

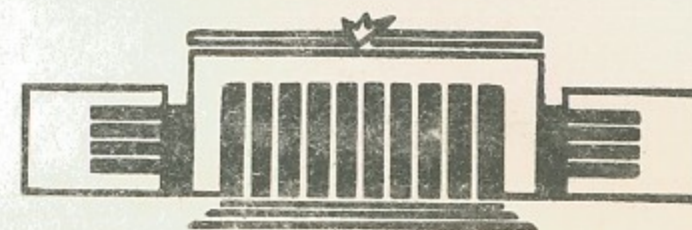


ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ СО АН СССР

В.Н.Байер, А.Г.Грозин

ЖЕСТКИЕ АДРОННЫЕ ПРОЦЕССЫ В КХД  
III. ПРОЦЕССЫ С ДВУМЯ МЕЗОНАМИ И БАРИОНАМИ

ПРЕПРИНТ 85-6



НОВОСИБИРСК

ЖЕСТКИЕ АДРОННЫЕ ПРОЦЕССЫ В КХД

III. ПРОЦЕССЫ С ДВУМЯ МЕЗОНАМИ И БАРИОНАМИ

В.Н.Байер, А.Г.Грозин

А Н Н О Т А Ц И Я

Работа является третьей частью обзора, посвященного жестким адронным процессам в КХД, т.е. таким процессам, в жесткой стадии которых (на малых расстояниях) формируются или уничтожаются целые адроны. Рассматриваются следующие вопросы:

- 1) Формфактор мезон-мезон ;
- 2) Распады кваркония на 2 мезона;
- 3) Реакция  $\gamma\gamma \rightarrow MM$ ;
- 4) Процесс  $e^+e^- \rightarrow M_1 M_2 \gamma$ ;
- 5) Волновые функции барионов;
- 6) Барионный формфактор;
- 7) Процессы рассеяния  $2 \rightarrow 2$ ;
- 8) Угловые корреляции в реакции  $e^+e^- \rightarrow \psi' \rightarrow \gamma X \rightarrow \gamma (had)_1 (had)_2$

HARD HADRON PROCESSES IN QCD  
III. TWO-MESON PROCESSES AND BARYON PROCESSES

V.N.Baier, A.G.Grozin

Institute of Nuclear Physics,  
630090, Novosibirsk 90, USSR

ABSTRACT

The paper presents the third part of the review devoted to hard hadron processes, i.e. the processes at the hard stage of which the entire hadrons are produced or annihilate. The following problems are discussed:

- 1) Meson form factors
- 2) Quarkonium decays into two mesons
- 3) Reaction  $\gamma\gamma \rightarrow MM$
- 4) Process  $e^+e^- \rightarrow MM\gamma$
- 5) Baryon wave functions
- 6) Baryon form factors
- 7) Scattering processes  $2 \rightarrow 2$
- 8) Angular correlations in the reaction  $e^+e^- \rightarrow \psi_q' \rightarrow \gamma\chi_q \rightarrow \gamma(\text{had})_1(\text{had})_2$ .

В первой части /1/ рассмотрены:

- I. ЖЕСТКИЕ ПАРТОННЫЕ ПРОЦЕССЫ. I.1. КХД и жесткие процессы. I.2. Полные сечения и ширины. I.3. Функции распределения и фрагментации партонов.

Во второй части /2/ рассмотрены:

2. ЖЕСТКИЕ АДРОННЫЕ ПРОЦЕССЫ. 2.1. Волновые функции мезонов. 2.2. Правила отбора. 2.3. Эволюция волновых функций. 2.4. Что известно о волновых функциях мезонов. 2.5. Связь с операторным подходом.

3. ПРОЦЕССЫ С ОДНИМ МЕЗОНОМ. 3.1. Распад мезона на лептоны. 3.2. Формфактор фотон-мезон. 3.3. Распады кваркония на фотон и мезон.

4. ПРОЦЕССЫ С ДВУМЯ МЕЗОНАМИ

4.1. ФОРМФАКТОР МЕЗОН-МЕЗОН

Имеется большое количество процессов, в жесткой стадии которых участвуют два мезона. О многих из них есть обширная экспериментальная информация, правда в области не слишком больших  $Q^2$ . Процессы с двумя мезонами являются важным источником сведений о волновых функциях мезонов. Однако в них смешана информация об обоих мезонах, и лишь в лучшем случае матричный элемент факторизуется на два интеграла, зависящие от их волновых функций по отдельности. В соответствии со сказанным в главе 2, сечения двухмезонных процессов содержат малый множитель  $(f_m^2/Q^2)^2$ .

В этой главе импульсы двух мезонов  $M_1$  и  $M_2$  будут обозначаться  $p_+$  и  $p_-$ . Спиновые структуры волновой функции для мезона  $M_1$  совпадают с приведенными в Табл.2.1, а для мезона  $M_2$  получаются заменой  $p_+ \leftrightarrow p_-$ . В частности,  $\Gamma_q$  содержат  $\hat{p}_-$  вместо  $\hat{p}_+$  и  $\hat{e}_-$  вместо  $\hat{e}_+$  (т.к. векторы  $e_{\pm}$  соответствуют проекциям спина  $\pm 1$  на направление  $\vec{p}_+$ , а значит, проекциям  $\mp 1$  на направление  $\vec{p}_-$ );  $\Gamma_3$  для типов  $S_+, P_+, T_+$  имеют вид  $\delta_{\perp}^{\mu\nu}, -i\varepsilon_{\perp}^{\mu\nu}, \sqrt{2}e_{\mp}^{\mu}e_{\mp}^{\nu}$ . Если оба мезона одинакового типа и оба образуются из пары кварков (либо пары глюонов), матричный элемент не должен, очевидно, меняться при переобозначении  $M_1 \leftrightarrow M_2$ . При вычислениях удобно использовать не аксиальную, а планарную калибровку, в которой мезоны рассматриваются равноправным образом.

Простейший двухмезонный процесс - это  $\gamma^* \rightarrow M_1 M_2$ . Размер-

ная оценка дает  $R(M_1 M_2) \equiv \sigma(e^+ e^- \rightarrow M_1 M_2) / \sigma(e^+ e^- \rightarrow \mu^+ \mu^-)$

$$R(M_1 M_2) \sim \alpha_S^2 \left( \frac{f_M^2}{Q^2} \right)^2 \quad (4.1.1)$$

Из сохранения адронной спиральности (см. раздел 2.2) следует, что спиральности мезонов  $M_1$  и  $M_2$  связаны соотношением  $\lambda_2 = -\lambda_1$ . Поэтому проекция момента на ось разлета равна  $2\lambda_1$ . С другой стороны, пара мезонов родилась при распаде виртуального фотона, следовательно, эта проекция может быть равна 0 или  $\pm 1$ . Отсюда вытекает, что в главном порядке по кварковому счету спиральности обоих мезонов должны быть равны 0. Мезоны типа  $T_+$  (нарушающие сохранение спиральности) не могут рождаться в этом процессе, т.к. второй мезон должен быть кварковым и (по сохранению кварковой спиральности) его спиральность равна 0, так что проекция момента на ось разлета оказалась бы равной  $\pm 2$ . Из сохранения поперечной четности, сводящейся в данном случае к натуральности (см. раздел 2.2), следует, что возможны комбинации типов волновых функций  $SS$  и  $PP$ . В силу сказанного, угловое распределение в реакции  $e^+ e^- \rightarrow M_1 M_2$  является продольным (см. Приложение в /1/). Матричный элемент имеет общий вид

$$M = e e_\mu^* (p_+ - p_-)^\mu F_{M_1 M_2}(Q^2) \quad (4.1.2)$$

где  $F_{M_1 M_2}(Q^2)$  называется фактором мезон-мезон. Сечение реакции  $e^+ e^- \rightarrow M_1 M_2$  выражается через него следующим образом:

$$R(M_1 M_2) = \frac{1}{4} |F_{M_1 M_2}(Q^2)|^2 \quad (4.1.3)$$

Если мезоны не являются абсолютно нейтральными, процесс описывается кварковыми диаграммами рис. 4.1. Их вычисление дает /3-10/ (здесь и ниже используются обозначения работы /2/)

$$F_{M_1 M_2}(Q^2) = \frac{C_F}{N} \frac{2\pi d_s}{Q^2} \left[ Q_{q_1} I_{M_1}^{q_1} I_{M_2}^{\bar{q}_1} + Q_{\bar{q}_2} I_{M_1}^{\bar{q}_2} I_{M_2}^{q_2} \right] \quad (4.1.4)$$

При переобозначении  $M_1 \leftrightarrow M_2$  фактор (4.1.4) меняет знак; а т.к.  $(p_+ - p_-)$  в (4.1.2) тоже меняет знак, матричный элемент, как и следовало, не меняется. Если мезоны  $M_1$  и  $M_2$  являются членами одного изотриплета (напр.,  $\pi^+, \pi^-; \rho^+, \rho^-$ ), то по изотопической симметрии

$$F_{M^+ M^-}(Q^2) = \frac{C_F}{N} \frac{2\pi d_s}{Q^2} Q_M (I_{M^+})^2 \quad (4.1.5)$$

где  $Q_M$  - заряд мезона. В этом случае имеется простая связь с фактором фотон-мезон

$$F_{M^+ M^-}(Q^2) = \frac{C_F}{N} \frac{Q_M Q^2}{(Q^2 - Q_d^2)^2} \pi d_s |F_{\gamma M^0}(Q^2)|^2 \quad (4.1.6)$$

В случае электрически нейтральных мезонов, являющихся частицей и античастицей (напр.,  $K^0 \bar{K}^0$ )

$$F_{M^0 \bar{M}^0}(Q^2) = \frac{C_F}{N} \frac{2\pi d_s}{Q^2} Q_q \left[ (I_M^q)^2 - (I_M^{\bar{q}})^2 \right] \quad (4.1.7)$$

так что в этом случае фактор является мерой асимметрии волновой функции, т.е. нарушения  $SU(3)$ . При точной  $SU(3)$  симметрии волновая функция мезона совпадала бы с волновой функцией абсолютно нейтральных мезонов из того же мультиплета и удовлетворяла бы свойству симметрии (2.1.8), и фактор обратился бы в 0 в соответствии с отбором по  $C$ -четности. Заметим, что в случае нейтральных  $K$  мезонов реально наблюдаемой величиной является фактор  $F_{K_L K_S}(Q^2)$ , который однако совпадает с  $F_{K^0 \bar{K}^0}(Q^2)$ .

В случае, когда один из кварков (например  $q_1$ ) является тяжелым ( $c, b, \dots$ ), интеграл  $I_M^{q_1} \sim \frac{m_{q_1} f_M}{Q}$  усилен из-за формы волновой функции (см. раздел 2.4). Поэтому факторы таких мезонов усилены: в диаграммах рис. 4.1а,б (дающих первый член в (4.1.4)) глюон является мягким, т.к. он рождает легкие кварк и антикварк, несущие <sup>малые</sup> доли импульса своих мезонов. Однако для очень тяжелых кварков это усиление ограничивается дважды логарифмическим фактором кварка /11/. Именно, при малых  $x_{1,2} \sim \frac{m}{m_{q_1}}$  виртуальность глюона  $x_1' x_2' Q^2 \ll Q^2$ , и происходит несокращение дваждылогарифмического вклада от области длин волн глюонов, больших размера жесткой стадии  $1/Q$ , но меньших размера области восстановления бесцветности мезонов  $1/\sqrt{x_1' x_2'} Q$ . В дваждылогарифмическом приближении /12,13/

$$I_{M_1}^{q_1} I_{M_2}^{q_2} \rightarrow \int \exp \left[ \frac{C_F d_s}{4\pi} \left( \ln^2 \frac{x_1' x_2' Q^2}{Q_0^2} - \ln^2 \frac{Q^2}{Q_0^2} \right) \right] \frac{f_{M_1}^{q_1}(x_1, Q_0^2)}{x_1'} \frac{f_{M_2}^{\bar{q}_2}(x_2, Q_0^2)}{x_2'} dx_1 dx_2 \quad (4.1.8)$$

Волновые функции, сосредоточенные вблизи границы, эволюционируют аномально быстро. Так, для интеграла I в том случае, когда он определяется областью  $x' \ll 1$ , нетрудно получить (используя уравнение эволюции для жесткой амплитуды из раздела 2.3 и оставляя в нем наиболее сингулярные при  $x' \rightarrow 0$  члены)

$$I(\xi) = \int x'^{2CF(\xi-\xi_0)} \frac{f(x, \xi_0)}{x'} dx \quad (4.1.9)$$

В дваждылогарифмическом приближении модификация в (4.1.9) сводится к замене

$$\frac{1}{x'_{1,2}} \rightarrow \frac{1}{x'_{1,2}} \exp \left[ \frac{CF ds}{2\bar{N}} \ln x'_{1,2} \ln \frac{Q_0^2}{Q^2} \right] \quad (4.1.10)$$

Этот результат проверен по первым двум членам разложения в /11/; аналогичные результаты для эволюции волновых функций получены

в /6,9,13/. Легко убедиться в том, что замена (4.1.10) сохраняет вид (4.1.8) с подстановкой  $Q_0^2 \rightarrow Q^2$ . Дваждылогарифмическое подавление весьма существенно при эксклюзивном рождении мезонов, содержащих  $t$  кварки и численно может составлять  $10^{-1} + 10^{-2}$ .

Если мезоны являются абсолютно нейтральными, то по правилу отбора по C-четности возможны только комбинации волновых функций  $P_+ P_-$  и  $S_+ S_-$ . При этом могут давать вклад глюонные диаграммы рис.4.2. Фактически в случае  $P_+ P_-$  их вклад равен 0, поэтому /14/:

$$F_{M_1 M_2}(Q^2) = \frac{C_F}{N} \frac{4\pi ds}{Q^2} \sum_q Q_q I_{M_1}^q I_{M_2}^{\bar{q}} \quad (4.1.11)$$

В случае  $S_+ S_-$  /14/

$$F_{M_1 M_2}(Q^2) = \frac{C_F}{N} \frac{4\pi ds}{Q^2} \sum_q Q_q (I_{M_1}^q + f_{M_1}^g) I_{M_2}^{\bar{q}} \quad (4.1.12)$$

Вычислена радиационная поправка к жесткой амплитуде  $\gamma^* \rightarrow MM$  /12/. Если точку нормировки  $\alpha_s$  и волновой функции положить равной  $Q^2$ , то для широких волновых функций эта поправка будет велика вплоть до очень больших  $Q^2$ . Ее, а также предположительно высшие поправки, можно уменьшить при разумном выборе этих точек нормировки порядка характерных виртуальностей в диа-

грамме /12/. В работах /15/ обсуждается усиленный вклад твиста 3 в степенную поправку к пионному формфактору в предположении, что отвечающие за нее волновые функции имеют асимптотическую форму. Связанный с ней масштаб масс велик  $\sim \frac{m_\pi^2}{m_u + m_d}$  (важность степенных поправок к пионному формфактору ранее подчеркивалась в работах /4,6,16/). Подробный анализ вкладов волновых функций твиста 3 в пионный формфактор, а также в подавленный формфактор  $\mathcal{F}_S$  (который полностью ими определяется), содержится в /17/. В последнее время развивается новый подход к вычислению пионного формфактора, основанный на правилах сумм и применимый в промежуточной области не очень больших  $Q^2$  /18,19/ (о формфакторе  $\mathcal{F}_S$  см./20/).

Поэтому вопрос о возможности сравнения формул, полученных в теории возмущений КХД, с экспериментальными данными о пионном формфакторе остается открытым. Данные с наибольшим  $Q^2$  происходят из распадов  $\Psi, \Psi' \rightarrow \pi^+ \pi^-$ , которые не могут быть обусловлены сильным взаимодействием вследствие сохранения G-четности, и происходят через виртуальный фотон. Поэтому

$$B_e(\Psi \rightarrow \pi^+ \pi^-) = \frac{\Gamma(\Psi \rightarrow \pi^+ \pi^-)}{\Gamma(\Psi \rightarrow e^+ e^-)} = \frac{1}{4} |F_\pi(m_\Psi^2)|^2 \quad (4.1.13)$$

Экспериментально  $B_e(\Psi \rightarrow \pi^+ \pi^-) = (1,5 \pm 0,7) \cdot 10^{-3}$  /21/, для  $\Psi'$  ошибка очень велика. Если считать, что степенная поправка невелика при  $Q^2 = m_\Psi^2$ , то отсюда можно заключить, что волновая функция  $\pi$  мезона должна быть широкой, т.к. узкая или асимптотическая волновая функция привела бы к много меньшему результату.

Волновая функция  $\mathcal{F}$  мезона (2.4.11) /22/ приводит к правильному по порядку величины результату /22/. Действительно, т.к. эта функция имеет резкий максимум при  $x = x_0 \simeq 0,15$ , характерная виртуальность глюона на рис.4.1  $\sim x_0^2 Q^2$ , а кварка  $\sim x_0 Q^2$ . Разумной точкой нормировки волновых функций является наименьшая виртуальность пропагатора на пути по диаграмме от одного до другого внешнего конца, образующих мезон, т.е. в данном случае  $x_0^2 m_\Psi^2 \sim (500 \text{ МэВ})^2$ . Аналогично, разумной точкой нормировки  $\alpha_s$  является наибольшая виртуальность пропагатора в данной вершине, т.е. в (4.1.4) следует заменить  $\alpha_s$  на  $\sqrt{\alpha_s(x_0 m_\Psi^2) \alpha_s(x_0^2 m_\Psi^2)}$ . Наконец, в точке нормировки  $(500 \text{ МэВ})^2$

волновая функция (2.4.II) дает  $I_{\mathcal{F}} = 5 f_{\mathcal{F}}$ , откуда

$$B_e(\psi \rightarrow \mathcal{F} \mathcal{F}^-) = \frac{2^4 5^4 f_{\mathcal{F}}^2}{3^4} \alpha_s(x_0 m_{\psi}^2) \alpha_s(x_0^2 m_{\psi}^2) \left(\frac{f_{\mathcal{F}}}{m_{\psi}}\right)^4 \approx 0,5 \cdot 10^{-3} \quad (4.1.I4)$$

(использовано значение  $\Lambda = 100 \text{ МэВ}$ ), что по порядку величины согласуется с экспериментом (авторы /22/ приводят численный результат  $B_e(\psi \rightarrow \mathcal{F} \mathcal{F}^-) \approx 1,4 \cdot 10^{-3}$  из-за немного отличающегося выбора точек нормировки, по существу, это расхождение с (4.1.I4) характеризует степень неопределенности теоретических формул). Волновые функции и формфакторы других мезонов аналогичным образом обсуждаются в /23-24/.

#### 4.2. РАСПАДЫ КВАРКОНИЯ НА 2 МЕЗОНА

Мы начнем рассмотрение с двухмезонных распадов  $C$ -четных состояний кваркония  $\mathcal{Q}_q (^1S_0)$ ,  $\mathcal{X}_{q0} (^3P_0)$ ,  $\mathcal{X}_{q1} (^3P_1)$ ,  $\mathcal{X}_{q2} (^3P_2)$ , которые происходят через 2 глюона (рис.4.3). Размерная оценка дает для относительной вероятности распада

$$B \sim \alpha_s^2 \left(\frac{f_M}{m}\right)^4 \quad (4.2.I)$$

Для диаграмм рис.4.3а, з матричный элемент равен  $M = L_{\mu\nu} R^{\mu\nu}$ , а рис.4.3б, и  $M = L_{\mu\nu}(x=1) R^{\mu\nu}$ , где  $L_{\mu\nu}$  - блок перехода кваркония в 2 виртуальных глюона (см.раздел 1.2; в нем  $k_+ = x_+ p_+ + x'_+ p'_+$ ,  $k_- = x'_- p_- + x_- p_-$ ), а тензор  $R^{\mu\nu}$  строится по правой части диаграммы. Далее будут приводиться относительные вероятности распадов, полученные с учетом полных ширин (1.2.28-29). Точность для относительных вероятностей распадов  $\mathcal{X}_1$  ниже остальных из-за теоретических неопределенностей в полной ширине (1.2.29).

В рассматриваемых распадах мезоны рождаются из двух глюонов, т.е. из состояния, синглетного по аромату. Два абсолютно нейтральных мезона могут оба образоваться через глюонную волновую функцию (рис.4.3в-и). Если один мезон рождается через глюонную волновую функцию, а другой через кварковую (рис.4.3б), то матричный элемент содержит сумму по ароматам от кварковой волновой функции, что выделяет из нее синглетную часть. Если же оба абсолютно нейтральных мезона рождаются через кварковые волновые функции (рис.4.3а), то матричный элемент содержит сумму по ароматам от их произведения. Пара мезонов должна быть синглетом по аромату, в частности, их изоспины должны склады-

ваться в 0.

