4-65

4

ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ СО АН СССР

Б.В.Чириков

УСТОЙЧИВОСТЬ ДВИЖЕНИЯ ЧАСТИЦ В ЛОВУШКЕ СО ВСТРЕЧНЫМИ ПРОБКАМИ

ПРЕПРИНТ 85-86

НОВОСИБИРСК

УСТОЙЧИВОСТЬ ДВИЖЕНИЯ ЧАСТИЦ В ЛОВУШКЕ СО ВСТРЕЧНЫМИ ПРОБКАМИ

Чириков Б.В.

Институт ядерной физики, 630090, Новосибирск-90

АННОТАЦИЯ

Рассмотрена динамика заряженной частицы в плоской модели ловушки со встречными пробками (касп) с произвольным углом поворота магнитных линий. Найдены приближенные выражения для границы глобального хаоса, которая определяет рабочую область ловушки. На основе этой модельной задачи получены аналогичные оценки для аксиально-симметричной конической ловушки со встречными пробками.

В рамках общей концепции амбиполярной ловушки /I,2/ в последнее время рассматриваются различные варианты стабилизации плазмы с помощью дополнительных аксиально-симметричных концевых ловушек со встречными пробками (касп) /3-5/. При этом возникает важная задача об условиях развития стохастической неустойчивости (хаоса) колебаний частиц, которая определяет область их удержания. Эта задача рассматривалась в обзоре /6/ в качестве одного из примеров применения общей теории динамического хаоса в магнитных ловушках. Настоящая статья является развитием этой части работы /6/ в направлении более сложной конфигурации магнитного поля ловушки и уточнения оценок для границы хаоса. Наиболее подробные расчеты проведены для плоской модели ловушки с произвольным углом поворота магнитных линий (§ I). В § 3 эти результаты используются для получения некоторых оценок в более реалистической модели "конической" ловушки, предложенной Димовым. Общая схема расчета подробно описана в /6/. Ниже мы используем те же основные понятия и величины.

§ I. <u>Плоская магнитная ловушка со встречными пробками</u>

Геометрия магнитного поля рассматриваемой модели представлена схематически на рис.I. Параметром модели является угол поворота магнитной линии χ или связанная с ним величина

$$\gamma = \frac{\pi}{\pi - \chi} \tag{I.I}$$

Обычно эта модель рассматривается для $\chi = \pi/2$ ($\gamma = 2$, см., например, /6/). На рис.I показан один из четырех секторов поля, ограниченный двумя жирными прямыми. Поле симметрично относительно оси X. Два дополнительных сектора получаются заменой $\chi \to \pi - \chi$; $\gamma \to \pi/\chi$. При $\chi = \pi/2$ все четыре сектора поля симметричны между собой.

Магнитное поле описывается комплексным потенциалом (см., например, /7/):

$$W(z) = |W| e^{iw} = \psi + iA = Cz^{\gamma}; \quad z = x + iy = re^{i\varphi} \tag{I.2}$$

где ψ, A – скалярный и векторный потенциалы поля, соответственно, а C – некоторая действительная постоянная. Уравнение магнитной линии: $A = const$, или

$$\frac{A}{C} = \frac{|W|}{C}\sin w = r^{\gamma}\sin(\gamma\varphi) = r_0^{\gamma} = \frac{A_0}{C} \qquad \text{(I.3)}$$

где r_0 – минимальное расстояние до магнитной линии, которое может служить параметром линии. Граница сектора на рис.I соответствует $\sin(\gamma\varphi) = O(r\to\infty)$, т.е. $\varphi = 0$ и $\varphi = \pi/\gamma = \pi - \chi$.

Комплексный потенциал $W(z)$ (I.2) осуществляет конформное отображение плоскости (x, y) на плоскость (ψ, A), "выпрямляя" магнитные линии ($\chi \to 0$; $\gamma \to 1$). Вектор напряженности поля

$$B = \left(\frac{dW}{dz}\right)^{*} = \gamma C (z^{*})^{\gamma-1} = \gamma C r^{\gamma-1} e^{-i\varphi(\gamma-1)} = |B| e^{i\sigma} \qquad \text{(I.4)}$$

В точке $r = r_0$; $\varphi = \varphi_0 = (\pi-\chi)/2$ $(\sin(\gamma\varphi)=1)$ напряженность $|B| = B_0$ минимальна, откуда $C = B_0/\gamma r_0^{\gamma-1}$. При $r\to\infty$ направление вектора B принимает значения $\sigma = 0; -\chi$.

