54

ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ СО АН СССР

П.З. Чеботаев

ЗАХВАТ ВЫСОКОЭНЕРГЕТИЧНЫХ АТОМОВ ПРИ НЕРАДИАЛЬНОЙ ИНЖЕКЦИИ ИХ В ГАЗОДИНАМИЧЕСКУЮ ЛОВУШКУ

ПРЕПРИНТ 86-93

НОВОСИБИРСК
1986

© *Институт ядерной физики СО АН СССР*

ВВЕДЕНИЕ

В работе [1] рассматривались аспекты нагрева плазмы в газодинамической ловушке (ГДЛ) при радиальной инжекции высокоэнергетичных атомов водорода. При этом предполагалось, что инжекция нейтралов велась в однородную плазму с резкой границей. В настоящей работе рассматривается нерадиальная инжекция пучка в плазму с неоднородным распределением плотности по радиусу. Плазма предполагается квазинейтральной и симметричной относительно продольной оси. Пучок нейтралов может быть наклонен к продольной оси установки и может иметь смещение в поперечном направлении. Угол наклона и смещение являются задаваемыми параметрами, причем угол наклона для всех инжекторов один и тот же, а поперечные смещения инжекторов могут быть различными. Полный список параметров, которые могут быть выбраны для расчета конкретного варианта, приведен в приложении. Поскольку время инжекции мало по сравнению с временем жизни плазмы, то в расчетах предполагается, что инжекция и захват атомов происходят мгновенно. Определяются радиальные распределения быстрых ионов и их ларморовских центров, а затем происходит торможение высокоэнергетичных ионов и нагрев плазмы.

ИНЖЕКЦИЯ БЫСТРЫХ АТОМОВ В ПЛАЗМУ

Для любой точки плоскости (x, y), находящейся на расстоянии z от эмиттера, плотность нейтралов j определяется как

$$j(x, y)=j_0 \int_{-r_0}^{r_0} d\eta \int_{-\sqrt{r_0^2-\eta^2}}^{\sqrt{r_0^2-\eta^2}} \exp\left[-\alpha\left(\frac{x-\xi}{z}\right)^2-\beta\left(\frac{y-\eta}{z}\right)^2\right] d\xi, \tag{1}$$

где r_0—радиус эмиттера, $j_0=I\frac{\sqrt{\alpha\beta}}{\pi^2 r_0^2 z^2}$; I—полный ток эмиттера. Величины α и β определяют размытие пучка по осям x и y. При наклоне атомарного пучка относительно плазменного столба центральной части ГДЛ в формуле (1) нужно брать не z а $z+y\,\mathrm{ctg}\,\mu$

Из-за наклона пучка захваченные в плазме ионы будут двигаться вдоль плазмы. Для определения суммарного количества захваченных ионов, движущихся вдоль силовой линии, найдем количество нейтралов, падающих на площадку боковой поверхности плазмы, сторонами которой являются единичная длина дуги окружности поперечного сечения плазменного столба и отрезок l, параллельный оси плазменного столба:

$$J(x)=\int j\,dl=\int_{-y_*}^{y_*} j(x, y)\,dy, \tag{2}$$

где $-y_*$, y_*—характерные размеры пучка. При нахождении распределения захваченных нейтралов в плазме удобно x измерять в радиусах плазмы R, а y, z, ξ, η в радиусах эмиттера r_0. Подставляя в (2) $j(x, y)$ с учетом поправки к z и умножая $J(x)$ на время инжекции t_i, получим

$$J_0(x)=P\cdot t_i\cdot S(x), \tag{3}$$

где

$$S(x)=\int_{-y_*}^{y_*}\frac{dy}{z+y\,\mathrm{ctg}\,\mu}\int_{-1}^{1} d\eta\exp[-\mathrm{P1}(y-\eta)^2][\mathrm{erf}(\mathrm{S1})-\mathrm{erf}(\mathrm{S2})],$$

$$\mathrm{P}=I\frac{\sqrt{\beta}}{2\pi^{3/2}r_0^2}, \qquad \mathrm{P1}=\frac{\beta}{(z+y\,\mathrm{ctg}\,\mu)^2},$$

$$\mathrm{S1}=\mathrm{F2}\left(\frac{R}{r_0}x+\sqrt{1-\eta^2}\right), \qquad \mathrm{S2}=\mathrm{P2}\left(\frac{R}{r_0}x-\sqrt{1-\eta^2}\right),$$

$$\mathrm{P2}=\frac{\sqrt{\alpha}}{z+y\,\mathrm{ctg}\,\mu}, \qquad \mathrm{erf}(x)=\frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_0^x e^{-x^2}dx.$$

Во всех дальнейших расчетах используется таблица значений $S(x)$, определенная на промежутке от -2 до 2 с шагом 0,01.

ПЛОТНОСТЬ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПО РАДИУСУ ЛАРМОРОВСКИХ ЦЕНТРОВ ЗАХВАЧЕННЫХ ЧАСТИЦ

Изменение потока нейтралов при движении его по плазме

$$dJ=-J\,\sigma n(x, y)\,dy/\sin\mu.$$

Фактор $\sin\mu$—результат наклона пучка. Если обозначить через x^*, y^* координаты границы плазмы, где

$$x^{*2}+y^{*2}=R^2,$$

то нормируя плотность плазмы на ее плотность в центре ловушки n_0 и измеряя x и y в единицах радиуса плазмы R, получим

$$J(x, y)=J_0(x)\exp\left(-\frac{R\sigma n_0}{\sin\mu}\int_y^{y^*} n(x, y)\,dy\right).$$