В распадах  $\mathcal{Q}_q$ ,  $\mathcal{X}_{q0}$ ,  $\mathcal{X}_{q1}$  и  $\mathcal{X}_{q2} (m=0)$  (где  $m$  - проекция момента на ось распада), в которых не образуются мезоны типа  $T$ , сохранение спиральности приводит к тому, что оба легких мезона должны иметь нулевую спиральность (в частности, для  $\mathcal{X}_{q1} m=0$ , т.е. угловое распределение является продольным). Тогда сохранение поперечной четности, сводящейся в данном случае к натуральности (см.раздел 2.2), приводит к тому, что в распадах  $\mathcal{Q}_q$ ,  $\mathcal{X}_{q1}$  рождаются пары мезонов типа  $SP$ , а в распадах  $\mathcal{X}_{q0}$ ,  $\mathcal{X}_{q2} (m=0)$  - типа  $S'S'$  или  $PP$ . Однако, в отличие от процесса  $\gamma^* \rightarrow M_1 M_2$  (раздел 4.1), здесь оба мезона могут оказаться глюонными, и разрешен распад на пару мезонов типа  $T'T'$  с одинаковой спиральностью (например, пара  $f$  или  $f'$  со спиральностью  $\pm 2$ ). Возможно также рождение пар мезонов типов  $S'\pi$  или  $PT$  (например,  $\mathcal{Q} f(\lambda=\pm 2)$ ). Распады  $\mathcal{X}_{q2}$  с  $m=0$  и  $m=\pm 2$  в случае выстроенного  $\mathcal{X}_{q2}$  отличаются по угловому распределению, см.Приложение I.

Для абсолютно нейтральных мезонов имеются правила отбора по  $C$ -четности, проявляющиеся в обращении в 0 интеграла от волновых функций в силу свойств симметрии (2.1.8). Волновые функции нестранных заряженных мезонов также удовлетворяют (2.1.8) в силу изотопической симметрии, что приводит к тем же правилам отбора ( $G$ -четность). Так как  $C$ -четность мезона, содержащего глюонную волновую функцию, положительна, в матричных элементах распада на глюонные и кварковое состояние (рис.4.3б) должна отбираться положительная  $C$ -четность последнего. И действительно, для волновой функции типа  $P$  входит симметричный интеграл, а типа  $S'$  - антисимметричный (как в (3.2.2-3)). В распадах  $\mathcal{Q}_q$ ,  $\mathcal{X}_{q1}$  (комбинация волновых функций  $SP$ ) сохранение  $C$ -четности приводит к тому, что четности продуктов распада противоположны (например,  $\rho B$ ,  $\pi A_2$ ,  $\eta f$ ,  $\eta' f'$ ). В распадах  $\mathcal{X}_{q0}$ ,  $\mathcal{X}_{q2} (m=0)$  (комбинации  $S'S'$ ,  $PP$ ), а также  $\mathcal{X}_{q2} (m=\pm 2)$  ( $VV$ ) они одинаковы (например,  $\pi\pi$ ,  $\rho\rho$  и т.д.). И действительно, интегралы в матричных элементах распада  $\mathcal{Q}_q$ ,  $\mathcal{X}_{q1}$  обращаются в 0, если обе волновые функции симметричны или антисимметричны, а в распадах  $\mathcal{X}_{q0}$ ,  $\mathcal{X}_{q2}$  - если одна волновая функция симметрична, а другая антисимметрична. В случае странных мезонов это правило может нарушаться из-за

$SU(3)$  - несимметричных частей волновых функций (напр.,  $\varrho_9, \chi_{9L} \rightarrow KK^*$ ).

В распадах на мезоны типа  $SS', PP, VV$  или  $TT$  одновременно через кварковые или глюонные волновые функции жесткая амплитуда должна быть, очевидно, симметрична относительно переобозначения мезонов  $\alpha_+ \leftrightarrow \alpha_-$ . В распадах  $\varrho_9, \chi_{9L}$  на мезоны типа  $SP$  через кварковые волновые функции, перенося  $\gamma^5$  матрицу в шпуре, легко видеть, что  $M(S, P) = -M(P, S)$ . Поэтому жесткая амплитуда распада  $\varrho_9$  также симметрична относительно замены  $\alpha_+ \leftrightarrow \alpha_-$ . Матричный элемент распада  $\chi_{9L}$  содержит множитель  $(\vec{p}_+ - \vec{p}_-) \cdot \vec{e}_\chi$ , меняющий знак при этой замене, поэтому оставшийся интеграл от волновых функций антисимметричен.

В случае распадов  $\varrho_9, \chi_9$  на мезоны, не являющиеся абсолютно нейтральными, матричный элемент

$$M = \frac{C_F}{N} \frac{g^4}{m} a K \quad (4.2.2)$$

и относительная вероятность распада

$$B = g^2 \frac{C_F}{N^2} \frac{\alpha_s^2}{m^4} b K^2 \quad (4.2.3)$$

выражаются через интегралы от кварковых волновых функций

$$K = \int_0^1 \int_0^1 \frac{c(\alpha_+, \alpha_-) f_{M_1}^q(\alpha_+) f_{M_2}^q(\alpha_-) d\alpha_+ d\alpha_-}{\alpha_+ \alpha_+ \alpha_- \alpha_- [1 + (\Delta - 2\alpha_+)(\Delta - 2\alpha_-)]} \quad (4.2.4)$$

где величины  $a, b, c$  приведены в таблице 4.1 ( $\psi_0, \psi_2, \Delta$  определены в разделе 1.2;  $A = \frac{(\Delta - \alpha_+ - \alpha_-)^2}{1 + X_+ X_-}, X_\pm = 2\alpha_\pm - 1$ ). В случае абсолютно нейтральных мезонов, в зависимости от их квантовых чисел, могут существовать чисто кварковый вклад в матричный элемент  $\sum K$ ; кварк-глюонный вклад  $K_{gg}$  (который выражается через  $A_1 = I_{M_1}^g \sum I_{M_2}^g$  и  $A_2 = I_{M_2}^g \sum I_{M_1}^g$ ) и чисто глюонный вклад

$$K_g = N \int_0^1 \int_0^1 (g_1 + \frac{g_2}{N^2}) f_{M_1}^g(\alpha_+) f_{M_2}^g(\alpha_-) d\alpha_+ d\alpha_-$$

которые приведены в таблице 4.1. Функции  $g_1$  и  $g_2$  в ней выражены через  $\xi_\pm = X_\pm^2$ .

Особый интерес представляют распады на мезоны типа  $T$ , т.к. они определяются глюонными волновыми функциями. К типу

$T$  относятся абсолютно нейтральные мезоны со спиральностью  $\pm 2$ , положительной четностью и спином  $\geq 2$ . Те же мезоны с нулевой спиральностью относятся к типу  $S'$  в случае четного спина и к типу  $P$  в случае нечетного. Назовем их временно мезонами типа  $T_S$  и  $T_P$ . Тогда распады  $\varrho_9, \chi_{9L} \rightarrow T_S T_P$  и  $\chi_{90}, \chi_{92} \rightarrow T_S T_S, T_P T_P$  отличаются от распадов  $\varrho_9, \chi_{9L} \rightarrow SP$  и  $\chi_{90}, \chi_{92} \rightarrow S'S, PP$  только по поляризации конечных мезонов (т.е. для их разделения необходимо изучение угловых распределений продуктов распада). Распады  $\varrho_9, \chi_{9L} \rightarrow T_S T_S, T_P T_P$  и  $\chi_{90}, \chi_{92} \rightarrow T_S T_P$  не могут происходить с нулевой спиральностью рождающихся мезонов, и полностью обусловлены их глюонными волновыми функциями (например,  $\varrho_9, \chi_{9L} \rightarrow ff$ ). Распады  $\chi_{92} \rightarrow S'T_S, P'T_P$  отличаются от распадов  $\chi_{92} \rightarrow S'S, PP$  по поляризации конечных мезонов, а также (в случае выстроенного  $\chi_{92}$ ) по угловому распределению. Распады  $\chi_{92} \rightarrow S'T_P, P'T_P$  не могут происходить с нулевой спиральностью рождающегося мезона типа  $T$ , и полностью обусловлены его глюонной волновой функцией (например,  $\chi_{92} \rightarrow f'f$ ). Распады такого типа особенно удобны для экспериментального изучения глюонных волновых функций.

Имеются экспериментальные данные о распадах  $\chi_0, \chi_2 \rightarrow \pi\pi, KK$  /21/, см. Таблицу 4.2. Как и в случае фактора, вопрос о возможности сравнения этих данных с приведенными формулами является неясным из-за возможно большой степенной поправки. Если степенная поправка не играет решающей роли, то эти числа требуют широкой волновой функции  $\mathcal{T}$  мезона. Волновая функция  $\mathcal{T}$  мезона (2.4.II) приводит к результатам, неплохо согласующимся с экспериментом /22/. Действительно, с учетом формы волновой функции (рис. 2.7) и вида интегралов, основной вклад дает ситуация, когда виртуальность одного глюона на рис. 4.3а  $\sim \alpha^2 m^2$ , а другого  $\sim m^2$  (при этом виртуальность тяжелого кварка  $\sim \alpha_0 m^2$ ). Поэтому волновая функция  $\mathcal{T}$  мезона входит в точку нормировки  $\alpha_0^2 m^2 \sim (500 \text{ МэВ})^2$ , что и предполагалось в (2.4.II). С учетом того, что в распаде  $\chi \rightarrow 2g$  виртуальность тяжелого кварка  $\sim \frac{m^2}{4} \sim m^2$ , в формулах для  $B$  следует заменить  $\alpha_s^2$  на  $\alpha_s(\alpha_0 m^2) \alpha_s(\alpha_0 m^2)$ . Это дает (при  $\Lambda = 100 \text{ МэВ}$ )  $B(\chi_0 \rightarrow \pi\pi) \approx 0,5\%$ ,  $B(\chi_2 \rightarrow \pi\pi) \approx 0,1\%$ . Авторы /22/ приводят числа  $B(\chi_0 \rightarrow \pi\pi) \approx 1,1\%$ ,  $B(\chi_2 \rightarrow \pi\pi) \approx 0,24\%$ , что связано с несколько другим выбором точек нормировки и свойственной потенциальной модели неоднозначностью между  $m_\chi$  и  $2m_c$ . Свойства волновых функций  $K, g$  и

некоторых других мезонов рассматривались в работах /23-24/, в которых произведено аналогичное сравнение с экспериментальными данными о распадах кваркония.

Экспериментально наблюдался распад  $\eta_c \rightarrow \psi\psi$  с относительной вероятностью  $B = (1 \pm 0,5)\% / 25/$ . Нулевая спиральность  $\psi$  мезонов в нем запрещена по сохранению поперечной четности, тогда по сохранению момента оба  $\psi$  имеют одинаковую спиральность  $\pm 1$ . Таким образом, этот распад должен быть дважды подавлен по спиральности, что приводит к дополнительному фактору в вероятности распада  $\lesssim (\frac{m_\psi}{m_{\eta_c}})^4 \sim 10^{-2}$ . Тогда даже для широких волновых функций получим, что  $B < 10^{-4}$ . Возникающее расхождение с экспериментом представляет весьма серьезную проблему.

Рассмотрение эксклюзивных распадов кваркония было начато в работе /4/; приведенный там результат для распадов  $\eta_q$ , однако, является ошибочным. Распады  $\chi_{q0}$  рассмотрены в /26/ (см. также /10/). Распады всех С-четных состояний кваркония рассмотрены в /14/, однако чисто глюонные вклады в этой работе вычислены неверно. Позднее распад  $\eta_q \rightarrow S'P$  с учетом глюонных волновых функций рассматривался в /27/, где также получен неверный результат. Распады  $\chi_0$  и  $\chi_2$  на несинглетные мезоны обсуждались также в /22-24/.

Перейдем к рассмотрению двухмезонных распадов векторного кваркония  $\psi_q \rightarrow M_1 M_2$ . Они описываются однопетлевыми диаграммами рис.4.4, и размерная оценка дает

$$B \sim \alpha_s^3 \left(\frac{f_M}{m}\right)^4 \quad (4.2.5)$$

Существенным является и другой механизм - через виртуальный фотон, особенно в тех случаях, когда сильный механизм подавлен (например, по  $SU(3)$ ); если есть запрет по изотопической симметрии, электромагнитный механизм становится главным, как в случае  $\psi_q \rightarrow \pi\pi$ , см. раздел 4.1). Матричный элемент, соответствующий диаграммам рис.4.4, имеет вид  $M = \int d^4\ell \mathcal{L}_{\lambda\mu\nu} R^{\lambda\mu\nu}$ , где  $\mathcal{L}_{\lambda\mu\nu}$  - блок перехода  $\psi_q$  в 3 виртуальных глюона. Он не факторизуется на множители, зависящие от волновых функций мезонов  $M_1$  и  $M_2$  по отдельности.

В распадах, в которых не образуются мезоны типа  $T$ , сохранение спиральности приводит к тому, что оба легких

мезона должны иметь нулевую спиральность. Тогда сохранение поперечной четности, сводящейся в данном случае к натуральности, приводит к тому, что рождающаяся пара должна быть типа  $S'S'$  или  $PP$ . Оба мезона могут родиться через глюонную волновую функцию и иметь тип  $TT$  с одинаковой спиральностью. Во всех случаях угловое распределение является продольным. Матричный элемент имеет вид

$$M^M = (p_+ - p_-)^M \frac{\alpha_s^3}{m^3} \int_0^1 \int_0^1 M(x_+, x_-) f_{M_1}(x_+) f_{M_2}(x_-) dx_+ dx_- \quad (4.2.6)$$

Если оба мезона рождаются через кварковую или глюонную волновую функцию, то матричный элемент не должен меняться при переименовании мезонов, т.е.

$$M(x_+, x_-) = -M(x_-, x_+) \quad (4.2.7)$$

Для нестранных мезонов сохранение  $G$ -четности (с учетом типа волновых функций) приводит к тому, что четности рождающихся мезонов должны быть противоположны (например,  $\pi B(1235)$ ,  $S'A_2$ ,  $\omega f$ ,  $\psi f'$ ; поскольку  $\psi$  и  $f'$  есть преимущественно  $s\bar{s}$ , распады  $\psi f$  и  $f\omega$  подавлены по аромату). Это проявляется в том, что интеграл (4.2.6) обращается в 0, когда обе волновые функции симметричны или антисимметричны, в силу свойства

$$M(x_+', x_-') = -M(x_+, x_-) \quad (4.2.8)$$

В случае странных мезонов наряду с распадами, разрешенными по  $SU(3)$  (например,  $\psi_q \rightarrow K(892) \bar{K}(1430)$ ), возможны распады, не удовлетворяющие этому правилу за счет  $SU(3)$ -нарушающих компонент волновых функций (например,  $\psi_q \rightarrow K^* \bar{K}$ ; в этом случае экспериментальное отличие мод  $\psi \rightarrow K^* \bar{K}$  и  $\psi \rightarrow K^0 \bar{K}^0$  указывает на существенную роль электромагнитного механизма).

Каждая отдельная диаграмма на рис.4.4 содержит дважды логарифмические вклады. Инфракрасные логарифмы сокращаются в силу бесцветности мезонов (см. раздел 2.3). Коллинеарные логарифмы сокращаются при суммировании всех расстановок 3 глюонов по линии тяжелого кварка в  $\mathcal{L}_{\lambda\mu\nu}$  с любой фиксированной правой частью диаграммы  $R^{\lambda\mu\nu}$ , т.к. коэффициент при логарифме содержит  $\mathcal{L}_{\lambda\mu\nu}(k_1, k_2, k_3) k_1^\lambda$  и обращается в 0 в силу тождества Уорда. Поэтому интеграл по петлевому импульсу  $\ell$  определяется об-



ластью, где все виртуальности  $\sim m^2$ . Петля относится к жесткой амплитуде, а не к эволюции волновой функции (что естественно, т.к. процесс не идет в борновском приближении). Технически сложный расчет  $M(x_+, x_-)$  для распада  $\psi_q \rightarrow S'S'(PP)$  через кварковые волновые функции недавно произведен Чао /28/, результат может быть использован для анализа распада  $\psi \rightarrow K\bar{K}$ .

Все разрешенные распады  $\psi_q$  содержат подавление  $\sim \alpha_s/\bar{s}$  из-за петли. Кроме того, поскольку из одной волновой функции берется симметричная часть, а из другой антисимметричная, они либо подавлены по  $SU(3)$  (как  $\psi_q \rightarrow K\bar{K}$ ), либо содержат  $\rho$ -волновые мезоны, величина волновых функций которых должна быть меньше (напр.,  $\pi, B(1235), \rho, \omega, \phi, \psi$ ). Поэтому сравнимую вероятность имеют распады на псевдоскалярный и векторный мезон ( $\psi_q \rightarrow K\bar{K}^*(892), \rho, \psi$ ), которые однократно подавлены по сохранению спиральности (от одного из мезонов входит волновая функция твиста 3 /17/), но не содержат указанных источников подавления.

#### 4.3. РЕАКЦИИ $\gamma\gamma \rightarrow MM$

Эти реакции /29/ могут наблюдаться в двухфотонных процессах на встречных электрон-позитронных пучках, а также, в перспективе, на встречных фотонных пучках. Процессы этого типа отличаются от рассмотренных ранее тем, что в них есть свободный кинематический параметр - угол рассеяния (далее вместо самого угла рассеяния  $\vartheta$  в системе центра масс мы будем использовать обозначения  $z = \sin^2 \frac{\vartheta}{2}$ ,  $z' = 1 - z$ ; полную энергию обозначим  $Q$ ). Угловое распределение в реакции  $\gamma\gamma \rightarrow MM$  зависит от формы волновых функций, и его экспериментальное исследование могло бы дать о них детальную информацию. Мы ограничимся здесь рассмотрением рождения мезонов через кварковые волновые функции (по кварковому составу  $M_1 = q_1 \bar{q}_2, M_2 = q_2 \bar{q}_1$ ). Тогда все диаграммы для реакции  $\gamma\gamma \rightarrow M_1 M_2$  могут быть получены заменами (фотонов, мезонов, изменение направления кварковой линии) из 4 типов диаграмм (рис.4.5). На диаграммах рис.4.5в,г (содержащих  $Q_{q_1} Q_{q_2}$ ) знаменатель глюонного пропагатора равен  $-Q^2 c$  или  $-Q^2 c'$ , где  $c = z x_+ x_- + z' x'_+ x'_-$ ,  $c' = c(z \leftrightarrow z')$ . Он и приводит к существенной зависимости углового распределения от формы волновых функций. Для применимости рассмотрения

в теории возмущений требуется, чтобы виртуальности всех пропагаторов были велики. Поэтому, если интеграл по  $x_+, x_-$  определяется областью  $x_+, x_- \sim x_0$ , должны выполняться условия  $Q^2 x_0^2 \gg \mu^2$ ,  $Q^2 x_0 z \gg \mu^2$ ,  $Q^2 x_0 z' \gg \mu^2$  (что исключает рассеяние вперед и назад). Если  $x_0$  мало (см. пункт 2.4), то нужны весьма большие  $Q^2$ , где сечение очень мало.