Координата вдоль магнитной линии равна

$$s = \int_{r_0}^{r}\frac{dr'}{\cos(\gamma\varphi)} = r_0\int_{\varphi_0}^{\varphi}\frac{d\varphi'}{[\sin(\gamma\varphi')]^{1+1/\gamma}} = \frac{r_0}{\gamma}\int_{0}^{\xi}\frac{d\xi'}{R(\xi')} =$$

$$= \begin{cases} \dfrac{r_0}{\gamma}\vartheta\left(1 + \dfrac{\gamma+1}{6\gamma}\vartheta^2\right); & |s| \ll r_0 \\ r; & |s| \gg r_0 \end{cases} \qquad \text{(I.5)}$$

Здесь $\xi = \psi/A_0$; $\vartheta = \gamma\varphi - \pi/2$, а "пробочное отношение"

$$R(s) = \frac{|B|}{B_0} = \left(\frac{r}{r_0}\right)^{\gamma-1} = \begin{cases} 1 + \dfrac{\gamma(\gamma-1)}{2}\dfrac{s^2}{r_0^2} - \dfrac{\gamma^2(\gamma-1)(7-\gamma)}{24}\dfrac{s^4}{r_0^4}; & |s| \ll r_0 \\ \left(\dfrac{|s|}{r_0}\right)^{\gamma-1}; & |s| \gg r_0 \end{cases} \qquad \text{(I.6)}$$

определяет конфигурацию поля и продольную динамику частицы, которая описывается гамильтонианом (в приближении $\mu = const$ и в системе единиц $e = m = c = 1$):

$$H^0 = \frac{p^2}{2} + \mu\omega_0 R(s) = \frac{v^2}{2} = const \qquad \text{(I.7)}$$

где $p = \dot{s}$; $\omega_0 = B_0$; $\mu = \frac{H^0}{\omega_0}\sin^2\beta_0$ и β_0 – угол наклона вектора скорости к магнитной линии в минимуме поля. Если сделать теперь замену времени $t \to \lambda t$, то $p \to p/\lambda$; $H^0 \to \lambda^2 H^0$. Выбрав $\lambda^2 = 2/v^2$, получим

$$H^0 = \frac{p^2}{2} + P_0^2 R(s) = 1 \qquad \text{(I.8)}$$

где $P_0 = \sin\beta_0 > 0$.

Частота продольных колебаний $\Omega(P_0)$ находится из соотношения

$$\frac{1}{\Omega} = \frac{\sqrt{2}}{\pi\sqrt{H^0}}\int_0^a\frac{ds}{\sqrt{1-\dfrac{R(s)}{R(a)}}} = \frac{\sqrt{2}\,a}{\pi}\int_0^1\frac{d\alpha}{\sqrt{1-\dfrac{R(\alpha a)}{R(a)}}} \qquad \text{(I.9)}$$

где амплитуда колебаний a определяется из уравнения $P_0^2 R(a) = 1$.

Рассмотрим сначала случай большой амплитуды колебаний: $a \gg r_0$; $P_0^2 = (r_0/a)^{\gamma-1} \ll 1$. Тогда

$$\frac{1}{\Omega} = \frac{\sqrt{2}\,a}{\pi}\int_0^1\frac{d\alpha}{\sqrt{1-\alpha^{\gamma-1}}} = \frac{\sqrt{2}\,a}{\pi} I(\gamma) \qquad \text{(I.10)}$$

Интеграл

$$I(\gamma) = \frac{1}{\gamma-1}B\left(\frac{1}{\gamma-1}, \frac{1}{2}\right) = \sqrt{\pi}\,\frac{\Gamma\left(1+\frac{1}{\gamma-1}\right)}{\Gamma\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{\gamma-1}\right)} \approx \sqrt{\frac{\pi}{\gamma-1}} \qquad \text{(I.II)}$$

где $B(x,y)$ обозначает бэта-функцию, а последнее приближенное выражение справедливо в интервале $1 < \gamma \lesssim 2$. Например, $I(2) = 2$; $I(3/2) = 8/3$ и т.д.