Область, занятая ларморовскими центрами, есть круг радиуса R, смещенный относительно плазмы на ларморовский радиус ϱ. Инжектор может смещаться по оси x вправо или влево от центрального положения. Задание смещения ξ определяет ту часть пучка, которая «светит» на плазму:

$$\Phi(x)=J_0(x+\xi).$$

Зная поток нейтралов в каждой точке поперечного сечения плазмы, можно определить на каждой силовой линии количество захваченных ионов, движущихся вдоль оси установки:

$$N(x, y)=\frac{\sigma n_0}{\sin\mu}n(x, y)\Phi(x)\exp\left(-\frac{Rn_0\sigma}{\sin\mu}\int_y^{y^*} n(x, y)\,dy\right). \tag{4}$$

Чтобы определить полное число захваченных частиц, нужно (4) проинтегрировать по площади поперечного сечения плазмы:

$$Q=\int_{-1}^{1}dx\int_{-\sqrt{1-x^2}}^{\sqrt{1-x^2}}N(x,y)dy=$$

$$=\int_{-1}^{1}dx\Phi(x)\left[1-\exp\left(-\frac{Rn_0\sigma}{\sin\mu}\int_{-\sqrt{1-x^2}}^{\sqrt{1-x^2}}n(x,y)dy\right)\right].$$

Интеграл, стоящий в правой части, есть разность потоков атомов, входящих и выходящих из плазмы. Процент захвата падающего пучка определится отношением

$$\varkappa=Q/\int_{-2}^{2}J_0(x)\,dx\,.$$

Так как время жизни плазмы в ГДЛ много больше пролетного времени и времени градиентного дрейфа, то при своем движении ларморовские центры будут находиться в объеме $S\cdot L$ с радиусом r_d поперечного сечения S:

$$r_d=R+\varrho\,,$$

которое получается при вращении вокруг центра области ларморовских центров (ϱ—ларморовский радиус). Чтобы определить среднюю плотность ларморовских центров как функцию $r=\sqrt{y^2+(x+\varrho)^2}$, ($x,y$—точка захвата нейтрала), нужно проинтегрировать $N(x,y)$ на соответствующих дугах и разделить этот интеграл на длину этой окружности. Если ларморовский радиус меньше радиуса плазмы, то центр вращения находится внутри области ларморовских центров и для интегрирования имеются как замкнутые, так и не замкнутые окружности.

Для $\varrho<R$ имеем:

1. $r=0$, плотность центров $n_l(0)=N(-\varrho,\,0)$;
2. $0<r<R-\varrho$, $n_l(r)=\dfrac{1}{2\pi}\displaystyle\int_0^{2\pi}N(-r\cos\varphi-\varrho,\,r\sin\varphi)d\varphi$;
3. $R-\varrho<r<R+\varrho$, плотность ларморовских центров в этой области будет

$$n_l(r)=\frac{1}{2\pi}\int_{\beta}^{2\pi-\beta}N(-r\cos\varphi-\varrho,\,r\sin\varphi)\,d\varphi\,,$$

где $\beta=\arccos\dfrac{R^2-\varrho^2-r^2}{2\varrho r}$;

4. $r=R+\varrho$, $n(r)=\dfrac{N(R,0)}{2\pi(R+\varrho)}$.

В случае $\varrho>R$ реализуются пункты 3 и 4.

ПЛОТНОСТЬ ЗАХВАЧЕННЫХ ЧАСТИЦ В ПЛАЗМЕ

По известному радиальному распределению плотности ларморовских центров захваченных ионов можно определить радиальное распределение плотности самих ионов.

Частицы, ларморовские центры которых расположены на площади Δr_c^2 (рис. 1), заметают кольцо $2\pi\varrho\Delta r_c$. Доля этого кольца, лежащая в кольце Δr, равна $\varphi/2\pi$. Количество ларморовских центров в кольце Δr_c:

$$N\pi(r_{c2}^2-r_{c1}^2)\,,$$

где N—средняя плотность центров этого кольца. Вклад от них в кольцо Δr есть

$$N\varphi(r_{c2}^2-r_{c1}^2)\,.$$

Суммируя по всем ларморовским центрам, ларморовские радиусы которых попадают в кольцо Δr_j, получим для средней плотности $p(r)$ захваченных частиц в этом кольце:

$$p_{j+1/2}=\frac{1}{\pi(r_{j+1}^2-r_j^2)}\sum_k N_{k+1/2}\,\varphi_k(r_{c,k+1}^2-r_{c,k}^2)\,.$$

ТОРМОЖЕНИЕ БЫСТРЫХ ИОНОВ

Уравнение движения быстрого иона:

$$\dot{\bar{v}}=\omega[\bar{v},\bar{h}]-\frac{\nu}{2}\bar{v}\,,$$

где ν—частота столкновений захваченных частиц пучка с плазмой. В ГДЛ, с температурой плазмы 10—100 эв, торможение высокоэнергетичных ионов происходит на электронах. Частота столкновений ионов с электронами [2]

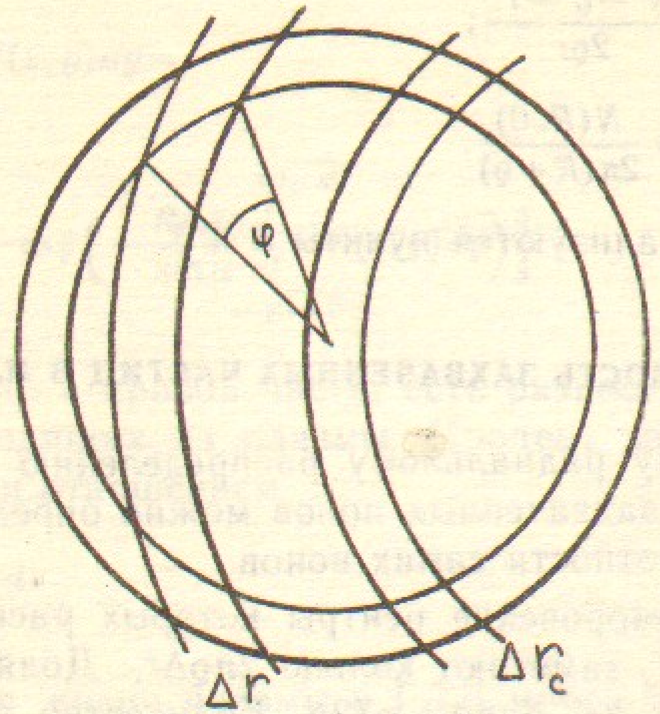

Рис. 1.

