

39

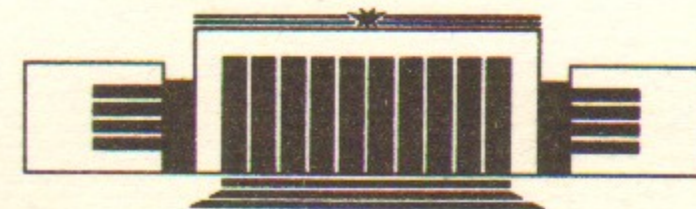
ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ СО АН СССР



А.Г. Грозин

РОЖДЕНИЕ ИЗОЛИРОВАННЫХ НУКЛОНОВ
С БОЛЬШИМ ПОПЕРЕЧНЫМ ИМПУЛЬСОМ
В НУКЛОН-НУКЛОННЫХ СТОЛКНОВЕНИЯХ

ПРЕПРИНТ 86-72



НОВОСИБИРСК
1986

РОЖДЕНИЕ ИЗОЛИРОВАННЫХ НУКЛОНОВ С БОЛЬШИМ ПОПЕРЕЧНЫМ
ИМПУЛЬСОМ В НУКЛОН-НУКЛОННЫХ СТОЛКНОВЕНИЯХ

А.Г.Грозин

А Н Н О Т А Ц И Я

Вычислено сечение рождения изолированных нуклонов с большим поперечным импульсом в нуклон-нуклонных столкновениях. Этот процесс обусловлен рассеянием $qq \rightarrow B\bar{q}$ на малых расстояниях. Он является простейшим из жестких процессов, зондирующих волновые функции барионов, и имеет наибольшее сечение в области применимости. Вычисление проводилось методом спиральных амплитуд /15/. Установлено общее правило отбора для спиральных амплитуд процессов с мезонами и барионами, из которого в частности следует, что в этом процессе не рождаются барионы со спиральностью $\pm 3/2$, а также обращение в 0 амплитуд $\gamma_{+1} \gamma_{+1} \rightarrow M_{+1} N_{-1}, B_{+3/2} \bar{B}_{-3/2}$. Для количественных оценок использовалась волновая функция нуклона, предложенная в /5/ на основании анализа правил сумм КХД. Выбирая для жесткого подпроцесса $|t|, |u| > t_0$, что обеспечивает минимальную характерную виртуальность $Q_0^2 \sim 0.15 t_0$, мы получаем, что сечение достигает при $\sqrt{s_m} \sim 20 \sqrt{t_0}$ максимума, составляющего $\sigma_m \sim 1/t_0 (150 \text{ МэВ} \cdot \alpha_s(Q_0^2) / \sqrt{t_0})^4$. Так, при $\sqrt{t_0} = 2 \text{ ГэВ}$ мы имеем $Q_0 \sim 800 \text{ МэВ}$, $\sqrt{s_m} \sim 40 \text{ ГэВ}$ и $\sigma_m \sim 4 \cdot 10^{-35} \text{ см}^2$. Проведенные оценки позволяют надеяться на возможность выделения таких событий в данных ISR, что было бы очень важно для изучения волновой функции нуклона.

Production of isolated nucleons with large transverse momentum in nucleon-nucleon collisions

A.G. Grozin

Institute of Nuclear Physics, Novosibirsk 630090, USSR

Abstract

The cross section of isolated nucleon production with large transverse momentum in nucleon-nucleon collisions is calculated. This process is due to the reaction $qq \rightarrow Bq$ at short distances. It is the simplest hard process probing baryonic wave functions, and it has the largest cross section in the applicability region. We used the helicity amplitudes method /15/. A general selection rule for helicity amplitudes of the processes involving mesons and baryons is established. It forbids the production of helicity $\pm 3/2$ baryons in the process considered, and also leads to the vanishing of the amplitudes $\gamma_{+1} \gamma_{+1} \rightarrow M_{+1} M_{-1}, B_{+3/2} \bar{B}_{-3/2}$. For quantitative estimates we used the nucleon wave function suggested in /5/ on the basis of QCD sum rules. If we choose for the hard subprocess $|t|, |u| > t_0$, that gives the minimum characteristic virtuality $Q_0^2 \sim 0.15 t_0$, then we obtain the cross section having a maximum $\sigma_m \sim 1/t_0 (150 \text{ MeV} \cdot \alpha_s(Q_0^2) / \sqrt{t_0})^4$ at $\sqrt{s_m} \sim 20 \sqrt{t_0}$. Thus, with $\sqrt{t_0} = 2 \text{ GeV}$ we have $Q_0 \sim 800 \text{ MeV}$, $\sqrt{s_m} \sim 40 \text{ GeV}$ and $\sigma_m \sim 4 \cdot 10^{-35} \text{ cm}^2$. These estimates allow one to hope that the separation of such events is possible in ISR data. It would be extremely important for studying the nucleon wave function.

0. Введение

Жесткие процессы, в которых адроны формируются или уничтожаются на малых расстояниях, в частности жесткие эксклюзивные процессы, дают ценную информацию о структуре адронов и активно обсуждаются в рамках КХД, см. обзоры /1,2/ и цитированную в них литературу. Амплитуды таких процессов определяются волновыми функциями адронов с наименьшим числом партонов. Трехкварковая волновая функция бариона имеет размерность μ^2 , поэтому рождение или уничтожение каждого бариона дает в сечении малый множитель $\sim \mu^4/Q^4$, где μ - характерный импульс удержания, Q - большая передача импульса в жестком процессе.

Рассмотрены многие эксклюзивные процессы с участием двух барионов на малых расстояниях: барионные формфакторы /3-5/, распады кваркония на $B\bar{B}$ /5-8/, $\gamma\gamma \rightarrow B\bar{B}$ /9-10/. Их сечения быстро убывают с ростом Q : $\sigma \sim 1/Q^2 (\mu^2/Q^2)^4$, и поэтому чрезвычайно малы в области больших Q , где можно рассчитывать на применимость результатов теории возмущений КХД. Сечения процессов с участием одного бариона на малых расстояниях убывают медленнее: $\sigma \sim 1/Q^2 (\mu^2/Q^2)^2$. В жесткой стадии таких процессов, помимо адронов, обязательно должны участвовать кварки. Поэтому выделение этих процессов имеет смысл лишь тогда, когда барион достаточно хорошо изолирован в фазовом пространстве от струй, порожденных конечными кварками или остатками начальных адронов. Процессы, в жесткой стадии которых рождаются струи и изолированные адроны, впервые рассматривались в /II/. Простейшим процессом с одним барионом является реакция $qq \rightarrow B\bar{q}$. Он идет в наименьшем порядке теории возмущений, и поэтому его сечение превышает сечения всех других процессов с участием барионов в жесткой стадии. Экспериментально этот процесс должен проявляться в виде рождения в нуклон-нуклонном столкновении при большой энергии конечного состояния, содержащего, помимо струй в направлениях вперед и назад, одиночный барион с большим поперечным импульсом и струю с противоположным азимутальным углом. Выделение этого процесса позволило бы получить наиболее достоверную экспериментальную информацию о волновых функциях рождающегося бариона. Как будет показано, сечение зависит лишь от нескольких постоянных интегралов от волновой функции.

В /12/ был рассмотрен процесс $e\bar{q} \rightarrow e\nu\bar{q}$, который должен экспериментально проявляться как электророжение изолированного бариона на нуклоне. Он имеет много меньшее сечение, хотя в принципе мог бы дать более детальную информацию о волновых функциях. В его сечение входят интегралы от волновой функции, зависящие от параметра, и их извлечение из экспериментальных данных в принципе могло бы позволить делать заключения о функциональной форме волновых функций /12/.

При вычислении жесткой амплитуды барион может быть заменен на 3 безмассовых коллинеарных кварка с определенными спиральностями. Существует простой метод вычисления спиральных амплитуд процессов с безмассовыми фермионами /13-15/. Полученную жесткую амплитуду необходимо далее свернуть с волновой функцией бариона в терминах спиральных состояний кварков /3/. Далее мы будем использовать определение волновой функции бариона из работы /3/, являющееся наиболее естественным в методе спиральных амплитуд, см. обзор /2/. В работах /4,5/ (см. также обзор /1/) используется другое определение волновой функции на операторном языке. В /5/ на основании анализа правил сумм КХД предложена модельная волновая функция нуклона, удовлетворительно описывающая экспериментальные данные о формфакторах протона и нейтрона и распадах $\psi \rightarrow N\bar{N}$ (хотя в последнем случае применимость теоретических формул весьма сомнительна, т.к. нуклоны даже не являются ультрарелятивистскими). Чтобы иметь возможность воспользоваться этой модельной волновой функцией, нам придется сначала установить связь между разными определениями.

I. Волновые функции барионов

Амплитуда процесса $M_{B\lambda}$ с участием бариона B с импульсом p и спиральностью λ может быть записана в виде /1-4/

$$M_{B\lambda} = \sum_{\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3} \frac{\varepsilon^{a_1 a_2 a_3}}{\sqrt{N!}} \int \frac{[dx]}{\sqrt{x_1 x_2 x_3}} f_{B\lambda}^{q_1 \lambda_1, q_2 \lambda_2, q_3 \lambda_3}(x_1, x_2, x_3) \cdot M_{q_1 a_1, q_2 a_2, q_3 a_3}^{a_1 a_2 a_3}(x_1, x_2, x_3) \quad (I.I)$$

где $M_{q_1 a_1, q_2 a_2, q_3 a_3}^{a_1 a_2 a_3}(x_1, x_2, x_3)$ - амплитуда того же процесса, в котором барион B заменен на свободные кварки q_1, q_2, q_3 с под-

ходящими квантовыми числами, имеющие импульсы $x_1 p, x_2 p, x_3 p$, спиральности $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ и цвета a_1, a_2, a_3 , а $f_{B\lambda}^{q_1 \lambda_1, q_2 \lambda_2, q_3 \lambda_3}(x_1, x_2, x_3)$ называется волновой функцией бариона. Сумма по $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ берется при условии $\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 = \lambda$; интеграл по $[dx] = \delta(x_1 + x_2 + x_3 - 1) dx_1 dx_2 dx_3$ берется по области, в которой все переменные x_1, x_2, x_3 лежат между 0 и 1. Цветовая структура волновой функции записана в виде $\varepsilon^{a_1 a_2 a_3} / \sqrt{N!}$, где $N = 3$ - число цветов. Поскольку она антисимметрична, волновая функция $f_{B\lambda}^{q_1 \lambda_1, q_2 \lambda_2, q_3 \lambda_3}(x_1, x_2, x_3)$ симметрична относительно одновременной перестановки ароматов $q_i \leftrightarrow q_j$, спиральностей $\lambda_i \leftrightarrow \lambda_j$ и импульсов $x_i \leftrightarrow x_j$ любых двух кварков.

Барионы со спиральностью $\lambda = \pm 3/2$ описываются одной волновой функцией, т.к. спиральности всех кварков параллельны спиральности бариона. Барионы со спиральностью $\lambda = \pm 1/2$ описываются тремя волновыми функциями, т.е. спиральность одного из трех кварков антипараллельна спиральности бариона.