Используя соотношения

$$\Omega(H^\circ,\mu)=\partial H^\circ(J,\mu)/\partial J$$

$$\langle\omega\rangle=\frac{\partial H^\circ(J,\mu)}{\partial\mu}=-\frac{(\partial J/\partial\mu)_{H^\circ}}{(\partial J/\partial H^\circ)_\mu}=-\Omega\int dH^\circ\frac{\partial}{\partial\mu}\left(\frac{1}{\Omega}\right)$$

где J - продольное действие, а $\langle\omega\rangle$ - среднее значение ларморовской частоты, и учитывая, что $P_o^2=\mu\omega_o/H^\circ$ и

$$\Omega\propto\mu^{\frac{1}{\gamma-1}}(H^\circ)^{\frac{\gamma-3}{2(\gamma-1)}}$$

получим

$$\langle\omega\rangle=\frac{2H^\circ}{\mu(\gamma+1)}=\frac{2\omega_o}{(\gamma+1)P_o^2} \tag{I.I2}$$

Отсюда функция

$$G(P_o)=\frac{\pi\langle\omega\rangle}{\Omega}=\frac{2\sqrt2}{\gamma+1}I(\gamma)\,\omega_o r_o P_o^{-\frac{2\gamma}{\gamma-1}} \tag{I.I3}$$

Она дает сдвиг ларморовской фазы на полупериоде продольных колебаний и входит в условие глобальной устойчивости (см. (I.2I) ниже).

Найдем теперь резонансное изменение магнитного момента $\Delta\mu$ (или ΔP_o) на полупериоде продольных колебаний. Согласно /6/ (см. также /8,9/):

$$\Delta P_o=\frac{\sqrt2}{\omega_o}\,Im\int d\theta\, e^{i\theta}\frac{\varkappa}{R^{3/2}} \tag{I.I4}$$

где θ - ларморовская фаза, и мы положим $v^2=2$ в соответствие с выбором переменной времени выше. Кривизну магнитной линии находим из (I.3):

$$\varkappa=-\frac{\gamma-1}{r_o}R^{-\frac{\gamma+1}{\gamma-1}} \tag{I.I5}$$

В рассматриваемой модели она выражается через $R(s)$ и не имеет

других особенностей в комплексной плоскости s кроме точки ветвления $s=s_p$, где $R(s_p)=0$. В этой точке $B(s_p)=0$ и поэтому дополнительное слагаемое в подинтегральном выражении (I.I4), пропорциональное $v_\perp^2(s_p)=2\mu\,\omega(s_p)=0$, не существенно (ср. /6/).

Для выбора наиболее удобной переменной интегрирования в (I.I4) найдем значение ларморовской фазы θ_p в особенности:

$$\theta_p=\int_0^{s_p}\frac{\omega(s)ds}{\dot s(s)}=\frac{\omega_o}{v}\int_0^{s_p}\frac{R(s)ds}{\sqrt{1-\frac{R(s)}{R(a)}}}=\frac{\omega_o r_o}{\gamma\sqrt2}\int_0^{\xi_p}\frac{d\xi'}{\sqrt{1-\frac{R(\xi')}{R_o}}}$$

где $R_o=R(a)=P_o^{-2}$. Поскольку

$$R(\xi)=(1+\xi^2)^{\frac{\gamma-1}{2\gamma}}=\left[(\xi+i)(\xi-i)\right]^{\frac{\gamma-1}{2\gamma}}$$

то $\xi_p=i$ независимо от γ. При $\gamma\leq 2$ показатель $(\gamma-1)/2\gamma\leq\leq 1/4$ и поэтому R существенно уменьшается лишь в малой окрестности ξ_p, так что в интеграле можно положить приближенно $R(\xi')\approx R(0)=1$. Окончательно получаем

$$\theta_p\approx i\frac{\omega_o r_o}{\sqrt2\,\gamma}\sqrt{\frac{R_o}{R_o-1}}\equiv iq_\gamma \tag{I.I6}$$

Согласно данным в /I0/ это приближение можно использовать при $R_o\gtrsim 4/3$.

