



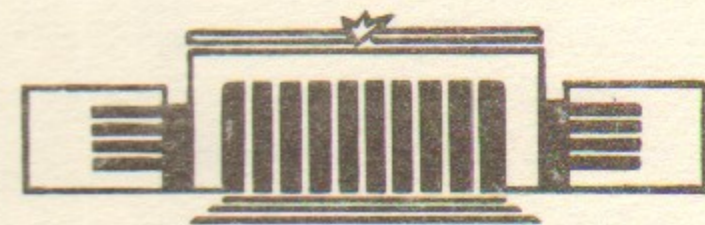
ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ СО АН СССР

13

И.А. Котельников, Г.В. Росляков
Д.Д. Рютов

СТАБИЛИЗАЦИЯ ЖЕЛОБКОВЫХ ВОЗМУЩЕНИЙ
В ОСЕСИММЕТРИЧНОЙ ОТКРЫТОЙ ЛОВУШКЕ
С ПЛЕЩУЩИМИСЯ ИОНАМИ

ПРЕПРИНТ 86-31



НОВОСИБИРСК

Известно, что изотропная плазма в осесимметричном пробкотроне неустойчива относительно желобковых колебаний, так как кривизна силовых линий в среднем имеет неблагоприятный (для стабилизации) знак. МГД-устойчивость плазмы в таком пробкотроне можно обеспечить, если ввести в систему группу плещущихся ионов и подобрать профиль магнитного поля таким образом, чтобы точка остановки и (соответственно) пик давления этих ионов были расположены в области благоприятной кривизны силовых линий. Указанный метод стабилизации желобковых колебаний с помощью плещущихся ионов сам по себе достаточно очевиден, однако проведенные ранее оценки не выявили всех его резервов. В работе [1] было найдено, что для стабилизации системы требуется сформировать популяцию плещущихся ионов с чрезвычайно малым угловым разбросом — таким, какой имеют ионы гелия с энергией 50 МэВ при инжекции в плазму с температурой электронов $T_e = 50$ кэВ (ионы со столь большой энергией рассеиваются значительно медленнее, чем тормозятся на электронах).

В настоящем сообщении мы покажем, что за счет оптимизации профиля магнитного поля возможность МГД-стабилизации с помощью плещущихся ионов можно сделать более реальной.

2. УСЛОВИЕ УСТОЙЧИВОСТИ

Чтобы выяснить, устойчива та или иная система относительно желобковых возмущений, в параксиальном приближении достаточно рассмотреть случай, когда давление плазмы постоянно по её сечению. Тогда, в соответствии с критерием Розенблюта-Лонгмайра [2], аксиально-симметричная конфигурация устойчива, если

$$I = \int_{-L}^L (p_{\perp} + p_{\parallel}) a^3 \frac{d^2 a}{dz^2} dz > 0, \quad (I)$$

где $a = a(z)$ — уравнение граничной силовой линии, $d^2 a / dz^2$ — её кривизна. Поперечная p_{\perp} и продольная p_{\parallel} компоненты давления являются функциями индукции магнитного поля B (см., например, [3]), которая в параксиальном приближении пропорциональна a^{-2} ; поэтому можно считать, что

$p_{\perp, \parallel} = p_{\perp, \parallel}(a)$. Интегрирование в (1) ведется вдоль оси симметрии ловушки z по области, занятой плазмой. На границе $z = \pm L$ этой области функции $p_{\perp}(a)$ и $p_{\parallel}(a)$ одновременно обращаются в нуль, а магнитное поле, которое без ограничения общности можно считать симметричным относительно плоскости $z = 0$, достигает максимума.