Приведем результаты вычисления спиральных амплитуд

$$M_{\lambda_1 \lambda_2} = 4\pi^2 \frac{C_F}{N} \frac{\alpha_s}{Q^2} \int_0^1 dx_+ \int_0^1 dx_- A_{\lambda_1 \lambda_2}(x_+, x_-) f_{M_1}^{q_1}(x_+) f_{M_2}^{q_2}(x_-) \quad (4.3.1)$$

для кварковых мезонов разных типов. Если оба мезона относятся к типу  $S'$  или к типу  $P$ , то /29/  $A_{--} = A_{++}$ ;  $A_{+-} = A_{-+}$ ;

$$A_{++} = \frac{(Q_{q_1} - Q_{q_2})^2}{z z'} \left( \frac{1}{x_+ x_-} + \frac{1}{x'_+ x'_-} \right);$$

$$A_{+-} = - \frac{1}{x_+ x'_+ x_- x'_-} \left[ (Q_{q_1} - Q_{q_2})^2 \frac{1 - x_+ x_- - x'_+ x'_-}{z z'} + \right. \quad (4.3.2)$$

$$\left. + 2(Q_{q_1}^2 - Q_{q_2}^2)(x_+ - x_-) + Q_{q_1} Q_{q_2} \frac{(x'_+ x'_- + x_+ x_-)(x_+ x'_+ + x_- x'_-)}{c c'} \right]$$

Случай, когда один из мезонов типа  $S'$ , а другой типа  $P$  (например,  $\gamma\gamma \rightarrow \rho \pi$ ), ранее не рассматривался, для него

$$A_{++} = \frac{(Q_{q_1} - Q_{q_2})^2}{z z'} \left( \frac{1}{x_+ x_-} - \frac{1}{x'_+ x'_-} \right); \quad (4.3.3)$$

$$A_{+-} = - \frac{(2z-1)(x_+ x_-)}{x_+ x'_+ x_- x'_-} \left[ \frac{(Q_{q_1} - Q_{q_2})^2}{z z'} + Q_{q_1} Q_{q_2} \frac{(x'_+ x'_- - x_+ x_-)^2}{c c'} \right].$$

По сохранению адронной спиральности, возможно рождение 2 мезонов типа  $V$  с противоположными спиральностями. Вообще говоря, имеется 3 спиральных амплитуды:  $A(++ \rightarrow +-)$ ,  $A(+ \rightarrow +-)$  и  $A(-+ \rightarrow +-)$  ( $A(+ \rightarrow +-)$ ,  $z \leftrightarrow z'$ ). Первая из них оказывается равной 0, а для второй /29/

$$A(+ \rightarrow +-) = \frac{4z'}{x_+ x'_+ x_- x'_-} \left[ (Q_{q_1} - Q_{q_2})^2 - z(2z-1) Q_{q_1} Q_{q_2} \cdot \frac{1}{c c'} (x'_+ x'_- - x_+ x_-)^2 \right]. \quad (4.3.4)$$

Примеры угловых распределений при разных предположениях о форме волновых функций приведены в /29/.

Влияние глюонной компоненты волновых функций абсолютно нейтральных мезонов (рис.4.6) обсуждалось в /30/, см. Приложение 2.

При  $s \gg t \gg \mu^2$  главным становится другой механизм реакции  $\gamma\gamma \rightarrow MM$  - однопетлевые диаграммы с обменом двумя глюонами в  $t$ -канале (рис.4.7), т.к. он дает вклад, не падающий с  $s$  при  $t = const$  /31/. Таким образом могут рождаться только пары абсолютно нейтральных мезонов типа  $S_-$ , например,  $\rho^0 \rho^0$ ,  $\omega \omega$ ,  $\varphi \varphi$  (с нулевой спиральностью). В отличие от предыдущего механизма, ароматы входящих в эти мезоны кварков могут быть разными, так что разрешено, например, рождение  $\rho^0 \varphi$ . В работе /31/ матричный элемент вычислен неверно; ошибка исправлена в /32/, где используется простой метод расчета, основанный на импакт-представлении. Результат имеет вид

$$M = i \frac{C_F e^2 g^4 s}{N \sqrt{t}} \int [-\vec{e}_1 \vec{e}_2 \frac{X_1 X_2}{(2-X_1^2)(2-X_2^2)} e_1 \left| \frac{X_1+X_2}{X_1-X_2} \right| + (2\vec{e}_1 \vec{n})(\vec{e}_2 \vec{n}) - \vec{e}_1 \vec{e}_2] \cdot$$

$$\frac{X_1 X_2}{X_1^2 - X_2^2} \left( \frac{X_2}{1-X_2^2} e_1 \frac{1+X_1}{1-X_1} - \frac{X_1}{1-X_1^2} e_1 \frac{1+X_2}{1-X_2} \right) \left[ \sum_q Q_q f_q^{\rho}(\alpha_1) \right] \left[ \sum_q Q_q f_q^{\rho}(\alpha_2) \right] d\alpha_1 d\alpha_2 \quad (4.3.5)$$

где  $\vec{e}_1, \vec{e}_2$  - вектора поляризации фотонов;  $\vec{n} = \frac{\vec{k}_t}{|\vec{k}_t|}$  - единичный вектор, направленный по поперечному импульсу мезонов;  $X_{2,1} = 2\alpha_{2,1} - 1$ . Интересно, что матричный элемент обращается в 0 в случае узких волновых функций. Оценки сечений для обоих механизмов содержатся в /31-32/. Самым большим из них оказывается сечение  $\gamma\gamma \rightarrow \rho^0 \rho^0$  за счет двухглюонного обмена, однако даже этот процесс трудно наблюдать на встречных  $e^+e^-$  пучках. Действительно, если принять что  $t \approx 5$  (ГэВ)<sup>2</sup>, то для интервала  $8 \text{ ГэВ} \leq \sqrt{s} \leq 12 \text{ ГэВ}$  при  $\sqrt{s_{e^+e^-}} \approx 40 \text{ ГэВ}$  имеем полное сечение  $\sigma(e^+e^- \rightarrow e^+e^- \rho^0 \rho^0) \sim 10^{-38} \text{ см}^2$ . В работе /32/ рассмотрен также ряд родственных процессов, таких, как  $\gamma\gamma \rightarrow \rho^0 X$  (где  $X$  - кластер),  $\gamma\gamma \rightarrow \varphi \varphi$ .

#### 4.4. ПРОЦЕСС $e^+e^- \rightarrow M_1 M_2 \gamma$

В этом процессе фотон является, в известном смысле, дополнительным пробником системы мезон-мезон. Естественно, это справедливо, когда фотон излучается конечными частицами. Матричный элемент процесса, когда фотон излучается начальными электроном или позитроном, очевидно, выражаются через формфак-

торы мезон-мезон. Однако иногда излучение фотона начальными частицами запрещено. Мы рассмотрим ниже этот, наиболее интересный случай, когда излучение фотона конечными частицами исчерпывает вопрос. Тогда анализ существенно упрощается: можно ограничиться рассмотрением процесса  $\gamma^* \rightarrow M_1 M_2 \gamma$ . Далее под матричным элементом процесса будет подразумеваться вектор, который надо умножить на  $e_{\gamma^*}$ . Мы рассмотрим только рождение мезонов через кварковые волновые функции, состав мезонов:  $M_1 = q_1 \bar{q}_2$ ,  $M_2 = q_2 \bar{q}_1$ . При рождении мезонов типа  $S S$  и  $\gamma$  или  $P P$  и  $\gamma$  фотон излучается только конечными частицами в том случае, когда оба мезона абсолютно нейтральны и имеют одинаковую  $C$ -четность ( $S_{\pm} S_{\pm}, P_{\pm} P_{\pm}$ ). При рождении  $S P \gamma$  или  $V V \gamma$  (мезоны типа  $V$  имеют противоположную спиральность) фотон всегда излучается конечными частицами.

Импульс виртуального фотона обозначим  $q$ ,  $q^2 = Q^2$ , импульсы мезонов  $k_1, k_2$ , и импульс излучаемого фотона  $p$ ,  $k_1^2 = k_2^2 = p^2 = 0$ . Имеется 2 свободные кинематические переменные, в качестве которых мы выберем доли энергии мезонов  $z_{1,2} = \frac{2}{Q} q \cdot k_{1,2}$ . Диаграмма Далица в координатах  $z_1, z_2$  показана на рис.4.8. Доля энергии фотона  $z = 2 - z_1 - z_2$ ; введем также обозначения  $z'_{1,2} = 1 - z_{1,2}$ ,  $z' = 1 - z = z_1 + z_2 - 1$ . Поляризация излучаемого фотона может быть поперечно-четной (т.е. лежащей в подпространстве  $\rho k_1 k_2$ , далее обозначается значком  $\parallel$ ) или поперечно-нечетной (т.е. ортогональной этому подпространству, значок  $\perp$ ). Поперечно-четный вектор поляризации фотона  $e$  ( $e \cdot p = 0$ ) имеет вид

$$e = \frac{z}{\sqrt{z' z_1 z_2}} (z'_1 k_1 - z'_2 k_2), \quad (4.4.1)$$

поперечно-нечетный вектор поляризации

$$n^{\mu} = \frac{2}{\sqrt{z' z_1 z_2}} \epsilon^{\mu\alpha\beta\gamma} p_{\alpha} k_{1\beta} k_{2\gamma} \quad (4.4.2)$$

В случае мезонов типа  $V$ , их поперечно-четная поляризация описывается векторами  $\epsilon_{1,2}$ , определяемыми требованиями  $k_1 \cdot \epsilon_1 = k_2 \cdot \epsilon_2 = 0$  при дополнительном условии  $q \cdot \epsilon_{1,2} = 0$ :

$$\epsilon_L = \frac{1}{\sqrt{z' z_1 z_2}} [-z p - \frac{z'_1}{z_1} (2z'_1 - z_1) k_1 + z'_2 k_2], \quad \epsilon_2 = \epsilon_1 (k_1 \leftrightarrow k_2) \quad (4.4.3)$$

Все эти вектора поляризации нормированы:  $e^2 n^2 = \epsilon_{1,2}^2 = -1$ . Если произведение поперечных четностей мезонов и излучаемого фотона положительно, то матричный элемент есть поперечно-четный вектор, ортогональный  $\gamma$  в силу калибровочной инвариантности, поэтому он представляет собой линейную комбинацию  $\epsilon_1$  и  $\epsilon_2$ . Если же оно отрицательно, матричный элемент пропорционален  $n$ .

Процесс описывается диаграммами рис.4.5, в которых один из фотонов виртуальный. Поэтому рис.4.5а дает 2 разных типа диаграмм, остальные по одному. Все диаграммы можно получить из этих 5 типов путем перестановки мезонов ( $M_1 \leftrightarrow M_2$ ; замена  $k_1 \leftrightarrow k_2$ ,  $z_1 \leftrightarrow z_2$ ,  $\epsilon_1 \leftrightarrow \epsilon_2$ ,  $x_1 \leftrightarrow x_2$ , если один из мезонов типа  $P$  возникает фактор  $(-1)$ ) и изменения направления кварковой линии (замена  $Q_{q_1} \leftrightarrow Q_{q_2}$ ,  $x_{1,2} \leftrightarrow x'_{1,2}$ , если один из мезонов типа  $P$  - фактор  $(-1)$ ). Знаменатель глюонного пропагатора в диаграммах рис.4.5в,г имеет вид  $Q^2 c$  или  $Q^2 c'$ , где  $c = z_1' x_2 + z_2' x_1 + z_1' x_1 x_2 = x_1' x_2 + z_1' x_1 x_2 + z_2' x_1' x_2$ ,  $c' = c(x_{1,2} \leftrightarrow x'_{1,2})$ , что приводит к существенной зависимости распределения родившихся мезонов по  $z_1, z_2$  от формы волновых функций.

Для того, чтобы теория возмущений была применима для расчета этого процесса, нужно, чтобы характерные виртуальности всех пропагаторов были достаточно велики, скажем, не меньше  $Q_0^2$ . Нетрудно убедиться, что минимальная виртуальность в диаграммах рис.4.5 определяется знаменателем пропагатора вида  $Q^2 z_1' x_1 x_2$ ,  $Q^2 z_1' x_2'$  или  $Q^2 z_2' x_1'$ . Если волновые функции мезонов  $M_1, M_2$  являются широкими, то интеграл по  $x_1, x_2$  определяется областью, где  $x_1$  или  $x_1'$  мал, скажем, порядка  $a_1$ ; точно также,  $x_2$  или  $x_2'$  порядка  $a_2$ . Тогда область применимости изображается на диаграмме Далица треугольником  $z' > Q_0^2 / Q^2 a_1 a_2$ ,  $z_1' > Q_0^2 / Q^2 a_2$ ,  $z_2' > Q_0^2 / Q^2 a_1$ . (см.рис.4.8). Очевидно, что эта область существует только при  $Q^2 > Q_0^2 / a_1 a_2$ .

В некоторых предельных случаях матричный элемент рассматриваемого процесса можно получить без вычислений, используя волновые функции мезонных пар или пар фотон-мезон. /33/. Так, при  $z' \ll 1$  (энергия фотона близка к максимальной, мезоны почти параллельны; область ВС на рис.4.8) мезоны образуют пару, и матричный элемент  $\gamma^* \rightarrow (M_1, M_2)\gamma$  можно

получить из известного матричного элемента  $\gamma^* \rightarrow M\gamma$  (см.раздел 3.2), подставляя вместо волновой функции мезона  $M$  волновую функцию мезонной пары  $(M_1, M_2)$  (см.раздел 6.2). В рассматриваемом пределе  $\epsilon_2 \approx -\epsilon_1$ , поэтому при положительном произведении поперечных четностей фотона и пары матричный элемент пропорционален  $\epsilon_1$ , а при отрицательном -  $n$ . Матричный элемент для пары типа  $S'$  и  $P$  равен соответственно (см. (3.2.2) и (3.2.3))

$$M = \begin{pmatrix} \epsilon_1 \\ n \end{pmatrix} \cdot \frac{e^2}{2} [Q_{q_1}^2 (I^{q_1} + I^{\bar{q}_1}) + Q_{q_2}^2 (I^{q_2} + I^{\bar{q}_2})] \quad (4.4.4)$$

Входящие в (4.4.4) интегралы  $I^q$  для волновой функции мезонной пары (6.2.15) равны

$$I_{M_1, M_2, z_1}^{q_1} = \frac{c_F g^2}{2N Q^2 z_1} \int \left[ \frac{z_1}{1-z_1 x_1} (\delta_{0\lambda} - \frac{1}{x_2'}) - \frac{\delta_{0\lambda}}{x_2'} \right] \frac{f_{M_1}^{q_1}(x_1) f_{M_2}^{q_2}(x_2) dx_1 dx_2}{x_1' x_2} = -\frac{c_F g^2}{2N Q^2 z_1} \cdot [F_{M_1}^{q_1}(z_1) (I_{M_2}^{q_2} + (2-\delta_{0\lambda}) I_{M_2}^{\bar{q}_1}) + \delta_{0\lambda} I_{M_1}^{q_1} I_{M_2}^{\bar{q}_2}], \quad (4.4.5)$$

$$I_{M_1, M_2, z_1}^{\bar{q}_1} = -I_{M_1, M_2, z_1}^{q_1} (z_1 \leftrightarrow z_2, x_1 \leftrightarrow x_2'), I_{M_1, M_2, z_1}^{q_2} = I_{M_1, M_2, z_1}^{\bar{q}_1} (x_1 \leftrightarrow x_2'), I_{M_1, M_2, z_1}^{\bar{q}_2} = I_{M_1, M_2, z_1}^{q_1} (x_1 \leftrightarrow x_2')$$

где  $\delta_{0\lambda} = 1$  для мезонов типов  $S', P$  и 0 для мезонов типа  $V$ . В последних формулах нижний знак относится к паре мезонов типа  $V_{||} V_{\perp}$ , а верхний - ко всем остальным случаям. Подставляя (4.4.5) в (4.4.4), легко получить матричный элемент  $\gamma^* \rightarrow (M_1, M_2)\gamma$ , имеющий вид

$$M = \frac{c_F e^2 g^2}{4N Q^2 z_1} \begin{pmatrix} \epsilon_1 \\ n \end{pmatrix} \left\{ \frac{Q_{q_1}^2}{x_1' x_2} \left[ \frac{z_1}{1-z_1 x_1} (\delta_{0\lambda} - \frac{1}{x_2'}) - \frac{\delta_{0\lambda}}{x_2'} \right] \pm (M_1 \leftrightarrow M_2) \right\} \pm Q_{q_2}^2 (x \leftrightarrow x') \cdot \int f_{M_1}^{q_1}(x_1) f_{M_2}^{q_2}(x_2) dx_1 dx_2 \equiv \frac{c_F e^2 g^2}{4N Q^2 z_1} \begin{pmatrix} \epsilon_1 \\ n \end{pmatrix} \varphi(z_1), \quad (4.4.6)$$

$$-\varphi(z_1) = Q_{q_1}^2 [F_{M_1}^{q_1}(z_1) (I_{M_2}^{q_2} + (2-\delta_{0\lambda}) I_{M_2}^{\bar{q}_1}) - \delta_{0\lambda} I_{M_1}^{q_1} I_{M_2}^{\bar{q}_2} + (M_1 \leftrightarrow M_2)] \pm Q_{q_2}^2 (q \leftrightarrow \bar{q})$$

где в члене с  $\pm$  в квадратных скобках следует брать + для  $\gamma_{||}$  и - для  $\gamma_{\perp}$ , а при  $Q_{q_2}^2$  следует брать + для мезонов типа  $SS', PP, VV$  и - для  $SP$ . Сечение имеет особенность  $1/z'^2$  вблизи границы ВС диаграммы Далица. Поскольку волновые функции пар фотон-мезон менее сингулярны при малой массе пары, особенности вблизи границ АВ и АС более слабые - вида  $1/z_1'$  и  $1/z_2'$ . Поэтому при высоких энергиях полное сечение определяется областью ВС, где мезоны почти параллельны:

$$R = \frac{\pi}{16} \frac{c_F^2}{N^2} \frac{\alpha_{s_2}^2}{m^2 Q^2} \int_0^1 \varphi^2(z_1) dz_1 \quad (4.4.7)$$

где  $m^2 = Q^2 z_{min}^2$  - минимальная масса мезонной пары. Если волновые функции мезонов широкие, то интеграл в (4.4.7) определяется областями  $z_1 \sim a$  или  $z_2 \sim a$ , т.е. основной вклад в сечение дают окрестности углов B и C.

При  $z_2' \ll 1$  (энергия мезона  $M_2$  близка к максимальной, мезон  $M_1$  и фотон почти параллельны; область AB на рис.4.8) матричный элемент  $\gamma^* \rightarrow (\gamma M_1) M_2$  можно получить из известного матричного элемента  $\gamma^* \rightarrow M_1 M_2$  (см. раздел 4.1), подставляя вместо волновой функции мезона  $M_2$  волновую функцию пары  $(\gamma M_1)$  (см. раздел 6.2). Поскольку формфактор  $\gamma^* \rightarrow M_1 M_2$  отличен от 0 только для типов  $SS$  и  $PP$ , ненулевой результат получится для  $SS\gamma_{II}$ ,  $PP\gamma_{II}$  и  $SP\gamma_I$ ; в остальных случаях матричный элемент не имеет особенности при  $z_1' \rightarrow 0$ . Матричный элемент  $\gamma^* \rightarrow (\gamma M_1) M_2$  должен иметь вид  $e(\rho + \kappa_1 - \kappa_2) F_{(\gamma M_1) M_2}(Q)$ , причем  $\rho$  и  $\kappa_1$  примерно параллельны; с другой стороны, т.к. он является поперечно-четным, он представляет собой линейную комбинацию  $\epsilon_1$  и  $\epsilon_2$ , причем в рассматриваемом пределе  $\epsilon_1 \approx \epsilon_2$ .