Выберем теперь в качестве переменной интегрирования величину

$$-u=i(\theta-\theta_p)=iq_\gamma(\xi-\xi_p)=\frac{2}{q_\gamma}R^{\frac{2\gamma}{\gamma-1}} \tag{I.I7}$$

Тогда интеграл (I.I4) дает

$$\Delta P_o=-i\frac{\gamma-1}{2\gamma}\left(\frac{q_\gamma}{2}\right)^{p-1}\sqrt{\frac{R_o}{R_o-1}}\,e^{-q_\gamma}\sin\theta_o\cdot\int_C\frac{e^{-u}du}{(-u)^p}= \tag{I.I8}$$

$$= \frac{\pi}{\Gamma(p)} \frac{\gamma-1}{\gamma} \left(\frac{q_\gamma}{2}\right)^{p-1} \sqrt{\frac{R_o}{R_o-1}}\, e^{-q_\gamma \sin\theta_o}$$

где контур C охватывает разрез от точки ветвления до бесконечности вдоль действительной оси переменной u или вдоль мнимой оси величины $(\theta-\theta_p)$, а параметр

$$p = \frac{5\gamma-1}{4\gamma} = 1 + \frac{\gamma-1}{4\gamma} \tag{I.19}$$

Поскольку при $\gamma \leq 2$ показатель $(p-1) \leq 1/8$, то можно положить $(q_\gamma/2)^{p-1} \approx 1$, а также $\Gamma(p) \approx 1$, и амплитуда ΔP_o равна

$$(\Delta P_o)_m = \pi \frac{\gamma-1}{\gamma} \frac{e^{-q_\gamma}}{\sqrt{1-P_o^2}} \tag{I.20}$$

Отметим, что показатель экспоненты q_γ (I.16), от которого, в основном, зависит изменение магнитного момента частицы, не равен отношению радиуса кривизны магнитной линии $\varkappa^{-1}$ (I.15) к ларморовскому радиусу ϱ_o. В частности, при $\gamma \to 1$ (однородное магнитное поле) $\varkappa \to 0$, тогда как q_γ остается конечным (I.16). Этот простой пример показывает, что неадиабатичность движения частицы зависит от весьма деликатных аналитических свойств геометрии магнитного поля. Чтобы пояснить, в чем здесь дело, рассмотрим два поля

(а) $R(s) = (1+s^2)^\varepsilon$

(б) $R(s) = 1 + \varepsilon s^2$

которые почти совпадают при $s \to 0$. Тем не менее в первом случае (а) нуль поля в комплексной плоскости s, который и определяет показатель q, вообще не зависит от ε $(s_p = \pm i)$, даже если $\varepsilon \to 0$ $(R(s) \to 1)$, тогда как во втором случае (б) $s_p = i/\sqrt{\varepsilon}$ и $|s_p| \to \infty$ при $\varepsilon \to 0$.

Подчеркнем, что при получении выражения (I.20) условие $a \gg r_o$ никак не использовалось (оно нужно только для вычисления частот и функции $G(P_o)$). Поэтому величина P_o ограничена сверху только приближением, использованным в (I.16).

Граница глобального хаоса определяется стандартным параметром устойчивости /6/

$$K = (\Delta P_o)_m \left|\frac{dG(P_o)}{dP_o}\right| = 8\pi \frac{\gamma I(\gamma)}{\gamma+1} q_\gamma e^{-q_\gamma} P_o^{-\frac{3\gamma-1}{\gamma-1}} \approx 1 \tag{I.21}$$

Последнее равенство и определяет неявно функцию $\Lambda(P_o)$ на границе, где

$$\Lambda = \frac{\omega_o r_o}{\sqrt{2}} = \frac{r_o}{\varrho_o} = \gamma N \tag{I.22}$$

(большой) параметр адиабатичности; $\varrho_o = v/\omega_o$ - "полный" ларморовский радиус на данной магнитной линии, а N - "полное число" ларморовских радиусов вдоль линии минимумов поля от точки $B=0$ до магнитной линии $(dN/dr_o = 1/\varrho_o)$.