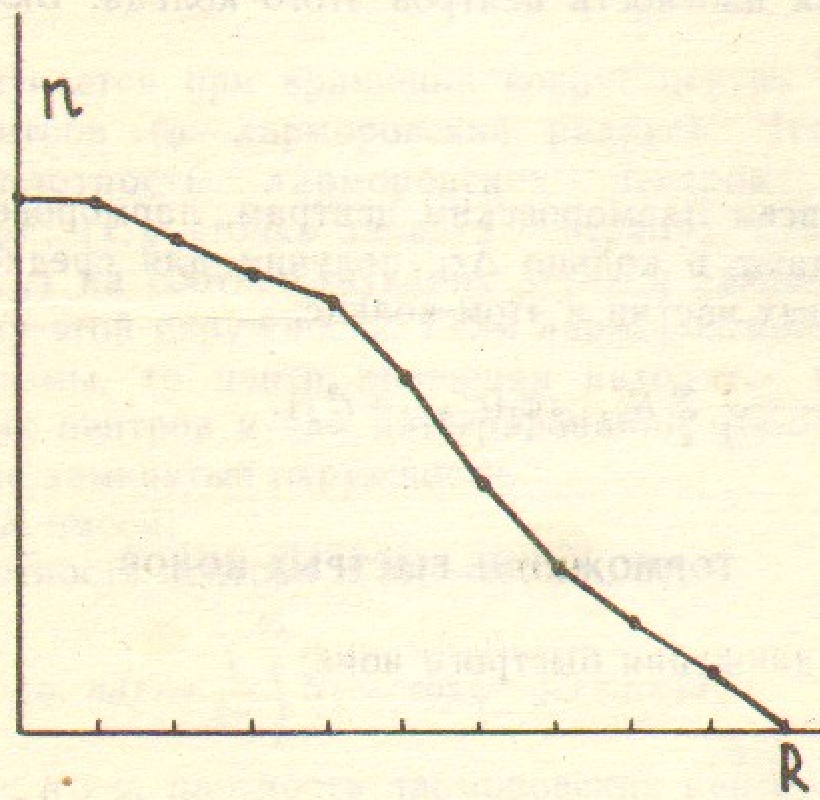

Рис. 2.

$$\nu=\frac{2\sqrt{2M}\pi e^4 n_0}{m\varepsilon_0^{3/2}}\left[\int_0^{\sqrt{x_e}}\exp(-s^2)ds-\sqrt{x_e}e^{-x_e}\left(1+\frac{m}{M}\right)\right]\frac{n(r)\lambda}{(\varrho/\varrho(0))^3},$$

где

$$x_e=\frac{m}{M}\frac{\varepsilon_0}{\varrho^2(0)}\frac{\varrho^2}{T},$$

а ε_0, $\varrho(0)$ — соответственно начальная энергия и ларморовский радиус быстрых ионов; $n(r)$ — безразмерная плотность плазмы, нормированная на плотность плазмы в центре ловушки; λ — кулоновский логарифм. Как уже отмечалось в работе [1], при $\omega\gg\nu$ движение быстрого иона есть циклотронное вращение с медленным уменьшением скорости. Поскольку ν зависит от радиуса, то центр ларморовской окружности будет перемещаться и его движение описывается уравнением [1]

$$\bar{r}_c=\frac{\nu}{2\omega}[\bar{h},\bar{v}].$$

Медленность всех изменений позволяет считать в формулах, описывающих изменение скорости за ларморовский период

$$v^2(t_2)-v^2(t_1)=\int_{2\pi/\omega}\nu v^2\,dt=-\frac{1}{\sin\mu}\int_{\beta}^{2\pi-\beta}\nu v\varrho\,d\varphi$$

и перемещение ларморовского центра

$$\overline{\Delta r_c}=\bar{r}(t_2)-\bar{r}(t_1)=\frac{1}{2\omega}\int_{2\pi/\omega}\nu[\bar{h},\bar{\omega}\times\bar{\varrho}]dt=\frac{1}{2\omega}\int_{\beta}^{2\pi-\beta}\nu\bar{\varrho}\,d\varphi,$$

все величины под знаком интеграла не зависящими от времени. Поскольку частота ν симметрична относительно угла φ, то смещение идет вдоль радиуса и

$$\Delta r_c=\frac{1}{\omega}\int_{\beta}^{\pi}\nu\varrho\cos\varphi\,d\varphi.$$

Здесь β — угол, при котором ион при своем вращении начинает двигаться в плазме:

$$\beta=0, \quad \text{если } \varrho<1-r_c \quad \text{и}$$

$$\beta=\arccos\frac{1-r_c^2-\varrho^2}{2r_c\varrho}, \quad \text{если } \varrho>1-r_c .$$

Пренебрегая членами второго порядка малости и деля приращения на ларморовский период, получим уравнения для изменений во времени ларморовских радиусов и ларморовских центров

$$\frac{d\varrho}{dt}=-\mathrm{CF1}\int_{\beta}^{\pi} g(r_c,\varrho,\varphi)\,d\varphi,$$

$$\frac{dr_c}{dt}=\mathrm{CF1}\int_{\beta}^{\pi} g(r_c,\varrho,\varphi)\cos\varphi\,d\varphi,$$