Поскольку вектора  $\epsilon_1 \approx \epsilon_2$  перпендикулярны линии разлета, а  $\rho + \kappa_1 - \kappa_2$  параллельны ей, то эти требования можно согласовать только, если матричный элемент пропорционален  $\epsilon_1 - \epsilon_2 = -\frac{2}{Q} \sqrt{\frac{z_1' z_2'}{z_1 z_2}} (\kappa_1 - \kappa_2) \rightarrow -\frac{2}{Q} \sqrt{\frac{z_1' z_2'}{z_1 z_2}} (\rho + \kappa_1 - \kappa_2)$ . Поэтому

$$M = -\frac{eQ}{2} \sqrt{\frac{z_1' z_2'}{z_1 z_2}} (\epsilon_1 - \epsilon_2) \frac{C_F g^2}{2N Q^2} \left[ Q_{q_1} I_{M_1, \gamma, z_1}^{q_1} I_{M_2}^{q_1} - Q_{q_2} I_{M_1, \gamma, z_2}^{q_2} I_{M_2}^{q_2} \right] \quad (4.4.8)$$

Интегралы  $I^{q_i}$  для волновой функции  $M_2 \gamma$  (6.2.6-7) равны

$$I_{M_1, \gamma, z_i}^{q_i} = \frac{e}{\sqrt{z_1' z_2'}} \int \frac{Q_{q_i}}{z_i x_i x_i'} (1 + 2\delta_{ii} \frac{z_i x_i}{z_i'}) \mp \frac{Q_{q_i}}{(z - z_i x_i) x_i'} \left[ f_{M_1}^{q_1}(x_1) f_{M_2}^{q_2}(x_2) dx_1 dx_2 \right] \quad (4.4.9)$$

$$I_{M_1, \gamma, z_1}^{q_2} = -I_{M_1, \gamma, z_2}^{q_1} (x_1 \leftrightarrow x_2', Q_{q_1} \leftrightarrow Q_{q_2})$$

где  $\delta_{ii} = 1$  для  $\gamma_{II}$  и 0 для  $\gamma_I$ ; верхний знак относится к  $\gamma_{II}$ , нижний - к  $\gamma_I$ . Подставляя (4.4.9) в (4.4.8), легко найти матричный элемент  $\gamma^* \rightarrow SS\gamma_{II}$ ,  $PP\gamma_{II}$ :

$$M = \frac{C_F e^2 g^2}{4N Q^2 z_1' z_2'} (\epsilon_1 - \epsilon_2) \int \left[ \frac{Q_{q_1}^2}{x_1 x_1' x_2} (1 + \frac{2z_1 x_1}{z_1'}) + \frac{Q_{q_2}^2}{x_1 x_1' x_2'} (1 + \frac{2z_1' x_1'}{z_1'}) \right] \quad (4.4.10)$$

$$- Q_{q_1} Q_{q_2} z_1 \left( \frac{1 + 2\frac{z_1' x_1'}{z_1'} + \frac{1 + 2\frac{z_1 x_1}{z_1'}}{(z - z_1 x_1) x_1' x_2}}{(z - z_1 x_1) x_1' x_2} \right) f_{M_1}^{q_1}(x_1) f_{M_2}^{q_2}(x_2) dx_1 dx_2$$

и  $\gamma^* \rightarrow SP\gamma_I$ :

$$M = \frac{C_F e^2 g^2}{4N Q^2 z_1' z_2'} (\epsilon_1 - \epsilon_2) \int \left[ \frac{Q_{q_1}^2}{x_1 x_1' x_2} - \frac{Q_{q_2}^2}{x_1 x_1' x_2'} + Q_{q_1} Q_{q_2} z_1 \left( \frac{1}{(z - z_1 x_1) x_1' x_2} - \right. \quad (4.4.11)$$

$$\left. - \frac{1}{(z - z_1 x_1) x_1' x_2'} \right) \right] f_{M_1}^{q_1}(x_1) f_{M_2}^{q_2}(x_2) dx_1 dx_2$$

в пределе  $z_2' \rightarrow 0$  (область AB на рис.4.8). Аналогичные формулы легко получить для  $z_1' \rightarrow 0$  (область AC). Когда фотон является мягким,  $z_1' \ll 1$  и  $z_2' \ll 1$  (окрестность угла A), излучение поперечно-четного фотона усилено, и в приближении классических токов

$$M = M(\gamma^* \rightarrow M_1 M_2) \left( Q_{M_1} \frac{\kappa_1 e}{k_{1P}} + Q_{M_2} \frac{\kappa_2 e}{k_{2P}} \right) = \quad (4.4.12)$$

$$= \frac{C_F}{4N} \frac{\epsilon_1 - \epsilon_2}{z_1' z_2'} (Q_{q_1} - Q_{q_2}) \int \left( \frac{Q_{q_1}}{x_1 x_2} - \frac{Q_{q_2}}{x_1 x_2'} \right) f_{M_1}^{q_1}(x_1) f_{M_2}^{q_2}(x_2) dx_1 dx_2$$

При рассмотрении коллинеарного излучения мезона  $M_2$  (4.4.10) используется аксиальная калибровка  $\kappa_2 e = 0$ , поэтому все мягкое излучение (4.4.12) "прикрепляется" к мезону  $M_2$  и дается членами с  $\frac{1}{z_1' z_2'}$  в (4.4.10). Аналогично, при рассмотрении коллинеарного излучения мезона  $M_1$  в калибровке  $\kappa_1 e = 0$  все мягкое излучение относится к  $M_1$ , поэтому формулы для областей  $z_2' \ll 1$  (AB) и  $z_1' \ll 1$  (AC) совпадают в мягкофотонной области  $z_2' \ll 1, z_1' \ll 1$  (A) и приводят там к приближению классических токов (4.4.12). Разумеется, мягкое излучение отсутствует для нейтральных мезонов, а также в тех случаях, когда процесс без излучения не идет ( $SP\gamma, VV\gamma$ ).

Мы рассмотрели выше предельные значения матричного элемента. В общем случае прямое вычисление диаграмм дает для процесса  $\gamma^* \rightarrow M_1 M_2 \gamma$

$$M = \frac{C_F e^2 g^2}{4N Q^2} \int A(x_1, x_2) f_{M_1}^{q_1}(x_1) f_{M_2}^{q_2}(x_2) dx_1 dx_2 \quad (4.4.13)$$

где для  $SS\gamma_{II}$ ,  $PP\gamma_{II}$

$$A = \frac{Q_{q_1}^2}{z_1' z_2' x_1 x_2} \left[ \frac{z_2 \epsilon_2}{x_2} (z_2' + z_1' x_2') + \frac{z_1 \epsilon_1}{z - z_1 x_1} (z_1' + z_1' x_2') \right] \frac{1}{(z_2' - \frac{z_2 + z_1 x_2}{x_2})} - (M_1 \leftrightarrow M_2) \quad (4.4.14)$$

$$+ Q_{q_2}^2 [x \leftrightarrow x'] + \frac{Q_{q_1} Q_{q_2}}{z_1' z_2'} \int \frac{z_1 \epsilon_1}{(z - z_1 x_1) c} \left( \frac{(z_1' + z_1' x_1')^2}{x_1'} + z_1' (z_1' + z_1' x_1') + z_2' z_2' \frac{x_1'}{x_2} \right) - (M_1 \leftrightarrow M_2) + (x \leftrightarrow x')];$$

для  $S'S\gamma_{\perp}, PP\gamma_{\perp}$

$$A = n \left\{ \frac{Q_{q_1}^2}{z_1' x_1' x_2} \left[ -\frac{1}{x_2'} + \frac{z_1}{1-z_1 x_1} - \frac{z_2'}{(1-x_1 z_1) x_2'} + (M_1 \leftrightarrow M_2) \right] + \right. \quad (4.4.15)$$

$$\left. + Q_{q_2}^2 [x \leftrightarrow x'] + Q_{q_1} Q_{q_2} \left[ \frac{1}{(1-z_1 x_1) c} \left( \frac{z_1'}{x_1'} + \frac{z_2'}{x_2'} \right) + (M_1 \leftrightarrow M_2) + [x \leftrightarrow x'] \right] \right\}$$

для  $S'P\gamma_{\parallel}$

$$A = n \left\{ \frac{Q_{q_1}^2}{x_1' x_2} \left[ \frac{1}{z_1' x_2'} + \frac{1}{1-z_1 x_1} \left( 1 + \frac{z_2' x_2}{z_1' x_2'} \right) - (M_1 \leftrightarrow M_2) \right] - Q_{q_2}^2 [x \leftrightarrow x'] + \right. \quad (4.4.16)$$

$$\left. + Q_{q_1} Q_{q_2} \left[ \frac{1}{(1-z_1 x_1) c} \left( z_1' \left( \frac{1}{x_2} - 2 \right) - \frac{z_1'}{x_1'} \right) - (M_1 \leftrightarrow M_2) - (x \leftrightarrow x') \right] \right\}$$

для  $S'P\gamma_{\perp}$

$$A = Q_{q_1}^2 \left[ -\frac{z_2 \varepsilon_2}{z_1' z_1' x_1' x_2 x_2'} + \frac{z_1 \varepsilon_1}{(1-z_1 x_1) x_2} \left( \frac{x_2}{z_1' x_1' x_2'} + \frac{1}{z_1' x_2'} \right) + (M_1 \leftrightarrow M_2) \right] - \quad (4.4.17)$$

$$- Q_{q_2}^2 [x \leftrightarrow x'] + Q_{q_1} Q_{q_2} \left[ \frac{z_1 \varepsilon_1}{(1-z_1 x_1) c} \left( -\frac{z_1'}{z_2} - \frac{z_1'}{z_2 x_1'} + \frac{z_1' x_1'}{z_1' x_2} \right) + (M_1 \leftrightarrow M_2) - (x \leftrightarrow x') \right].$$

Для  $VV\gamma$  вычисление дает  $A_{\parallel\parallel\parallel} = -A_{\perp\perp\parallel} = A_{\parallel} - A_{\parallel}'$ ,  $A_{\parallel\perp\perp} = A_{\perp\perp\parallel} = A_{\parallel} + A_{\parallel}'$ ,

$A_{\parallel\parallel\parallel} = A_{\perp\perp\parallel} = A_{\perp} - A_{\perp}'$ ,  $-A_{\parallel\perp\perp} = A_{\perp\perp\parallel} = A_{\perp} + A_{\perp}'$ , где

$$A_{\parallel} = \frac{Q_{q_1}^2}{z_1' x_1' x_2} \frac{z_1 \varepsilon_1}{(1-z_1 x_1) x_2} + Q_{q_2}^2 (x \leftrightarrow x') + Q_{q_1} Q_{q_2} \left[ \frac{z_1 \varepsilon_1}{(1-z_1 x_1) x_2 c} + (x \leftrightarrow x') \right], \quad (4.4.18)$$

$$A_{\perp} = n \left\{ \frac{Q_{q_1}^2}{z_1' x_1' x_2} \frac{z_1}{(1-z_1 x_1) x_2} + Q_{q_2}^2 (x \leftrightarrow x') + Q_{q_1} Q_{q_2} \left[ \frac{z_1}{(1-z_1 x_1) x_2 c} + (x \leftrightarrow x') \right] \right\},$$

$$A_{\parallel}' = A_{\parallel} (M_1 \leftrightarrow M_2), \quad A_{\perp}' = A_{\perp} (M_1 \leftrightarrow M_2)$$

Перейдем к спиральным амплитудам, учитывая, что  $e_{\lambda} = \frac{1}{\sqrt{2}} (e + i\lambda n)$ ,

$\varepsilon_{\lambda_1} = (\varepsilon_1 + i\lambda_1 n) \frac{1}{\sqrt{2}}$ ,  $\varepsilon_{\lambda_2} = (\varepsilon_2 - i\lambda_2 n) \frac{1}{\sqrt{2}}$ . При этом оказывается, как это и должно быть, что спиральность мезонов сохраняется:

$$\lambda_2 = -\lambda_1, \text{ и}$$

$$A = 2 \delta_{\lambda_1 - \lambda_2} z_1 \varepsilon_{\lambda_1} \left[ \frac{1}{z_1' x_2 x_2'} \left( \frac{Q_{q_1}^2}{(1-z_1 x_1) x_1'} + \frac{Q_{q_2}^2}{(1-z_1 x_1') x_1} \right) + Q_{q_1} Q_{q_2} \left( \frac{1}{(1-z_1 x_1) x_2 c} + \right. \right. \quad (4.4.19)$$

$$\left. + \frac{1}{(1-z_1 x_1') x_2' c} \right] - 2 \delta_{\lambda_1 - \lambda_2} z_2 \varepsilon_{\lambda_2} \left[ \frac{1}{z_1' x_1 x_1'} \left( \frac{Q_{q_2}^2}{(1-z_2 x_2) x_2'} + \frac{Q_{q_1}^2}{(1-z_2 x_2') x_2} \right) + \right.$$

$$\left. + Q_{q_1} Q_{q_2} \left( \frac{1}{(1-z_2 x_2') x_1' c} + \frac{1}{(1-z_2 x_2) x_1 c} \right) \right]$$

Этот результат можно получить и непосредственно в формализме спиральных амплитуд, используя представление

$$\hat{e}_{\lambda} = \frac{1}{\sqrt{2 z_1' z_2' z_1'}} \left[ \hat{k}_1 \hat{k}_2 \hat{p} (z - \gamma_5 \lambda) - \hat{p} \hat{k}_1 \hat{k}_2 (z + \gamma_5 \lambda) \right] + A \hat{p} + B \gamma^5 \hat{p}, \quad (4.4.20)$$

где  $A, B$  - несущественные константы.

Для полуколичественной оценки сечений удобно иметь простую модельную волновую функцию, которая позволяла бы получать матричный элемент без вычисления нетривиальных интегралов и контролировать фактор усиления матричного элемента за счет широких волновых функций в виде буквенного параметра. В качестве такой модели волновой функции  $\psi$  мезона мы выберем

$$f_{\pi}(x) \approx \frac{f_{\pi}}{2} \left[ \delta(x - a_{\pi}) + \delta(x' - a_{\pi}) \right] \quad (4.4.21)$$

где  $a_{\pi} \ll 1$ , и будем оставлять наиболее сингулярные по  $1/a_{\pi}$  члены. Параметр  $a_{\pi}$  определяется либо из  $a_{\pi} = \frac{1}{2} (z - \sqrt{\langle X_{\pi}^2 \rangle})$ , где  $\langle X_{\pi}^2 \rangle$  вычисляется из правил сумм /22,24/, что дает (в точке нормировки  $(0,5 \text{ ГэВ})^2$ )  $a_{\pi} = 0,16$ , либо из положения максимума модельной волновой функции /22/ -  $a_{\pi} = 0,15$ , либо из экспериментального значения  $B(X_0 \rightarrow \pi^+ \pi^-) - q_{\pi} = 0,12$ . Различие этих чисел характеризует степень неопределенности таких оценок. Поскольку  $1/a_{\pi}$  часто входит в ответ в большой степени, то такая простая оценка может давать ошибку в сечении в несколько раз.

При  $z_1' \gg a_1$  можно заменять знаменатель  $1 - z_1 x_1 \rightarrow z_1' + z_1 a_1 \approx z_1'$ , что дает в сечении процессов  $e^+ e^- \rightarrow M_1 M_2 \gamma$  сильные особенности по  $1/z_1'$ ,  $1/z_2'$ . Интеграл от них обрезается при  $z_1' \sim a_1$ ,  $z_2' \sim a_2$ . Область применимости для процесса  $e^+ e^- \rightarrow \pi^0 \pi^0 \gamma$  начинается при  $Q_{\min}^2 = \frac{Q_0^2}{a_{\pi}^2}$ , и уже при немного большей энергии  $Q^2 \geq Q_{\min}^2 \gg Q_{\min}^2 a_{\pi}$  появляется наиболее усиленный по  $1/a_{\pi}$  вклад от окрестности  $z_1' \sim z_2' \sim a_{\pi}$  угла  $A$ , составляющий

$$R \sim \frac{5^2 \pi}{2^5 3^9} \frac{\alpha_s^2 f_{\pi}^4}{Q_0^4 a_{\pi}} \left( \frac{Q_{\min}}{Q} \right)^4 \quad (4.4.22)$$

В области небольших  $Q^2$  он превосходит главный асимптотический вклад (4.4.7), который определяется окрестностями углов  $B(z_1' \sim a_1, z_2' \sim \frac{Q_{\min}^2}{Q^2})$  и  $C$ :  $R_{as} \sim \frac{5^2 \pi}{2^2 3^8} \frac{\alpha_s^2 f_{\pi}^4}{Q_0^4 a_{\pi}} \left( \frac{Q_{\min}}{Q} \right)^2 \quad (4.4.23)$

Для процесса  $e^+ e^- \rightarrow \pi^0 \pi^0 \gamma$  сечения того же порядка, поскольку  $f_{\pi}/a_{\pi} \approx f_{\pi}/a_{\pi}$ ; вклад  $\rho^0$  со спиральностью  $\pm 1$  не имеет параметрического усиления по  $1/a$ , т.к. волновая функция  $\rho_{\perp}^0$  является узкой /23/, и его можно не учитывать в грубой оцен-

ке. По другому ведет себя сечение процесса  $e^+e^- \rightarrow \pi^+ \pi^- \gamma$ . При  $Q^2 \sim Q_{min}^2 = Q_0^2 \frac{1}{\alpha_s \alpha_f}$  вклад дают области АВ ( $z_2' \sim a_2$ ) и АС ( $z_1' \sim a_1$ ), при  $Q^2 \gg Q_{min}^2$  они стягиваются к углам В и С ( $z' \sim Q_{min}^2/Q^2$ ), и происходит гладкая ошивка с асимптотическим режимом:

$$R \sim \frac{\pi}{2^3 3^6} \frac{\alpha_s^2 \pi^2 f_3^2}{Q_0^4} \left( \frac{1}{\alpha_f} + \frac{1}{\alpha_s} \right) \frac{Q_{min}^2}{Q^2} \left[ \left( 2 - \frac{Q_{min}^2}{Q^2} \right) \left( 1 + \frac{2Q_{min}^2}{3Q^2} \right) + \frac{Q_{min}^2}{Q^2} \frac{Q_{min}^2}{Q^2} \right] \quad (4.4.24)$$

Максимум достигается при  $\frac{Q^2}{Q_{min}^2} \sim 2$ .

К сожалению, все рассмотренные процессы имеют чрезвычайно малые сечения. Полагая минимальную виртуальность пропагатора  $Q_0 \sim 0,5$  ГэВ, мы получим из (4.4.22) при  $Q \sim Q_{min} = 3$  ГэВ  $R(\pi^+ \pi^- \gamma) \sim 10^{-6}$ , так что экспериментальное изучение обсуждаемых процессов является чрезвычайно затруднительным.

Аналогичным образом можно рассмотреть распады кваркония на 2 мезона и фотон. Для С-нечетных состояний кваркония фотон излучается с линии тяжелого кварка (рис.4.9а), а для С-четного - с легкого (рис.4.9б). Мы рассмотрим здесь лишь ряд типичных примеров.

Матричный элемент распада  $\psi_q \rightarrow M_1 M_2 \gamma$  (рис.4.9 а) имеет особенность при  $z' \ll 1$  только в том случае, когда пара  $M_1 M_2$  имеет глюонную волновую функцию типа  $S'$ , и не имеет особенностей при  $z_1' \ll 1$ ,  $z_2' \ll 1$ . Для пары мезонов типа  $S'S$  или  $PP$ , подставляя ее глюонную волновую функцию типа  $S'$  (6.2.23) в формулу (3.3.3) для матричного элемента  $\psi_q \rightarrow M \gamma$  через глюонную волновую функцию мезона  $M$ , легко получить при  $z' \ll 1$

$$M = \frac{C_F Q_q}{4N} \frac{\psi_0 \text{eg}^4}{z'} \int \frac{(z_1^2 x_1 x_1' + z_2^2 x_2 x_2') f_{M_1}^{q_1}(x_1) f_{M_2}^{q_2}(x_2) dx_1 dx_2}{x_1 x_1' x_2 x_2' (z_1 x_1 + z_2 x_2)(z_1 x_1' + z_2 x_2')} \quad (4.4.25)$$

где  $Q_q$  - заряд тяжелого кварка. Общий результат для  $\psi_q \rightarrow S'S \gamma, PP \gamma$  получен в [34], и имеет вид

$$M = \frac{C_F}{4N} Q_q \frac{\psi_0 \text{eg}^4}{z'} \int \frac{A(z_1, z_2, x_1, x_2) f_{M_1}^{q_1}(x_1) f_{M_2}^{q_2}(x_2) dx_1 dx_2}{x_1 x_1' x_2 x_2' d d'} \quad (4.4.26)$$

$d = z_1 x_1 + z_2 x_2 - 2z' x_1 x_2'$   
 $d' = d(x_{1,2} \leftrightarrow x_{1,2}')$

для  $\gamma_{\perp}$  ( $X_{1,2} = 2x_{1,2} - 1$ )

$$A = n [z_2^2 z_1 x_1' + z_1^2 z_2 x_2' + \frac{z z'}{4} (1 + X_1 X_2)] \quad (4.4.27)$$

для  $\gamma_{\parallel}$

$$A = z_1 \varepsilon_1 [(z_1' - z_2') x_1 x_1' + \frac{z z'}{4} (1 + X_1 X_2)] + z_2 \varepsilon_2 [(z_1' - z_2') x_2 x_2' + \frac{z z'}{4} (1 + X_1 X_2)] \quad (4.4.28)$$

В соответствии с правилом отбора по С-четности,  $M$  не меняется при замене  $x_{1,2} \leftrightarrow x_{1,2}'$

Матричный элемент  $\psi_q \rightarrow M_1 M_2 \gamma$  (рис.4.9б) не имеет особенности при  $z' \ll 1$ ; особенность при  $z_2' \ll 1$  есть в том случае, когда пара  $M \gamma$  имеет волновую функцию типа  $S'(P)$ ; мезон  $M_2$  при этом имеет тип  $P(S)$ . Подставляя волновую функцию пары  $M_1 \gamma$  (6.2.6-7) в формулу (4.2.2) (с учетом таблицы 4.1) для матричного элемента распада  $\psi_q \rightarrow S'P$ , легко получить при  $z_2' \ll 1$

$$M = \frac{C_F}{N} \psi_0 \text{eg}^4 \sqrt{\frac{z_1 z_1'}{z_2'}} \int \frac{z_1}{x_2 x_2'} \left[ \frac{Q_{q_1}}{x_1} (1 + 2\delta_{\parallel} \frac{z_1 x_1'}{z_1' x_1'}) \frac{z_1 x_2' - x_2}{(1 - z_1 x_1') z_1 x_1' [1 - (2z_1 x_1')/(2x_2 - 1)]} \right. \\ \left. + \frac{Q_{q_2}}{x_1'} (1 + 2\delta_{\parallel} \frac{z_1 x_1'}{z_1' x_1'}) \frac{x_2' - z_1 x_1}{(1 - z_1 x_1') z_1 x_1' [1 + (2z_1 x_1')/(2x_2 - 1)]} \right] f_{M_1}^{q_1}(x_1) f_{M_2}^{q_2}(x_2) dx_1 dx_2 \quad (4.4.29)$$

где для  $S'P \gamma_{\parallel}$  берется  $\delta_{\parallel} = 1$  и верхний знак, а для  $SS \gamma_{\perp}$ ,  $PP \gamma_{\perp}$  -  $\delta_{\parallel} = 0$  и нижний знак. В общем случае вычисление диаграмм рис.4.9б дает

$$M = \frac{C_F \psi_0 \text{eg}^4}{2N \sqrt{z_1' z_2'}} \left\{ Q_{q_1} \left[ \frac{A}{x_1 x_1' x_2 [z_1' x_1 x_2' + z_1' x_2' + z_2' x_1]} [z_1' (x_1' + x_2 - 2x_1' x_2) + z_1' x_2' + z_2' x_1'] \right. \right. \\ \left. \left. + (z_1 \leftrightarrow z_2) \right] + Q_{q_2} [x_{1,2} \leftrightarrow x_{1,2}'] \right\} f_{M_1}^{q_1}(x_1) f_{M_2}^{q_2}(x_2) dx_1 dx_2, \quad (4.4.30)$$

где  $A$  для  $S'P \gamma_{\parallel}$  и  $SS \gamma_{\perp}$  ( $PP \gamma_{\perp}$ ) есть соответственно

$$A = (z_1' + z_1 x_1) (z_1' x_1' - z_2 x_2) + z_1' z_2' x_1 x_1', \quad \mathcal{A} = z_1' (z_1' x_1' - z_2 x_2) \quad (4.4.31)$$

## 5. ПРОЦЕССЫ С БАРИОНАМИ

### 5.1. ВОЛНОВЫЕ ФУНКЦИИ БАРИОНОВ

Как уже обсуждалось в пункте 2.1, в физических калибровках главный степенной вклад в амплитуду формирования или уничтожения адрона на малых расстояниях дают состояния с наименьшим числом партонов в адроне. В случае бариона это трехкварковое состояние. Трехкварковая волновая функция бариона имеет размерность квадрата массы и порядок  $\mu^2$ , поэтому формирование или уничтожение каждого бариона на малых расстояниях дает в сечении малый множитель  $\sim \mu^4/Q^4$ . Как и в случае мезонов, для того, чтобы не возникало дополнительного степенного подавления, проекции орбитальных моментов на направление движения бариона должны быть равны 0. Поэтому процессы с барионами, имеющими

спиральность  $\lambda > 3/2$ , подавлены по кварковому счету. Вместе с сохранением спиновых спиральностей вдоль каждой линии легкого кварка это приводит к сохранению суммы спиральностей адронов в неподавленных процессах с барионами (ср. пункт 2.2).