Границу хаоса можно представить также в виде:

$$q_\gamma = \frac{N}{\sqrt{1-P_o^2}} = \frac{\Lambda}{\gamma\sqrt{1-P_o^2}} = \frac{3\gamma-1}{\gamma-1} \ln\frac{1}{P_o} + \ln\left[8\pi \frac{\gamma I(\gamma)}{\gamma+1} q_\gamma\right] \tag{I.23}$$

При заданном $P_o (\ll 1)$ уменьшение Λ с γ в левой части последнего равенства почти компенсируется увеличением множителя $(3\gamma-1)/(\gamma-1)$. Величина же N при этом только возростает, что сужает область устойчивости при уменьшении γ, но расширяет ее при увеличении γ.

Рассмотрим теперь другую асимптотику: $a \ll r_o$ (I.6). В этом случае (см. /6/, $v^2 = 2$):

$$H^o(J, I) = \mu\omega_o + J\sqrt{2\mu\omega_o}/L$$
$$\Omega = \sqrt{2\mu\omega_o}/L = \sqrt{2}P_o/L$$
$$\langle\omega\rangle = \frac{\omega_o}{2}\left(1 + P_o^{-2}\right) \tag{I.24}$$
$$G(P_o) = \frac{\pi}{2\sqrt{2}} L\omega_o \left(P_o^{-1} + P_o^{-3}\right)$$

где $L^2 = 2r_o^2/\gamma(\gamma-1)$. Выражение же для ΔP_o остается прежним (I.20). Поэтому параметр устойчивости равен

$$K=\frac{3\pi^2}{\sqrt{2}}\sqrt{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\,q_\gamma e^{-q_\gamma}\left(\frac{1}{P_o^4}+\frac{1}{3P_o^2}\right) \qquad (I.25)$$

а границу хаоса можно представить в виде:

$$q_\gamma=\frac{N}{\sqrt{1-P_o^2}}=\frac{\Lambda}{\gamma\sqrt{1-P_o^2}}=4\ln\frac{1}{P_o}+\ln\left(1+\frac{P_o^2}{3}\right)+\ln\left[3\pi^2\sqrt{\frac{\gamma-1}{2\gamma}}\,q_\gamma\right] \qquad (I.26)$$

В этом пределе Λ пропорционально γ, однако, N практически не зависит от γ.

§ 2. Некоторые уточнения

Границу хаоса (I.26) при $a \ll r_o$ можно несколько уточнить за счет учета ангармоничности продольных колебаний аналогично работе /I0/ (§ 3). Из (I.6) находим параметр ангармоничности

$$\eta=-\frac{7-\gamma}{6(\gamma-1)} \qquad (2.I)$$

а из /I0/ (исправив опечатку в формуле (3.6)):

$$\langle\omega\rangle=\frac{\omega_o}{2}\left[1+P_o^{-2}+\frac{3\eta}{4}\left(1-P_o^{-2}\right)^2\right]$$

$$\Omega=\frac{\sqrt{\gamma(\gamma-1)}}{r_o}\,P_o\left[1-\frac{3\eta}{4}\left(1-P_o^2\right)\right]$$

откуда

$$G(P_o)\approx\frac{\pi}{2\sqrt{\gamma(\gamma-1)}}\,\frac{\omega_o r_o}{P_o}\left(1+3\eta+\frac{1-3\eta}{P_o^2}\right) \qquad (2.2)$$

и уточненный параметр устойчивости (ср. (I.25)):

$$K=\frac{3\pi^2}{\sqrt{2}}\sqrt{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\,q_\gamma e^{-q_\gamma}\left(\frac{1-3\eta}{P_o^4}+\frac{1+3\eta}{3P_o^2}\right) \qquad (2.3)$$

При $a \gg r_o$ границу хаоса также можно уточнить, записав вместо (I.6)

$$R(s)\approx\left(\frac{|s|}{r_o}\right)^{\gamma-1}+\Delta(\gamma) \qquad (2.4)$$

где, например,

$$\Delta(2)=\sqrt{2}\,E\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)-\frac{1}{\sqrt{2}}K\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)\approx 0.60 \qquad (2.5)$$

а K, E – полные эллиптические интегралы (в /6/ эта величина в формуле (3.34) вычислена неправильно).