Если из 3 кварков n ($= 2$ или 3) одинаковы, то при суммировании по $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ и интегрировании по $[dx]$ в (I.I) каждая кварковая конфигурация будет встречаться $n!$ раз. Поэтому условимся в этом случае включать в формулу (I.I) множитель $1/n!$. При таком определении волновой функции бариона с одинаковыми кварками для нее сохранится такая же связь моментов волновой функции с матричными элементами локальных операторов, какая существует для барионов с различными кварками, т.к. n операторов уничтожения одинаковых кварков можно связать с n имеющимися кварками $n!$ способами. Волновая функция бариона с двумя одинаковыми кварками с $\lambda = \pm 3/2$ симметрична по соответствующей паре аргументов; из трех волновых функций бариона с $\lambda = \pm 1/2$ в этом случае две связаны друг с другом перестановкой аргументов, а третья симметрична:

$$f_{B+}^{q+q+q+}(x_1, x_2, x_3) = f_{B+}^{q+q+q+}(x_2, x_1, x_3), \quad (I.2)$$

$$f_{B+}^{q+q-q+}(x_1, x_2, x_3) = f_{B+}^{q+q-q+}(x_2, x_1, x_3), \quad f_{B+}^{q+q-q-}(x_1, x_2, x_3) = f_{B+}^{q+q-q-}(x_2, x_1, x_3)$$

Если все три кварка в барионе одинаковы, то для $\lambda = \pm 3/2$ волновая функция полностью симметрична; из трех волновых функций для $\lambda = \pm 1/2$ независимой является только одна, и

она симметрична по паре аргументов, соответствующих кваркам одинаковой спиральности.

Изотопическая симметрия дает дополнительные соотношения между волновыми функциями бариона. В случае нуклона, существуют две схемы сложения трех изоспинов кварков по $1/2$ в изоспин нуклона $1/2$, и соответственно две изотопических волновых функции. В качестве этих функций можно выбрать волновые функции состояний, в которых изоспины кварков с одинаковой спиральностью сложились в 0 ($\frac{u+d+d+u}{\sqrt{2}} u_-$) и в 1 , а этот изоспин 1 сложился с изоспином кварка другой спиральности в $1/2$ ($\frac{1}{\sqrt{3}} \frac{u+d+d+u}{\sqrt{2}} u_- - \sqrt{\frac{2}{3}} (u+u) d$) (выписаны состояния для протона с $\lambda = +1/2$). Эти волновые функции обозначим f_A и f_S ; они являются; соответственно, антисимметричной и симметричной функцией по первой паре аргументов. Отсюда

$$f_{p+}^{u+u+d-} = -\sqrt{\frac{2}{3}} f_S, f_{p+}^{u+d+u-} = \frac{1}{\sqrt{6}} f_S + \frac{1}{\sqrt{2}} f_A, f_{p+}^{d+u+u-} = \frac{1}{\sqrt{6}} f_S - \frac{1}{\sqrt{2}} f_A \quad (I.3)$$

Таким образом, все волновые функции нуклона могут быть выражены через одну, например $f_{p+}^{u+d+u-}(x_1, x_2, x_3)$, которая уже не имеет каких-либо свойств симметрии:

$$f_{p+}^{d+u+u-}(x_1, x_2, x_3) = f_{p+}^{u+d+u-}(x_2, x_1, x_3),$$

$$f_{p+}^{u+u+d-}(x_1, x_2, x_3) = -f_{p+}^{u+d+u-}(x_1, x_2, x_3) - f_{p+}^{u+d+u-}(x_2, x_1, x_3) \quad (I.4)$$

Следствия изотопической и $SU(3)$ симметрии для волновых функций других барионов обсуждаются в /2/ и более подробно в /16/.

Для установления связи используемых здесь волновых функций с используемыми в /1,4,5/ введем спиновые структуры волновых функций барионов $\Gamma_{\alpha\beta\gamma} = (u_{\lambda_1})_{\alpha} (u_{\lambda_2})_{\beta} (u_{\lambda_3})_{\gamma}$, где дираковский спинор u_{λ} нормирован условием $\bar{u}_{\lambda} \gamma_{\mu} u_{\lambda} = 2 \delta_{\lambda\lambda'} P_{\mu}$. С учетом того, что

$$u_{\lambda}(xp) = \sqrt{x} u_{\lambda}(p) \quad (I.5)$$

входящая в (I.1) величина $M_{q_1 q_2 q_3} / \sqrt{x_1 x_2 x_3} = \Gamma_{\alpha\beta\gamma} M_{\alpha\beta\gamma}$, где $M_{\alpha\beta\gamma}$ - амплитуда процесса со свободными дираковскими индексами. Спиновые структуры $\Gamma_{\alpha\beta\gamma}$ выражаются через поляризацион-

ную волновую функцию бариона $u(p)$. Достаточно рассмотреть барионы с минимальным спином, т.к. при $S > |\lambda|$ в волновой функции Рариты-Швингера лишние $S - |\lambda|$ тензорных индексов входят в виде $P_{\mu} P_{\mu_2} \dots P_{\mu_{S-|\lambda|}}$. Спиновая структура $\Gamma_{\alpha\beta\gamma}$ бариона с $\lambda = \pm 3/2$ равна его волновой функции Бармана-Вигнера $u_{\alpha\beta\gamma}$, которая нормирована условием $\bar{u}_{\alpha'\beta'\gamma'} \delta_{\alpha'\alpha}^{\lambda} \delta_{\beta'\beta}^{\mu} \delta_{\gamma'\gamma}^{\nu} u_{\alpha\beta\gamma} = 8 p^{\lambda} p^{\mu} p^{\nu}$ и связана с волновой функцией Рариты-Швингера u_{α}^{μ} , нормированной условием $\bar{u}_{\nu} \gamma^{\mu} u^{\nu} = -2 p^{\mu}$, при помощи соотношения

$$\Gamma_{\alpha\beta\gamma} = u_{\alpha\beta\gamma} = \frac{1}{\sqrt{2}} (p^{\mu} \sigma_{\mu\nu} C)_{\alpha\beta} u_{\gamma}^{\nu} \quad (I.6)$$

где C - матрица зарядового сопряжения, $\sigma_{\mu\nu} = \frac{i}{2} [\gamma_{\mu}, \gamma_{\nu}]$. Спиновые структуры трех волновых функций бариона с $\lambda = \pm 1/2$ выражаются через его дираковскую волновую функцию u при помощи формул

$$\Gamma_{\alpha\beta\gamma}^{++-} = -\frac{1}{2} (p^{\mu} \sigma_{\mu\nu} C)_{\alpha\beta} (\gamma^{\nu} u)_{\gamma}, \quad (I.7)$$

$$\Gamma_{\alpha\beta\gamma}^{+-+} = \frac{i}{2} (\hat{p}(1+\gamma_5)C)_{\alpha\beta} u_{\gamma}, \quad \Gamma_{\alpha\beta\gamma}^{-++} = \frac{i}{2} (\hat{p}(1-\gamma_5)C)_{\alpha\beta} u_{\gamma}$$

Поэтому матричные элементы локальных трехкварковых операторов твиста 3 между барионом с $\lambda = \pm 3/2$ (или $\lambda = \pm 1/2$) и вакуумом выражаются формулами

$$\langle 0 | q_{1\alpha}^a q_{2\beta}^b q_{3\gamma}^c | B_{\pm 3/2} \rangle = \frac{\varepsilon^{abc}}{2\sqrt{N!}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} (p^{\mu} \sigma_{\mu\nu} C)_{\alpha\beta} u_{\gamma}^{\nu} \int [dx] f_{B_{\pm}}^{q_1+q_2+q_3^{\pm}}(x_1, x_2, x_3),$$

$$\langle 0 | q_{1\alpha}^a q_{2\beta}^b q_{3\gamma}^c | B_{\pm 1/2} \rangle = \frac{\varepsilon^{abc}}{2\sqrt{N!}} \int [dx] \left[-(p^{\mu} \sigma_{\mu\nu} C)_{\alpha\beta} (\gamma^{\nu} u)_{\gamma} f_{B_{\pm}}^{q_1+q_2+q_3^{\pm}}(x_1, x_2, x_3) \right. \\ \left. + i (\hat{p}(1+\gamma_5)C)_{\alpha\beta} u_{\gamma} f_{B_{\pm}}^{q_1+q_2+q_3^+}(x_1, x_2, x_3) + i (\hat{p}(1-\gamma_5)C)_{\alpha\beta} u_{\gamma} f_{B_{\pm}}^{q_1+q_2+q_3^-}(x_1, x_2, x_3) \right] \quad (I.8)$$

Отсюда

$$\langle 0 | \varepsilon^{abc} (\hat{q}_1^{\mu} C \sigma_{\mu\nu} \hat{q}_2^{\nu}) q_3^c | B_{\pm 3/2} \rangle = 2\sqrt{2N!} (p_{\mu} u_{\nu} - p_{\nu} u_{\mu}) \int [dx] f_{B_{\pm}}^{q_1+q_2+q_3^{\pm}}(x_1, x_2, x_3), \quad (I.9)$$

$$\langle 0 | \varepsilon^{abc} (\hat{q}_1^{\mu} C \sigma_{\mu\nu} \hat{q}_2^{\nu}) q_3^c | B_{\pm 1/2} \rangle = 2\sqrt{N!} (p_{\mu} \gamma_{\nu} - p_{\nu} \gamma_{\mu}) u \int [dx] f_{B_{\pm}}^{q_1+q_2+q_3^{\pm}}(x_1, x_2, x_3),$$

$$\langle 0 | \varepsilon^{abc} (\tilde{q}_1^a C \gamma_\mu q_2^b) q_3^c | B_{+1/2} \rangle = 2i \sqrt{N!} p_\mu u \int [dx] [f_{B_+}^{q_1+q_2-q_3+}(x_1, x_2, x_3) + f_{B_+}^{q_1-q_2+q_3+}(x_1, x_2, x_3)],$$

$$\langle 0 | \varepsilon^{abc} (\tilde{q}_1^a C \gamma_\mu q_2^b) q_3^c | B_{+1/2} \rangle = 2i \sqrt{N!} p_\mu v \int [dx] [f_{B_+}^{q_1+q_2-q_3+}(x_1, x_2, x_3) - f_{B_+}^{q_1-q_2+q_3+}(x_1, x_2, x_3)],$$

где значок \sim означает транспонирование. В формулах (I.8, I.9) подразумевается, что можно вставлять произвольное количество ковариантных производных, действующих на поля q_1, q_2, q_3 и выделять вклад твиста 3. Каждая производная $i \partial_\mu$, действующая на q_i , дает в правых частях этих формул множитель $x_i p_\mu$.

Сравнивая выведенные формулы с /I, 4, 5/, мы получим выражение волновых функций нуклона $f_{N\lambda}^{q_1, \lambda_1, q_2, \lambda_2, q_3, \lambda_3}(x_1, x_2, x_3)$ через введенную там размерную константу f_N и функцию $\varphi(x_1, x_2, x_3)$, нормированную условием $\int [dx] \varphi(x_1, x_2, x_3) = 1$:

$$f_{p_+}^{u+d+u-}(x_1, x_2, x_3) = \frac{f_N}{4\sqrt{N!}} \varphi(x_1, x_2, x_3) \quad (I.10)$$

Предложенная в /5/ модельная волновая функция записывается в виде

$$\varphi(x_1, x_2, x_3) = \varphi_0(x_1, x_2, x_3) \mathcal{P}(x_1, x_2, x_3), \quad (I.11)$$

где $\varphi_0(x_1, x_2, x_3) = 120 x_1 x_2 x_3$ - асимптотическая волновая функция, а для \mathcal{P} использовано квадратичное приближение

$$\mathcal{P}(x_1, x_2, x_3) = 1 + b_1 x_1 + b_2 x_2 + b_3 x_3 + a_1 (x_1^2 - \frac{1}{7}) + a_2 (x_2^2 - \frac{1}{7}) + a_3 (x_3^2 - \frac{1}{7}), \quad (I.12)$$

$$b_1 + b_2 + b_3 = 0$$

Численные значения коэффициентов получены в /5/ при помощи подгонки правил сумм:

$$f_N = 5.2 \cdot 10^{-3} \Gamma_3 B^2,$$

$$a_1 = 18.07, \quad a_2 = 8.82, \quad a_3 = 4.63, \quad (I.13)$$

$$b_1 = b_3 = 0.56$$

Эта волновая функция соответствует очень неравномерному распределению импульса между кварками: в характерной ситуации 0.7 импульса протона несет u -кварк с той же спиральностью, а остальные 2 кварка только по 0,15.