Выполнив в (1) интегрирование по частям:

$$I = - \int_{-L}^L dz \left(\frac{da}{dz} \right)^2 \frac{d}{da} [a^3 (p_{\perp} + p_{\parallel})], \quad (2)$$

нетрудно установить, что если функция

$$g(a) = \frac{d}{da} [a^3 (p_{\perp} + p_{\parallel})] \quad (3)$$

знакоопределенна и, как в случае изотропной плазмы, положительна, то $I < 0$. Система может быть устойчивой, $I > 0$, только если функция $g(a)$ на некотором интервале отрицательна. В этом случае на графике функции $(p_{\perp} + p_{\parallel})a^3$ появляется локальный минимум (рис.1). Именно такая возможность реализуется, если создать популяцию плещущихся ионов с достаточно малым угловым разбросом. Точки $a = a_1$ и $a = a_2$, где $g(a) = 0$, выделяют на силовой линии $a = a(z)$ участок $a_1 < a(z) < a_2$, который вносит стабилизирующий (положительный) вклад в интеграл (2). Сокращая длину этого участка $l = z_2 - z_1$ (где $a(z_{1,2}) = a_{1,2}$), можно обеспечить выполнение критерия устойчивости $I > 0$ даже при очень малом (по абсолютной величине) отрицательном значении минимума $g(a)$. Поэтому вопрос о возможности МГД-стабилизации с помощью плещущихся ионов сводится к выяснению условий, при которых

$$\min_a [g(a)] < 0. \quad (4)$$

3. ФУНКЦИЯ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ БЫСТРЫХ ИОНОВ

Плещущиеся ионы обычно формируются при нагреве плазмы с помощью инъекции моноэнергетичных частиц с очень малым начальным угловым разбросом и последующего их торможения на электронах, которое из-за большой энергии E_0 инжектирован-

ных частиц происходит значительно быстрее, чем торможение и рассеяние на ионах плазмы. Считая для простоты, что большая часть объема плазмы приходится на длинную однородную центральную часть ловушки, и проводя вычисления, аналогичные тем, которые были проделаны в работе [4] (см. также [1]) при определении плотности плещущихся ионов, находим, что

$$p_{\perp} + p_{\parallel} = 2p_0 + \frac{Q_0 \tau_{ei} R^{1/2} (1 - \frac{R}{2} \sin^2 \theta_0) \cos \theta_0}{V \sqrt{\Delta \theta_0 \sin 2\theta_0}} G(y) \quad (5)$$

где p_0 - давление изотропной компоненты плазмы;

$$R = B/B_{\min} = a^2(0)/a^2(z)$$

- текущее пробочное отношение; θ_0 и Q_0 - угол (отсчитываемый от оси системы) и мощность инъекции; V - объем плазмы;

$$\tau_{ei} = \frac{3}{4\sqrt{2\pi}} \frac{M}{\sqrt{m_e}} \frac{T_e^{3/2}}{Z^2 \Lambda e^4 n}$$

- время торможения ионов с зарядом Z и с массой M на электронах;

$$\Delta \theta_0 = \sqrt{\frac{4\tau_{ei}}{3\tau_{ii}}} \equiv \sqrt{\frac{2}{3}} \left(\frac{v_c}{v_0} \right)^{3/2}$$

- характерная ширина углового распределения плещущихся ионов;

$$\tau_{ii} = \frac{M^2 v_0^2}{2\pi \Lambda e^4 n Z^2}$$

- время рассеяния на ионах; Λ - кулоновский логарифм; $v_0 = (2E_0/M)^{1/2}$ и $v_c = (3\pi^{1/2} m_e/M)^{1/3} (2T_e/m_e)^{1/2}$ - соответственно, начальная и критическая скорость инжектируемых ионов (при $v = v_c$ скорость их торможения на электронах и ионах плазмы сравниваются);

$$G(y) = \frac{4}{3\sqrt{\pi}} \int_0^{\infty} \frac{dx \cdot x^{5/6}}{(1+x^2)^{5/3}} \int_{-\infty}^{xy} \frac{d\xi e^{-\xi^2}}{\sqrt{xy-\xi}} \quad (6)$$