Барионный формфактор, волновые функции барионов и их эволюция рассматривались в работах /35-36/, см. также /4,8,37/. Жесткая амплитуда была независимо вычислена в /38/. В рамках операторного подхода эволюция барионных волновых функций рассматривалась в /39/. В работе /40/ показано, что конформная группа, хотя и не позволяет полностью определить собственные функции уравнения эволюции (как для мезонов), но позволяет значительно уменьшить размерность подлежащих диагонализации матриц. В /41/ использован метод правил сумм для получения информации о волновой функции нуклона, и проведено сравнение с экспериментальными данными о нуклонных формфакторах (см. также /24/).

Имеется два типа волновых функций барионов: со спином  $S \geq 3/2$  и спиральностью  $\lambda = \pm 3/2$  (тип  $\Delta$ ) и с  $\lambda = \pm 1/2$  (тип  $\mathcal{N}$ ). В первом случае спиральности всех кварков параллельны спиральности бариона, а во втором у одного из кварков антипараллельна. Поскольку этим кварком может быть любой из трех, барион типа  $\mathcal{N}$  описывается тремя волновыми функциями. Число независимых функций может оказаться в конкретных случаях меньше вследствие соотношений симметрии (изотопических и др.). Барион будет эффективно заменяться на коллинеарную тройку кварков с определенными спиральностями (рис. 5.1)

$$|B\rangle = \frac{\varepsilon^{q_1 q_2 q_3}}{\sqrt{N!}} \sum_{\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3} \int [d\alpha] f_B^{q_1 \lambda_1, q_2 \lambda_2, q_3 \lambda_3}(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3) \frac{1}{\sqrt{\alpha_1 \alpha_2 \alpha_3}}$$

$$\cdot \bar{q}_1^{\lambda_1 q_1}(\alpha_1, p) \bar{q}_2^{\lambda_2 q_2}(\alpha_2, p) \bar{q}_3^{\lambda_3 q_3}(\alpha_3, p) |0\rangle \quad (5.1.1)$$

где  $[d\alpha] = \delta(1-\alpha_1-\alpha_2-\alpha_3) d\alpha_1 d\alpha_2 d\alpha_3$ ;  $q(p) = u(p) a(p) + \bar{v}(p) b^\dagger(p)$ ;  $a, b, a^\dagger, b^\dagger$  - операторы уничтожения и рождения,  $p$  - импульс бариона (в главном порядке по  $1/Q^2$  можно считать  $p^2 = 0$ ), а кварковые спиноры с определенной спиральностью  $u^\lambda(x, p)$

нормированы условием

$$\sum_{\lambda} \bar{u}^{\lambda a}(x, p) \gamma^\mu u^{\lambda b}(x, p) = 2 \alpha p^\mu \delta^{ab} \quad (5.1.2)$$

Цветовая структура в формуле (5.1.1) записана в виде  $\frac{1}{\sqrt{N!}} \varepsilon^{q_1 q_2 q_3}$ , где  $N = 3$  - число цветов.

Поскольку цветовая структура антисимметрична, оставшаяся волновая функция  $f_B^{q_1 \lambda_1, q_2 \lambda_2, q_3 \lambda_3}(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)$  симметрична относительно одновременной перестановки ароматов ( $q_1 \leftrightarrow q_2$ ), спинов ( $\lambda_1 \leftrightarrow \lambda_2$ ) и импульсов ( $\alpha_1 \leftrightarrow \alpha_2$ ) любых двух кварков. Поэтому для барионов, содержащих 2 одинаковых кварка, волновая функция типа  $\Delta$  симметрична по соответствующей паре аргументов:

$$f_B^{q_1 \uparrow q_1 \uparrow q_1 \uparrow}(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3) = f_B^{q_1 \uparrow q_1 \uparrow q_1 \uparrow}(\alpha_2, \alpha_1, \alpha_3) \quad (5.1.3)$$

Из трех волновых функций типа  $\mathcal{N}$  в этом случае две связаны друг с другом:

$$f_B^{q_1 \downarrow q_1 \uparrow q_1 \uparrow}(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3) = f_B^{q_1 \uparrow q_1 \downarrow q_1 \uparrow}(\alpha_2, \alpha_1, \alpha_3) \quad (5.1.4)$$

а третья симметрична по паре аргументов:

$$f_B^{q_1 \uparrow q_1 \uparrow q_1 \downarrow}(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3) = f_B^{q_1 \uparrow q_1 \uparrow q_1 \downarrow}(\alpha_2, \alpha_1, \alpha_3) \quad (5.1.5)$$

Если все три кварка в барионе одинаковы, волновая функция типа  $\Delta$  полностью симметрична; из трех волновых функций типа  $\mathcal{N}$  независимой является только одна, и она симметрична по паре аргументов, соответствующих кваркам одинаковой спиральности. Аналогично случаю глюонной волновой функции мезона, мы условимся не суммировать по перестановкам одинаковых кварков, т.к. такое суммирование автоматически производится при вычислении интеграла (5.1.1).

Перейдем к рассмотрению следствий изотопической симметрии. В случае изодублета барионов, содержащих только один  $u$  или  $d$  кварк (напр.  $\Xi$ ), волновые функции членов изодублета одинаковы, соотношение симметрии для одного бариона не возникает. Когда  $u$  или  $d$  кварков два, образуется изосинглет ( $\Lambda$ ) или изотриплет ( $\Sigma$ ). Для волновой функции типа  $\Delta$  триплета имеем

$$f_B(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3) = \left( \frac{1}{\sqrt{2}} (u \uparrow d \uparrow + d \uparrow u \uparrow) \right) q^\dagger f_{I=1}^{\uparrow \uparrow}(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3) \quad (5.1.6)$$

а для изосинглета

$$f_B(x_1, x_2, x_3) = \frac{u^\uparrow d^\uparrow - d^\uparrow u^\uparrow}{\sqrt{2}} q^\uparrow f_{I=0}^{\uparrow\uparrow}(x_1, x_2, x_3) \quad (5.I.7)$$

где изоспиновая волновая функция  $f_I^{\uparrow\uparrow}$  соответственно симметрична или антисимметрична по первой паре аргументов:

$$f_I^{\uparrow\uparrow}(x_1, x_2, x_3) = (-1)^{I+1} f_I^{\uparrow\uparrow}(x_2, x_1, x_3). \quad (5.I.8)$$

Одна из трех волновых функций типа  $\mathcal{N}$  обладает аналогичными свойствами симметрии: для изотриплета

$$f_B(x_1, x_2, x_3) = \begin{pmatrix} u^\uparrow u^\uparrow \\ \frac{1}{\sqrt{2}}(u^\uparrow d^\uparrow + d^\uparrow u^\uparrow) \\ d^\uparrow d^\uparrow \end{pmatrix} q^\downarrow f_{I=1}^{\uparrow\uparrow}(x_1, x_2, x_3) \quad (5.I.9)$$

а для изосинглета

$$f_B(x_1, x_2, x_3) = \frac{1}{\sqrt{2}} (u^\uparrow d^\uparrow - d^\uparrow u^\uparrow) q^\downarrow f_{I=0}^{\uparrow\uparrow}(x_1, x_2, x_3) \quad (5.I.10)$$

где

$$f_I^{\uparrow\uparrow}(x_1, x_2, x_3) = (-1)^{I+1} f_I^{\uparrow\uparrow}(x_2, x_1, x_3) \quad (5.I.11)$$

Две других связаны друг с другом перестановкой аргументов: для изотриплета

$$f_B(x_1, x_2, x_3) = \begin{pmatrix} u^\uparrow u^\downarrow \\ \frac{1}{\sqrt{2}}(u^\uparrow d^\downarrow + d^\uparrow u^\downarrow) \\ d^\uparrow d^\downarrow \end{pmatrix} q^\uparrow f_{I=1}^{\uparrow\downarrow}(x_1, x_2, x_3) \quad (5.I.12)$$

а для изосинглета

$$f_B(x_1, x_2, x_3) = \frac{u^\uparrow d^\downarrow - d^\uparrow u^\downarrow}{\sqrt{2}} q^\uparrow f_{I=0}^{\uparrow\downarrow}(x_1, x_2, x_3) \quad (5.I.13)$$

где изоспиновые функции  $f_I^{\uparrow\downarrow}$  теперь не обладают определенной симметрией.

Барионы, содержащие три  $u$  или  $d$  кварка, могут образовывать изодублет (напр.  $\mathcal{N}$ ) или изоквартет (напр.  $\Delta$ ). Для волновой функции типа  $\Delta$  барионов из изоквартета мы имеем

$$f_B(x_1, x_2, x_3) = \begin{pmatrix} u^\uparrow u^\uparrow u^\uparrow \\ \frac{1}{\sqrt{3}}(u^\uparrow u^\uparrow d^\uparrow + u^\uparrow d^\uparrow u^\uparrow + d^\uparrow u^\uparrow u^\uparrow) \\ \frac{1}{\sqrt{3}}(u^\uparrow d^\uparrow d^\uparrow + d^\uparrow u^\uparrow d^\uparrow + d^\uparrow d^\uparrow u^\uparrow) \\ d^\uparrow d^\uparrow d^\uparrow \end{pmatrix} f_{I=3/2}^{\uparrow\uparrow\uparrow}(x_1, x_2, x_3) \quad (5.I.14)$$

где изоспиновая волновая функция  $f_{I=3/2}^{\uparrow\uparrow\uparrow}(x_1, x_2, x_3)$  симметрична по всем аргументам. В случае барионов из изодублета существуют две схемы сложения трех изоспинов по  $1/2$  в  $I = 1/2$  и соответственно две изоспиновых волновых функции. Их выбор неоднозначен; для определенности введем функции  $f_S^{\uparrow\uparrow\uparrow}$  и  $f_A^{\uparrow\uparrow\uparrow}$ , в которых изоспины первых двух кварков сложились в  $I = 1$  и  $0$  соответственно. Тогда

$$f_B(x_1, x_2, x_3) = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{6}}(u^\uparrow d^\uparrow + d^\uparrow u^\uparrow) u^\uparrow - \sqrt{\frac{2}{3}} u^\uparrow u^\uparrow d^\uparrow \\ \frac{1}{\sqrt{6}}(u^\uparrow d^\uparrow + d^\uparrow u^\uparrow) d^\uparrow - \sqrt{\frac{2}{3}} d^\uparrow d^\uparrow u^\uparrow \end{pmatrix} f_S^{\uparrow\uparrow\uparrow}(x_1, x_2, x_3) + \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}}(u^\uparrow d^\uparrow - d^\uparrow u^\uparrow) u^\uparrow \\ -\frac{1}{\sqrt{2}}(u^\uparrow d^\uparrow - d^\uparrow u^\uparrow) d^\uparrow \end{pmatrix} f_A^{\uparrow\uparrow\uparrow}(x_1, x_2, x_3) \quad (5.I.15)$$

где

$$f_S^{\uparrow\uparrow\uparrow}(x_1, x_2, x_3) = f_S(x_2, x_1, x_3), f_A^{\uparrow\uparrow\uparrow}(x_1, x_2, x_3) = -f_A(x_2, x_1, x_3) \quad (5.I.16)$$



Кроме того, из (5.1.3) следует свойство симметрии

$$\left( \frac{f_S^{\uparrow\uparrow\uparrow}}{\sqrt{6}} + \frac{f_A^{\uparrow\uparrow\uparrow}}{\sqrt{2}} \right) (x_1, x_2, x_3) = \left( \frac{f_S^{\uparrow\uparrow\uparrow}}{\sqrt{6}} + \frac{f_A^{\uparrow\uparrow\uparrow}}{\sqrt{2}} \right) (x_3, x_2, x_1) \quad (5.1.17)$$

Все три волновых функции типа  $\Lambda$  связаны друг с другом перестановками аргументов. Для изоквартета

$$f_B(x_1, x_2, x_3) = \begin{pmatrix} u \uparrow u \uparrow u \downarrow \\ \frac{1}{\sqrt{3}} (u \uparrow u \uparrow d \downarrow + u \uparrow d \uparrow u \downarrow + d \uparrow u \uparrow u \downarrow) \\ \frac{1}{\sqrt{3}} (u \uparrow d \uparrow d \downarrow + d \uparrow u \uparrow d \downarrow + d \uparrow d \uparrow u \downarrow) \\ d \uparrow d \uparrow d \downarrow \end{pmatrix} f_{\Gamma=3/2}^{\uparrow\uparrow\downarrow}(x_1, x_2, x_3) \quad (5.1.18)$$

где функция  $f_{\Gamma=3/2}^{\uparrow\uparrow\downarrow}(x_1, x_2, x_3)$  симметрична по первой паре аргументов. Для изодублета

$$f_B(x_1, x_2, x_3) = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{6}} (u \uparrow d \uparrow + d \uparrow u \uparrow) u \downarrow - \sqrt{\frac{2}{3}} u \uparrow u \uparrow d \downarrow \\ \frac{1}{\sqrt{6}} (u \uparrow d \uparrow + d \uparrow u \uparrow) d \downarrow - \sqrt{\frac{2}{3}} d \uparrow d \uparrow u \downarrow \end{pmatrix} f_S^{\uparrow\uparrow\downarrow}(x_1, x_2, x_3) + \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} (u \uparrow d \uparrow - d \uparrow u \uparrow) u \downarrow \\ \frac{1}{\sqrt{2}} (u \uparrow d \uparrow - d \uparrow u \uparrow) d \downarrow \end{pmatrix} f_A^{\uparrow\uparrow\downarrow}(x_1, x_2, x_3) \quad (5.1.19)$$

где

$$f_S^{\uparrow\uparrow\downarrow}(x_1, x_2, x_3) = f_S^{\uparrow\uparrow\downarrow}(x_2, x_1, x_3), \quad f_A^{\uparrow\uparrow\downarrow}(x_1, x_2, x_3) = -f_A^{\uparrow\uparrow\downarrow}(x_2, x_1, x_3) \quad (5.1.20)$$

Свойство симметрии, аналогичное (5.1.17), в этом случае отсутствует.

Аналогично изотопической симметрии, можно рассмотреть следствия  $SU(3)$ . Поскольку она нарушается значительно сильнее, компоненты волновых функций, нарушающие  $SU(3)$ , могут быть существенными. В случае (довольно экзотического) триплета барионов, содержащих только один  $u$ ,  $d$  или  $s$  кварк, волновые функции всех членов триплета должны быть одинаковы. Барионы, содержащие два кварка из триплета ( $u, d, s$ ), классифицируются по представлениям  $3 \times 3 = \bar{3} + 6$ , первое из которых антисимметрично, а второе симметрично. Для волновой функции типа  $\Delta$  барионов из представления  $\bar{3}$  (состоящего из изосинглета и изодублета) мы имеем

$$f_B(x_1, x_2, x_3) = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} (u \uparrow d \uparrow - d \uparrow u \uparrow) \\ \frac{1}{\sqrt{2}} (s \uparrow u \uparrow - u \uparrow s \uparrow) \\ \frac{1}{\sqrt{2}} (s \uparrow d \uparrow - d \uparrow s \uparrow) \end{pmatrix} q \uparrow f_{\bar{3}}^{\uparrow\uparrow}(x_1, x_2, x_3) \quad (5.1.21)$$

а из представления 6 (состоящего из изосинглета, изодублета и изотриплета)

$$f_B(x_1, x_2, x_3) = \begin{pmatrix} s \uparrow s \uparrow \\ \frac{1}{\sqrt{2}} (s \uparrow u \uparrow + u \uparrow s \uparrow) \\ \frac{1}{\sqrt{2}} (s \uparrow d \uparrow + d \uparrow s \uparrow) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u \uparrow u \uparrow \\ (u \uparrow d \uparrow + d \uparrow u \uparrow) \frac{1}{\sqrt{2}} \\ d \uparrow d \uparrow \end{pmatrix} q \uparrow f_6^{\uparrow\uparrow}(x_1, x_2, x_3) \quad (5.1.22)$$

где функция  $f_{\bar{3}}^{\uparrow\uparrow}$  антисимметрична, а  $f_6^{\uparrow\uparrow}$  симметрична по первой паре аргументов. Одна из трех волновых функций типа  $\Lambda$  обладает аналогичными свойствами симметрии: в формулах (5.1.21-22) нужно заменить  $q \uparrow$  на  $q \downarrow$ . Две других связаны друг с другом перестановками аргументов, и выражаются через функции  $f_{\bar{3}}^{\uparrow\downarrow}$  и  $f_6^{\uparrow\downarrow}$  (не обладающие определенной симметрией) формулами, аналогичными (5.1.21-22), в которых спин второго кварка в скобках нужно перевернуть.

