

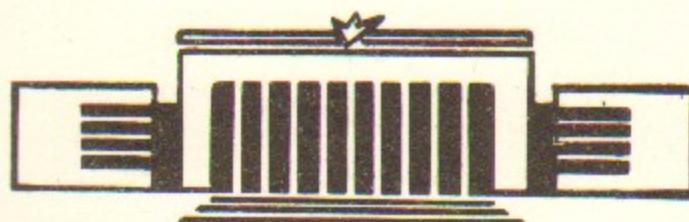


ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ СО АН СССР

М.Б.Волошин, П.Г.Сильвестров

ОБ АСИММЕТРИИ КОНВЕРСИОННЫХ L И M  
β-ЛИНИЙ В АТОМЕ ТУЛИЯ

ПРЕПРИНТ 85-70



НОВОСИБИРСК

# ОБ АСИММЕТРИИ КОНВЕРСИОННЫХ $L$ И $M$ $\beta$ -ЛИНИЙ В АТОМЕ ТУЛИЯ

М.Б.Волошин<sup>\*</sup>), П.Г.Сильвестров

## А Н Н О Т А Ц И Я

Обсуждается асимметрия формы  $\beta$ -линий атома  $T_{m\alpha}$ , испускаемых в результате выбивания электрона с  $L$ ,  $M$  оболочек при ядерном переходе. (Данные линии используются для калибровки спектрометра в эксперименте ИТЭФ по поиску массы нейтрино). Асимметрия возникает из-за возбуждения внешних электронов в дискретный и непрерывный спектр. До энергий возбуждения около 150 эВ доминирует механизм "встряхивания", вероятность которого вычисляется с использованием метода Хартри-Фока.

В экспериментах по поиску массы электронного нейтрино из прецизионных измерений формы конца  $\beta$ -спектра трития одним из важных элементов является определение функции разрешения спектрометра. В эксперименте ИТЭФ<sup>/1,2/</sup> для калибровки кривой разрешения используется источник, обогащенный изотопом итербия  $^{169}_{69}Yb$ , в котором происходит захват атомного K-электрона. Образующееся при этом в возбужденном состоянии ядро  $^{169}_{69}Tm$  переходит в основное состояние, испуская, в частности, конверсионные электроны с  $L$  и  $M$  атомных оболочек. Данные конверсионные  $\beta$ -линии и используются для калибровки спектрометра. Форма  $\beta$ -линий, определяемая<sup>/2/</sup>, после отделения вторичных эффектов (ионизационных потерь в толще источника, обратного рассеяния и т.п.), оказывается несимметричной - имеется "хвост", тянувшийся в сторону меньших энергий электрона. Решающим для определения приборной функции разрешения является вопрос о собственной форме конверсионной  $\beta$ -линии, в частности, о ее асимметрии. Неучет собственной асимметрии  $\beta$ -линии может привести к завышению эффективной ширины приборной линии и, тем самым, к завышению результата для массы нейтрино. (В эксперименте<sup>/2/</sup> собственная асимметрия линии оценивалась чисто экспериментальным путем.)

Причиной возникновения собственной асимметрии линии является возбуждение и ионизация внешних оболочек атома конверсионным электроном, в результате чего последний теряет часть своей энергии. Целью настоящей заметки является указать, применительно к условиям опыта ИТЭФ, доминирующий механизм потери энергии конверсионным электроном и основные закономерности поведения формы линии при переходе от одной линии к другой, которые позволяют, в принципе, выявить вклад собственной асимметрии линии чисто экспериментальным путем. Мы также приведем результаты численного расчета формы линии, полученные с помощью метода Хартри-Фока для описания волновых функций внешних электронов.

Мы рассматриваем ситуацию, когда теряемая быстрым электроном энергия мала по сравнению с его кинетической энергией, а также по сравнению с энергией связи  $L$  и  $M$  оболочек. Конкретно спектр потерь вычисляется до значений теряемой энергии  $E \approx 150$  эВ (именно эта область около пика  $\beta$ -линии представляет наибольший интерес для эксперимента). Характер-

<sup>\*</sup>) Институт теоретической и экспериментальной физики, Москва.