$$y = (1 - R \sin^2 \theta_0) / \Delta \theta_0 R \sin 2\theta_0.$$

Используя (5) и учитывая, что при $\Delta \theta_0 \ll 1$ пик давления плещущихся ионов расположен вблизи точки $R = 1/\sin^2 \theta_0$, условие (4) можно записать в следующем виде:

$$Q_0 > \frac{V p_0}{\tau_{ei}} \min_y \left\{ - \frac{3 (\Delta \theta_0 \sin 2\theta_0)^{1/2}}{\frac{1}{4} G' + \Delta \theta_0 \cdot \text{ctg} \theta_0 G} \right\}, \quad (7)$$

где минимум правой части неравенства следует искать для тех значений y , при которых она положительна. Учет второго слагаемого в знаменателе правой части (7), строго говоря, является превышением точности, с которой вычислено давление плещущихся ионов (5), однако он оправдывается наличием численно малого коэффициента $1/4$ перед первым слагаемым G' . Считая угол инжекции не слишком малым ($\theta_0 \gg \Delta \theta_0$), но и не очень близким к $\pi/2$ ($\pi/2 - \theta_0 \gg \Delta \theta_0$), нетрудно показать, что минимум правой части (7) с точностью до малых поправок порядка $\Delta \theta_0/\theta_0$ достигается в точке $y = 0,7$, где $G'' = 0$. Подставляя в (7) значения $G' = -0,27$ и $G = 0,96$ в этой точке, найдем минимальную мощность инжекции, при которой плещущиеся ионы стабилизируют желобковые колебания:

$$Q_0 = \frac{V p_0}{\tau_{ei}} \frac{33,0 \sin^{1/2} 2\theta_0 (v_c/v_0)^{9/4}}{1 - 11,7 \text{ctg} \theta_0 (v_c/v_0)^{3/2}}. \quad (8)$$

Для сравнения (8) с результатами работы [1] (где основные расчеты проведены для инжекции гелия в изотермическую дейтериевую плазму) примем, как и в [1], $\theta_0 = \arcsin \sqrt{6/7}$ и обезразмерим Q_0 на величину

$$Q_c = \frac{3}{2} \frac{p_0 V}{\tau_{ec}} \left\{ \left(\frac{T_i}{T_e} \right)^{3/2} \left(\frac{Z}{2} \right)^2 \left(\frac{4 m_H}{M} \right) \left(\frac{m_i}{2 m_H} \right)^{1/2} \right\} \lg R, \quad (9)$$

где множитель перед фигурными скобками в пренебрежении амбиполярными эффектами с точностью до численного коэффициента равен потоку энергии плазмы через пробки, комбинация в фигур-

ных скобках равна единице при инжекции гелия в изотермическую дейтериевую плазму, m_H - масса протона,

$$\tau_{ec} = \tau_{ei} \left(\frac{T_i}{T_e} \right)^{3/2} \frac{(2 m_i m_e)^{1/2}}{M} Z^2 \lg R$$

- время рассеяния ионов с единичным зарядом и с массой m_i в конус потерь. Отношение Q_0/Q_c есть:

$$\frac{Q_0}{Q_c} = \frac{0,71 (v_c/v_0)^{9/4}}{1 - (2,84 v_c/v_0)^{3/2}}, \quad (10)$$

Существенно, что при v_0 в 1,5-2 раза превышающей минимальную скорость инжектированных ионов*

$$v_* = 2,84 v_c, \quad (11)$$

при которой еще возможна стабилизация плещущимися ионами ($Q_0 \rightarrow \infty$ при $v_0 \rightarrow v_*$) мощность инжекции, найденная из соотношения (10), уменьшается с увеличением v_0 значительно быстрее ($Q_0 \sim v_0^{-9/4}$), чем это следует из расчета, сделанного в работе [1] ($Q_0 \sim v_0^{-3/4}$). График (10) и график соответствующей зависимости

$$\frac{Q_0}{Q_c} \Big|_{[1]} = \frac{0,022}{(v_0/3,81 v_c)^{3/4} - 1}, \quad (12)$$

полученной в [1], приведены на рис.2. Сравнение (11) и (12) показывает, что минимальную скорость инжектированных ионов можно снизить в 1,35 раза, а энергию инжекции E_0 , следовательно, в 1,8 раза.