где

$$\mathrm{CF1}=\frac{\sqrt{2M}\,e^4 n_0\varrho^3(0)}{m\varepsilon_0^{3/2}},$$

$$g(r_c,\varrho,\varphi)=\left[\int_0^{\sqrt{x_e}}\exp(-s^2)\,ds-\sqrt{x_e}\,e^{-x_e}\left(1+\frac{m}{M}\right)\right]\frac{n(r)\lambda}{\varrho^2}.$$

В каждой точке своей ларморовской окружности быстрый ион теряет энергию

$$\mathrm{CF1}\cdot MR\omega^2\cdot g/\sin^2\mu,$$

а вдоль дуги, лежащей в секторе $\varphi_2-\varphi_1$, энергию

$$\frac{\mathrm{CF1}\cdot MR^2\omega^2}{\sin^2\mu}\,\varrho\int_{\varphi_1}^{\varphi_2} g(r_c,\varrho,\varphi)\,d\varphi. \qquad (5)$$

Умножая (5) на $N\pi(r_{c2}^2-r_{c1}^2)$, получим энергию, которую выделят частицы, ларморовские центры которых лежат в кольце Δr_c со средней плотностью N. Эту энергию они передают электронам плазмы, количество которых в кольце Δr, где лежит дуга l, есть

$$q=2\pi\int_{r_1}^{r_2} n(r)\,r\,dr=\frac{n(r_2)+n(r_1)}{2}\,\pi(r_2^2-r_1^2).$$

Измеряя энергию и температуру в электронвольтах и суммируя всю энергию, выделившуюся в кольце Δr, можно определить энергию W, выделившуюся в единице объема электронов плазмы этого кольца:

$$W=1{,}3938\cdot 10^{-12}\,\frac{\mathrm{CF1}\cdot R^3\omega^2}{n_0 L\sin^2\mu}\times$$

$$\times\frac{1}{0{,}5(n_2+n_1)(r_2^2-r_1^2)}\sum_{r_c} N_c(r_{c2}^2-r_{c1}^2)\varrho^2\int_{\varphi_1}^{\varphi_2} g\,d\varphi$$

(L определяет полный объем, где находятся быстрые ионы). Температура электронов и ионов плазмы связана соотношениями [3]

$$\frac{3}{2}n\frac{dP_1}{dt}=W, \qquad P_1=T_e+T_i,$$

$$\frac{3}{2}n\frac{dP_2}{dt}=W-2Q, \qquad P_2=T_e-T_i, \qquad (6)$$

где

$$Q=\frac{3m_e}{m_i\tau_e}\,n_e P_2 \qquad \tau_e=\frac{3\sqrt{m_e}\,T_e^{3/2}}{4\sqrt{2\pi}\,\lambda e^4 Z^2 n}$$

Зная для каждого кольца Δr_i выделившуюся энергию W_i, нетрудно из уравнений (6) определить среднюю температуру электронов и ионов плазмы в этом кольце.

РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННЫХ РАСЧЕТОВ

Для выяснения влияния неоднородности плазмы и смещения пучка относительно продольной оси была рассмотрена работа одного атомарного инжектора. Все параметры пучка и напряженность магнитного поля (2,2 кгс) выбирались близкими к параметрам ГДЛ. Были рассмотрены два случая: инжекция атомов в плазму постоянной плотности с резкой границей и инжекция в плазму с плотностью, убывающей по радиусу. И в том, и в другом случае расчеты проводились для трех положений атомарного пучка: симметричного относительно продольной оси плазменного столба, смещенного на половину ларморовского радиуса в сторону области, занятой ларморовскими центрами ($\xi=3$ см), и смещенного в противоположную сторону ($\xi=-3$ см).

1. Плазма с резкой границей. Из графиков на рис. 3, где приведены радиальные распределения плотностей быстрых ионов и их ларморовских центров, видно, что смещение атомарного пучка в сторону, противоположную области ларморовских центров, дает более высокую плотность в центральной части плазмы как ларморовских центров, так и захваченных частиц. Процент захвата атомов при симметричном положении пучка относительно продольной оси 60,6, а при боковых смещениях ($\xi=\pm3$) 58,6. Темп нагрева плазмы и профили температур различны для случаев $\xi=-3$ и $\xi=3$ (рис. 4 и 5). Для случая, когда инжектор смещен в сторону области ларморовских центров, в плазме образуется резко выделенный пик плотности затормозившихся ионов (рис. 4,*г*). Движение ларморовских центров определяется градиентами плотности и температуры, причем движение, вызванное непостоянством температуры, происходит в направлении ее уменьшения. Конкуренция двух направлений движения хорошо видна на рис. 4,*б*, 5,*б*.

2. Плазма переменной плотности. Во втором случае инжекция атомов велась в плазму с плотностью, убывающей по радиусу (рис. 2). В центре плазма выбиралась той же плотности, что и в случае плазмы с резкой границей. Процент захвата для $\xi=0$ был 36,3 и 33,2 для $\xi=\pm3$. Как видно из рис. 6 и 7, нагрев плазмы до максимальной температуры происходил за большее время и до большей температуры. Профили распределения (по радиусу) затормозившихся ионов качественно совпадают со случаем плазмы с резкой границей, но носят более плавный характер. Все ионы при торможении движутся к центру плазмы.

