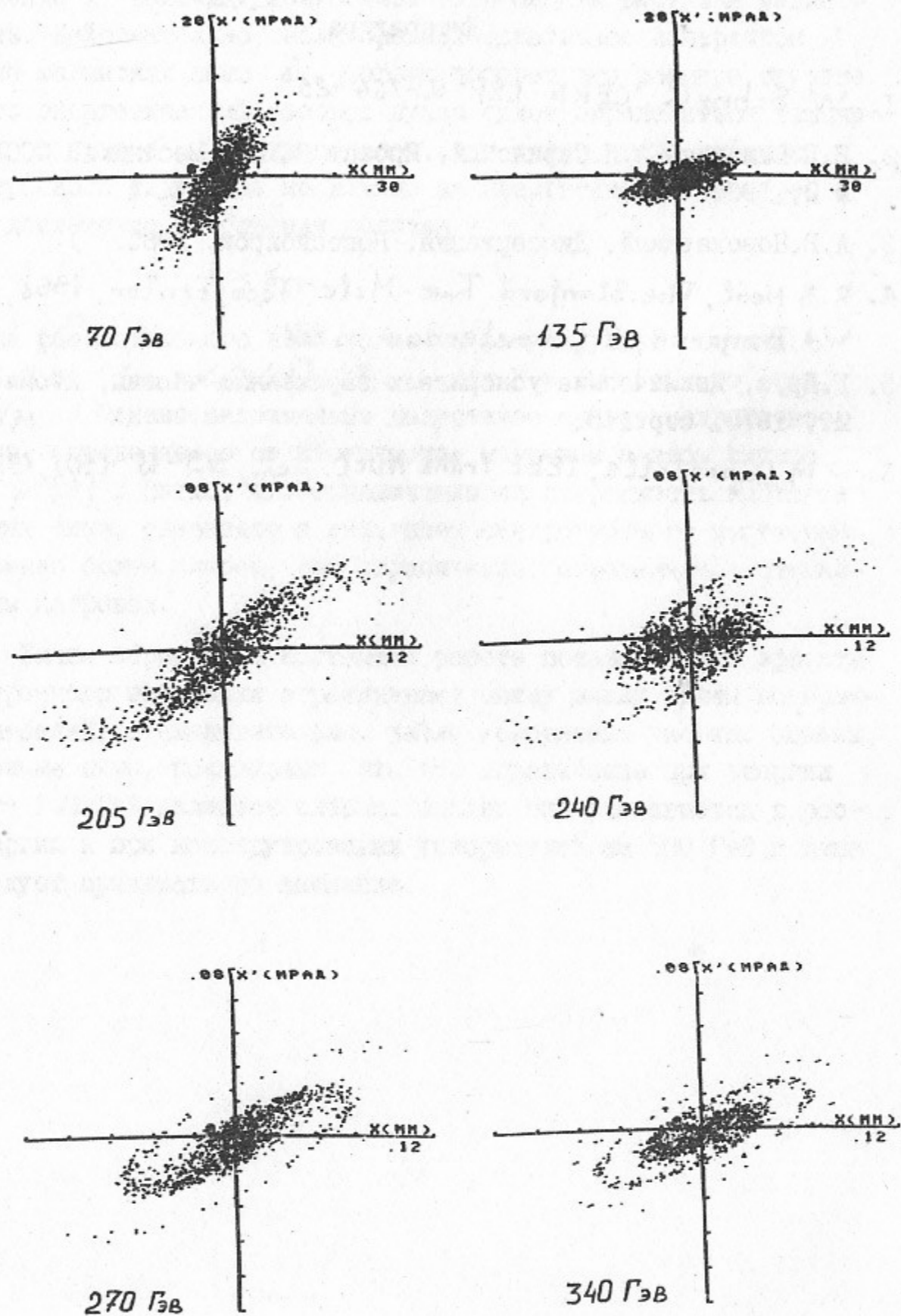


Рис. 1.