2. Спиральные амплитуды. Метод вычисления и общие свойства

Для вычисления спиральных амплитуд процессов с безмассовыми фермионами разработан простой метод /I3-I5/. В безмассовом случае можно не различать спиноры u, v :

$$u_{\mp}(p) = v_{\pm}(p) = C \tilde{u}_{\pm}(p) \quad (2.1)$$

С точностью до фазового множителя, спиноры однозначно определяются условием

$$u_{\pm}(p) \bar{u}_{\pm}(p) = \frac{1}{2} (1 \pm \gamma_5) \hat{p} \quad (2.2)$$

Их можно выражать друг через друга по формулам

$$u_{\mp}(k) = \frac{u_{\mp}(k) \bar{u}_{\mp}(k) u_{\pm}(p)}{\bar{u}_{\mp}(k) u_{\pm}(p)} = \frac{\hat{k} u_{\pm}(p)}{S_{\mp}(k, p)}, \quad (2.3a)$$

$$u_{\pm}(k) = \frac{u_{\pm}(k) \bar{u}_{\pm}(k) \hat{q} u_{\pm}(p)}{\bar{u}_{\pm}(k) \hat{q} u_{\pm}(p)} = \frac{\hat{k} \hat{q} u_{\pm}(p)}{S_{\pm}(k, q) S_{\mp}(q, p)}, \quad (2.3b)$$

$$u_{\mp}(p) = \frac{u_{\mp}(p) \bar{u}_{\mp}(p) \hat{q} \hat{k} u_{\pm}(p)}{\bar{u}_{\mp}(p) \hat{q} \hat{k} u_{\pm}(p)} = \frac{\hat{p} \hat{q} \hat{k} u_{\pm}(p)}{S_{\mp}(p, q) S_{\pm}(q, k) S_{\mp}(k, p)}. \quad (2.3в)$$

Здесь в (2.3б) q - произвольный импульс с $q^2 = 0$, линейно независимый от p и k ; в (2.3в) q, k - произвольные импульсы с $q^2 = 0, k^2 = 0$, линейно независимые от p и друг от друга. В (2.3) введены величины

$$S_{\pm}(p, k) = \bar{u}_{\pm}(p) u_{\mp}(k) \quad (2.4)$$

Через S_{\pm} могут быть легко выражены при помощи (2.2) любые последовательности вида

$$\bar{u}_{+}(p') \hat{p}_1 \hat{p}_2 \dots \hat{p}_n u_{\pm}(p) = \bar{u}_{+}(p') \cdot u_{-}(p_1) \bar{u}_{-}(p_1) \cdot u_{+}(p_2) \bar{u}_{+}(p_2) \dots \cdot u_{\mp}(p_n) \bar{u}_{\mp}(p_n) \cdot u_{\pm}(p) \quad (2.5)$$

$$= S_{+}(p', p_1) S_{-}(p_1, p_2) S_{+}(p_2, p_3) \dots S_{\pm}(p_{n-1}, p_n) S_{\mp}(p_n, p)$$

где берется верхний знак для нечетного n и нижний для четного. Из (2.1) следует $\bar{u}_\pm(p) = -\tilde{u}_\pm(p)C$, откуда вытекает правило обращения фермионной линии

$$\begin{aligned} \bar{u}_\pm(p') \delta_{\mu_1} \dots \delta_{\mu_n} u_\pm(p) &= -\tilde{u}_\pm(p') C \delta_{\mu_1} \dots \delta_{\mu_n} C \tilde{u}_\pm(p) = \pm \tilde{u}_\pm(p') \tilde{\delta}_{\mu_1} \dots \tilde{\delta}_{\mu_n} \tilde{u}_\pm(p) \\ &= \pm \bar{u}_\pm(p) \delta_{\mu_n} \dots \delta_{\mu_1} u_\pm(p') \end{aligned} \quad (2.6)$$

с тем же соглашением о знаках. Из (2.1), (2.4), (2.6) следуют свойства величин $S_\pm(p, k)$:

$$S_\mp(p, k) = S_\pm^*(k, p), |S_\pm(p, k)|^2 = 2p \cdot k, S_\pm(p, k) = -S_\pm(k, p), S_\pm(p, p) = 0 \quad (2.7)$$

Последовательности $\bar{u}(p') \delta_{\mu_1} \dots \delta_{\mu_n} u(p) \cdot \bar{u}(k') \delta_{\nu_1} \dots \delta_{\nu_m} u(k)$ в числителе диаграммы, происходящие от разных фермионных линий, можно объединить, выражая $u(p)$ через $u(k')$ по формулам (2.3). При этом может оказаться удобным обратить некоторые фермионные линии при помощи (2.6). После объединения всех таких последовательностей в одну, все свертки $\delta_{\mu_1} \dots \delta_{\mu_n}$, происходящие от фотонных (глюонных) обменов между фермионными линиями, окажутся внутри этой последовательности, и могут быть устранены по известным формулам. Тогда числитель сведется к виду (2.5), и мы получим для него выражение через величины $S_\pm(p, k)$.

Эти величины содержат некоторый произвол, отражающий произвольность выбора фаз спиноров. Он, разумеется, несущественен, т.к. приводит лишь к домножению амплитуды на общий фазовый множитель. Выберем в качестве стандартного, например, спинор $u_+(p)$, и будем выражать все остальные через него. Тогда можно выбрать $u_-(k_i)$ в виде

$$u_-(k_i) = \hat{k}_i u_+(p) / \sqrt{2pk_i} \quad (2.8a)$$

ОТКУДА СЛЕДУЕТ

$$u_+(k_i) = -\hat{k}_i u_-(p) / \sqrt{2pk_i} \quad (2.8b)$$

$$S_-(k_i, p) = -S_-(p, k_i) = S_+(p, k_i) = -S_+(k_i, p) = \sqrt{2pk_i} \quad (2.9)$$

Далее, выберем произвольные импульсы q_1, q_2 , линейно независимые от p и друг от друга, и подберем фазу $u_+(p)$ так, чтобы спинор $u_-(p)$, определенный формулой (2.1), был равен

$$u_-(p) = \hat{p} \hat{q}_1 \hat{q}_2 u_+(p) / \sqrt{2p \cdot q_1 2p \cdot q_2 2q_1 \cdot q_2} \quad (2.10)$$

Теперь все спиноры зафиксированы, и

$$\begin{aligned} S_+(k_i, k_j) &= -S_+(k_j, k_i) = S_-^*(k_j, k_i) = -S_-^*(k_i, k_j) \\ &= -\frac{1}{2} Sp(1 + \gamma_5) \hat{p} \hat{q}_2 \hat{q}_1 \hat{p} \hat{k}_i \hat{k}_j / \sqrt{2p \cdot q_1 2p \cdot q_2 2q_1 \cdot q_2 2p \cdot k_i 2p \cdot k_j} \end{aligned} \quad (2.11)$$

Это соответствует выбору $S_+(q_1, q_2) = -\sqrt{2q_1 q_2}$. Если все импульсы лежат в трехмерном подпространстве, как в процессе рассеяния $2 \rightarrow 2$, то, выбирая q_1, q_2 в том же подпространстве, мы можем выбросить γ_5 в (2.11), и все $S_\pm(k_i, k_j)$ будут действительными.

Устранение фотонного обмена (в фейнмановской калибровке) между фермионными линиями производится, в зависимости от спиральностей этих линий, по формулам (рис.1)

$$\delta_\mu A u_\pm(p) \cdot \bar{u}_\pm(p') A' \delta_\nu = \frac{\delta_\mu A \hat{p} \hat{k} \hat{p}' A' \delta_\nu}{S_\pm(p, k) S_\mp(k, p')} = -2 \frac{\bar{A}' \hat{p}' \hat{k} \hat{p} \bar{A}}{S_\pm(p, k) S_\mp(k, p')} \quad (2.12a)$$

$$\delta_\mu A u_\pm(p) \cdot \bar{u}_\mp(p') A' \delta_\nu = \frac{\delta_\mu A \hat{p} \hat{p}' A' \delta_\nu}{S_\pm(p, p')} \quad (2.12b)$$

Последовательности A, A' содержат четное число γ -матриц, т.к. в них входит равное число вершин и числителей пропагаторов; \bar{A}, \bar{A}' обозначают те же последовательности в обратном порядке. Обращая одну из фермионных линий при помощи (2.6), можно переводить случаи (2.12a) и (2.12b) друг в друга. Обычно выгоднее использовать формулу (2.12a), в которой между $\delta_\mu \dots \delta_\nu$ содержится нечетное число γ -матриц, и получается лишь один член. Исключение составляет случай $A = A' = I$ в формуле (2.12b), который дает

$$\delta_\mu u_\pm(p) \cdot \bar{u}_\mp(p') \delta_\nu = 2 S_\mp(p', p) \quad (2.13)$$

К этому случаю приводятся фотонные обмены между двумя фермионными, двумя антифермионными, или фермионной и антифермионной линиями с одинаковой спиральностью, когда вершины этого обмена являются одновременно первыми или последними на обеих линиях (рис.2 б), а также между линиями с противоположными спиральностями, когда вершина этого обмена является первой

на одной линии и последней на другой (рис.2а). В частности, во всех этих случаях диаграмма (в фейнмановской калибровке) обращается в 0, когда импульсы p и p' параллельны.

Внимательный читатель мог бы заметить, что при параллельных p и p' в формуле (2.12б) производится деление 0/0. Хотя то, что результат равен 0, очевидно по непрерывности из формулы (2.13), эквивалентной (2.12б) при сколь угодно мало непараллельных p и p' , дадим также прямое доказательство:

$$\delta_{\mu} u_{\pm}(p) \bar{u}_{\pm}(p') \gamma_{\mu} = \frac{\delta_{\mu} \hat{p} \hat{q}_1 \hat{q}_2 \hat{p}' \gamma_{\mu}}{S_{\pm}(p, q_1, q_2, p')} = 2 \frac{\hat{p}' \hat{p} \hat{q}_1 \hat{q}_2 + \hat{q}_2 \hat{q}_1 \hat{p} \hat{p}'}{S_{\pm}(p, q_1, q_2, p')} = 0 \quad (2.14)$$

Это доказательство непосредственно относится к случаю рис.2а;

случай рис.2б приводится к нему при помощи обращения одной из фермионных линий (2.6). Столь же просто можно доказать обращение в 0 диаграммы рис.2б при параллельных p, p' без использования обращения. К этой диаграмме применима формула (2.12а):

$$\bar{u}_{\pm}(p) \gamma_{\mu} A u_{\pm}(q) \cdot \bar{u}_{\pm}(p') \gamma_{\mu} = -2 \frac{\bar{u}_{\pm}(p) \hat{p}' \hat{k} \hat{p}' A}{S_{\pm}(p, k, p')} = 0 \quad (2.15)$$

поскольку $\hat{p}' u_{\pm}(p) = 0$ при параллельных p, p' .

Полученное правило отбора особенно полезно при вычислении амплитуд процессов с участием мезонов и барионов, которые заменяются на группы кварков и антикварков с параллельными импульсами. Если последний глюонный обмен происходит между линиями кварков в адроне с одинаковой спиральностью, то диаграмма (в фейнмановской калибровке) равна 0. Иногда это правило приводит к обращению в 0 всех диаграмм, тогда из него следует физическое правило отбора - запрет рассматриваемого процесса, что уже, разумеется, не зависит от выбора калибровки.