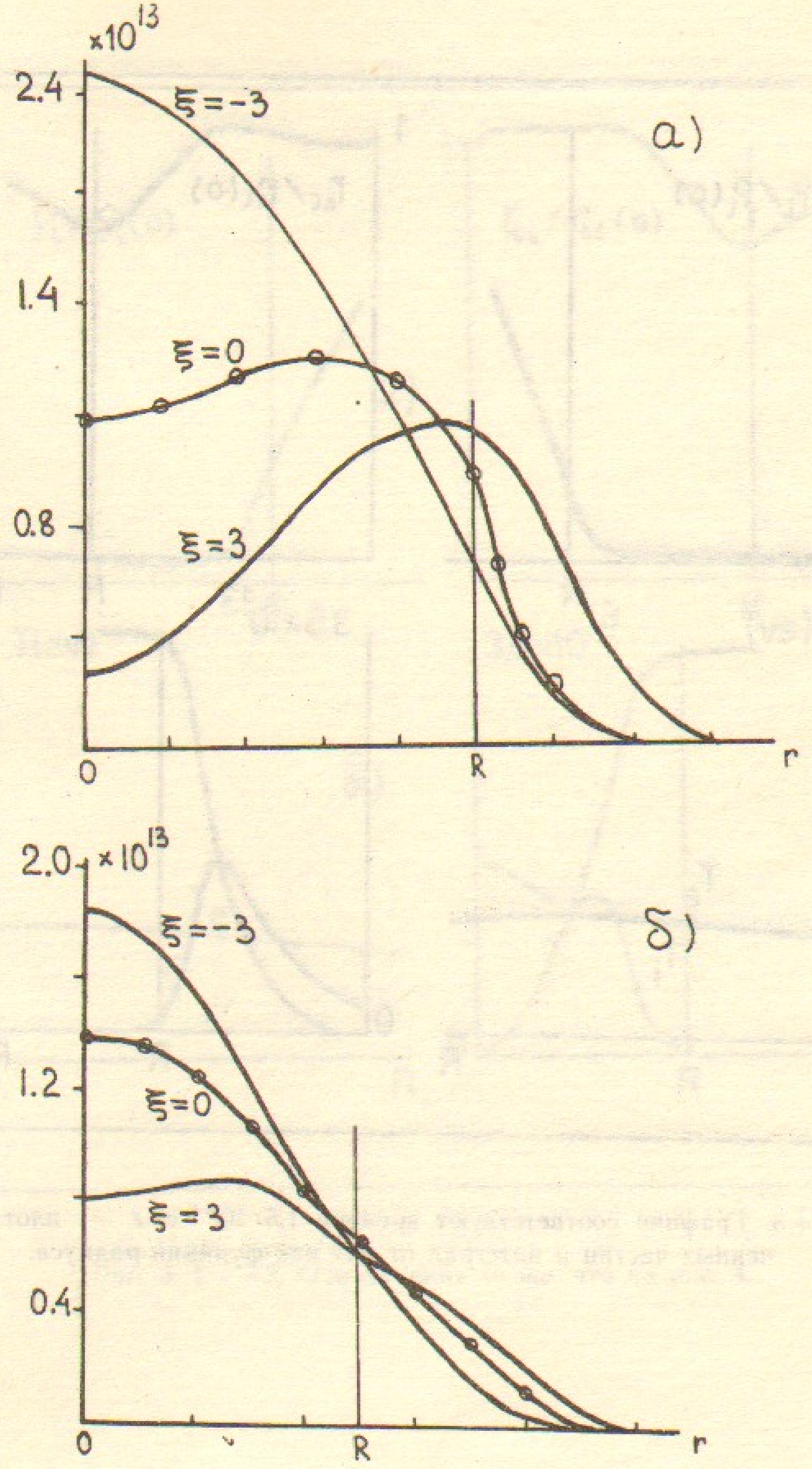

Рис. 3. *а*—плотность распределения ларморовских центров, *б*—плотность распределения захваченных частиц.