ным же примером конверсионной линии является  $20,7 M_I$  линия с энергией 18,5 КэВ, порождаемая ядерным переходом с энергией 20,7 КэВ. Наш основной вывод состоит в том, что в этих условиях спектр потерь энергии определяется механизмом "встряхивания" за счет образования "дырки" на внутренней оболочке и с приемлемой точностью не зависит от конкретного значения энергии линии (важно лишь, чтобы эта энергия была достаточно велика) и от того, происходит конверсия на  $L$  или на  $M$  оболочки.

Подчеркнем, что следует рассматривать процессы, происходящие в электронной оболочке именно атома туния, а не итербия. Дело в том, что уровни ядра  $^{169}_{69}Tm$ , с которых происходят ядерные переходы, имеют времена жизни порядка  $10^{-9}$ - $10^{-10}$  с, за которое электронная оболочка начального атома  $Y_b$  (с вакансией в K-оболочке) успевает полностью перестроиться в оболочку атома туния.

В пределе нулевой естественной ширины  $\Gamma$  конверсионной линии спектр быстрых электронов должен состоять из основного  $\delta$ -функционального пика и тянувшегося в сторону меньших энергий "хвоста" из  $\delta$ -функций, отвечающих возбуждению внешних электронов в дискретные состояния, и непрерывного спектра ионизации внешних оболочек. Если пренебречь эволюцией волновой функции "дырки" за характерное время возбуждения  $\tau \sim \varepsilon^{-1}$ , то окончательную форму линии можно получить — сворачивая описанный спектр с Лоренцевой функцией, имеющей ширину  $\Gamma$ . Данное приближение заведомо применимо при  $\varepsilon > \Gamma$ . (Для ориентировки отметим, что  $\Gamma(20,7 M_I) = 14,7$  эВ <sup>1/2</sup>) При  $\varepsilon < \Gamma$ , т.е. внутри основного пика линии, указанная процедура не точна, однако из-за малости  $\varepsilon$  вносимая ею погрешность слабо сказывается на дисперсии энергии линии и, в конечном счете, на результате для массы нейтрино.

Перейдем теперь к более детальному обсуждению механизма возбуждения внешних оболочек. В рассматриваемом интервале значений  $\varepsilon$  существенно поведение волновых функций внешних электронов на расстояниях, намного больших размеров  $L$  и  $M$  оболочек. Поэтому последним размером можно пренебречь. (При  $\varepsilon \approx 150$  эВ это приближение справедливо с точностью не хуже 20-30% для  $M_I$  линии, что сравнимо с точностью метода

Хартри-Фока. При меньших значениях  $\varepsilon$ , а также для  $L$ -линий данное приближение, естественно, выполняется лучше). При этом, рассматривая движение быстрого конверсионного электрона квазиклассически, можно записать одночастичный гамильтониан, действующий на внешний электрон, находящийся в точке  $\vec{r}$ , в виде

$$H(t) = H_0 + V(t)\theta(t) \quad (1)$$

где,  $\theta(t)$  — ступенчатая функция,  $H_0$  — гамильтониан в невозмущенном атоме, а  $V(t)$  — возмущение, обусловленное взаимодействием с вылетающим со скоростью  $v$  электроном и остающейся "дыркой" на внутренней оболочке:

$$V(t) = \frac{\alpha}{|\vec{r} - \vec{v}t|} - \frac{\alpha}{\tau} \quad (2)$$

где  $\alpha = e^2 = I/137$  (мы используем систему единиц  $\hbar = c = I$ ). Второе слагаемое в правой части (2) представляет собой поле "дырки".

Чтобы сравнить вклады двух слагаемых в потенциале  $V(t)$  в вероятность возбуждения, воспользуемся формулой первого порядка <sup>1/3</sup> для амплитуды перехода из состояния  $|i\rangle$  в состояние  $|f\rangle$ :

$$\alpha_{fi} = -i \int_0^\infty \langle f | V(t) | i \rangle e^{i\varepsilon t} dt \quad (3)$$