Рассмотрим, например, спиральные амплитуды $\delta_{+1} \delta_{+1} \rightarrow M_{+1} M_{-1}, B_{+3/2} \bar{B}_{-3/2}$. В этих случаях все n ($=2$ или 3) кварковых линий имеют одинаковую спиральность. Если выбрать вектора поляризации фотонов согласно /14/, то диаграммы, в которых фотон присоединен к крайней вершине на линии с той же спиральностью, обращаются в 0 /14/. Поэтому n крайних вершин принадлежат глюонным обменам. Поскольку число глюонных обменов равно $n-1$, имеется еще $n-2$ вершин глюонных обменов, кроме крайних. Поэтому по крайней мере 2 крайних вершины связаны глюонным обменом между собой, что приводит к обращению диаграммы в 0 по доказанному правилу отбора. Это объясняет обращение в 0 рассматриваемых спиральных амплитуд, обнаруженное в /16,17/.

Применение формулы (2.13), графически представленной на

рис.2, позволяет, в частности, за несколько минут получить известную формулу для барионного формфактора $F_{B_1 B_2}(Q^2)$ /3,4/, определяемого как отношение амплитуд $\gamma^* B_1 \rightarrow B_2$ к $\gamma^* e^+ \rightarrow e^+$ при одинаковых импульсах и спиральностях. Диаграмма с трехглюонной вершиной имеет нулевой цветовой множитель; из 4 существенно различных диаграмм рис.3 одна равна 0, а вычисление остальных дает

$$F_{B_1 B_2}(Q^2) = \left(\frac{2\pi C_B \alpha_s}{Q^2} \right)^2 \sum_{\substack{\text{перест.} \\ 1,2,3}} \int \sum_{i=1}^3 e_i A_i(x,y) f_{B_1+}^{q_1+q_2+q_3-}(x) f_{B_2+}^{q_1+q_2+q_3-}(y) [dx][dy], \quad (2.16)$$

$$A_1 = A_2 (1 \leftrightarrow 2) = \left[\frac{1}{x_3 x_1' y_3 y_1'} + (2 \leftrightarrow 3) - \frac{1}{x_1 x_3 x_2' y_2 y_3 y_1'} \right] + (x \leftrightarrow y),$$

$$A_3 = \frac{1}{x_1 x_3 x_1' y_1 y_2 y_2'} + (x \leftrightarrow y)$$

где e_i - заряд i -го кварка, $x_i' = 1 - x_i$, и

$$C_B = \frac{N+1}{2N} \quad (2.17)$$

Если $n = 2$ или 3 кварка в барионе одинаковы, то по принятому соглашению формулу (2.16) следует умножить на $1/n!$; однако вместо каждой диаграммы возникает $n!$ равных диаграмм, отличающихся способом соединения линий одинаковых кварков в начальном и конечном барионе, так что (2.16) должно быть домножено на $1/n!$. В случае нуклона $n = 2$; с учетом (1.10), формула (2.16) согласуется с /4/.

Область применимости выражения (2.16) определяется требованием, чтобы характерные виртуальности всех пропагаторов были велики. Наименьшая характерная виртуальность в диаграммах рис.3 для формфактора нуклона составляет, с учетом формы волновой функции (1.10-13), $Q_c^2 \sim 0,15^2 Q^2$. Наибольшие $|Q^2|$, достигнутые в экспериментах по измерению формфактора протона, порядка 30 ГэВ^2 , что соответствует виртуальности $\sim (800 \text{ МэВ})^2$.

3. Процесс $q q \rightarrow B \bar{q}$

Перейдем к вычислению спиральных амплитуд процесса $q_1 q_2 \rightarrow B \bar{q}_3$. Выражение для них, приведенное без вывода в /16/, ошибочно. Для простоты мы сначала рассмотрим случай, когда барион B состоит из 3 различных кварков $q_1 q_2 q_3$. Импульс бариона обозначим p , а импульсы $q_1, q_2, q_3 = k_1, k_2, k_3$. Импульсы и

спиральности кварков q_1, q_2, q_3 в барионе B обозначим $p_i = x_i p, p_2 = x_2 p, p_3 = x_3 p$ и $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$. Спиральность сохраняется вдоль каждой кварковой линии, поэтому спиральности начальных кварков q_1, q_2 равны λ_1, λ_2 , а конечного антикварка $\bar{q}_3 = -\lambda_3$.

Процесс изображается 6 диаграммами (рис.4). Диаграмма с трехглюонной вершиной, которая также могла бы давать вклад, имеет нулевой цветовой множитель. Выражения для диаграмм рис.4 отличаются от случая квантовой электродинамики лишь цветовым множителем C_B^2 (2.17). Если барион имеет спиральность $\pm 3/2$, то последний глюонный обмен во всех диаграммах происходит между кварками с одинаковой спиральностью, и все диаграммы равны 0 по правилу отбора, доказанному в п.2. Таким образом, могут рождаться только барионы со спиральностью $\pm 1/2$, для них 2 диаграммы из 6 обращаются в 0 для каждой из 3 волновых функций.

Диаграммы рис.4 в квантовой электродинамике были рассмотрены в /15/ для общего случая непараллельных импульсов p_1, p_2, p_3 . Далее мы будем следовать этой работе, однако используем упрощения, вытекающие из того, что мы определили связь между $u_-(p)$ и $u_+(p)$ формулой (2.1), из которой следует правило обращения фермионных линий (2.6) и антисимметрия $S_{\pm}(p, k)$ относительно перестановки аргументов (в /15/ $u_-(p)$ и $u_+(p)$ не были связаны, поэтому обращение линий было невозможно, и $S_{\pm}(p, k)$ и $S_{\pm}(k, p)$ были независимыми величинами).

В диаграммах рис.4 две фермионные линии содержат по одной вершине, и их вклады в числитель диаграммы имеют вид $\bar{u}_{\lambda_i}(k_i) \delta_{\mu} u_{\lambda_i}(p_i)$ и $\bar{u}_{\lambda_k}(k_k) \delta_{\nu} u_{\lambda_k}(p_k)$. Одна линия содержит две вершины, и ее вклад в числитель равен $\bar{u}_{\lambda_j}(k_j) \delta_{\mu} \hat{q} \delta_{\nu} u_{\lambda_j}(p_j)$. Условимся записывать их в порядке ijk , т.е. первой идет линия i с одной вершиной, соединенная с последней вершиной δ_{μ} линии j ; затем линия j с двумя вершинами; затем линия k с одной вершиной, соединенная с первой вершиной δ_{ν} линии j . Тогда 6 диаграмм рис.4 соответствуют 6 перестановкам ijk линий 123, описывающих кварки q_1, q_2, q_3 (эти перестановки указаны на рис.4). Импульсы фотонов, соединяющих линии i и j с k , равны $\hat{v}(k_i)k_i + \hat{v}(p_i)p_i$ и $\hat{v}(k_k)k_k + \hat{v}(p_k)p_k$, где $\hat{v}(k_i), \hat{v}(p_i)$ равны $+1$ для выходящих импульсов (p_1, p_2, p_3, k_3) и -1 для входящих (k_1, k_2). Импульс, текущий по виртуальной кварковой линии, ра-

вен $q = \hat{v}(k_i)k_i + \hat{v}(p_i)p_i + \hat{v}(p_j)p_j = -\hat{v}(k_k)k_k - \hat{v}(p_k)p_k - \hat{v}(k_j)k_j$. Поэтому вклад диаграммы ijk записывается в виде /13/

$$M_{ijk} = -i(4\pi C_B \alpha_s)^2 \frac{\epsilon^{a_1 a_2 a_3}}{\sqrt{N!}} \int \frac{[dx]}{\sqrt{x_1 x_2 x_3}} \int_{B\lambda}^{q, \lambda_1, q_2, \lambda_2, q_3, \lambda_3} (x_1, x_2, x_3) \times \frac{J(p_i, k_i, \lambda_i; p_j, k_j, \lambda_j; p_k, k_k, \lambda_k)}{(\hat{v}(p_i)p_i + \hat{v}(k_i)k_i)^2 (\hat{v}(p_i)p_i + \hat{v}(p_j)p_j + \hat{v}(k_i)k_i)^2 (\hat{v}(p_k)p_k + \hat{v}(k_k)k_k)^2} \quad (3.1)$$

$$J(p_i, k_i, \lambda_i; p_j, k_j, \lambda_j; p_k, k_k, \lambda_k) = \bar{u}_{\lambda_i}(k_i) \delta_{\mu} u_{\lambda_i}(p_i)$$

$$\cdot \bar{u}_{\lambda_j}(k_j) [\hat{v}(p_i)\hat{p}_i + \hat{v}(p_j)\hat{p}_j + \hat{v}(k_i)\hat{k}_i] \delta_{\nu} u_{\lambda_j}(p_j) \cdot \bar{u}_{\lambda_k}(k_k) \delta_{\nu} u_{\lambda_k}(p_k)$$

Обращение линии i приводит к $\lambda_i \leftrightarrow -\lambda_i, p_i \leftrightarrow k_i$, аналогично для линии k ; обращение линии j дополнительно приводит к тому, что линии i и k меняются местами:

$$J(p_i, k_i, \lambda_i; p_j, k_j, \lambda_j; p_k, k_k, \lambda_k) = J(k_i, p_i, -\lambda_i; p_j, k_j, \lambda_j; p_k, k_k, \lambda_k) = J(p_i, k_i, \lambda_i; p_j, k_j, \lambda_j; k_k, p_k, -\lambda_k) = J(p_k, k_k, \lambda_k; k_j, p_j, -\lambda_j; p_i, k_i, \lambda_i) \quad (3.2)$$

Используя эти свойства симметрии, можно свести конфигурацию спиральностей $\lambda_i, \lambda_j, \lambda_k$ к $-\lambda_j, \lambda_j, -\lambda_j$, и 2 раза применить формулу (2.13):

$$J(p_i, k_i, \lambda_i; p_j, k_j, \lambda_j; p_k, k_k, \lambda_k) = J(p k_{ij}, k p_{ij}, -\lambda_j; p_j, k_j, \lambda_j; p k_{kj}, k p_{kj}, -\lambda_j) = 2 S_{\lambda_j}(p_j, k p_{ij}) \cdot [\hat{v}(p_i) S_{-\lambda_j}(p k_{ij}, p_i) S_{\lambda_j}(p_i, k p_{kj}) + \hat{v}(p_j) S_{-\lambda_j}(p k_{ij}, p_j) S_{\lambda_j}(p_j, k p_{kj}) + \hat{v}(k_i) S_{-\lambda_j}(p k_{ij}, k_i) S_{\lambda_j}(k_i, k p_{kj})] \cdot 2 S_{-\lambda_j}(p k_{kj}, k_j) \quad (3.3)$$

где $p k_{ij} = p_i$ при $\lambda_i = -\lambda_j$ или k_i при $\lambda_i = \lambda_j$, а $k p_{ij} = p_j$ наоборот. Для конкретных наборов спиральностей отсюда получим

$$J(+++) = 4 S_+(p_j, p_i) S_-(k_k, k_j) [\hat{v}(p_i) S_-(k_i, p_i) S_+(p_i, p_k) + \hat{v}(p_j) S_-(k_i, p_j) S_+(p_j, p_k)],$$

$$J(++-) = 4 S_+(p_j, p_i) S_-(p_k, k_j) [\hat{v}(p_i) S_-(k_i, p_i) S_+(p_i, k_k) + \hat{v}(p_j) S_-(k_i, p_j) S_+(p_j, k_k)], \quad (3.4)$$

$$J(-++) = 4S_+(p_j, k_i) S_-(k_k, k_j) [\delta(p_j) S_-(p_i, p_j) S_+(p_j, p_k) + \delta(k_i) S_-(p_i, k_i) S_+(k_i, p_k)],$$

$$J(+--) = 4S_-(p_j, k_i) S_+(p_k, k_j) [\delta(p_j) S_+(p_i, p_j) S_-(p_j, k_k) + \delta(k_i) S_+(p_i, k_i) S_-(k_i, k_k)]$$

что согласуется с таблицей 4 в /15/, если в ней учесть антисимметрию S_{\pm} .