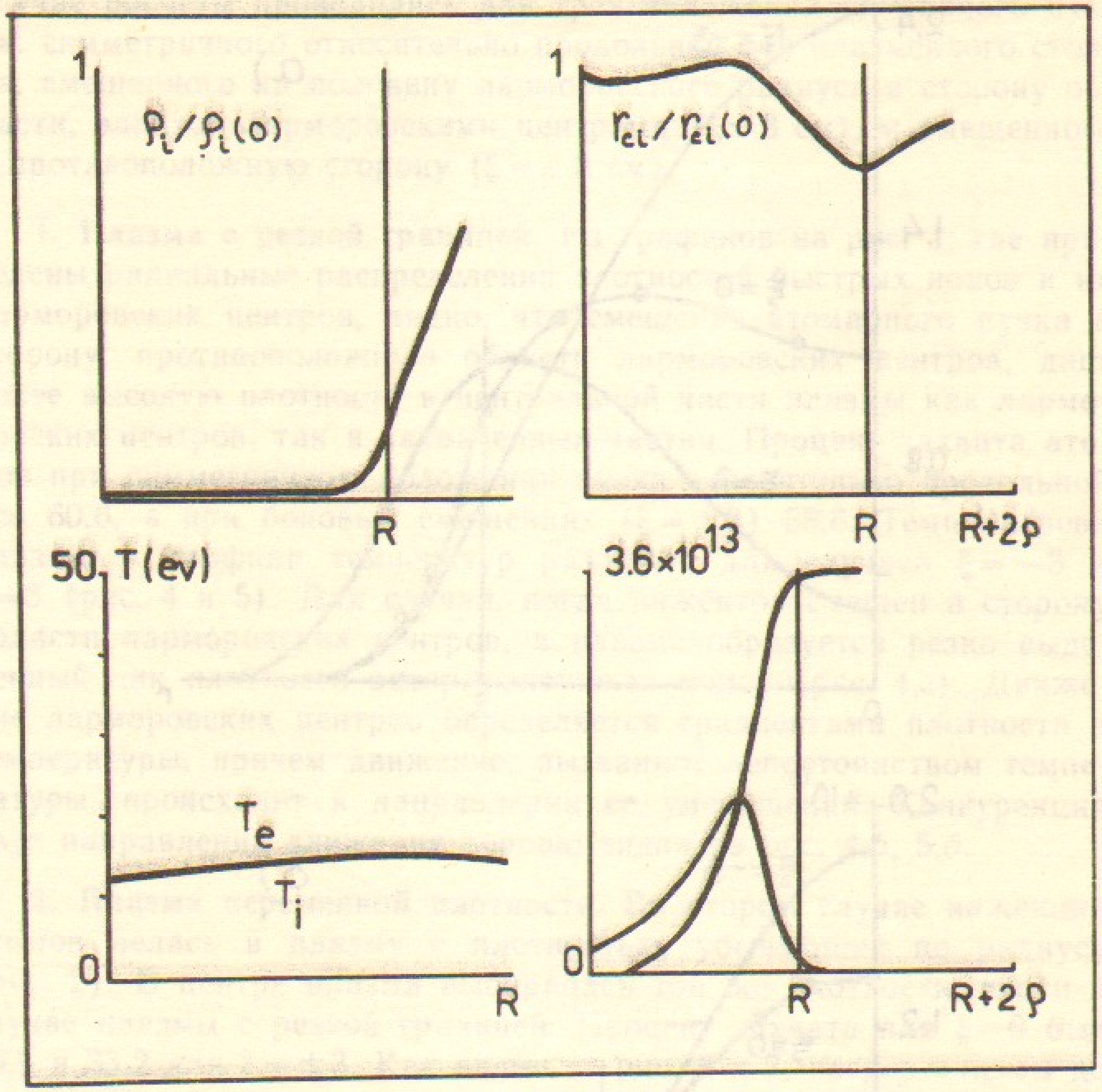

Рис. 4. $\xi = +3$. Графики соответствуют времени $1{,}5 \cdot 10^{-4}$ с. *г* — плотность захваченных частиц и интеграл от них как функция радиуса.

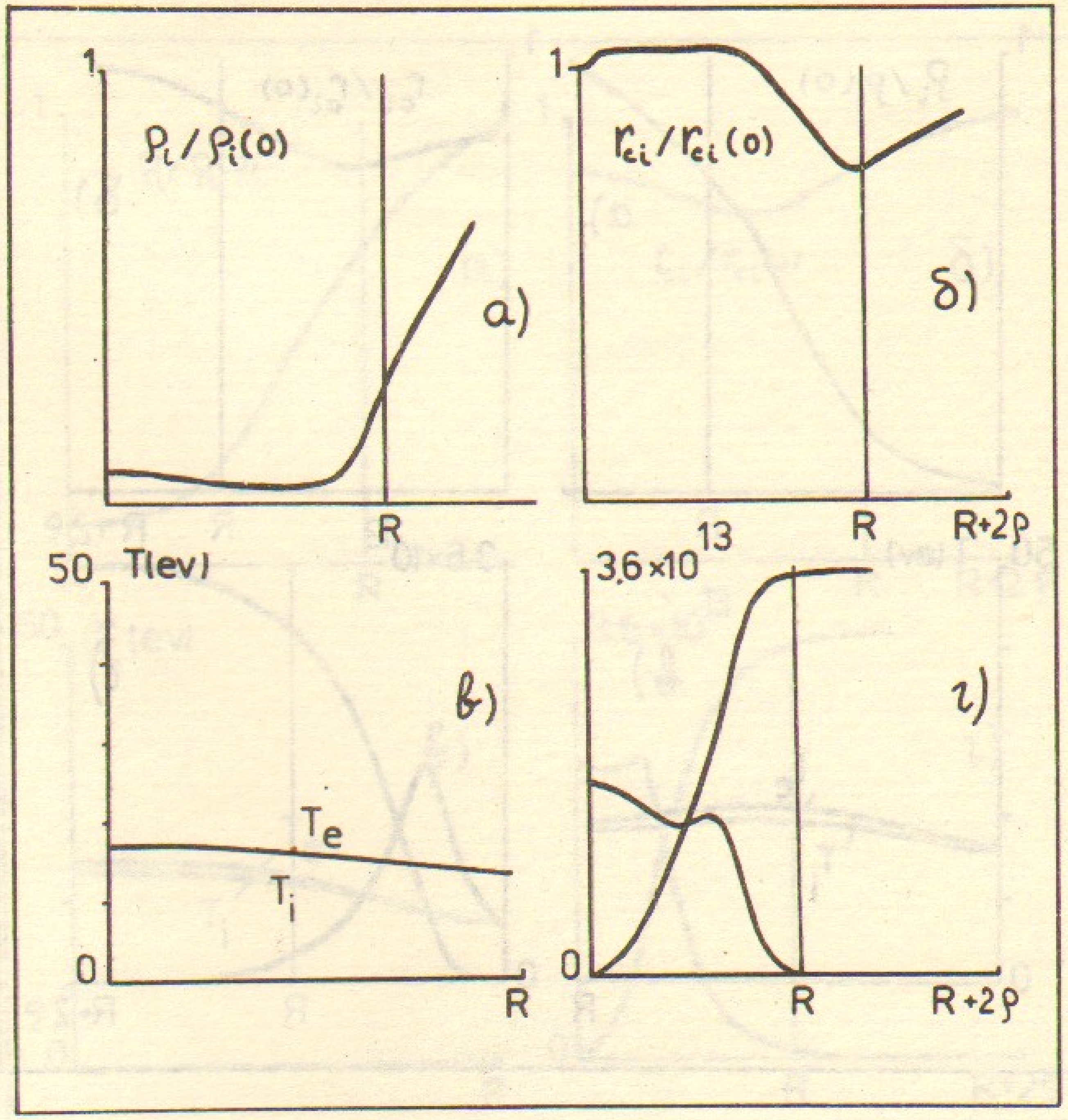

Рис. 5. $\xi = -3$. Обозначения те же, что на рис. 4.