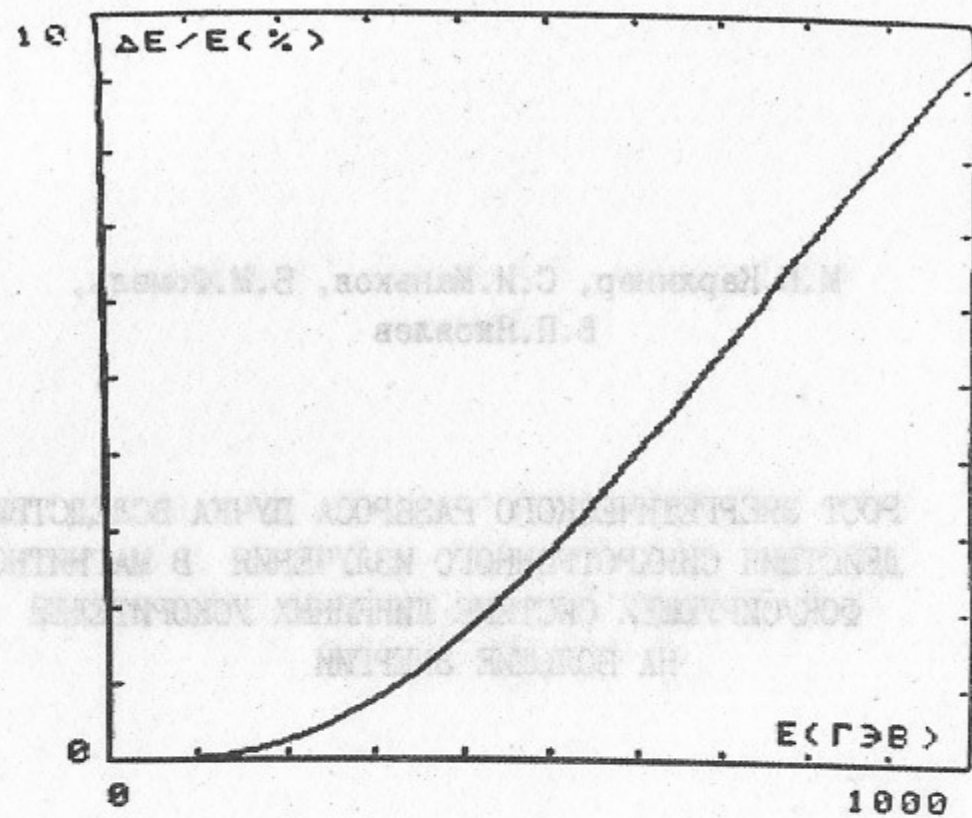


Рис. 2.

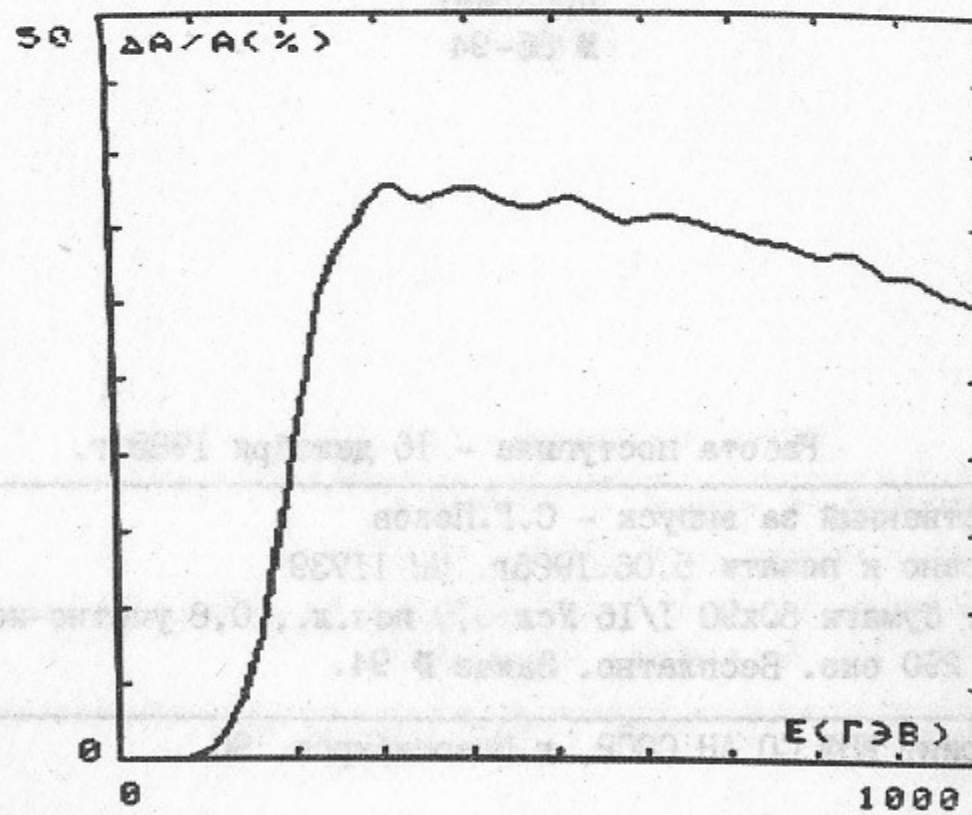
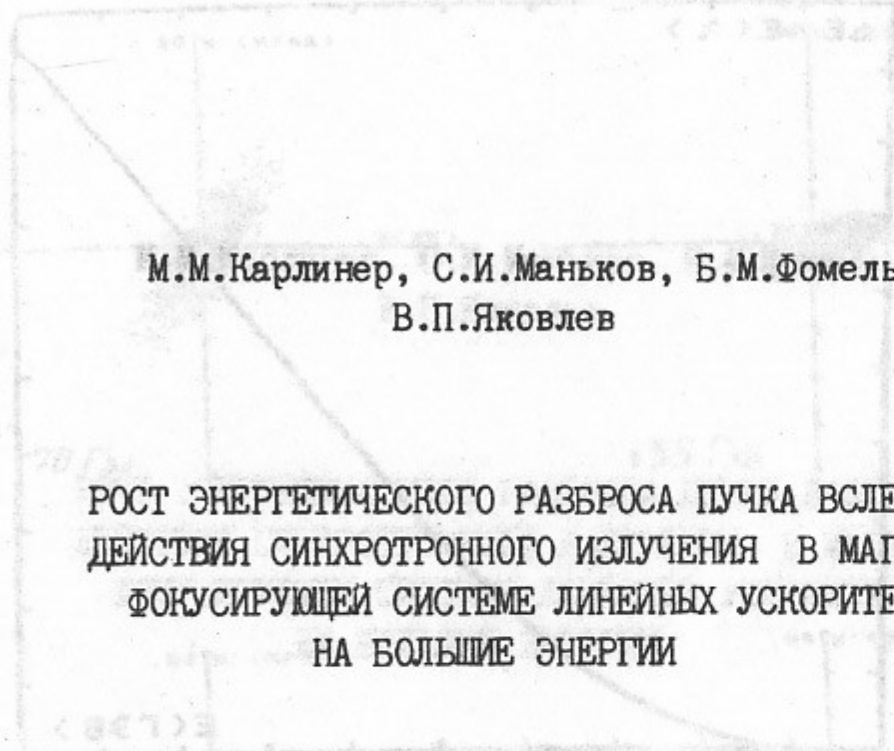