Отсюда для амплитуд рождения бариона с положительной спиральностью получим, в соответствии с правилом отбора,

$$J(+++) = J(++-) = 0, \text{ а}$$

$$J(-++) = 4\beta_2 \sqrt{x_1 x_2 x_3} S_+^2(p, k_i) S_-(p, k_i) S_-(k_j, k_k),$$

$$J(+--) = 4\beta_1 \sqrt{x_1 x_2 x_3} S_+(p, k_i) S_-(p, k_i) S_+(p, k_j) S_-(k_i, k_k) \quad (3.5)$$

Здесь $\beta_i = \delta(k_i)$, и использована формула (1.5). Подставляя (3.5) в (3.1) с учетом того, что для рассеяния $2 \rightarrow 2$ величины S_{\pm} могут быть выбраны действительными, и $S_-(p, k) = S_+^*(k, p) = -S_+(p, k)$, мы получим выражения для ненулевых спиральных амплитуд $-++$ и $+--$

$$M_{ijk} = -i\beta_j \frac{\varepsilon^{a_1 a_2 a_3}}{\sqrt{N!}} \frac{(8\pi C_B \alpha_s)^2}{S^2 z_i^2 z_k} \int \frac{[dx] f(x)}{x_i x_k x'_k} S_+^2(p, k_i) \begin{cases} S_+(p, k_i) S_+(k_j, k_k) \\ S_+(p, k_j) S_+(k_i, k_k) \end{cases} \quad (3.6)$$

где $x'_k = 1 - x_k$; $z_i = 2pk_i/s$, $z_1 = -t/s$, $z_2 = -u/s$, $z_3 = 1$, $z_1 + z_2 = 1$; s, t, u - стандартные инварианты процесса $q_1 q_2 \rightarrow B \bar{q}_3$. Выбирая фазы спиноров, как было описано в п.2, с $q_{1,2} = k_{1,2}$, для величин S_{\pm} получим

$$S_+(p, k_i) = \sqrt{s z_i}, S_+(k_i, k_j) = -\varepsilon_{ijk} \beta_k \sqrt{s z_k} \quad (3.7)$$

откуда

$$M_{ijk} = i \frac{\varepsilon^{a_1 a_2 a_3}}{\sqrt{N!}} \varepsilon_{ijk} \frac{(8\pi C_B \alpha_s)^2}{s z_k} \int \frac{[dx] f(x)}{x_i x_k x'_k} \begin{cases} -\beta_k & (\lambda_i \lambda_j \lambda_k = -++) \\ z_j/z_i & (\lambda_i \lambda_j \lambda_k = +-+) \end{cases} \quad (3.8)$$

Складывая вклады всех перестановок, получим окончательный результат

$$M(q_1 q_2 \rightarrow B_+ \bar{q}_3) = i \frac{\varepsilon^{a_1 a_2 a_3}}{\sqrt{N!}} \frac{(8\pi C_B \alpha_s)^2}{s} \int [dx] f_{B_+}^{q_1+q_2+q_3-}(x_1, x_2, x_3) \times \left[\frac{1}{z_2 x_3 x_2 x'_2} - \frac{1}{z_1 x_3 x_1 x'_1} + \frac{1}{z_1 z_2 x_2 x_1 x'_1} - \frac{1}{z_1 z_2 x_1 x_2 x'_2} \right], \quad (3.9)$$

$$M(q_1 q_2 \rightarrow B_+ \bar{q}_3) = i \frac{\varepsilon^{a_1 a_2 a_3}}{\sqrt{N!}} \frac{(8\pi C_B \alpha_s)^2}{s} \int [dx] f_{B_+}^{q_1+q_2+q_3+}(x_1, x_2, x_3) \times \left[\frac{z_2}{z_1 x_3 x_2 x'_2} - \frac{z_2}{z_1 x_3 x_1 x'_1} + \frac{1}{z_1 x_2 x_1 x'_1} - \frac{1}{x_2 x_3 x'_3} \right]$$

Заметим, что амплитуда имеет особенность при малом угле между направлениями движения кварка и бариона только тогда, когда их спиральности одинаковы.

Если $n = 2$ или 3 кварка в барионе одинаковы, то из каждой диаграммы возникает $n!$ диаграмм, отличающихся перестановкой начальных кварковых концов относительно конечных (со знаком $-$, если перестановка нечетная). В силу антисимметрии волновой функции бариона (включая $\varepsilon^{a_1 a_2 a_3}$), все они дают одинаковый вклад, и возникающий множитель $n!$ сокращает $1/n!$, подразумеваемый в (1.1) (в отличие от барионного формфактора, см. п.2).

Независимые спиральные амплитуды рождения протона имеют вид

$$M = i \frac{\varepsilon^{a_1 a_2 a_3}}{\sqrt{N!}} \frac{(8\pi C_B \alpha_s)^2}{s} \frac{30 f_N}{\sqrt{N!}} \begin{cases} \left(\frac{1}{z_1} - \frac{1}{z_2}\right)(I_u + I_d) & (u u_+ \rightarrow p_+ \bar{d}_+) \\ \frac{I_u - I_d}{z_1 z_2} + \frac{I_u}{z_2} - \frac{I_d}{z_1} & (u d_+ \rightarrow p_+ \bar{u}_+) \\ -\frac{z_2}{z_1}(I_u - I_d) + \frac{I_d}{z_1} + I_u & (u u_- \rightarrow p_+ \bar{d}_-) \quad (3.10) \\ -\left(\frac{1}{z_1} + 1\right)(I_u + I_d) & (u d_- \rightarrow p_+ \bar{u}_-) \\ \frac{z_2}{z_1}(I_u - I_d) + \frac{I_u}{z_1} + I_d & (d u_- \rightarrow p_+ \bar{u}_-) \end{cases}$$

Они определяются двумя постоянными (не зависящими от параметров) интегралами от волновой функции

$$I_u = \int \frac{x_1}{x'_2} \varphi(x) [dx], \quad I_d = \int \frac{x_2}{z'_1} \varphi(x) [dx] \quad (3.11)$$

Отсюда получаем усредненные по спину и цвету сечения рождения протона

$$\frac{d\sigma}{dz_1} = \frac{C}{s^3} A(z_1), \quad C = \frac{57600 \pi^3 C_B^4 \alpha_s^4 f_N^2}{N^2 N!},$$

$$A_{uu \rightarrow p\bar{d}} = \alpha \left(\frac{1}{z_1^2} + \frac{1}{z_2^2} \right) - \beta \left(\frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2} \right) + \gamma, \quad (3.12)$$

$$A_{ud \rightarrow p\bar{u}} = \alpha \left(\frac{1}{z_1^2} + 1 \right) + \frac{\gamma}{z_1^2} + \frac{\beta}{z_1},$$

$$\alpha = 2I_u^2 + 5I_d^2 - 2I_u I_d, \quad \beta = 2(3I_u^2 + 3I_d^2 - 7I_u I_d), \quad \gamma = 2(2I_u - I_d)^2$$

Сечения рождения нейтрона $d\sigma_{dd \rightarrow n\bar{u}} = d\sigma_{uu \rightarrow p\bar{d}}, d\sigma_{du \rightarrow n\bar{d}} = d\sigma_{ud \rightarrow p\bar{u}}$.
Переменные $z_{1,2}$ связаны с углом рассеяния в системе центра масс ϑ соотношением $z_{1,2} = (1 \mp c)/2, c = \cos \vartheta$.

Для модельной волновой функции (I.10-I2)

$$I_u = \frac{1}{4} + \frac{b_1 - b_3}{36} + \frac{9a_1 + 2a_2 - 5a_3}{336}, \quad I_d = I_u (1 \leftrightarrow 2) \quad (3.13)$$

так что при значениях коэффициентов (I.13)

$$I_u = 0.72, \quad I_d = 0.45 \quad (3.14)$$

На рис.5 изображены распределения $A(z_1)$ по $x_1 = |\sin \vartheta|$, определенные как $\frac{d\sigma}{dx_1} = \frac{C}{s^3} A(x_1)$, при этих значениях I_u и I_d .

Условием применимости полученных результатов является требование, чтобы характерные виртуальности всех пропагаторов были велики. С учетом формы волновой функции (I.10-I3), наименьшая характерная виртуальность $Q_0^2 \sim 0.15 \min(|t|, |u|)$. Поэтому положим $|t|, |u| > t_0$. Сечения, проинтегрированные по этой области углов, имеют вид

$$\sigma = \frac{C}{8t_0^3} \frac{B(X)}{X^3}, \quad X = \frac{s}{2t_0} \geq 1,$$

$$B_{uu \rightarrow p\bar{d}} = 8\alpha X \frac{X-1}{2X-1} - 2\beta \ln(2X-1) + \gamma \frac{X-1}{X}, \quad (3.15)$$

$$B_{ud \rightarrow p\bar{u}} = 4(\alpha + \gamma) X \frac{X-1}{2X-1} + \beta \ln(2X-1) + \alpha \frac{X-1}{X}$$

Эти полные сечения как функции \sqrt{X} при значениях I_u, I_d (3.14) изображены на рис.6. Они достигают максимума в точке $\sqrt{s_m} \approx 1.7 \sqrt{t_0}$. Максимальные величины сечений (при f_N из (I.13)) равны приблизительно $\sigma_m \approx 1/t_0 (190 \text{ МэВ} \cdot \alpha_s(Q_0^2)/\sqrt{t_0})^4$.

4. Рождение изолированного нуклона в нуклон-нуклонных столкновениях

В предыдущем пункте мы видели, что сечение рождения бариона в кварк-кварковом столкновении ($q_1 q_2 \rightarrow B \bar{q}_3$) имеет вид

$$d\sigma_{12} = \frac{f_{12}(c) dc}{s^3 (1-c^2)^2} \quad (4.1)$$

где числитель $f_{12}(c)$ является полиномом 4 степени по c . В действительности нас интересует рождение бариона в адрон-адронном столкновении. Пусть $q_1(x_1) dx_1$ и $q_2(x_2) dx_2$ - вероятности найти в сталкивающихся адронах h_1 и h_2 кварки q_1 и q_2 с долей импульса x_1 и x_2 . Тогда вероятность того, что сталкивающиеся кварки имеют $S_{q_1 q_2} = x s$, равна $q_{12}(x) dx$, где

$$q_{12}(x) = \int q_1(x_1) q_2(x_2) \delta(x - x_1 x_2) dx_1 dx_2 \quad (4.2)$$

Поперечный импульс родившегося бариона $p_{\perp} = \frac{\sqrt{s} q_1 q_2 \sin \vartheta}{2} = \frac{\sqrt{s}}{2} x_1$, откуда $x_1 = \sqrt{x(1-c^2)}$. Поэтому инклюзивное сечение рождения изолированного бариона с большим поперечным импульсом имеет вид

$$\frac{d\sigma}{dx_1} = \frac{2}{s^3 x_1^5} \int_{-\sqrt{1-x_1^2}}^{+\sqrt{1-x_1^2}} q_{12} \left(\frac{x_1^2}{1-c^2} \right) f_{12}(c) dc \quad (4.3)$$

Если барион может образоваться при столкновении разных пар кварков, следует взять сумму членов типа (4.3). Так, для рождения протона индексы 12 обозначают uu, ud, du .