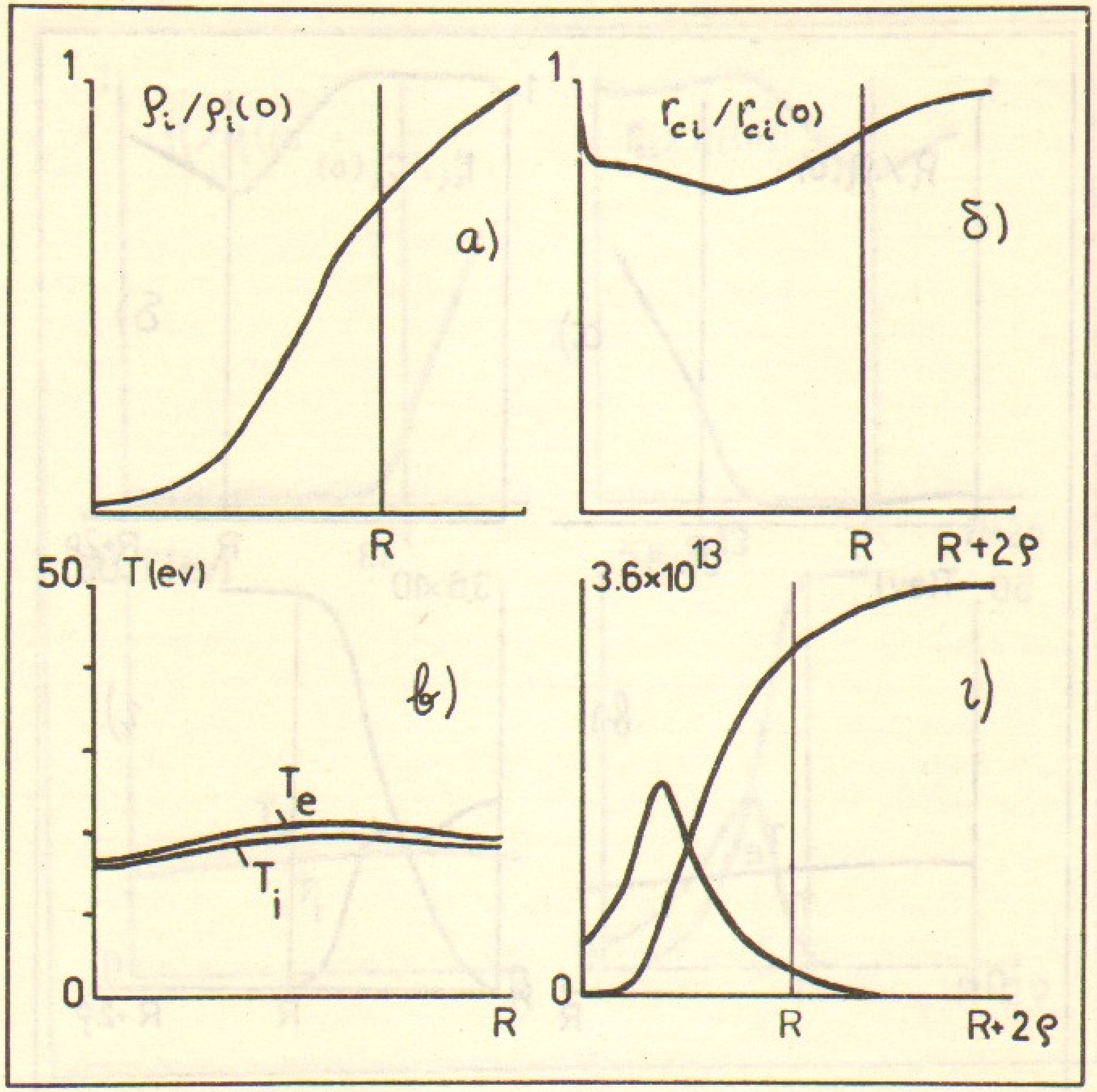

Рис. 6. $\xi = +3$, $n(r) \neq$ const. Времена и обозначения те же, что и на рис. 4.