Можно поступить и по другому: определить $\Delta(\gamma)$ из условия касания обеих асимптотик поля (I.6) в некоторой точке $s=s_1$. Имеем:

$$\gamma(\gamma-1)\frac{s_1}{r_o^2}\approx\frac{\gamma-1}{r_o}\left|\frac{s_1}{r_o}\right|^{\gamma-2};\qquad \left|\frac{s_1}{r_o}\right|\approx\gamma^{-\frac{1}{3-\gamma}}$$

откуда

$$\Delta(\gamma)\approx 1+\frac{\gamma(\gamma-1)}{2}\left(\frac{s_1}{r_o}\right)^2-\left|\frac{s_1}{r_o}\right|^{\gamma-1}=1-\frac{3-\gamma}{2}\,\gamma^{-\frac{\gamma-1}{3-\gamma}} \qquad (2.6)$$

В частности, $\Delta(2)=0.75$, что близко к (2.5).

Используя (2.4), получаем частоту продольных колебаний аналогично (I.I0):

$$\frac{1}{\Omega}=\frac{\sqrt{2}}{\pi}I(\gamma)\frac{r_o}{P_o}\left(\frac{1}{P_o^2}-\Delta\right)^{\frac{3-\gamma}{2(\gamma-1)}}=$$

$$=\frac{\sqrt{2}}{\pi}I(\gamma)\,r_o\,(\mu\omega_o)^{-\frac{1}{\gamma-1}}\left(H^o-\mu\omega_o\Delta\right)^{\frac{3-\gamma}{2(\gamma-1)}} \qquad (2.7)$$

Из второго выражения находим аналогично (I.I2):

$$\langle\omega\rangle=\frac{2}{\gamma+1}\,\frac{H^o-\mu\omega_o\Delta}{\mu}+\omega_o\Delta=\frac{2\omega_o}{(\gamma+1)P_o^2}+\frac{\gamma-1}{\gamma+1}\omega_o\Delta \qquad (2.8)$$

Отсюда

$$G(P_0)=\frac{\sqrt{2}\,I(\gamma)}{\gamma+1}\,\frac{r_0\omega_0}{P_0}\left[\frac{2}{P_0^2}+(\gamma-1)\Delta\right]\left(\frac{1}{P_0^2}-\Delta\right)^{\frac{3-\gamma}{2(\gamma-1)}} \qquad (2.9)$$

Это выражение имеет смысл при $P_0^2 \lesssim \gamma^{(\gamma-1)/(3-\gamma)}$ (см. (2.6)).

3. Коническая ловушка

В цилиндрической геометрии не удалось найти достаточно простую модельную конфигурацию поля с асимптотически наклонными магнитными линиями ("коническая" ловушка). Поэтому для грубых оценок используем результаты § I для плоской геометрии поля и особенности перехода к цилиндрической геометрии, выясненные в /6/. Качественно геометрия магнитного поля, по-прежнему, представляется схемой на рис.I, где ось x является теперь осью симметрии магнитного поля, y – радиальная координата, а $\varkappa$ – угол раствора конуса ловушки. Если разность $|\gamma-2|$ не слишком велика, то можно использовать соотношения § I со следующими изменениями (ср. /6/).

I) Конфигурация магнитного поля определяется теперь выражением (ср. (I.6)):

$$R(s)\approx\left(\frac{l}{l_0}\right)^{\gamma-1}\approx\begin{cases}\left|\dfrac{s}{l_0}\right|^{\gamma-1}; & s\to-\infty;\quad y\to\infty\\ 1+\gamma(\gamma-1)\left(\dfrac{s}{l_0}\right)^2; & |s|\ll l_0\\ 2\left(\dfrac{s}{l_0}\right)^{\gamma-1}; & s\to+\infty;\quad y\to 0\end{cases} \qquad (3.I)$$

где $l^2=(2x)^2+y^2$; $2x_0, y_0$ – положение минимума поля, а численные коэффициенты выбраны таким образом, чтобы получились правильные выражения при $\gamma=2$ /6/.

2) Асимметрия поля приводит к некоторому уменьшению критического значения параметра устойчивости

$$K_{кр}\approx\frac{2}{3} \qquad (3.2)$$

определенного по первой $(s\to-\infty)$ асимптотике (3.I) (при этом исправлена ошибка в ф-ле (I4.26) работы /6/, где должно быть $|K_0|_{кр}=1/3;\ K_0=K/2$).