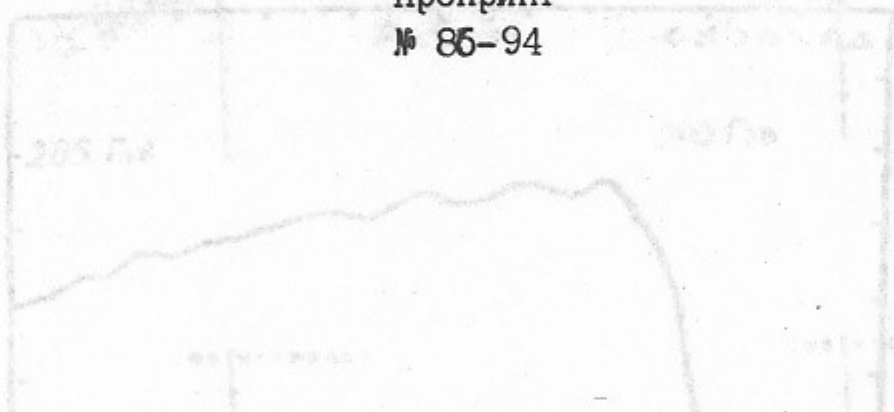
Рис. 3.



М.М.Карлинер, С.И.Маньков, Б.М.Фомель,  
В.П.Яковлев

РОСТ ЭНЕРГЕТИЧЕСКОГО РАЗБРОСА ПУЧКА ВСЛЕДСТВИЕ  
ДЕЙСТВИЯ СИНХРОТРОННОГО ИЗЛУЧЕНИЯ В МАГНИТНОЙ  
ФОКУСИРУЮЩЕЙ СИСТЕМЕ ЛИНЕЙНЫХ УСКОРИТЕЛЕЙ  
НА БОЛЬШИЕ ЭНЕРГИИ

Препринт  
№ 85-94



Работа поступила - 16 декабря 1985 г.

---

Ответственный за выпуск - С.Г.Попов  
Подписано к печати 5.06.1986г. МН 11739  
Формат бумаги 60x90 1/16 Усл.0,9 печ.л., 0,8 учетно-изд.л.  
Тираж 290 экз. Бесплатно. Заказ № 94.

---

Ротапринт ИЯФ СО АН СССР, г.Новосибирск, 90