4. ДОПОЛНИТЕЛЬНОЕ СНИЖЕНИЕ МИНИМАЛЬНОЙ ЭНЕРГИИ ИНЖЕКЦИИ

Поскольку минимальная энергия инжекции остается все еще очень высокой, желательно найти способ её дополнительного снижения. Этого можно добиться путем перехода к системе двух пробкотронов - одного длинного, а другого короткого (но такого, что параксиальное приближение в нем еще применимо). Будем считать,

* Отметим, что при $v_0 = v_*$ угловой разброс действительно мал: $\Delta \theta_0 = 0,17$. Это, с одной стороны, оправдывает возможность использования формулы (5), и, с другой стороны, удержания члена с $\Delta \theta_0$ в знаменателе формулы (7).

что наклонная инжекция ведется только в длинный пробкотрон, причем угол инжекции θ_0 соответствует остановке быстрых ионов в максимуме магнитного поля в пробке, разделяющей два пробкотрона (1 на рис.3). В таких условиях в короткий пробкотрон могут проникать только те из быстрых ионов,pitch-угол которых уменьшился по сравнению с θ_0 (вследствие рассеяния). При этом функция распределения быстрых частиц по углу в коротком пробкотроне будет иметь вид, показанный сплошной линией на рис.4, что обеспечивает существование отрезка с отрицательными значениями функции $g(\alpha)$ даже при больших значениях $\Delta\theta_0$ (т.е. при невысоких энергиях инжекции). Появление же такого отрезка позволяет стабилизировать желобковую неустойчивость путем создания участка с резко нарастающим магнитным полем во внешней пробке короткого пробкотрона (2 на рис.3).

Разумеется, столкновения в коротком пробкотроне будут приводить к размытию правой границы функции распределения быстрых частиц на рис.4 и к уменьшению стабилизирующего эффекта. Чтобы воспрепятствовать этому процессу, следует включить в короткий пробкотрон некоторый механизм "откачки" захваченных в него быстрых частиц. Лучше всего здесь подходит механизм "дрейфовой" откачки [5], связанный с использованием малого аксиально-несимметричного возмущения магнитного поля, колеблющегося с частотой, близкой к частоте дрейфового обращения быстрых частиц вокруг магнитной оси. Этот способ откачки хорош тем, что, вследствие сильного отличия дрейфовых частот трех популяций ионов - быстрых захваченных, быстрых незахваченных (т.е. быстрых ионов с $\theta < \theta_0$) и медленных, - можно добиться избирательной откачки первых без потерь вторых и третьих.

Время существенного (на величину порядка $\Delta\theta_0$) размытия правой границы функции распределения быстрых частиц по порядку величины равно времени рассеяния этих частиц на угол (совпадающему по порядку величины со временем их торможения на электронах τ_{ei}). Поэтому характерное "время откачки" должно удовлетворять условию

$$\tau^* \ll \tau_{ei} \quad (13)$$

При условии (13) ширина правой границы пика на рис.4 может быть оценена по формуле

$$\Delta\theta^* \sim \Delta\theta_0 \sqrt{\tau^*/\tau_{ei}}, \quad (14)$$

а мощность Q^* , теряемая из системы с откачиваемыми частицами - по формуле

$$Q^* \sim \frac{\Delta\theta_0}{\Delta\theta^*} \frac{V^*}{V} Q_0, \quad (15)$$

где V^* - объем короткого пробкотрона. Для того, чтобы откачка частиц из короткого пробкотрона не приводила к существенному уменьшению числа быстрых частиц в системе, должно быть выполнено условие $Q^* \leq Q_0$, что ограничивает допустимое время откачки снизу:

$$\tau^* \geq \tau_{ei} \left(\frac{V^*}{V} \right)^2. \quad (16)$$

Соответственно, для минимального достижимого значения $\Delta\theta^*$ имеем оценку:

$$\Delta\theta^* \sim \Delta\theta \frac{V^*}{V}.$$

Таким образом, при достаточно малом объеме короткого пробкотрона действительно можно существенно увеличить крутизну правого склона углового распределения быстрых частиц и, тем самым, снизить энергию инжекции до значений $E_0 \approx Mv_c^2/2$ и даже ниже.

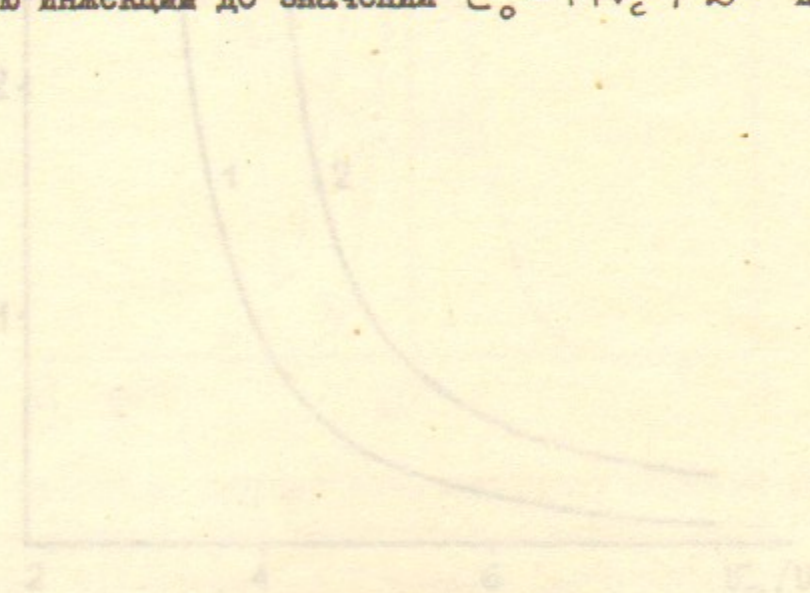


Рис.2. 1 - график зависимости (15); 2 - график зависимости (16), полученный в работе [1].

ЛИТЕРАТУРА:

1. Hinton F.L., Rosenbluth M.N. - Nuclear Fusion, 1982, v.22, No 12, p.1547
2. Rosenbluth M.N., Longmire C. - Ann. Phys., 1957, v.1, p.120.
3. Рютов Д.Д., Ступаков Г.В. - В кн.: Вопросы теории плазмы. Вып. 13 /Под ред. Кадомцева Б.Б.: Атомиздат, 1983, с.74.
4. Котельников И.А., Рютов Д.Д. Физика плазмы, II, II55, 1985.
5. Baldwin D. - Proc. of the 1983 Varenna School of Plasma Physics, v.1, p.109.