3) В показателе экспоненты q_γ появляется дополнительный множитель (2/3), так что вместо (I.I6) имеем:

$$q_\gamma=\frac{\sqrt{2}\,\omega_0 l_0}{3\gamma\sqrt{1-P_0^2}}=\frac{2N}{3\sqrt{1-P_0^2}} \qquad (3.3)$$

где $N=l_0/\gamma\rho_0=\Lambda/\gamma$ (ср. (I.22)).

В результате положение границы хаоса в конической ловушке может быть приближенно описано следующими соотношениями:

$$\frac{18\pi^{3/2}\gamma}{(\gamma+1)\sqrt{\gamma-1}}\,q_\gamma e^{-q_\gamma}\approx P_0^{\frac{3\gamma-1}{\gamma-1}} \qquad (3.4)$$

при $P_0\ll 1$ (ср. (I.2I)), и

$$\frac{9\pi^2}{4}\sqrt{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\,q_\gamma e^{-q_\gamma}\approx\frac{P_0^4}{1+P_0^2/3} \qquad (3.5)$$

при $P_0\approx 1$ (ср. (I.25)).

Напомним, что при $1-P_0\ll 1$ полученные выражения становятся неприменимыми (см. (I.I6)). С другой стороны, в цилиндрической геометрии невозможно задать начальные условия движения, соответствующие точно $P_0=1$ ($v_\parallel=0$) на всей ларморовской окружности. Это связано с тем, что в отличие от плоской геометрии, близкие магнитные линии теперь нигде не параллельны. Грубо, максимальный угол между магнитными линиями, проходящими через ларморовскую окружность и ее центр, можно оценить как $tg\,\alpha_m\approx\rho_0/l_0=1/\gamma N$. Откуда максимальное значение угла β_0 определяется из $ctg\,\beta_0=tg\,\alpha_m\approx 1/\gamma N$ и минимальное $R_0=\sin^{-2}\beta_0$ есть

$$R_o^{(\text{мин})} \approx 1 + \frac{1}{(\gamma N)^2} \tag{3.6}$$

Следует также отметить, что в области глобального хаоса $(K > K_{кр})$ вблизи его границы хаотическая компонента занимает только около 50% фазового объема /9/. Даже при $K = 2K_{кр}$ области устойчивости (удержания частиц) составляют все еще около 20%. Помимо этого скорость диффузии в этой области резко падает пропорционально $(K - K_{кр})^3$ /II/.

В заключение можно сказать, что предложенная Димовым коническая ловушка со встречными пробками действительно содержит некоторые новые возможности оптимизации удержания частиц и стабилизации плазмы в амбиполярной ловушке.

Пользуюсь случаем выразить искреннюю признательность Г.И.Димову, Д.А.Панову и Д.Д.Рютову за интересные обсуждения.

ЛИТЕРАТУРА:

I. Г.И.Димов, В.В.Закайдаков, М.Е.Кишеневский. Физика плазмы 2 (I976) 597.

2. T.K.Fowler, B.G.Logan, Comm. Plasma Phys. Contr. Fusion 2 (1977) 167.

3. B.G.Logan, ibid, 6 (1981) 199.

4. В.В.Арсенин. Физика плазмы 8 (I982) 484.

5. Г.И.Димов. Аксиально-симметричная амбиполярная ловушка. Препринт ИЯФ 82-I50, Новосибирск, I982.

6. Б.В.Чириков. Динамика частиц в магнитных ловушках. Сб. Вопросы теории плазмы. Ред. Б.Б.Кадомцев. М.: Энергоатомиздат, I984, вып.I3, с.3.

7. М.А.Лаврентьев, Б.В.Шабат. Методы теории функций комплексного переменного. М.: Физматгиз, I958.

8. R.H.Cohen, G.Rowlands, J.H.Foote, Phys. Fluids 21 (1978) 627.

9. B.V.Chirikov, Phys. Reports 52 (1979) 263.

I0. Б.В.Чириков. Физика плазмы 4 (I978) 52I.

II. Б.В.Чириков, Д.Л.Шепелянский. Локализация динамического хаоса в простых квантовых системах. Препринт ИЯФ 85-29, Новосибирск, I985.