В предельном случае $x_1 \rightarrow 1$ процесс определяется рассеянием на $\pi/2$ ($c \rightarrow 0$) кварков, несущих почти весь импульс своих адронов ($x_{1,2} \rightarrow 1$). Функции распределения кварков в этом пределе ведут себя как $q_{1,2}(x) = A_{1,2} (1-x)^{\beta_{1,2}}$, откуда

$$q_{12}(x) = \frac{\Gamma(\beta_1+1) \Gamma(\beta_2+1)}{\Gamma(\beta_1+\beta_2+2)} A_1 A_2 (1-x)^{\beta_1+\beta_2+1} \quad (4.4)$$

и

$$\frac{d\sigma}{dx_1} = 2^{2(\beta_1+\beta_2)+\frac{11}{2}} \frac{\Gamma(\beta_1+1) \Gamma(\beta_2+1) \Gamma(\beta_1+\beta_2+2)}{\Gamma(2(\beta_1+\beta_2)+2)} \cdot f_{12}(0) A_1 A_2 (1-x)^{\beta_1+\beta_2+\frac{3}{2}} \quad (4.5)$$

Если барион может рождаться из различных пар кварков, асимптотика $x_1 \rightarrow 1$ определяется парой с наименьшим $\beta_1 + \beta_2$. Экспериментально, для распределений кварков в протоне $\beta_u \approx 3$ (что находится в согласии с предсказанием правил кваркового счета) и $\beta_d \approx \beta_u + 1$. Поэтому спектр изолированных протонов в протон-протонных столкновениях при $x_1 \rightarrow 1$ определяется процессом $u\bar{u} \rightarrow p\bar{d}$, и ведет себя как $(1-x_1)^{7.5}$.

В противоположном предельном случае $x_1 \rightarrow 0$, как мы сейчас убедимся, основной вклад в сечение дает рассеяние на углы ~ 1 кварков с $x_{1,2} \ll 1$. Действительно, при $x \ll 1$ функции распределения кварков ведут себя как $q_{1,2}(x) = A_{1,2} x^{\alpha_{1,2}}$, и интеграл

$$q_{1,2}(x) = A_1 A_2 \frac{x^{\alpha_2} x^{\alpha_1}}{\alpha_1 - \alpha_2} \rightarrow A_1 A_2 x^\alpha \ln \frac{1}{x} \quad (4.6)$$

определяется областью малых x_1, x_2 (вторая формула относится к случаю $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha$). Тогда в интеграле по c

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{dx_1} &= \frac{2A_1 A_2}{s^{3(\alpha_1 + \alpha_2)}} \left[\frac{1}{x^{5-2\alpha_2}} \int \frac{f_{12}(c) dc}{(1-c^2)^{\alpha_2}} - \frac{1}{x^{5-2\alpha_1}} \int \frac{f_{12}(c) dc}{(1-c^2)^{\alpha_1}} \right] \\ &\rightarrow \frac{2A_1 A_2}{s^3} \frac{1}{x^{5-2\alpha}} \left[\int \frac{f_{12}(c) \ln(1-c^2) dc}{(1-c^2)^\alpha} - \ln x_1^2 \int \frac{f_{12}(c) dc}{(1-c^2)^\alpha} \right] \end{aligned} \quad (4.7)$$

можно положить пределы равными $-1, +1$ в силу его сходимости. Поэтому степенное поведение $\frac{d\sigma}{dx_1}$ при $x_1 \rightarrow 0$ имеет вид $1/x^{5-2\min(\alpha_1, \alpha_2)}$

Распределение валентных кварков в протоне обычно параметризуют в виде

$$u(x) = 2 \frac{\Gamma(\alpha_u + \beta_u + 2)}{\Gamma(\alpha_u + 1)\Gamma(\beta_u + 1)} x^{\alpha_u} (1-x)^{\beta_u}, \quad d(x) = \frac{\Gamma(\alpha_d + \beta_d + 2)}{\Gamma(\alpha_d + 1)\Gamma(\beta_d + 1)} x^{\alpha_d} (1-x)^{\beta_d} \quad (4.8)$$

где /19/

$\alpha_u = -0.22 \pm 0.06$, $\alpha_d = -0.1 \pm 0.18$, $\beta_u = 3.3 \pm 0.1$, $\beta_d = 4.4 \pm 0.5$
 Распределение $A(x_1)$, определенное как $\frac{d\sigma}{dx_1} = \frac{c}{s^3} A(x_1)$, было вычислено численно для распределений (4.8-9), результат показан на рис.5.

Условия применимости $|t|, |u| > t_0$ выполняются при

$$x_1 > \frac{\sqrt{2X-1}}{X} \quad (4.10)$$

Чтобы исключить фон от флуктуаций поперечного импульса протонов, входящих в состав струй, необходимо потребовать

$$|p_{\perp}|_{min} = \sqrt{t_0 \left(1 - \frac{1}{2X}\right)} \gg \mu \quad (4.11)$$

где $\mu \sim 300$ МэВ - характерный поперечный импульс в струях. Полное сечение, проинтегрированное по области (4.10) записывается в виде $\sigma = \frac{c}{8t_0^3} \frac{B(X)}{X^3}$; его зависимость от \sqrt{X} показана на рис.6. Оно имеет максимум при $\sqrt{s_m} \approx 21\sqrt{t_0}$, равный

$$\sigma_m \approx \frac{1}{t_0} \left(\frac{150 \text{ МэВ} \cdot \alpha_s(Q_0^2)}{\sqrt{t_0}} \right)^4$$

Выбирая $\sqrt{t_0} = 2$ ГэВ, мы получим наименьшую характерную виртуальность $Q_0^2 \sim (800 \text{ МэВ})^2$, т.е. такую же, как в случае формфактора протона при максимальных достигнутых $\sqrt{-t} \approx 5.5$ ГэВ. В этом случае сечение достигает при $\sqrt{s_m} \sim 42$ ГэВ максимума, составляющего $\sigma_m \sim 4 \cdot 10^{-35} \text{ см}^2$ (мы приняли $\Lambda = 100$ МэВ, откуда $\alpha_s(Q_0^2) = 0.34$). Это сечение рождения протона с $|p_{\perp}| > 2$ ГэВ (см. (4.11)), не сопровождаемого другими частицами с $|p_{\perp}| \gg \mu$, летящими в близких направлениях. Величина сечения очень резко зависит от $\sqrt{t_0}$. Так, принимая $\sqrt{t_0} = 1$ ГэВ, мы получим $\sigma_m \sim 10^{-32} \text{ см}^2$, но в этом случае хуже будет выполняться условие применимости, и, возможно, появится значительный фон. В итоге мы видим, что диапазон энергий и величины сечений вероятно позволяют произвести отбор событий с изолированным протоном с большим поперечным импульсом в данных ISR.

Основным фоновым процессом является рождение двух струй в том случае, когда нуклон унес почти всю энергию одной струи (рис.7). Этот процесс будет имитировать рождение изолированного нуклона при

$$1-z < z \frac{x_{\perp}^0}{x_1}, \quad x_{\perp}^0 = \frac{2\mu}{\sqrt{s}} \quad (4.12)$$

где z - доля энергии струи, уносимая нуклоном. При $z \rightarrow 1$ пропагаторы на рис.7 становятся относительно жесткими, их

виртуальность $Q_1^2 \sim \mu^2/(1-z) \sim \mu \sqrt{t_0}$, и функция фрагментации кварка в нуклон $w(z)$ определяется правилами кваркового счета (см./20/)

$$w(z) \sim \alpha_s^4(\mu Q_0) (1-z)^3 \quad (4.13)$$

откуда

$$\frac{d\sigma_{фон}}{dx_\perp} \sim \frac{d\sigma_q}{dx_\perp} \cdot \frac{\alpha_s^4(\mu Q_0)}{4x_\perp^4} \left(\frac{2\mu}{\sqrt{s}}\right)^4 \quad (4.14)$$

Простая размерная оценка дает

$$\sigma_{фон} \sim \frac{\alpha_s^2(t_0)}{t_0} \left(\frac{\mu \alpha_s(\mu Q_0)}{\sqrt{t_0}}\right)^4, \sigma \sim \frac{1}{t_0} \left(\frac{\sqrt{f_B} \alpha_s(Q_0^2)}{\sqrt{t_0}}\right)^4, f_B \sim \mu^2, \quad (4.15)$$

$$\frac{\sigma_{фон}}{\sigma} \sim \frac{\alpha_s^4(\mu Q_0) \alpha_s^2(t_0)}{\alpha_s^4(Q_0^2)}$$

Таким образом, зависимость фонового сечения от параметров такая же, как у изучаемого процесса, однако фон подавлен как α_s^2 .

5. Заключение

Экспериментальное выделение обсуждаемого процесса было бы чрезвычайно важным для исследования волновой функции нуклона. Мы проводили оценку сечения для волновой функции из работы /5/. Основной ее особенностью является очень неравномерное распределение импульса протона между тремя кварками: 70% импульса несет u кварк, спиральность которого совпадает со спиральностью протона. В случае волновых функций с более равномерным распределением импульса, интегралы I_u и I_d были бы существенно меньше, чем (3.14). Так, для асимптотической волновой функции $I_u = I_d = 1/4$, а для нерелятивистской волновой функции $\delta(x_1 - \frac{1}{3})\delta(x_2 - \frac{1}{3})$ $I_u = I_d = 9/80$. Поэтому, при той же величине f_N , для асимптотической формы волновой функции сечение было бы примерно в 4 раза меньше, чем приведенная оценка, а для нерелятивистской — более чем на порядок. Величина f_N известна теоретически значительно надежнее, чем форма волновой функции, определяющая интегралы I_u, I_d . Поэтому экспериментальное наблюдение (или ненаблюдение) рождения изолированных протонов на ожидаемом уровне сечения было бы важно для исследования формы волновой функции протона, и в частности для проверки предложенной в /5/ картины.

Проведенная оценка показывает, что фон не должен быть велик, хотя этот вопрос требует более подробного изучения. Предсказываемое сечение не слишком мало. Так, набранный в эксперименте /21/ на ISR интеграл светимости при энергии $\sqrt{s} = 63$ ГэВ соответствует ≈ 100 событиям рождения изолированного протона с поперечным импульсом > 2 ГэВ.

В заключение мне приятно поблагодарить Э.А.Кураева за полезное обсуждение метода спиральных амплитуд; В.Л.Черняка за многочисленные обсуждения; В.Н.Байера за интерес к работе и обсуждение результатов; С.И.Эйдельмана за обсуждение экспериментальной ситуации.