Поле электрона (первое слагаемое в (2)) изменяется за характерное время  $\tau/v$ . Характерный размер  $\tau$  рассматриваемых оболочек атома туния составляет несколько менее боровского радиуса, поэтому отношение

$$\varepsilon \tau/v \quad (4)$$

при  $\varepsilon \approx 150$  эВ составляет около 0,3 даже для сравнительно мягких  $8,4 M$ -линий с энергией электрона около 6 КэВ. Поэтому в интеграле (3) с полем электрона можно заменить экспоненту единицей и найти

$$\alpha_{fi}^{(1)} = i \frac{\alpha}{v} \langle f | \ln(\tau - \frac{\vec{v}\cdot\vec{r}}{v}) | i \rangle \quad (5)$$

Вклад в  $\alpha_{fi}$  поля "дырки" соответствует "встряхиванию" - мгновенному возникновению вакансии на внутренней оболочке. По формуле (3) для этого вклада находим

$$\alpha_{fi}^{(g)} = -\frac{\epsilon}{\epsilon} \langle f | \tau^{-1} | i \rangle \quad (6)$$

Отсюда видно, что отношение  $\alpha^{(g)}/\alpha^{(s)}$  описывается параметром (4), и вклад "встряхивания" в рассматриваемой области энергий доминирует. (Отметим, что амплитуды  $\alpha^{(g)}$  и  $\alpha^{(s)}$  имеют ортогональные фазы, поэтому зависимость вероятности от отношения (4) - квадратичная).

Как видно из предыдущего, вероятность возбуждения за счет "встряхивания" не зависит от энергии  $E$   $\beta$ -линии. При больших значениях  $\epsilon$  становится существенным вклад поля электрона, который дает вероятность возбуждения, обратно пропорциональную  $E$ .

Амплитуду вероятности возбуждения и ионизации электрона внешней оболочки в результате мгновенного возникновения "дырки" можно найти, не ограничиваясь первым порядком теории возмущений:

$$\alpha_{f'i} = \langle f' | i \rangle \quad (7)$$

где  $|f'\rangle$  - точное собственное состояние конечной системы (в отличие от фигурировавших ранее состояний  $|f\rangle$  начального атома). Конечная система, очевидно, представляет собой ион  $T_m^+$  с вакансией на глубокой оболочке (размером которой, напомним, пренебрегаем). Так что  $|f'\rangle$  - состояния внешнего электрона в поле иона.

Одночастичные функции внешних электронов в атоме  $T_m$  и возбужденных состояний и состояний непрерывного спектра в ионе  $T_m^+$  вычислялись с помощью релятивистского уравнения Хартри-Фока:

$$H\Psi = E\Psi$$

$$H = \vec{p}^2 + (\beta - 1)m - \frac{Z\alpha}{r} + V_{np} - V_{ob} \quad (8)$$

где  $\vec{p}$  - импульс электрона,  $\vec{Z}, \beta$  - матрицы Дирака. Прямой и обменный потенциалы определяются формулами

$$V_{np}(\vec{r}) = \alpha \sum_i \int \frac{\Psi_i^*(\vec{r}') \Psi_i(\vec{r})}{|\vec{r} - \vec{r}'|} d^3 r'$$

$$V_{ob} \Psi(\vec{r}) = \alpha \sum_i \Psi_i(\vec{r}) \int \frac{\Psi_i^*(\vec{r}') \Psi_i(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} d^3 r' \quad (9)$$

Суммы здесь берутся по заполненным состояниям.  $V_{np}$  и  $V_{ob}$  являются сферически симметричными только если все суммы в (9) берутся по полностью заполненным оболочкам. В атоме  $T_m$ , как известно, в оболочке  $4f_{7/2}$  отсутствует один электрон. Чтобы сохранить сферическую симметрию потенциала, мы усредняем вклад этой оболочки по углам.

Оценить точность метода Хартри-Фока для определения матричных элементов (7), вообще говоря, затруднительно. Некоторое представление о погрешности метода дает результат вычисления пороговой энергии ионизации  $6S$  электрона в атоме тугия: 5,28 эВ, что можно сравнить с экспериментальным значением 6,18 эВ. Можно ожидать, что точность определения квадратов матричных элементов (7) и разности энергии состояний  $|f'\rangle$  и  $|i\rangle$  не хуже 30%.