Перейдем к наиболее интересному случаю, когда все три кварка в барионе легкие (т.е. это  $u, d$  или  $s$ ). Такой барион принадлежит декуплету, октету или синглету. Волновые функции типа  $\Delta$  барионов из декуплета выражаются через уни-

тарную волновую функцию  $f_{10}^{\uparrow\uparrow\uparrow}$ , симметричную по всем аргументам, а для синглета - через  $f_1^{\uparrow\uparrow\uparrow}$ , антисимметричную по всем аргументам. Существуют две схемы выделения октета из произведения  $3 \times 3 \times 3$ , и соответственно 2 независимых унитарных функции. Их выбор неоднозначен; по аналогии с  $SU(2)$ , выберем в качестве независимых функций  $f_S^{\uparrow\uparrow\uparrow}$  и  $f_A^{\uparrow\uparrow\uparrow}$ , в которых первые 2 кварка преобразуются по представлениям 6 и  $\bar{3}$  соответственно. Функция  $f_S^{\uparrow\uparrow\uparrow}$  симметрична, а  $f_A^{\uparrow\uparrow\uparrow}$  - антисимметрична по первым двум аргументам. Структуры по аромату, которые умножаются на эти унитарные функции, приведены в табл. 5.1. Из (5.1.3) следует дополнительное свойство симметрии

$$\left( \frac{f_S^{\uparrow\uparrow\uparrow}}{\sqrt{6}} + \frac{f_A^{\uparrow\uparrow\uparrow}}{\sqrt{2}} \right) (\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3) = \left( \frac{f_S^{\uparrow\uparrow\uparrow}}{\sqrt{6}} + \frac{f_A^{\uparrow\uparrow\uparrow}}{\sqrt{2}} \right) (\alpha_1, \alpha_3, \alpha_2) \quad (5.1.23)$$

Все 3 волновых функции типа  $N$  связаны друг с другом перестановками аргументов, и выражаются через унитарные волновые функции  $f_1^{\uparrow\uparrow\downarrow}$ ,  $f_{10}^{\uparrow\uparrow\downarrow}$ ,  $f_S^{\uparrow\uparrow\downarrow}$ ,  $f_A^{\uparrow\uparrow\downarrow}$ . Функции  $f_1^{\uparrow\uparrow\downarrow}$  и  $f_A^{\uparrow\uparrow\downarrow}$  антисимметричны, а  $f_{10}^{\uparrow\uparrow\downarrow}$  и  $f_S^{\uparrow\uparrow\downarrow}$  симметричны по первой паре аргументов. Свойство, аналогичное (5.1.23), при этом отсутствует.

Если предположить приближенную справедливость  $SU(6)$  симметрии, то декуплет со спином  $3/2$  объединится с октетом со спином  $1/2$  в 56-plet. Его ароматно-спиновая волновая функция плотностью симметрична, поэтому должна быть полностью симметричной орбитальная волновая функция (по  $x_1, x_2, x_3$ ). Поэтому для октета функция  $f_A^{\uparrow\uparrow\downarrow}$  становится равной 0,  $f_S^{\uparrow\uparrow\downarrow}$  - симметричной по всем аргументам и совпадающей с функциями декуплета  $f_{10}^{\uparrow\uparrow\downarrow}$  и  $f_{10}^{\uparrow\uparrow\uparrow}$ . С физической точки зрения, симметрия волновой функции по всем  $x_1, x_2, x_3$  есть следствие предположения о полной  $S'$ -волне в основном состоянии барионов, а совпадение волновых функций октета (типа  $N$ ) и декуплета (типов  $N$  и  $\Delta$ ) - следствие пренебрежения спин-спиновым взаимодействием.

Волновые функции барионов медленно зависят от  $Q^2$ , как и в случае мезонов (см. раздел 2.3). Вводя функцию

$$F^q(\alpha_i, \xi) = \frac{1}{\alpha_1 \alpha_2 \alpha_3} f(\alpha_i, Q^2) \quad (5.1.24)$$

уравнение эволюции для барионов можно записать в виде (ср. (2.3.7)).

$$\left( \frac{\partial}{\partial \xi} + \frac{3}{2} C_F \right) F^q(\alpha_i, \xi) = \int [dy] V_q^q(\alpha_i, y_i) F^q(y_i, \xi) \quad (5.1.25)$$

Ядро  $V_q^q$  представляет собой сумму по парам кварков  $i, j$  ( $i \neq j$ ), между которыми произошел обмен глюоном (третий кварк  $k \neq i, j$  является наблюдателем, см. рис. 5.2). Для каждой такой пары ядро имеет тот же вид, что и для мезона, с точностью до изменения цветового множителя  $C_F \rightarrow C_B = \frac{N+1}{2N}$  и суммарного импульса пары  $I \rightarrow \alpha_i + \alpha_j$ :

$$V_q^q(\alpha_i, y_i) = 2C_B \sum_{i \neq j} \mathcal{D}(y_i - x_i) \delta(y_k - x_k) \frac{y_j}{x_j} \left( \frac{\delta_{\lambda_i - \lambda_j} + \Delta}{\alpha_i + \alpha_j} \right) \quad (5.1.26)$$

Оно обладает свойством симметрии  $V_{qq}(\alpha_i, y_i) = V_{qq}(y_i, \alpha_i)$ , где  $V_{qq} = H_{qq} V_q^q$ ,  $H_{qq} = \alpha_1 \alpha_2 \alpha_3$ .

Для нахождения собственных значений и собственных функций (ср. раздел 2.3) запишем интегральный оператор  $\frac{3}{2} C_F - V_q^q$  в базисе  $e_{nm} = x_1^n x_2^m$  (где спиральности первого и второго кварков параллельны спиральности бариона) в виде матрицы

$$\left( \frac{3}{2} C_F - V_q^q \right) e_{nm} = \sum_{i,k} \gamma_{nm}^{ik} e_{ik} \quad (5.1.27)$$

Матрица аномальных размерностей равна

$$\gamma_{nm}^{nm} = \frac{3}{2} C_F + 2C_B \left[ -\delta \left( \frac{1}{(n+1)(n+2)} + \frac{1}{(m+2)(m+1)} \right) + 3(\Sigma(n) + \Sigma(m)) \right];$$

$$\gamma_{nm}^{n+i, m-i} = 2C_B \sum_{j=0}^i \binom{m}{j} \binom{m-j}{m-i} (-1)^j \Sigma(n+j), \quad i=1, 2, \dots, m; \quad (5.1.28)$$

$$\gamma_{nm}^{n-i, m+j} = -2c_B \frac{n-i+1+\delta}{i(n+2)} \binom{i}{j} (-1)^j, \quad i=1, 2, \dots, n, j=0, 1, \dots, i;$$

где  $\Sigma(n) = \sum_{k=2}^{n+1} \frac{1}{k}$ ,  $\delta = 0$  для типа  $\Delta$  и  $\delta = 1$  для типа  $N$ . Поскольку  $\gamma_{nm}^{ik} = 0$  при  $i+k > n+m$ , собственные функции являются полиномами степени  $n+m$ . Кроме того, из симметрии ядра следует, что они ортогональны с весом  $H_{99} = x_1 x_2 x_3$ , и потому представляют собой полиномы Аппеля  $P_{nm}(x_1, x_2)$ . Однако при данном  $N = n+m$  их есть  $N+1$  штука, поэтому для нахождения собственных значений и собственных функций необходимо диагонализировать  $(N+1) \times (N+1)$  матрицу  $\gamma_{nm}^{ik}$  с  $i+k = n+m = N$  на подпространстве полиномов  $P_{nm}(x_1, x_2)$ . Первая собственная функция, убывающая медленнее остальных при  $\xi \gg 1$ , имеет вид  $f(x_1, x_2, x_3) = x_1 x_2 x_3$ , и  $\gamma_0 = 3/2 c_F$  для типа  $\Delta$ ,  $\gamma_0 = 3/2 c_F - 2c_B$  для типа  $N$ . Еще несколько собственных значений и функций приведены, например, в /4, 8, 35, 36, 40, 41/.

До сих пор мы непосредственно использовали спиральные состояния кварков (5.1.1): Другой способ описания — это введение спиновых структур волновых функций барионов

$$\Gamma_{\alpha\beta\gamma} = u_\alpha^{\lambda_1} u_\beta^{\lambda_2} u_\gamma^{\lambda_3} \quad \sum_\lambda \bar{u}^\lambda \gamma^\mu u^\lambda = 2\rho^\mu \quad (5.1.29)$$

которые входят в (5.1.1) (с учетом того, что  $u(x\rho) = \sqrt{x} u(\rho)$ , множитель  $1/\sqrt{x_1 x_2 x_3}$  сокращается) и могут быть выражены через поляризационную волновую функцию бариона. Этот подход представляется менее естественным, т.к. он требует несимметричного рассмотрения трех кварков в барионе; однако он допускает более прямое сопоставление с операторным методом, поэтому мы его также обсудим. Аналогично случаю мезонов (см. пункт 2.1), все барионы типа  $N$  ведут себя так же, как барионы со спином  $1/2$ , а типа  $\Delta$  — со спином  $3/2$ , т.к. при  $s > \lambda$  в волновой функции Рариты-Швингера лишние  $s-\lambda$  тензорных индексов  $M_1, M_2, \dots$  входят в виде  $\rho^{M_1} \rho^{M_2} \dots \rho^{M_{s-\lambda}}$  (напомним, что мы считаем  $\rho^2 = 0$ ).

Спиновая структура бариона типа  $\Delta$  равна его волновой функции Баргмана-Вигнера  $u_{\alpha\beta\gamma}$ , которая нормирована условием  $\bar{u}_{\alpha'\beta'\gamma'} \delta_{\alpha\alpha'} \delta_{\beta\beta'} \delta_{\gamma\gamma'} u_{\alpha\beta\gamma} = 8\rho^\lambda \rho^\mu \rho^\nu$  ( $m=0$ ) и связана с волновой функцией Рариты-Швингера  $u_\alpha^\mu$ , нормированной условием  $\bar{u}_\nu \gamma^\mu u^\nu = -2\rho^\mu$ , при помощи соотношения

$$\Gamma_{\alpha\beta\gamma} = u_{\alpha\beta\gamma} = \frac{1}{\sqrt{2}} (\rho^\mu \sigma_{\mu\nu} C)_{\alpha\beta} u_\gamma^\nu \quad (5.1.30)$$

где  $C$  — матрица зарядового сопряжения. Спиновые структуры трех волновых функций типа  $N$  выражаются через дираковскую волновую функцию бариона  $u$  при помощи формул

$$\Gamma_{\alpha\beta\gamma}^{\uparrow\uparrow\uparrow} = -\frac{1}{2} (\rho^\mu \sigma_{\mu\nu} C)_{\alpha\beta} (\gamma^\nu u)_\gamma, \quad (5.1.31)$$

$$\Gamma_{\alpha\beta\gamma}^{\uparrow\uparrow\downarrow} = \frac{i}{2} (\hat{P}(1+\gamma^5) C)_{\alpha\beta} u_\gamma, \quad \Gamma_{\alpha\beta\gamma}^{\downarrow\uparrow\uparrow} = \frac{i}{2} (\hat{P}(1-\gamma^5) C)_{\alpha\beta} u_\gamma.$$

Эти формулы относятся к барионам с положительной четностью; в случае отрицательной четности в их правых частях следует заменить  $u \rightarrow \gamma^5 u$  ( $u^\nu \rightarrow \gamma^5 u^\nu$ ).

Поэтому матричные элементы локальных трехкварковых операторов твиста 3 между барионом типа  $\Delta$  и вакуумом выражаются формулой

$$\langle 0 | q_{1\alpha}^a q_{2\beta}^b q_{3\gamma}^c | \Delta \uparrow \rangle = \frac{\varepsilon^{abc}}{\sqrt{N!}} u_{\alpha\beta\gamma}^{\uparrow\uparrow\uparrow} \int [dx] f_\Delta^{\uparrow\uparrow\uparrow}(x) \quad (5.1.32)$$

(см. (5.1.30)); для бариона типа  $N$

$$\langle 0 | q_{1\alpha}^a q_{2\beta}^b q_{3\gamma}^c | N \uparrow \rangle = \frac{\varepsilon^{abc}}{2\sqrt{N!}} \int [dx] \left[ -(\rho^\mu \sigma_{\mu\nu} C)_{\alpha\beta} (\gamma^\nu u)_\gamma \cdot f_N^{\uparrow\uparrow\downarrow}(x) + i(\hat{P}(1+\gamma^5) C)_{\alpha\beta} u_\gamma f_N^{\uparrow\uparrow\uparrow}(x) + i(\hat{P}(1-\gamma^5) C)_{\alpha\beta} u_\gamma f_N^{\downarrow\uparrow\uparrow}(x) \right] \quad (5.1.33)$$

(см. (5.1.31)). Формулы для отрицательной спиральности получаются перевертыванием всех стрелок и изменением знака перед  $\gamma^5$ . Не нулевые матричные элементы операторов, свернутых по дираковским индексам первого и второго кварков, даются формулами для типа  $\Delta$

$$\langle 0 | \epsilon^{abc} (\tilde{q}_1^a C \sigma^{\mu\nu} q_2^b) q_3^c | N \uparrow \rangle = 2\sqrt{2N!} (\rho^\mu \gamma^\nu - \rho^\nu \gamma^\mu) \int [dx] f_\Delta^{\uparrow\uparrow\uparrow}, \quad (5.1.34)$$

где значок  $\sim$  означает транспонирование, и для типа  $N$

$$\langle 0 | \epsilon^{abc} (\tilde{q}_1^a C \gamma^\mu q_2^b) q_3^c | N \uparrow \rangle = 2i\sqrt{N!} \rho^\mu \int [dx] [f_N^{\downarrow\uparrow\uparrow}(\alpha) + f_N^{\uparrow\downarrow\uparrow}(\alpha)],$$

$$\langle 0 | \epsilon^{abc} (\tilde{q}_1^a C \gamma^\mu \gamma^5 q_2^b) \gamma^5 q_3^c | N \uparrow \rangle = 2i\sqrt{N!} \rho^\mu \int [dx] [f_N^{\downarrow\downarrow\uparrow}(\alpha) - f_N^{\uparrow\downarrow\uparrow}(\alpha)], \quad (5.1.35)$$

$$\langle 0 | \epsilon^{abc} (\tilde{q}_1^a C \sigma^{\mu\nu} q_2^b) q_3^c | N \uparrow \rangle = 2\sqrt{N!} (\rho^\mu \gamma^\nu - \rho^\nu \gamma^\mu) \int [dx] f_N^{\uparrow\downarrow}(\alpha)$$

В формулах (5.1.32-35) подразумевается, что можно вставлять произвольное количество ковариантных производных, действующих на поля  $q_1, q_2, q_3$ , и выделять вклад твиста 3 (т.е. симметричную бесследовую часть). Если на  $q_1$  действует  $n_1$  производных, на  $q_2 - n_2$ , и на  $q_3 - n_3$ , то в правых частях появится  $n_1 + n_2 + n_3$  раз вектор  $\rho$  со всеми индексами и множитель  $x_1^{n_1} x_2^{n_2} x_3^{n_3}$  под интегралом.

## 5.2. БАРИОННЫЙ ФОРМФАКТОР

Волновые функции барионов имеют размерность квадрата массы,  $f_B \sim \mu^2$ . Поэтому процессы с одним барионом содержат в сечении малый множитель  $(f_B/Q^2)^2$ . Если в жесткой стадии процесса участвует один барион, то в ней обязательно должны участвовать также кварки и антикварки. Поэтому выделение таких процессов имеет смысл лишь тогда, когда барион достаточно хорошо изолирован от струй, порожденных конечными кварками или остатками начальных адронов (см. раздел 7.1).

Простейший процесс с одним барионом - это  $qq \rightarrow B\bar{q}$ .

Экспериментально он проявляется в виде рождения в нуклон-нуклонном столкновении конечного состояния, содержащего струи в направлении вперед и назад, одиночный барион с большим поперечным импульсом и струю с противоположным азимутальным углом. Процесс изображается диаграммами рис.5.3. Их вычисление дает матричный элемент ( $z = -t/s, z' = 1-z = -u/s, x_i' = 1-x_i$ )

$$M(q_1 q_2 \rightarrow B \bar{q}_3) = \frac{(2\pi C_B \alpha_s)^2}{s} \sum_{\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3} \int [dx] f_B^{q_1 \lambda_1 q_2 \lambda_2 q_3 \lambda_3}(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3) \cdot$$

$$\left\{ \frac{1}{x_1 x_2 x_3'} \left[ -\frac{2}{z} + 6 - \frac{2\lambda_2 \lambda_3}{z} + \frac{\lambda_1 \lambda_3}{z} + \lambda_1 \lambda_2 \left( \frac{1}{z} - 3 \right) \right] + \right. \quad (5.2.1)$$

$$+ \frac{1}{x_2 x_1' x_3} \left[ \frac{6}{z} - 2 + \lambda_2 \lambda_3 \left( \frac{3}{z} - 1 \right) + \lambda_1 \lambda_3 + 2\lambda_1 \lambda_2 \right] +$$

$$\left. + \frac{1}{x_1 x_2 x_2'} \left[ \frac{2}{z'} - \frac{2}{z} - \frac{2\lambda_2 \lambda_3}{z} - \lambda_1 \lambda_3 \left( \frac{1}{z'} - \frac{1}{z} \right) + \frac{\lambda_1 \lambda_2}{z} \right] - (z \leftrightarrow 2, z \leftrightarrow z') \right\}$$

Поскольку зависимость  $M$  от  $z$  имеет вид  $A + \frac{B}{z} + \frac{C}{z'}$ , где  $A, B, C$  - некоторые интегралы от волновой функции бариона, не зависящие от параметра, исследование распределений изолированных барионов по поперечному и продольному импульсу может в лучшем случае дать возможность определить несколько таких интегралов.

В работе /42/ рассмотрен более сложный процесс  $eq \rightarrow e\bar{q}B\bar{q}$ , который экспериментально проявляется в виде электророждения изолированного бариона на нуклонной мишени. Вычисление проводилось в случае, когда квадрат инвариантной массы конечного адронного состояния  $W^2 \ll Q^2$ , где  $Q^2 = -q^2$ ,  $q$  - передача импульса от электрона к адронам. Особенно простые результаты получаются, если дополнительно потребовать, чтобы угол между направлениями движения бариона и антикварков в системе покоя конечной адронной системы был больше  $\vartheta$ , где  $\vartheta$  относительно мал. Этот процесс аналогичен рождению изолированного мезона (см. главу 7), и позволяет в принципе получить детальную информацию о барионных волновых функциях.

Процессы с двумя барионами содержат в сечении малый множитель  $(f_B/Q^2)^4$ , и их сечения чрезвычайно малы в области больших  $Q^2$ , где применимо рассмотрение в рамках теории

возмущений КХД. Кроме того, характерные виртуальности в диаграммах сказываются существенно меньше внешней передачи импульса  $Q^2$ . Даже в случае относительно узких волновых функций барионов, каждому из 3 кварков передается импульс  $\sim Q/3$ , что приводит к характерной виртуальности  $\sim Q^2/9$ . Она оказывается еще меньше, если волновые функции широкие, и существенный вклад в интеграл по переменным  $x$  дает область малых  $x$ .

Из процессов с двумя барионами наиболее детально изучены экспериментально и теоретически барионные формфакторы  $\gamma^* \rightarrow B_1 \bar{B}_2$ . Из сохранения адронной спиральности следует, что при больших  $Q^2$  спиральности барионов равны  $\pm 1/2$  (тип  $N$ ) и противоположны, т.е. угловое распределение является поперечным. Формфактор  $F_{B_1 \bar{B}_2}(Q^2)$ , как всегда, определяется как отношение матричного элемента  $M(\gamma^* \rightarrow B_1 \bar{B}_2)$  к матричному элементу  $M(\gamma^* \rightarrow e^+ e^-)$  рождения точечных частиц с единичным зарядом и теми же импульсами. Аналогично определяются слабые формфакторы; для них в общем случае  $F_{B_1 \uparrow \bar{B}_2 \downarrow} \neq F_{B_1 \downarrow \bar{B}_2 \uparrow}$ . При стандартном способе введения двух независимых формфакторов барионов со спином  $1/2$  этот формфактор называется  $F_1$ ; формфактор  $F_2$  описывает процесс с переворотом спиральности и подавлен  $\sim 1/Q$ . Размерная оценка дает

$$F_{B_1 \bar{B}_2}(Q^2) \sim \alpha_s^2 \frac{f_B^2}{Q^4} \quad (5.2.2)$$

При  $Q^2 > 0$  формфактор может быть измерен в процессе  $e^+ e^- \rightarrow B_1 \bar{B}_2$ , сечение которого

$$\frac{\sigma(e^+ e^- \rightarrow B_1 \bar{B}_2)}{\sigma(e^+ e^- \rightarrow \mu^+ \mu^-)} \equiv R(B_1 \bar{B}_2) = |F(Q^2)|^2 \quad (5.2.3)$$

При  $Q^2 < 0$  он определяется из процесса рассеяния  $e B_2 \rightarrow e B_1$ :

$$\frac{d\sigma}{dt}(e B_2 \rightarrow e B_1) = F_{B_1 B_2}^2(t) \frac{d\sigma}{dt}(e \mu \rightarrow e \mu) = 2\pi \alpha^2 F_{B_1 B_2}^2(t) \cdot \frac{s^2 + u^2}{s^2 t^2} \quad (5.2.4)$$

Диаграммы для барионного формфактора изображены на рис.5.4. Родается барион  $B_1$  с импульсом  $p_+$  и положительной спиральностью и антибарион  $\bar{B}_2$  с импульсом  $p_-$  и отрицательной спиральностью. Виртуальный фотон имеет проекцию момента на направление  $\vec{p}_+$ , равную  $+1$ , т.е. вектор поляризации  $e_\uparrow$ ; поэтому матричный элемент можно считать свернутым по фотонному ин-

дексу с  $e_\uparrow^* = e_\downarrow$ . На рис.5.4а виртуальные глюоны, рождающие кварк-антикварковые пары  $q_2 \bar{q}_2$  и  $q_3 \bar{q}_3$ , могут иметь вектора поляризации  $e_\uparrow$  или  $e_\downarrow$  в зависимости от спиральностей  $q_2$  и  $q_3$ . Линии этих глюонов присоединены к линии  $q_1$  рядом с линией виртуального фотона, поэтому их вектора поляризации должны быть равны  $e_\uparrow$  (в противном случае матричный элемент обратится в 0 в силу  $e_\downarrow^2 = 0$ ), и спиральности  $q_2$  и  $q_3$  положительны. Значит, спиральность  $q_1$  отрицательна. В числителях кварковых пропагаторов можно выбросить члены, которые после перестановки с  $e_\uparrow$  подействуют на внешнюю кварковую линию и дадут 0 в силу уравнения Дирака. Остаются члены, подчеркнутые на рисунке волнистой линией. В результате вклад рис.5.4а  $\propto (x_2 x_3 x'_2 y_2 y'_2)^{-1}$ .