Л и т е р а т у р а

1. V.L.Chernyak, A.R.Zhitnitsky. Phys. Reports 112, 173 (1984)
2. В.Н.Байер, А.Г.Грозин. ЭЧАЯ 16, 5 (1985)
3. G.P.Lepage, S.J.Brodsky. Phys. Rev. Lett. 43, 545; Erratum 1625 (1979); Phys. Rev. D22, 2157 (1980)
4. В.А.Авдеенко, С.Э.Коренблит, В.Л.Черняк. ЯФ 33, 481 (1981)
5. V.L.Chernyak, I.R.Zhitnitsky. Nucl. Phys. B246, 52 (1984)
6. S.J.Brodsky, G.P.Lepage. Phys. Rev. D24, 2848 (1981)
7. A.Andrikopoulou. Zeit. fur Phys. C22, 63 (1984)
8. P.H.Damgaard, K.Tsokos, E.L.Berger. Nucl. Phys. B259, 285 (1985)
9. P.H.Damgaard. Nucl. Phys. B211, 435 (1983)
10. G.R.Farrar, E.Maina, F.Neri. Nucl. Phys. B259, 702 (1985)
11. V.N.Baier, A.G.Grozin. Phys. Lett. 96B, 181 (1980); А.Г.Грозин. ЯФ 37, 424 (1983)
12. M.Fontannaz, H.F.Jones. Zeit. fur Phys. C28, 371 (1985)
13. G.R.Farrar, F.Neri. Phys. Lett. 130B, 109 (1983)
14. CALKUL collaboration: P.de Gausmaecker et al. Nucl. Phys. B206, 53; F.A.Berends et al. Nucl. Phys. B206, 61 (1981)
15. R.Kleiss. Nucl. Phys. B241, 61 (1984)
16. В.Н.Байер, А.Г.Грозин. Препринт ИЯФ 85-6 (1985)
17. S.J.Brodsky, G.P.Lepage. Phys. Rev. D24, 1808 (1981)
18. G.R.Farrar. Phys. Rev. Lett. 53, 28 (1984)
19. BEBC collaboration: D.Allasia et al. Phys. Lett. 135B, 231 (1984)
20. S.J.Brodsky. SLAC Summer Institute on Particle Physics, ed. A.Mosher, p.133 (1980)
21. Axial Field Spectrometer collaboration: T.Akesson et al. Phys. Lett. 128B, 354 (1983); Nucl. Phys. B246, 408 (1984)

Подписи к рисункам

- Рис.1. Исключение фотонного обмена на формуле (2.12 а). Вершина с фотонной линией, помеченной k , означает \hat{k} .
- Рис.2. Исключение фотонного обмена по формуле (2.13). Вершине, помеченной точкой, сопоставляется 1.
- Рис.3. Диаграммы для барионного формфактора.
- Рис.4. Диаграммы для процесса $q_1 q_2 \rightarrow B \bar{q}_3$. Указаны перестановки ijk чисел 123, соответствующие диаграммам.
- Рис.5. Распределение $A(x_1) = \frac{s^3}{c} \frac{d\sigma}{dx_1}$ протонов по x_1 в uu и ud и pp столкновениях.
- Рис.6. Полные сечения $B(x)/x^3 = \frac{8t_0^3}{c} \sigma$ рождения протонов в зависимости от $\sqrt{x} = \sqrt{s/2t_0}$ в uu , ud и pp столкновениях.
- Рис.7. Фоновый процесс. Диаграмма и импульсы частиц в струях. Протон с долей поперечного импульса x_1 произошел при фрагментации кварка с долей поперечного импульса x_1/z . Суммарная доля поперечного импульса остальных частиц в струе, порожденной этим кварком, равна $x_1(1/z - 1)$, поэтому они лежат внутри струй в направлениях вперед-назад, толщина которых $x_1^0 = 2\mu/\sqrt{s}$.

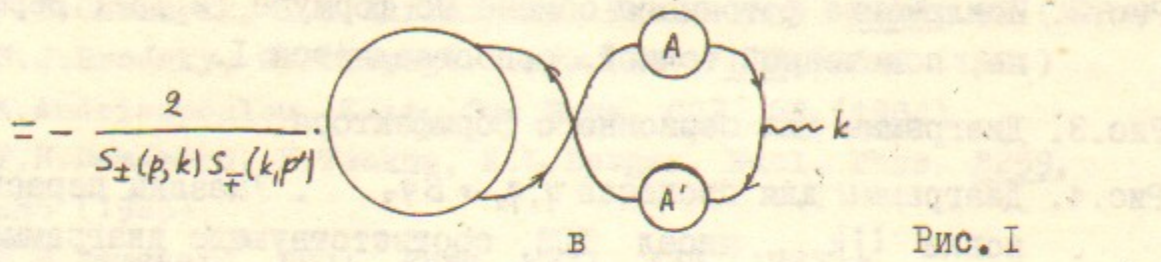
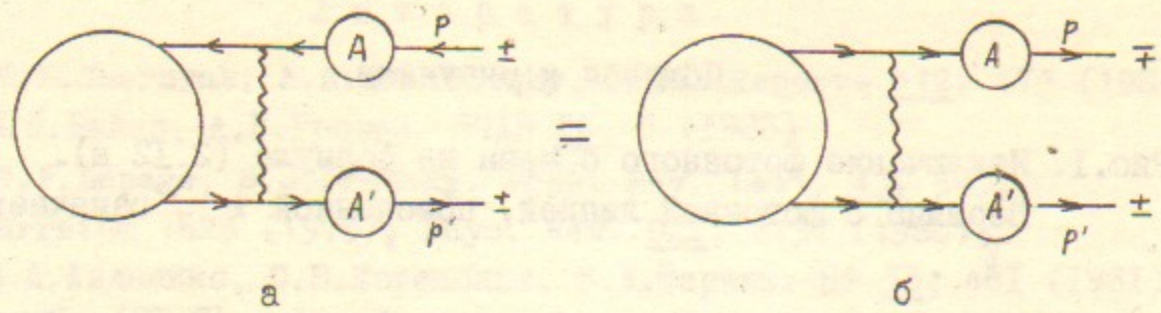


Рис. 1

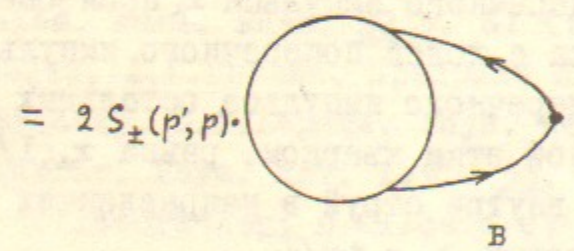
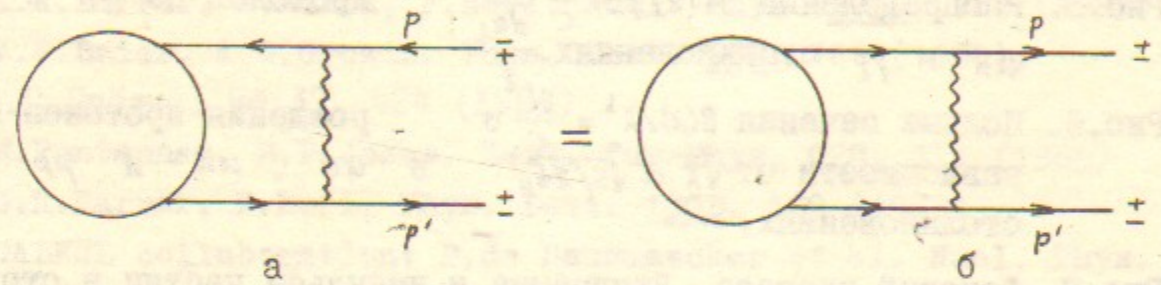