В анализ были включены внешние оболочки  $6S$ ,  $4f$ ,  $5p$  и  $5s$ , возбуждение и ионизация которых дает вклад при  $\epsilon \leq 150$  эВ. В реальном образце волновые функции  $6S$ -электронов деформируются за счет химических сил. Мы, однако, пренебрегаем этим эффектом, так как в любом случае  $6S$ -электроны дают заметный вклад в спектр потерь энергии лишь в области  $\epsilon < 20$  эВ, которая мало существенна для полной дисперсии энергии линии.

На рис. I приведено суммарное по указанным оболочкам распределение вероятности  $W$  потери энергии по интервалам энергии величиной 5 эВ. (использование гистограммы удобно для представления вклада возбуждения в дискретный и непрерывный спектр на одном графике). Широкий пик при  $\epsilon \approx 50$  эВ обусловлен суммарным эффектом  $4f$  и  $5p$  оболочек ( $5S$ -электроны дают вклад при  $\epsilon \geq 80$  эВ). Сдвиг пика в спектре в большие значения энергии по сравнению с порогом ионизации соответствующих оболочек в атоме  $T_m$  связан с тем, что энергия ионизации внешних электронов в рассматриваемом ионе  $T_m^+$  существенно больше, чем в нейтральном атоме. Полная вероятность ионизации рассматриваемых оболочек составляет около 26%. При этом 17% дают  $6S$ -электроны, влияние которых в реальном эксперименте несущественно из-за их малой энергии ( $\sim 10$  эВ).

Для эксперимента по измерению массы нейтрино наиболее существенными являются интегральные характеристики спектра "встряхивания" - сдвиг центра тяжести  $\bar{\Delta}$  и дисперсия  $\sigma^2$  энергии линии. Мы приведем здесь данные характеристики в предположении, что "хвост" в спектре потерь при  $\varepsilon > 150$  эВ несущественен (т.е. используется лишь приведенный на рисунке спектр при  $\varepsilon < 150$  эВ, а основной линии приписывается вес 74%):

$$\bar{\Delta} = -8,8 \text{ эВ}, \sigma^2 \approx 420 \text{ эВ}^2 \quad (10)$$

(можно полагать, что теоретическая неопределенность в таких интегральных характеристиках минимальна). Это означает <sup>74%</sup>, что неучет асимметрии калибровочной линии в рассматриваемой области энергий привел бы к завышению значения  $m_\nu^2$  на

$$\delta m_\nu^2 \approx 2\sigma^2 \approx 840 \text{ эВ}^2. \quad (II)$$

В эксперименте <sup>1/2</sup> асимметрия конверсионной линии изучалась путем сравнения формы линий различной энергии, и влияние данной асимметрии учтено при получении конечного результата для  $m_\nu$ . Результаты наших вычислений находятся в хорошем согласии со спектром, полученным и использовавшимся в <sup>72</sup> (наилучшее согласие имеется в указанных выше наиболее существенных интегральных характеристиках спектра потерь).

Мы благодарны В.А.Любимову и В.З.Нозику за многочисленные обсуждения деталей эксперимента <sup>1/2</sup>. Мы также благодарны В.М.Хацимовскому за помощь в начале работы и И.Б.Хрипловичу и О.П.Сушкину за полезное обсуждение.

## Л и т е р а т у р а

1. Козик В.С., Любимов В.А., Новиков В.Г., Нозик В.З., Третьяков Е.Ф. ЯФ, 31, 301 (1980).
2. S.Boris, A.Golutvin, L.Laptin, V.Lubimov et al. The neutrino mass from the tritium beta-spectrum in valine. Proc. XXII Int. Conf. on High Energy Phys. Leipzig, 1984, Ed. by A.Meyer and E.Wieczorek, p. 259.
3. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М., Квантовая механика, 3-е изд., Наука, М. 1974, § 41.
4. V.A.Lubimov, Sov. Sc. Rev. A4, 1 (1982).