На рис.5.4б к линии  $q_1$  рядом с линией виртуального фотона присоединена линия виртуального глюона, рождающего пару  $q_2 \bar{q}_2$ , поэтому вектор поляризации этого глюона должен быть равен  $e_\uparrow$ , и спиральность  $q_2$  положительна. Далее к линии  $q_1$  присоединена линия второго виртуального глюона, поэтому его вектор поляризации должен быть равен  $e_\downarrow$ , и спиральность  $q_3$  отрицательна. Значит, спиральность  $q_1$  положительна. Оставляя в числителях кварковых пропагаторов подчеркнутые члены, получим вклад  $\propto (x_2 x_3 x'_2 y_2 y'_2)^{-1}$ .

На рис.5.4в первый виртуальный глюон рождает 2 кварк-антикварковых пары, и его проекция момента  $\pm 1 \pm 1 = 0$ . Спиральности  $q_2$  и  $q_3$  противоположны (матричный элемент одинаков для 2 вариантов  $\uparrow\downarrow$  и  $\downarrow\uparrow$ ), а  $q_1$  - положительна. В числителе пропагатора  $q_2$  выживает член  $y_3 \hat{p}_-$ , который приводит к тому, что по пропагатору первого виртуального глюона передается вектор поляризации  $\propto p_-$ . Поэтому в числителе пропагатора  $q_1$  выживает член  $\hat{p}_+$ , и в результате вклад  $\propto (x_3 x'_1{}^2 y_3 y'_1{}^2)^{-1}$ . На рис.5.4г по пропагатору первого виртуального глюона передается вектор поляризации  $\propto p_+$ , и т.к. его линия присоединена к линии  $q_1$  рядом со внешним концом с импульсом  $x_1 p_+$ , вклад равен 0.

Кроме рассмотренных, есть зеркально симметричные диаграммы, которые получаются заменой  $x \leftrightarrow y$ . В результате формфактор имеет вид:

$$F_{B_1 \bar{B}_2 \downarrow}(Q^2) = \left( \frac{8\pi C_B \alpha_s}{Q^2} \right)^2 \sum_{\text{перес}} \int_{i=1}^3 Q_{q_i} A_i(x, y) f_{B_1 \uparrow}^{q_1 \uparrow q_2 \uparrow q_3 \downarrow}(x) \cdot f_{B_2 \uparrow}^{q_1 \uparrow q_2 \uparrow q_3 \downarrow}(y) [dx] [dy] \quad (5.2.5)$$

где  $Q_{q_i}$  - соответствующий электрослабый заряд кварка  $q_i$  с нужной спиральностью,

$$A_2 = A_2(1 \leftrightarrow 2) = \frac{1}{x_3 x_1^2 y_3 y_1^2} + (2 \leftrightarrow 3) - \frac{1}{x_2 x_3 x_2' y_2 y_3 y_1'} + (x \leftrightarrow y) \quad (5.2.6)$$

(выписанные вклады соответствуют рис.5.4в с двумя вариантами спиральностей и рис.5.4б), и

$$A_3 = \frac{1}{x_1 x_2 x_1' y_1 y_2 y_2'} + (x \leftrightarrow y) \quad (5.2.7)$$

(это вклад рис.5.4а, он, очевидно, симметричен относительно замены  $1 \leftrightarrow 2$ ).

В работе /37/ рассмотрены следствия из предположения симметрии волновых функций барионов для электромагнитных и слабых формфакторов барионов из октета и декуплета. В этом случае все формфакторы выражаются в виде  $Q_{\uparrow\uparrow} F_{\uparrow\uparrow} + Q_{\uparrow\downarrow} F_{\uparrow\downarrow}$ , где  $Q_{\uparrow\uparrow}$  ( $Q_{\uparrow\downarrow}$ ) - суммарный заряд кварков, спиральность которых параллельна (антипараллельна) спиральности бариона;  $F_{\uparrow\uparrow}$  ( $F_{\uparrow\downarrow}$ ) дается интегралом типа (5.2.5) с  $\frac{1}{2}(A_1 + A_2)$  (соответственно,  $A_3$ ). Для нуклонов  $F_{\uparrow\uparrow}$  и  $F_{\uparrow\downarrow}$  могут быть выражены через магнитные формфакторы протона и нейтрона, и они определяют слабые формфакторы. В предположении  $SU(3)$  симметрии они определяют и все электрослабые формфакторы барионов из октета.

В работах /10/ была обнаружена двухпетлевая диаграмма в барионном формфакторе, дающая аномальный логарифмический вклад, который нарушает факторизацию. Все такие двухпетлевые диаграммы были просуммированы в /43/. Они содержат пропагаторы двух кварков с малыми импульсами в Брейтовской системе, поэтому виртуальности глюонов, осуществляющих передачу импульса от этих кварков к третьему (с которым взаимодействует фотон), малы по сравнению с  $Q^2$ . Отсюда следует, что размер области взаимодействия  $\gg 1/Q$ , что приводит к несокращению дваждылогарифмических поправок за счет глюонов с длинами волн от  $1/Q$

до размера области взаимодействия /43/. Поэтому вклад этой области подавлен судаковским формфактором, что свидетельствует в пользу применимости обычного рассмотрения к барионному формфактору. К тому же оказывается, что численно аномальный логарифмический вклад является малым.

Имеется обширный экспериментальный материал по измерению магнитного формфактора протона ( $p$ ) (до  $-Q^2 \sim 30$  (ГэВ)<sup>2</sup>) и нейтрона ( $n$ ) (до  $-Q^2 \sim 10$  (ГэВ)<sup>2</sup>) /44/. Из эксперимента следует, что  $F_p > 0$ ,  $F_n < 0$ ;  $Q^4 F_p \sim \text{const}$ ;  $Q^4 F_n \sim \text{const}$ ;  $\frac{F_n}{F_p} \rightarrow -0,5$ . Если принять, что волновая функция нуклона узкая (каждый кварк несет 1/3 импульса нуклона), то из (5.2.5-7) следует  $F_p < 0$ ,  $F_n > 0$ ; асимптотическая волновая функция  $f \propto x_1 x_2 x_3$  дает  $F_p = 0$ ,  $F_n > 0$ , что, очевидно, противоречит опыту /36, 38/. Волновая функция, предложенная на основании правил сумм /41/, дает  $F_p > 0$ ,  $F_n < 0$  и правильный порядок величины. Вопрос о степенных поправках пока остается открытым.

Рассмотрим теперь распады кваркония на барион и антибарион /45-46, 41/. По сохранению спиральности, проекция момента кваркония на ось распада должна быть равна  $\pm 1$ , так что распады состояний кваркония с нулевым спином подавлены. Далее, если рождающиеся барион и антибарион являются частицей и античастицей, то для них  $CP = (-1)^S = -1$ , т.к. их суммарный спин  $S = 1$ . Поэтому распадающееся состояние кваркония должно иметь  $CP = (-1)^S = -1$  и  $S = 1$ , т.е. распады паракваркония на  $B\bar{B}$  подавлены /46/. К неподавленным распадам относятся  $\psi_q, \chi_{q_1}, \chi_{q_2} \rightarrow B\bar{B}$ .

Распад  $\psi_q \rightarrow B, \bar{B}_2$  (рис.5.5а) был рассмотрен в /45/. Проекция момента  $\psi$  на ось распада равна  $\pm 1$ , т.е. угловое распределение является поперечным. Матричный элемент и относительная вероятность распада даются формулами

$$M = \frac{2\sqrt{2}(N+1)(N+2)}{N^2} \frac{\psi_0 g^6}{m^3} A, \quad \frac{\Gamma(\psi_q \rightarrow B\bar{B})}{\Gamma(\psi_q \rightarrow \text{hadron})} = \frac{2^9 3 \pi^5 (N+1)(N+2)}{(\pi^2-9) N^3 (N-1)(N-2)} \frac{\alpha_s^3 A^2}{m^8} \quad (5.2.8)$$

$$A = \sum_{\text{перес}} \int_{i=1,2,3} \frac{(x_1 y_2 + x_2 y_1) f_{B_1 \uparrow}^{q_1 \uparrow q_2 \uparrow q_3 \downarrow}(x) f_{B_2 \uparrow}^{q_1 \uparrow q_2 \uparrow q_3 \downarrow}(y)}{(x_1 y_1' + y_1 x_1')(x_2 y_2' + y_2 x_2') x_2 x_2' x_3 y_1 y_2 y_3} [dx] [dy]$$

В /41/ показано, что волновая функция нуклона, предложенная

в этой работе, приводит к согласию с экспериментальными данными о распадах  $\psi \rightarrow p\bar{p}, n\bar{n}$ .

Распады  $X_{q1}, X_{q2} \rightarrow B_1\bar{B}_2$  (рис.5.5б) были рассмотрены в /46/. Проекция момента  $X_q$  на ось распада равна  $\pm 1$ , что позволяет получить угловые корреляции в процессе  $e^+e^- \rightarrow \psi_q \rightarrow \gamma X_q \rightarrow \gamma B_1\bar{B}_2$  (см. Приложение I). Матричные элементы и относительные вероятности этих двух распадов имеют вид

$$M_1 = \frac{4}{3} \frac{c_B^2 \psi_1 g^6}{m^3} A_1, \quad M_2 = \frac{8\sqrt{2}}{3} \frac{c_B^2 \psi_1 g^6}{m^3} A_2 \quad (5.2.9)$$

$$B_L = \frac{(2\pi)^5 c_B^4}{3 N_C F} \frac{\alpha_s^3}{n_f L} \frac{A_1^2}{m^8}, \quad B_2 = \frac{28\sqrt{2}}{3^2 N_C F} \frac{c_B^4}{m^8} \alpha_s^4 \frac{A_2^2}{m^8}$$

где  $L$  - логарифм, входящий в полную ширину распада  $X_1$  (см. (1.2.29)),

$$A_2 = \sum_{\text{перест}} \int \frac{(x_2+y_2) f_{B_1\uparrow}(x) f_{B_2\uparrow}(y)}{x_1 x_2 x_2' y_1 y_2 y_2' (x_2 y_2' + y_2 x_2')^2} [dx] [dy] \quad (5.2.10)$$

и  $A_1$  получается заменой  $x_2+y_2 \rightarrow x_2+y_2 - 4x_2 y_2$ . Распад  $X_2 \rightarrow p\bar{p}, n\bar{n}$  рассматривался также в /41/, где показано, что его вероятность, получаемая при подстановке предложенной в этой работе волновой функции, согласуется с экспериментальной верхней границей.

Недавно рассмотрен также процесс  $\gamma\gamma \rightarrow B\bar{B}$  /47-48/. Между результатами этих работ имеется противоречие, так что необходима дальнейшая работа. В /48/ обнаружено, что спиральная амплитуда  $\gamma_{+1}\gamma_{+1} \rightarrow B_{+3/2}\bar{B}_{-3/2}$  обращается в 0; утверждается, что этот результат сохраняется во всех порядках теории возмущений, и процесс подавлен степенным образом.

### 5.3. ПРОЦЕССЫ РАССЕЙЯНИЯ $2 \rightarrow 2$

В этом разделе мы рассмотрим процессы рассеяния  $2 \rightarrow 2$  с участием барионов, мезонов и фотонов при  $s, t \gg \mu^2$ . Волновая функция частицы с  $n_i$  точечными составляющими имеет размерность  $\mu^{n_i-1}$ . Поэтому матричный элемент рассеяния  $M \sim g^{n-2} \prod_{i=1}^4 \left(\frac{\mu}{Q}\right)^{n_i-1} = g^{n-2} (\mu/Q)^{n-4}$ , где  $n$  - полное число точечных составляющих во всех 4 частицах, участвующих в процессе (см., например, рис.5.6). Сечение зависит от  $s$  как (прави-

ло кваркового счета /49/)

$$\frac{d\sigma}{dt} \sim \frac{|M|^2}{s^2} \sim (\mu^2)^{n-4} \left(\frac{\alpha_s}{s}\right)^{n-2} f\left(\frac{t}{s}\right) \quad (5.3.1)$$

где  $f(t/s)$  - безразмерная функция. Если из  $n$  участвующих в рассеянии партонов  $n_\gamma$  являются фотонами, в оценке (5.3.1) следует  $n_\gamma$  раз заменить  $\alpha_s$  на  $\alpha$ . Различные процессы и предсказания правил кваркового счета для них приведены в таблице 5.2.

При  $s \gg t \gg \mu^2$  главный, не падающий с ростом  $s$  при  $t = \text{const}$  вклад дают диаграммы с обменом глюонами в  $t$ -канале (типа рис.5.6а). Они существуют в тех случаях, когда в  $t$ -канале не передаются заряды, что возможно в процессах  $\gamma\gamma \rightarrow MM, \gamma M \rightarrow \gamma M, \gamma M \rightarrow MM, \gamma B \rightarrow MB, MB \rightarrow MB, MM \rightarrow MM, BB \rightarrow BB, B\bar{B} \rightarrow B\bar{B}$ . В случае двух первых процессов, однако, диаграмму с обменом глюонами невозможно построить на борновском уровне, и она является однопетлевой, см. раздел 4.3.

Для каждой группы процессов существует относительно небольшое число разных кварковых амплитуд, отличающихся ароматно-спиральной структурой. Так, для процесса  $\gamma\gamma \rightarrow B\bar{B}$  со спиральностями барионов  $\pm 1/2$  имеется 4 амплитуды (рис.5.7а), а со спиральностью  $\pm 3/2 - 2$  (рис.5.7б). Поэтому, если сделать те или иные предположения о спирально-ароматной структуре волновых функций адронов, возникают соотношения между амплитудами различных реакций. Такие соотношения для процессов  $\gamma\gamma \rightarrow B\bar{B}$  и  $MB \rightarrow MB$ , следующие из предположения о  $SU(6)$  симметрии волновых функций (асимптотические волновые функции имеют ароматно-спиральную структуру  $SU(6)$ ), изучались в /50/.

При количественном вычислении амплитуд рассеяния  $2 \rightarrow 2$  возникает ряд трудностей как принципиального, так и технического характера. Техническая трудность состоит в огромном числе борновских диаграмм. Так, имеется 35 640 диаграмм типа рис.5.6б, отличающихся расположением глюонных линий, и еще 22 509 диаграмм этого же типа, включающих 3- и 4-глюонные вершины; полное число диаграмм для барион-барионного рассеяния превышает 300 000 /51/. Независимо от обсуждаемых ниже принципиальных трудностей, умение вычислять борновскую жесткую амплитуду явля-

ется необходимым предварительным этапом для изучения адрон-адронного рассеяния. Как генерация борновских диаграмм, так и их аналитическое вычисление являются чисто алгоритмическими процедурами, и могут быть полностью проделаны на ЭВМ; для этой цели была разработана программа /51/. Полученные с ее помощью результаты для адрон-адронного рассеяния  $2 \rightarrow 2$  обсуждаются в /52/.

Принципиальная трудность состоит в том, что в отличие от всех обсуждавшихся ранее процессов, в которых знаменатели пропагаторов не обращались в 0 или обращались на границах области интегрирования по переменным  $x$ , в случае адрон-адронного рассеяния (и более сложных процессов) они могут обращаться в 0 внутри области интегрирования (пинчевые сингулярности). Такой пропагатор разрезает диаграмму процесса на 2 несвязанные части (блоки А и В на рис.5.8а). Каждый из этих блоков должен быть по крайней мере процессом рассеяния  $2 \rightarrow 2$  частиц на массовой поверхности, т.е. в начальном и конечном состоянии должно быть не менее чем по 3 точечных частицы. Ограничиваясь обычными процессами рассеяния, мы заключаем, что в начальном состоянии должны быть 2 физических частицы, по крайней мере 1 из которых - адрон. Две точечных составляющих этого адрона должны входить в разные жесткие блоки диаграммы (А и В). В изображенном на рисунке простейшем случае знаменатель обращается в 0 при  $x = x_0 = z / (1 - z_+)$ , где  $z_{\pm} = 2p_{\pm}k / Q^2$ ,  $Q^2 = q^2$ ,  $q = p_+ + p_-$ . Величина  $x_0 \leq 1$ , т.к.  $z_+ + z_- = z = 2qk / Q^2$  - доля энергии частицы  $k$ ,  $z \leq 1$ . Физически при  $x \approx x_0$  мы имеем вместо единого жесткого процесса два жестких процесса А и В, разделенных большим расстоянием: сначала налетающая частица рассеялась на одном из партонных адрона, почти реальный партон улетел на большое расстояние и там столкнулся с другим партонном начального адрона. Примером такой ситуации является комптон-эффект на мезоне, который является кросс-каналом по отношению к рассмотренному в разделе 4.3 процессу  $\gamma\gamma \rightarrow MM$ . Для матричного элемента процесса  $\gamma M \rightarrow \gamma M$  применимы формулы (4.3.1-4), в которых нужно считать  $z < 0$  или  $z > 1$ . При этом знаменатель глюонного пропагатора  $s = z x_+ x_- + z' x'_+ x'_-$  обращается в 0 на линии в квадрате  $0 \leq x_{\pm} \leq 1$ ,  $0 \leq x'_{\pm} \leq 1$ . Эта область соответствует такой физической картине: налетающий фотон испытал комптон-эффект на кварке, что дало в результате рассеянный кварк и (почти) реальный глюон; глюон пролетел большое расстояние и там

столкнулся с антикварком, дав рассеянный антикварк и конечный фотон; рассеянные кварк и антикварк образовали конечный мезон. В мягкой области интегрирования по переменным  $x$  матричный элемент велик: содержит  $1/\mu^2$  вместо  $1/Q^2$ . Однако сама эта область мала:  $\Delta x \sim \mu^2/Q^2$ . В результате мягкий вклад дает такую же степень  $Q^2$ , что и жесткий. Поскольку мягкий вклад невычислим по теории возмущений, количественное вычисление процессов с пинчевыми сингулярностями становится невозможным.

Еще большую роль играет мягкая область в процессе мезон-мезонного рассеяния (рис.5.8б). В этом случае существует область переменных  $x$ , а именно  $x_1 \approx x_2 \approx x_3 \approx x_4$ , где процесс разбивается на два независимых жестких подпроцесса рассеяния кварка на кварке и антикварка на антикварке (при  $x_1 \approx x_2' \approx x_3 \approx x_4'$  наоборот). Глюон, связывающий эти два процесса рассеяния, имеет 4-импульс, близкий к 0. Действительно, все импульсы в блоке рассеяния А получают умножением на  $x$  импульсов исходного мезон-мезонного рассеяния (для блока В на  $x'$ ), поэтому в этих блоках по отдельности импульс сохраняется. В этой области одновременно 3 пропагатора становятся мягкими. Импульс глюона  $k$  линейно зависит от 3 разностей переменных  $x$ . Разлагая его по импульсам  $p_1, p_2$  кварков, к которым этот глюон присоединен, и составляющей  $p_1$  импульса  $p_3$ , ортогональной к плоскости  $p_1, p_2$ , получим ( $Q^2 = 2p_1 p_2$ ):  $k = u p_1 + v p_2 + w \frac{Q p_1}{|p_1|}$  где  $u, v, w$  - некоторые линейные комбинации разностей переменных  $x$ , знаменатели пропагаторов  $k^2 = Q^2(uv - w^2)$ ,  $(p_1 + k)^2 = Q^2(v + u - w^2)$ ,  $(p_2 + k)^2 = Q^2(u + v - w^2)$ . В области, где все 3 пропагатора мягкие, виртуальности  $\sim \mu^2$ ,  $u \sim v \sim \mu^2/Q^2$ ,  $w \sim \mu/Q$ . Эта область дает по сравнению с жесткой усиление  $(Q/\mu)^6$  от 3 знаменателей и малость  $(\mu/Q)^5$  от объема области интегрирования по  $du dv dw$ , т.е. в итоге возникает большой множитель  $Q/\mu$ . Вклад такого же порядка дает области  $u \sim 1, v \sim \mu^2/Q^2, w \sim \mu/Q$  и  $v \sim 1, u \sim \mu^2/Q^2, w \sim \mu/Q$ , где только 2 пропагатора являются мягкими (усиление  $(Q/\mu)^4$ ), зато больше объем области интегрирования ( $\sim (\mu/Q)^3$ ). Для барion-барionного рассеяния наибольший вклад дает область независимого рассеяния всех 3 кварков, и обмен двумя мягкими глюонами приводит к усилению  $\sim (Q/\mu)^2$ . Таким образом, мягкий механизм дает больший вклад, чем жесткий /53/ (см. также /10/):  $\frac{d\sigma}{dt}(MM \rightarrow MM) \sim 1/S^5$  вместо  $1/S^6$ ,  $\frac{d\sigma}{dt}(BB \rightarrow BB) \sim 1/S^8$  вместо  $1/S^{10}$ .