$(p_{\perp} + p_{\parallel}) a^3$

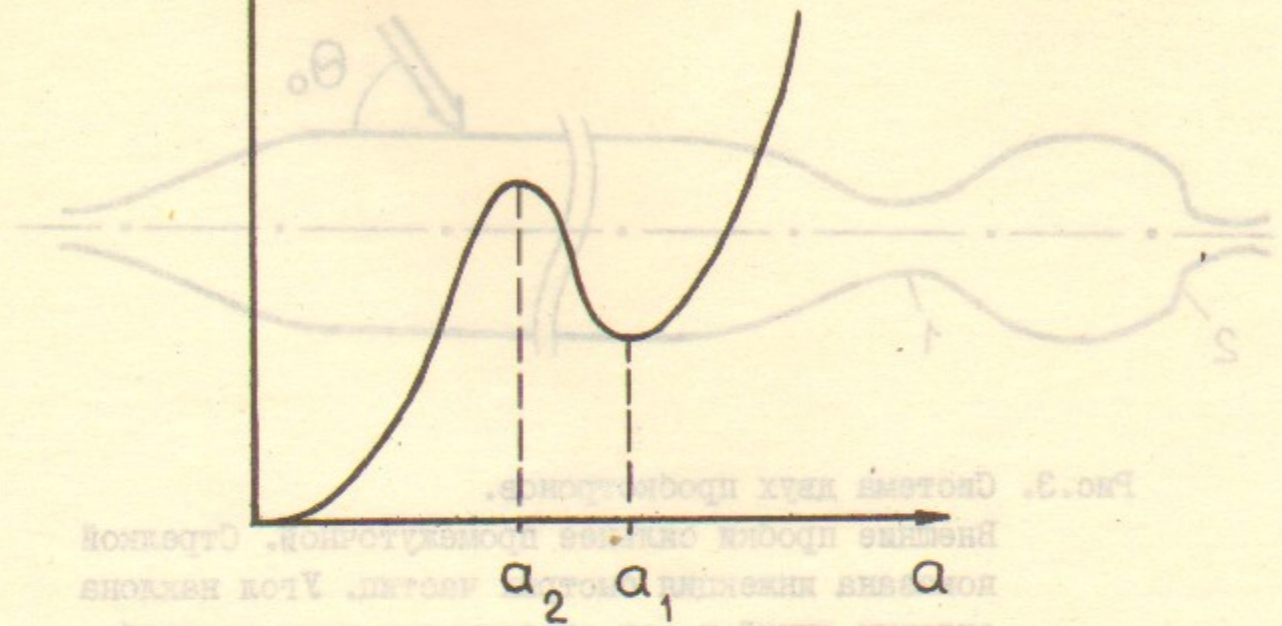


Рис.1. Качественный вид функции $(p_{\parallel} + p_{\perp}) a^3$ при выполнении критерия (4).

Q_0/Q_c

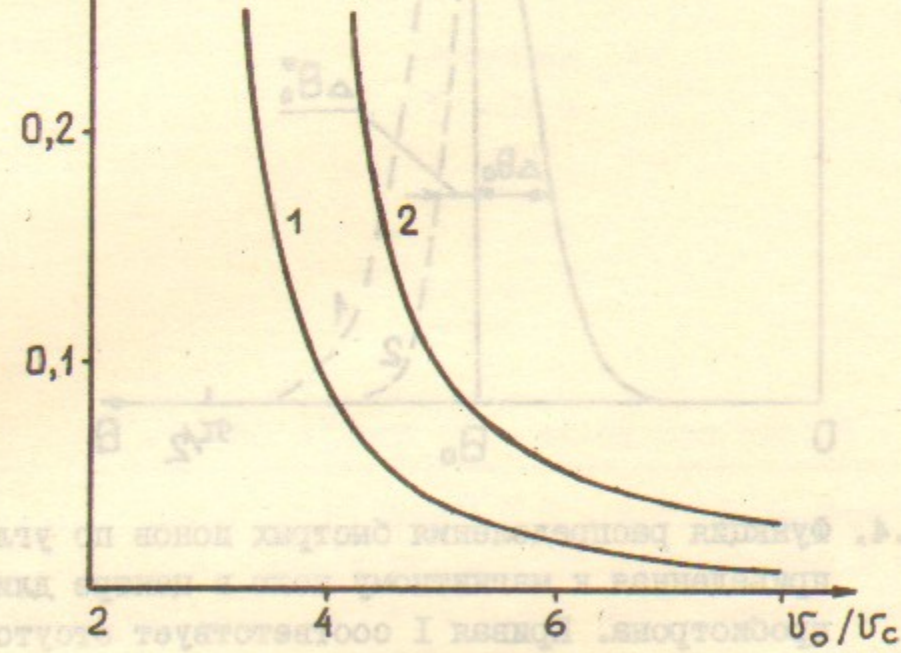


Рис.2. 1 - График зависимости (I0);
2 - график зависимости (I2), полученной в работе [1].