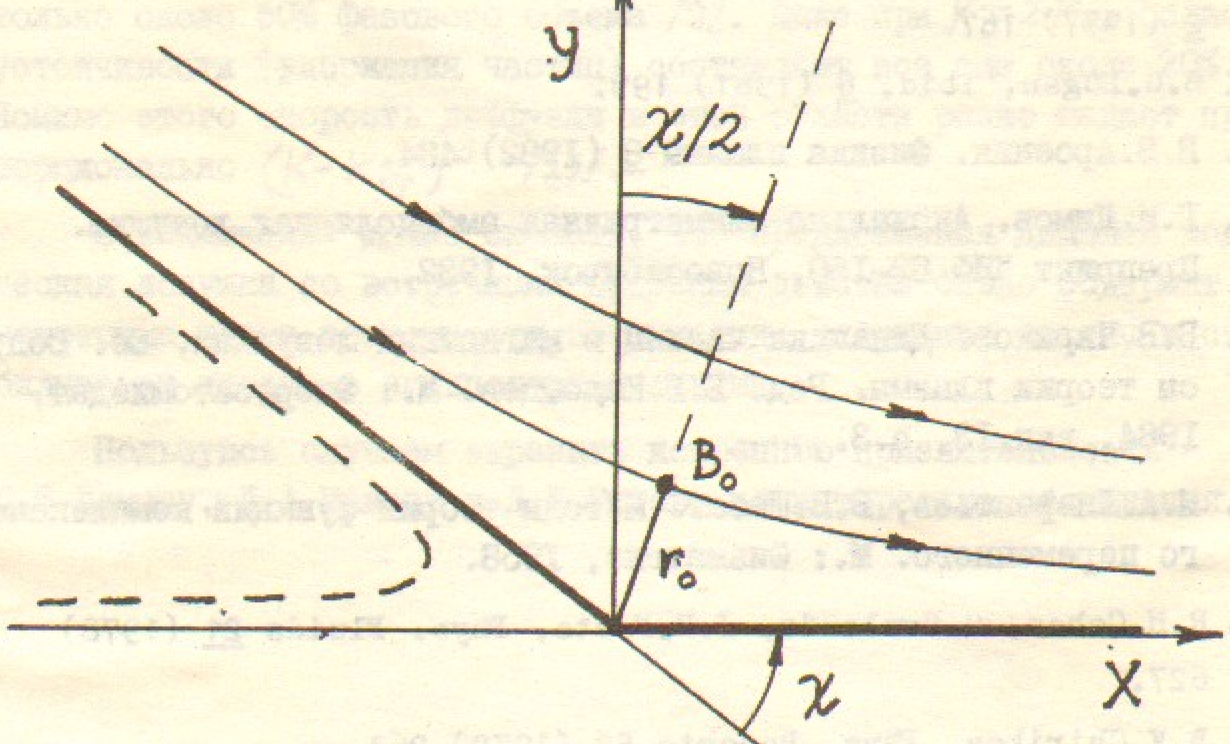

Рис.I. Геометрия магнитного поля одного из четырех секторов плоской ловушки: χ - угол поворота магнитных линий (сплошные кривые), связанный с параметром ловушки $\gamma=\pi/(\pi-\chi)$; r_o - расстояние до минимума магнитного поля $B_o = C\gamma r_o^{\gamma-1}$ на данной линии. Пунктирная прямая - линия минимумов. Пунктирная кривая - магнитная линия в дополнительном секторе ловушки.

Б.В.Чириков

УСТОЙЧИВОСТЬ ДВИЖЕНИЯ ЧАСТИЦ В ЛОВУШКЕ СО ВСТРЕЧНЫМИ ПРОБКАМИ

Препринт
№ 85-86

Работа поступила - I7 июня I985 г.

Ответственный за выпуск - С.Г.Попов
Подписано к печати 9.07-I985 г. МН 05822
Формат бумаги 60x90 I/I6 Усл. I,3 печ.л., I,0 учетно-изд.л
Тираж 290 экз. Бесплатно. Заказ № 86.

Ротапринт ИЯФ СО АН СССР, г.Новосибирск, 90