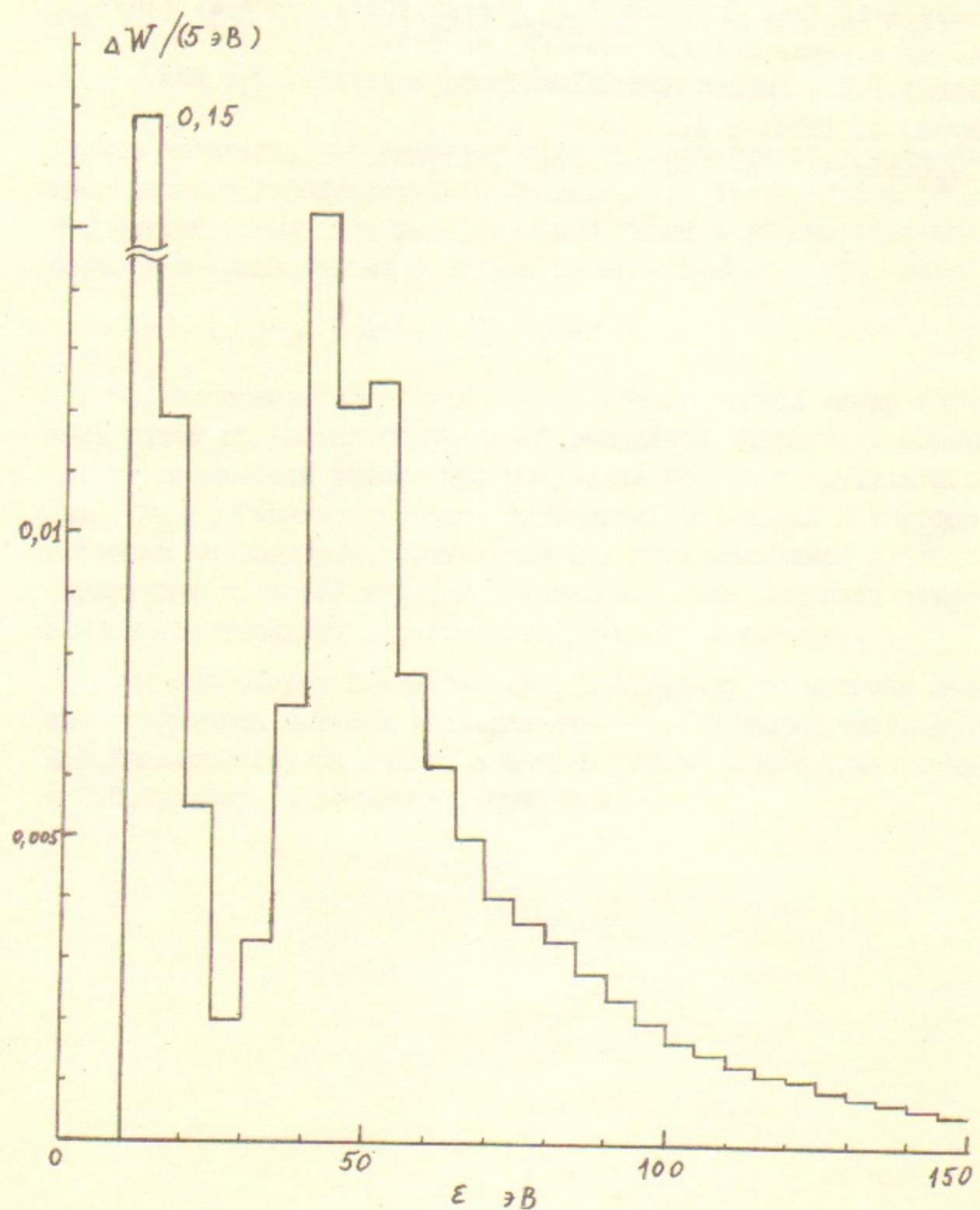


Рис. I. Гистограмма распределения вероятности возбуждения и ионизации электронов внешних оболочек в атоме быстрым электроном, выбиваемым с внутренней оболочки.

М.Б.Волошин, П.Г.Сильвестров

ОБ АСИММЕТРИИ КОНВЕРСИОННЫХ  $L$  И  $M_{\beta}$ -ЛИНИЙ  
В АТОМЕ ТУЛИЯ

Препринт  
№ 85-70

Работа поступила 26 апреля 1985г.

Ответственный за выпуск - С.Г.Попов

Подписано к печати 22.05.85г. МН 05164

Формат бумаги 60x90 I/16 Усл.0,8 печ.х., 0,7 учетно-изд.х.

Тираж 290 экз. Бесплатно. Заказ №70

Ротапринт ИЯФ СО АН СССР, г. Новосибирск, 90