ЛИТЕРАТУРА:

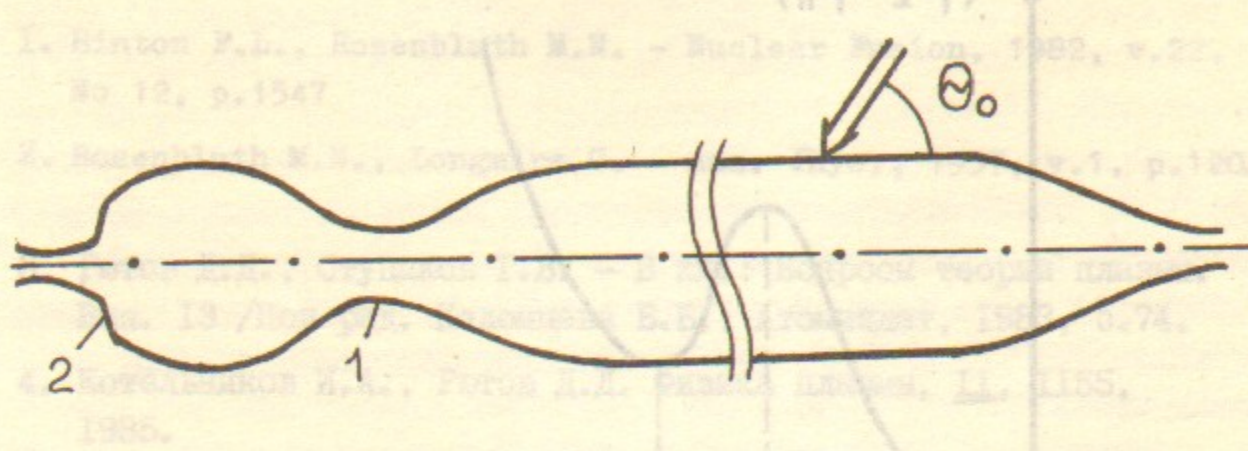


Рис.3. Система двух пробкотронов. Внешние пробки сильнее промежуточной. Стрелкой показана инжекция быстрых частиц. Угол наклона силовых линий к оси системы дан не в масштабе (в действительности он меньше).