Рис. 2

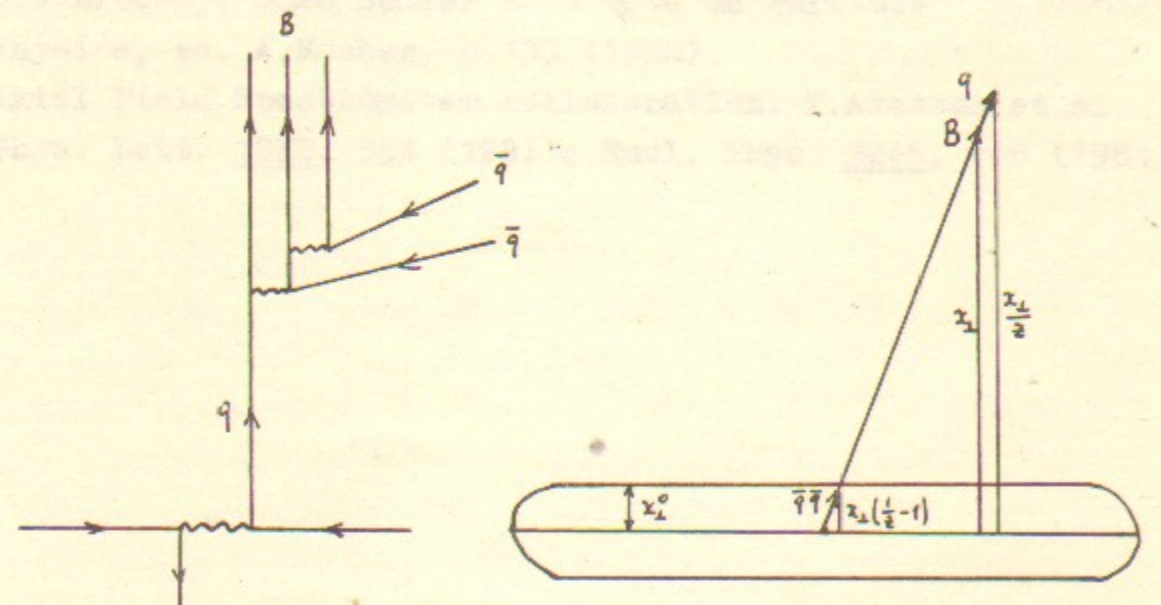


Рис. 7

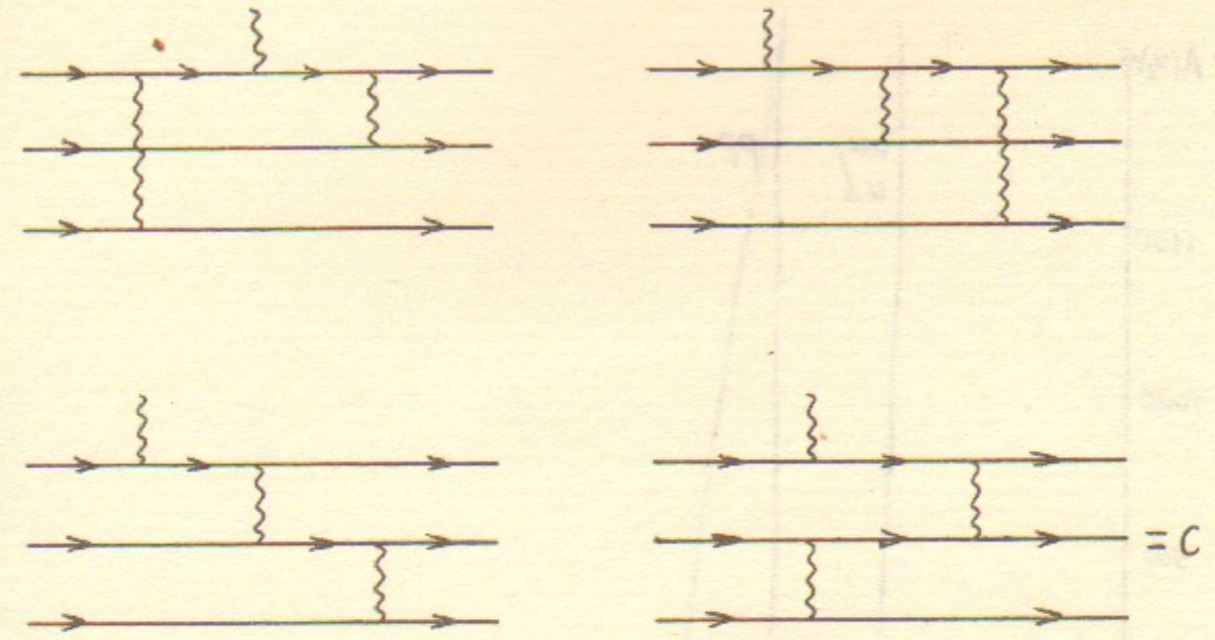


Рис. 3

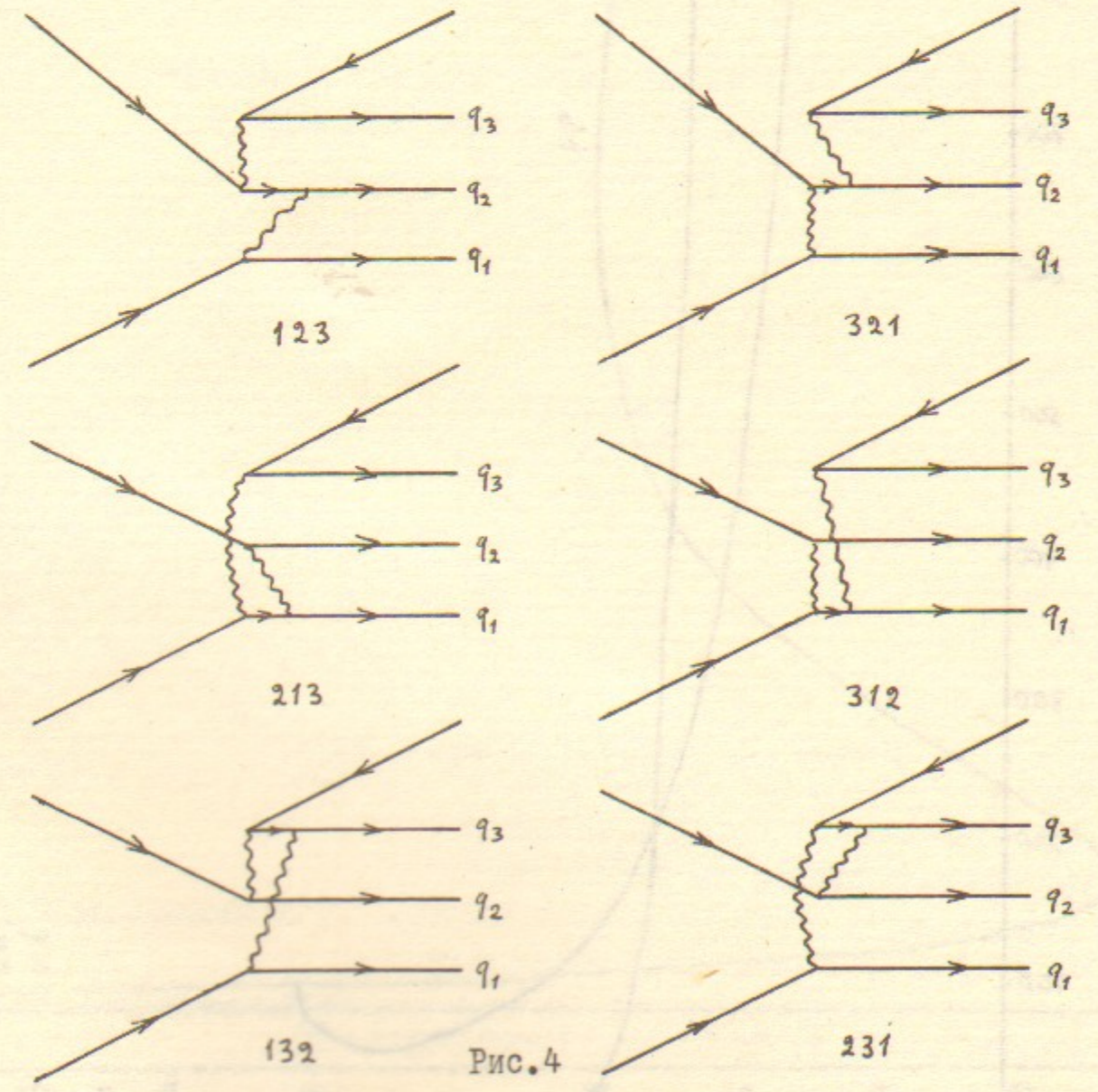


Рис. 4

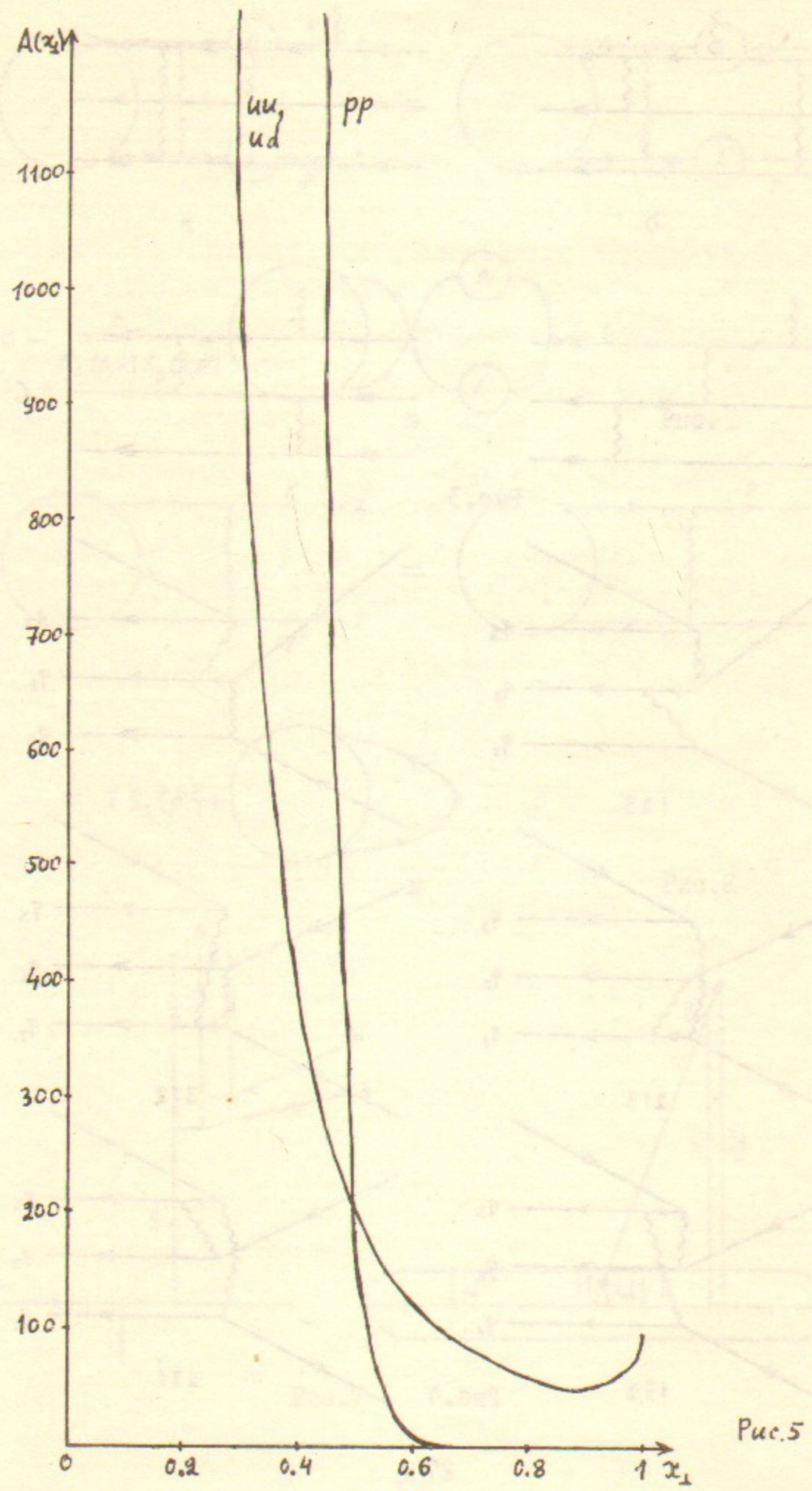


Рис.5

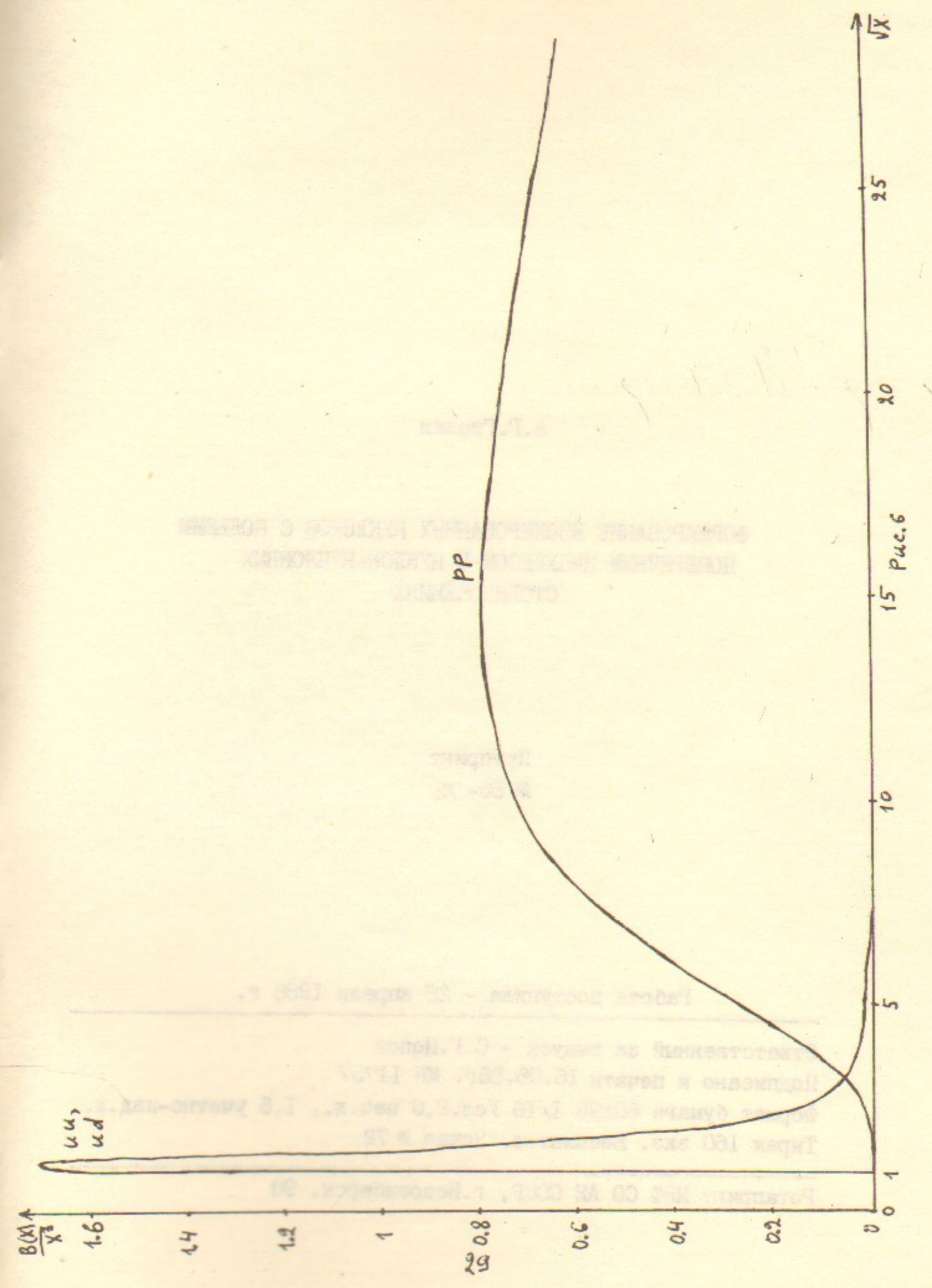


Рис.6

А.Г.Грозин

ФОРМИРОВАНИЕ ИЗОЛИРОВАННЫХ НУКЛОНОВ С БОЛЬШИМ
ПОПЕРЕЧНЫМ ИМПУЛЬСОМ В НУКЛОН-НУКЛОННЫХ
СТОЛКНОВЕНИЯХ

Препринт
№ 86-72

Работа поступила - 28 апреля 1986 г.

Ответственный за выпуск - С.Г.Попов
Подписано к печати 16.06.86г. МН II757
Формат бумаги 60x90 1/16 Усл.2,0 печ.л., 1,6 учетно-изд.л.
Тираж 160 экз. Бесплатно. Заказ № 72

Ротапринт ИЯФ СО АН СССР, г.Новосибирск, 90