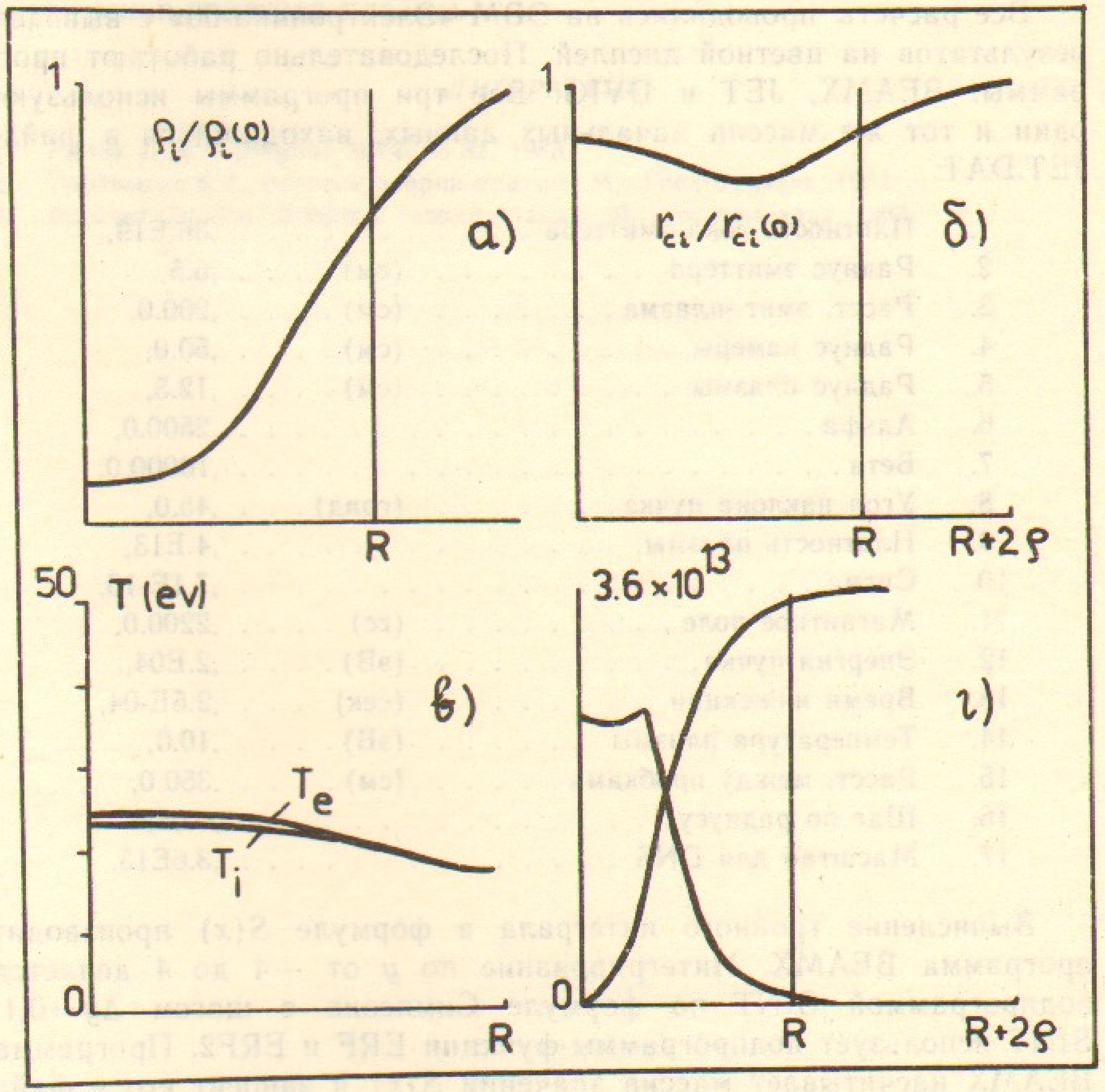

Рис. 7. $\xi = -3$, $n(r) \neq$ const. Времена те же, что и на рис. 4.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Все расчеты проводились на ЭВМ «Электроника-60» с выводом результатов на цветной дисплей. Последовательно работают программы: BEAMX, JET и DVIG. Все три программы используют один и тот же массив начальных данных, находящихся в файле JET.DAT:

1.	Плотность тока эмиттера		,36.E19,
2.	Радиус эмиттера	(см)	,6.5,
3.	Расст. эмит.-плазма	(см)	,200.0,
4.	Радиус камеры	(см)	,50.0,
5.	Радиус плазмы	(см)	,12.5,
6.	Альфа		,2500.0,
7.	Бета		,10000.0,
8.	Угол наклона пучка	(град)	,45.0,
9.	Плотность плазмы		,4.E13,
10.	Сигма		,7.1E-16,
11.	Магнитное поле	(гс)	,2200.0,
12.	Энергия пучка	(эВ)	,2.E04,
13.	Время инжекции	(сек)	,2.5E-04,
14.	Температура плазмы	(эВ)	,10.0,
15.	Расст. между пробками	(см)	.350.0,
16.	Шаг по радиусу		,0.02,
17.	Масштаб для DNS		,3.6E13.

Вычисление тройного интеграла в формуле $S(x)$ производит программа BEAMX. Интегрирование по y от -4 до 4 делается подпрограммой SINT по формуле Симпсона с шагом $\Delta y = 0{,}1$. SINT использует подпрограммы-функции ERF и ERF2. Программа BEAMX насчитывает массив значений $S(x)$ и заносит его в файл BIMX.DAT.

Программа JET вводит начальные значения профиля плазмы, находящиеся в файле ER.DAT. Этих значений 11 с шагом 0,1. JET использует начальные данные файлов JET.DAT и BIMIX.DAT и, запрашивая номер инжектора и его смещение, производит расчет распределения плотности ларморовских центров захваченных ионов от данного инжектора и определяет суммарную плотность ларморовских центров и радиальную плотность захваченных частиц. По указанию заносит суммарное радиальное распределение плотности ларморовских центров в выходной файл PRAS.DAT.

Программа DVIG использует начальные данные файлов JET.DAT, ER.DAT, PRAS.DAT и рассчитывает торможение быстрых ионов и нагрев плазмы.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Рютов Д.Д.* Препринт ИЯФ 85-32, 1985.
2. *Трубников Б.А.* Вопросы теории плазмы. М.: Госатомиздат, 1963.
3. *Брагинский С.И.* Вопросы теории плазмы. М.: Госатомиздат, 1963.

П.З. Чеботаев

Захват высокоэнергетичных атомов при нерадиальной инжекции их в газодинамическую ловушку

Ответственный за выпуск С.Г.Попов

Работа поступила 17 марта 1986 г.
Подписано к печати 5 июня 1986 г. МН 11743
Формат бумаги 60×90 1/16 Объем 0,9 печ.л., 0,7 уч.-изд.л.
Тираж 180 экз. Бесплатно. Заказ № 93

Набрано в автоматизированной системе на базе фотонаборного автомата ФА1000 и ЭВМ «Электроника» и отпечатано на ротапринте Института ядерной физики СО АН СССР,
Новосибирск, 630090, пр. академика Лаврентьева, 11.