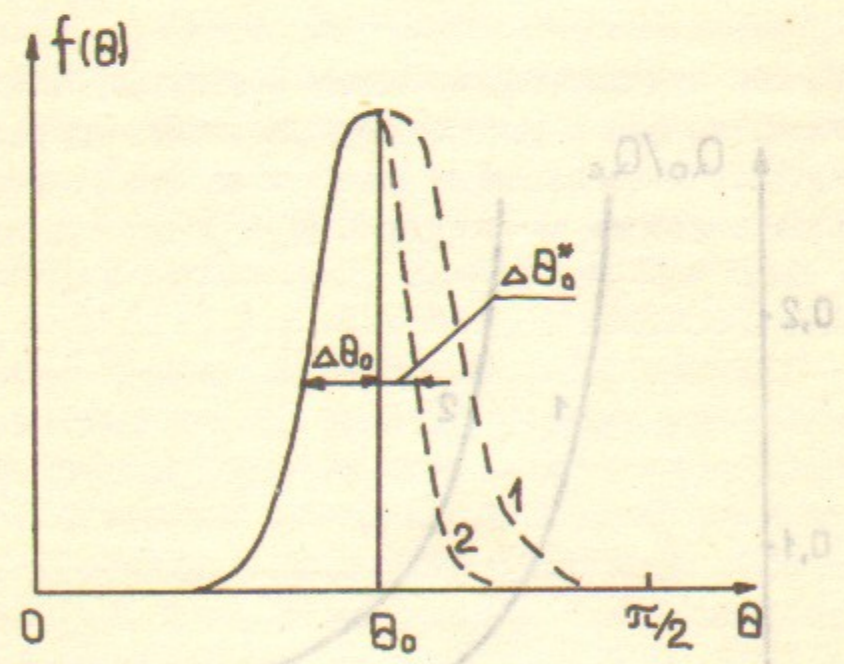


Рис.4. Функция распределения быстрых ионов по углу, приведенная к магнитному полю в центре длинного пробкотрона. Кривая 1 соответствует отсутствию откачки, кривая 2 - откачке, время которой удовлетворяет условиям (13) и (16).

И.А.Котельников, Т.Б.Розяков, А.Д.Резов

СТАБИЛИЗАЦИЯ ЯДЕРНЫХ ВОЗМУЩЕНИЙ
В ОСЕСИММЕТРИЧНОМ ОТКРЫТОМ КОРНАРЕ
С ПЕРИОДИЧЕСКИМ ПОТОМ

Издательство
№ 88-31

Работа поступила - 10 ноября 1985 г.

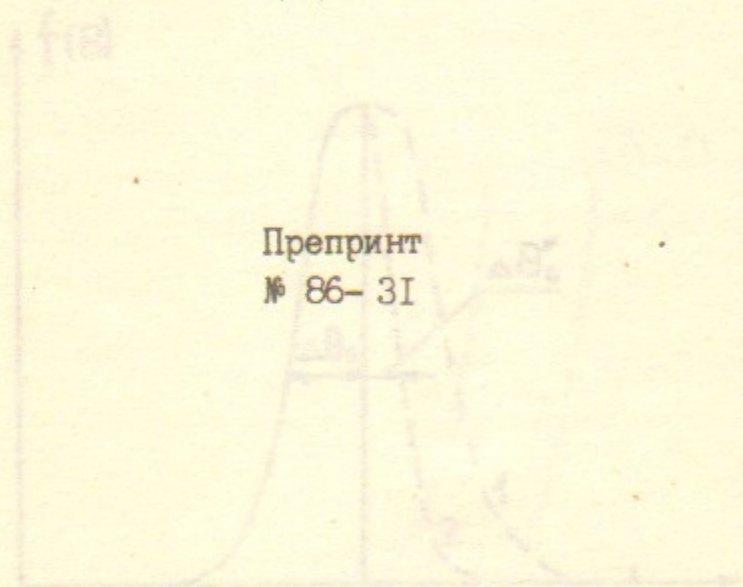
Отпечатано на бумаге - С.Т.Полон
Подготовлено к печати 3.02.1986 г. № 11880
Формат бумаги 60x90 (1/16) Уд.л. 0,9 Уд.л.-кд. 1.
Тираж 200 экз. Безвозм. Заказ № 31.

Издательство ИГиЛ СО АН СССР, г.Новосибирск, 90



И.А.Котельников, Г.В.Росляков, Д.Д.Рютов

СТАБИЛИЗАЦИЯ ЖЕЛОВКОВЫХ ВОЗМУЩЕНИЙ
В ОСЕСИММЕТРИЧНОЙ ОТКРЫТОЙ ЛОВУШКЕ
С ПЛЕЩУЩИМИСЯ ИОНАМИ



Препринт
№ 86-31

Работа поступила - 10 ноября 1985 г.

Ответственный за выпуск - С.Г.Попов

Подписано к печати 3.02-1986 г. МН II650

Формат бумаги 60x90 I/16 Усл.0,9 печ.л., 0,8 учетно-изд.л.

Тираж 290 экз. Бесплатно. Заказ № 31.

Ротапринт ИЯФ СО АН СССР, г.Новосибирск, 90