Однако, т.к. каждый из жестких подпроцессов рассеяния включает цветные объекты, при больших  $Q^2$  возникает дваждылогарифмическое формфакторное подавление /53/. В результате оказывается /10/, что главный вклад дает промежуточная область, где виртуальности пропагаторов  $\sim (\mu^2)^{-a} (Q^2)^a$ , где  $a = \frac{2c}{2c+1}$ ,  $c = 8CF/\beta$ ,  $\beta = \frac{11}{3}N - \frac{2}{3}n_f$ . При этом фактор усиления (вместо  $Q/\mu$ ) дается выражением  $\sim (Q/\mu)^{1/2} (Q/\mu)^b$ , где  $b = 1 - 2c \ln \frac{2c+1}{2c}$ , и сечение ведет себя как  $d\sigma/dt(MM \rightarrow MM) \sim 1/s^{c-b}$ . Степенное поведение сечения, таким образом, оказывается промежуточным между правилами кваркового счета и чисто мягким механизмом. Численно ( $N=3$ ,  $n_f=3$ ),  $\beta=0.17$ ,  $a=0.70$ , так что результат находится ближе к правилам кваркового счета.

## ПРИЛОЖЕНИЕ I

В этом приложении мы рассмотрим угловые корреляции в процессе рождения и двухчастичного распада  $X_q$  состояний в  $e^+e^-$  аннигиляции:  $e^+e^- \rightarrow \psi' \rightarrow \gamma X_q \rightarrow \gamma AB$ . Скорость движения  $X_q$  много меньше 1, и его можно считать покоящимся.

Матричные элементы электрических дипольных переходов  $\psi' \rightarrow (X_{q0}, X_{q1}, X_{q2})$  имеют вид:

$$M_0 \sim X^* E_i \psi'_i, \quad M_1 \sim \epsilon_{ijk} X_i^* E_j \psi'_k, \quad M_2 \sim X_{ij}^* E_i \psi'_j \quad (\text{П.1})$$

где  $X, \psi'$  - поляризации соответствующих частиц,  $\vec{E}$  - вектор электрического поля фотона. В случае полной поперечной поляризации  $e^\pm$  пучков  $\psi'$  линейно поляризован:  $\vec{\psi}' = \vec{e}$ , где  $\vec{e}$  - биссектриса угла между векторами поляризации  $e^\pm$  пучков  $\vec{e}_\pm$ . В случае частичной поперечной поляризации необходимо усреднение

$$\overline{\psi'_i^* \psi'_j} = \frac{1+\epsilon_+\epsilon_-}{2} e_i e_j + \frac{1-\epsilon_+\epsilon_-}{2} e_i' e_j' \quad (\text{П.2})$$

где вектор  $\vec{e}'$  перпендикулярен оси пучков  $\vec{n}$  и  $\vec{e}$ . В частности, для неполяризованных пучков  $\overline{\psi'_i^* \psi'_j} = \frac{1}{2} (\delta_{ij} - n_i n_j)$  (см. Приложение в /1/). По поляризациям фотона будем производить суммирование:  $\sum E_i^* E_j = \delta_{ij} - \epsilon_i \epsilon_j$ , где  $\epsilon_i$  - единичный вектор в направлении движения фотона. Для двухчастичных распадов  $X_q \rightarrow AB$ , в которых проекция момента  $X_q$  на ось распада равна  $m$ , в качестве поляризации  $X$  следует использовать тензоры  $K$  (I.2.22) из раздела I.2/1/. При вычислении квадрата матричного элемента возникают проекторы  $K K^*$ , приведенные в том же разделе (I.2.23). Далее угловые распределения и корреляции нормированы так, что при усреднении по всем углам дают 1. При усреднении корреляции по одному из векторов удобно использовать известные формулы

$$\overline{\epsilon_i \epsilon_j} = \frac{\delta_{ij}}{3}, \quad \overline{\epsilon_i \epsilon_j \epsilon_k \epsilon_l} = \frac{1}{15} (\delta_{ij} \delta_{kl} + \delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk}) \quad (\text{П.3})$$

При усреднении корреляции по направлениям единичного вектора  $\vec{e}$  оси распада  $X_q \rightarrow AB$  получается угловое распределение фотонов, не зависящее, очевидно, от типа распада (таблица III). Продукты распада  $X_{q0}$  распределены изотропно, и не скоррелированы с фотоном. Угловые корреляции для распадов  $X_{q1}, X_{q2}$  приведены в

таблице П2. В ней требуют объяснения только распад  $X_{q_2} \rightarrow q q \bar{q}$ . В логарифмическом приближении это главный механизм адронного распада  $X_{q_1}$  (см. раздел I.2), причем глюон является мягким, а угловое распределение кварковых струй имеет вид  $\frac{3}{4}[2+(\chi\bar{\chi})^2]$ . Поэтому угловые корреляции и распределения для этого распада есть среднее этих величин для  $m=0$  и для  $m=\pm 1$  с равными весами.

## ПРИЛОЖЕНИЕ 2

В этом приложении мы приводим глюонные вклады в спиральные амплитуды процесса  $\gamma\gamma \rightarrow M_1 M_2$  (Рис.4.6). Предполагается, что мезон  $M_1$  имеет глюонную компоненту, если ее имеет и мезон  $M_2$ , то то следует добавить такой же вклад с заменой  $M_1 \leftrightarrow M_2$ . Матричный элемент процесса записывается в виде

$$M(\gamma_{\lambda_1} \gamma_{\lambda_2} \rightarrow M_{\lambda_1} M_{\lambda_2}) = \frac{c_F}{4N} \frac{e^2 g^2}{Q^2} \int_0^1 \int_0^1 \frac{A(x_+, x_-)}{x_+ x_-} f_{M_1}^g(x_+) \int_0^1 \int_0^1 \frac{A(x_+, x_-)}{x_+ x_-} f_{M_2}^g(x_+) dx_+ dx_-$$

где величины  $A$  для всех ненулевых спиральных амплитуд приведены в таблице П3. Случай, когда оба мезона принадлежат к типу P, ранее рассматривался в работе /30/.

## Л и т е р а т у р а

1. В.Н.Байер, А.Г.Грозин. Препринт ИЯФ 82-82 (1982).
2. В.Н.Байер, А.Г.Грозин. Препринт ИЯФ 82-92 (1982).
3. В.Л.Черняк, А.Р.Житницкий. Письма в ЖЭТФ 25, 544 (1977); ЯФ 31, 1053 (1980). В.Л.Черняк, А.Р.Житницкий, В.Г.Сербо. Письма в ЖЭТФ 26, 760 (1977); ЯФ 31, 1069 (1980).
4. В.Л.Черняк. Материалы 15 зимней школы ЛИЯФ (1980).
5. А.В.Радюшкин. Препринт ОИЯИ Р2-10717 (1977). А.В.Ефремов, А.В.Радюшкин. Труды международных семинаров: проблемы физики высоких энергий и квантовой теории поля, Серпухов (1978), (1980).
6. А.В.Ефремов, А.В.Радюшкин. ТМФ 42, 147 (1980); Phys. Lett. 94B, 245 (1980).
7. G.R.Farrar, D.R.Jackson. Phys. Rev. Lett. 43, 246 (1979).
8. G.P.Lepage, S.J.Brodsky. Phys. Lett. 87B, 359(1979); Phys. Rev. D22, 2157(1980).
9. S.J.Brodsky, Y.Frishman, G.P.Lepage, C.Sachrajda, Phys. Lett. 91B, 239 (1980).
10. A.Duncan, A.H.Mueller. Phys. Lett. 90B, 159(1980); Phys. Rev. D21, 1636(1980). A.H.Mueller. Phys. Reports 73, 237(1981).
11. H.F.Jones. Phys. Lett. 117B, 238 (1982).
12. Ф.-М.Диттес, А.В.Радюшкин. ЯФ 34, 529 (1981). R.D.Field, R.Gupta, S.Otto, L.Chang. Nucl. Phys. B186, 429 (1981).
13. Th.Ohrndorf. Nucl. Phys. B243, 365(1984).
14. В.Н.Байер, А.Г.Грозин. ЯФ 35, 1021 (1982).
15. В.В.Гешкенбеин, М.В.Терентьев. Phys. Lett. 117B, 243(1982); Preprint ИТЕР-45(1982); ЯФ 39, 873(1984).
16. А.В.Ефремов, А.В.Радюшкин. Preprint JINR E2-80-521(1980); Труды 6 Международного совещания: проблемы квантовой теории поля, Дубна (1981). А.В.Радюшкин. Препринт ОИЯИ Р2-80-687 (1980).
17. V.L.Chernyak, A.R.Zhitnitsky. Preprint IYaF 83-107(1983).

18. B.L.Ioffe, A.V.Smilga. Phys. Lett. 114B, 353(1982); Nucl. Phys. B216, 373(1983).
19. В.А.Нестеренко, А.В.Радюшкин. Письма в ЖЭТФ 35, 395 (1982); Phys. Lett. 115B, 410(1982).
20. V.L.Eletsy, Ya.I.Kogan. Zeit. für Phys. C20, 357(1983); ЯФ 39, 138 (1984) V.L.Eletsy, B.L.Ioffe, Ya.I.Kogan. Phys. Lett. 122B, 423(1983).
21. Particle Data Group. Rev. Mod. Phys. 56, N 2, part II (1984).
22. V.L.Chernyak, A.R.Zhitnitsky. Nucl. Phys. B201, 492(1982).
23. V.L.Chernyak, A.R.Zhitnitsky, I.R.Zhitnitsky. Nucl. Phys. B204, 477(1982); ЯФ 38, 1074, 1277 (1983).
24. V.L.Chernyak, A.R.Zhitnitsky. Preprints IYaF 83-103-108(1983).
25. W.Toki. SLAC-PUB-3262 (1983).
26. A.Duncan, A.H.Mueller. Phys. Lett. 93B, 119 (1980).
27. K.Tsokos. Phys. Lett. 136B, 429 (1984).
28. S.C.Chao. Nucl. Phys. B195, 381(1982).
29. S.J.Brodsky, G.P.Lepage. Preprint SLAC-PUB-2587(1980); Phys. Rev. D24, 1808(1981).
30. G.W.Atkinson, J.Sucher, K.Tsokos. Phys.Lett.137B, 407(1984).
31. V.L.Chernyak, I.R.Zhitnitsky. Nucl. Phys. B222, 382(1983).
32. I.F.Ginsburg, S.L.Panfil, V.G.Serbo. Proc. of the 15 Spring Symp. on High Energy Physics, Leipzig, KMU-HEP-84-08, p.77; Novosibirsk preprint IM TF-139, 1984.
33. А.Г.Грозин. ЯФ 38, 484 (1983); В.Н.Байер, А.Г.Грозин. Препринт ИЯФ 84-52 (1984).
34. H.F.Jones, J.Wyndham. Nucl. Phys. B195, 222 (1982).
35. G.P.Lepage, S.J.Brodsky. Phys.Rev.Lett.43, 545, Erratum 1625 (1979).
36. В.А.Авдеевко, С.Э.Коренблит, В.Л.Черняк. ЯФ 33, 481 (1981).
37. S.J.Brodsky, G.P.Lepage, S.A.A.Zaidi. Phys.Rev.D23, 1152(1981).
38. I.G.Arnauryan, S.V.Esaybegyan, N.L.Ter-Isaakyan. Phys. Lett. 90B, 151(1980).
39. M.E.Peskin. Phys. Lett. 88B, 128(1979).

40. Th. Ohrndorf. Nucl. Phys. B198, 26(1982).
41. V.L.Chernyak, I.R.Zhitnitsky. Nucl. Phys. B246, 52 (1984).
42. M.Fontannaz, H.F.Jones. Preprint ICTP/82-83/19, London(1983).
43. А.И.Мильштейн, В.С.Фадин. ЯФ 33, 1391 (1981); 35, 1603(1982).
44. B.T.Chertok. In: Proc. of the 16th Recontre de Moriond, ed. by J.Tank Van, France (1981).
45. S.J.Brodsky, G.P.Lepage. Phys. Rev. D24, 2848 (1981).
46. A.Andrikopoulou. Zeit. für Phys. C22, 63(1984).
47. P.H.Damgaard. Nucl. Phys. B211, 435 (1983).
48. G.R.Farrar, E.Maina, F.Neri. Preprint RU-83-33 (1983).
49. S.J.Brodsky, G.R.Farrar. Phys. Rev. Lett. 31, 1153 (1973), V.A.Matveev, R.M.Muradyan, A.V.Tavkhelidze. Lett.Nuovo Ci-mento 7, 719(1973).
50. G.R.Farrar. Phys. Rev. Lett. 53, 28 (1984).
51. G.R.Farrar, F.Neri. Phys. Lett. 130B, 109 (1983).
52. G.R.Farrar, E.Maina, F.Neri. Preprint RU-84-13 (1984).
53. P.V.Landshoff. Phys. Rev. D10, 1024 (1974). P.V.Landshoff, D.J.Pritchard. Zeit. für Phys. 06, 69(1980).

Таблица 4.1. Характеристики двухмезонных распадов C-четных  
 1 - состояние кваркония  
 2 - типы волновых функций продуктов распада

1	m	a	b	2	c	$K_{q\bar{q}}$	$g_1$
$\eta_q$ $^1S_0$	0	$\psi_0$	2	SP	$1-x_+-x_-$	$A_1+A_2$	$-X_- \frac{(1+z_+)(3-z_+-z_- - z_+z_-)}{(1-z_+)(1-z_-)(1-z_+z_-)}$
				TT	-	-	$-2 \frac{3-z_+-z_- - z_+z_-}{(1-z_+)(1-z_-)(1-z_+z_-)}$
$\chi_{q1}$ $^3P_1$	0	$2\sqrt{2}\psi_1$	$\frac{3\pi}{n_f \alpha_s L}$	SP	$x_+-x_-$	$A_1+A_2$	$-X_- \frac{1-2z_+-z_- - z_+^2 + 3z_+^2z_-}{(1-z_+)(1-z_-)(1-z_+z_-)}$
				TT	-	-	$\frac{2+z_++z_- - 4z_+z_-}{(1-z_+)(1-z_-)(1-z_+z_-)}$
$\chi_{q0}$ $^3P_0$	0	$\frac{4}{\sqrt{3}}\psi_1$	$\frac{8}{9}$	SS	$1+A$	$-\frac{5}{2}(A_1+A_2)$	$\frac{18-9z_+-9z_-+z_+^2+z_-^2-12z_+z_- + z_+^3z_- + z_+z_-^3 + 4z_+^2z_-^2}{2(1-z_+)(1-z_-)}$
				PP		$-\frac{1}{2}(A_1+A_2)$	$X_+X_- \frac{11-6z_+-6z_-+z_+^2+z_-^2-8z_+z_-}{(1-z_+)(1-z_-)}$
				TT	-	-	$3 \frac{3-z_+-z_- - z_+z_-}{(1-z_+)(1-z_-)(1-z_+z_-)}$
$\chi_{q2}$	0	$4\sqrt{\frac{2}{3}}\psi_1$	$\frac{4}{3}$	SS	$\frac{1}{2}-A$	$\frac{1}{2}(A_1+A_2)$	$\frac{3z_++3z_- - z_+^2 - z_-^2 - 12z_+z_- + z_+^3z_-^2 + z_+z_-^3 - 2z_+^2z_-^2}{2(1-z_+)(1-z_-)}$
				PP		$\frac{1}{2}(A_1+A_2)$	$X_+X_- \frac{2-z_+-z_-}{(1-z_+z_-)^2}$
				TT	-	-	0
$^3P_2$	$\pm 2$	$4\psi_1$	2	VV	1	-	-
				TS	-	$\sqrt{2} A_2$	$\sqrt{2} \frac{3-z_+-z_- - z_+z_-}{(1-z_+)(1-z_-)(1-z_+z_-)}$
				TP	-	$\sqrt{2} A_2$	$-\sqrt{2} X_- \frac{1+z_+}{(1-z_+)(1-z_+z_-)}$

состояний кваркония

$g_2$
$X_- \frac{1+z_+}{1-z_+z_-}$
$\frac{2}{1-z_+z_-}$
$X_- \frac{1+z_+}{1-z_+z_-}$
0
$\frac{24-17z_+-17z_-+z_+^2+z_-^2-28z_+z_-+20z_+^2z_-+20z_+z_-^2 + z_+^3z_-+z_+z_-^3+14z_+^2z_-^2-11z_+^3z_-^2-11z_+^2z_-^3+2z_+^3z_-^3}{2(1-z_+)(1-z_-)(1-z_+z_-)^2}$
$-X_+X_- \frac{4-z_+-z_- - 2z_+z_-}{(1-z_+z_-)^2}$
$-3 \frac{1}{1-z_+z_-}$
$\frac{6-3z_+-3z_- - z_+^2 - z_-^2 - 20z_+z_- + 10z_+^2z_- + 10z_+z_-^2 - z_+^3z_- - z_+z_-^3 + 4z_+^2z_-^2 - z_+^3z_-^2 - z_+^2z_-^3 - 2z_+^3z_-^3}{2(1-z_+)(1-z_-)(1-z_+z_-)^2}$
$-X_+X_- \frac{(1-z_+)(1-z_-)}{(1-z_+z_-)^2}$
0
-
$-\sqrt{2} \frac{3-z_+-2z_+z_-}{(1-z_+)(1-z_+z_-)}$
$\sqrt{2} X_- \frac{1}{1-z_+z_-}$

	$\pi^+ \pi^-$	$K^+ K^-$
$\chi_0$	$0.9 \pm 0.2$	$0.8 \pm 0.2$
$\chi_2$	$0.20 \pm 0.11$	$0.16 \pm 0.12$

Таблица 4.2. Относительные вероятности распадов (%) (эксперимент)

	1	2
$\chi_{q0}$	1	$\frac{3}{2} [1 - (e l_q)^2]$
	0	$\frac{3}{4} [1 + (n l_q)^2]$
$\chi_{q1}$	1	$\frac{3}{4} [1 + (e l_q)^2]$
	0	$\frac{3}{8} [3 - (n l_q)^2]$
$\chi_{q2}$	1	$\frac{3}{20} [7 - (e l_q)^2]$
	0	$\frac{3}{40} [13 + (n l_q)^2]$

Таблица П I. Угловые распределения в реакции

I - состояние кваркония  
2 - угловое распределение

Таблица П3. Глюонные вклады в спиральные амплитуды  $\gamma\gamma \rightarrow M_1 M_2$ .

$A(\gamma_+ \gamma_+ \rightarrow T_+ S)$ $A(\gamma_- \gamma_- \rightarrow T_- S)$	$\sqrt{2} \chi_- \left( \frac{1}{c'} + \frac{1}{c} \right)$
$A(\gamma_+ \gamma_+ \rightarrow T_+ P)$ $-A(\gamma_- \gamma_- \rightarrow T_- P)$	$\sqrt{2} \left( \frac{1}{c'} + \frac{1}{c} \right)$
$A(\gamma_+ \gamma_+ \rightarrow SS)$ $A(\gamma_- \gamma_- \rightarrow SS)$	$-\chi_-$
$A(\gamma_+ \gamma_- \rightarrow SS)$ $A(\gamma_- \gamma_+ \rightarrow SS)$	$-\left( \chi_- + \frac{1+z-z_+-2z_-}{c'} + \frac{1+z'-z_+-2z_-}{c} \right)$
$A(\gamma_+ \gamma_- \rightarrow PP)$ $A(\gamma_- \gamma_+ \rightarrow PP)$	$\frac{z'-z_+}{c'} + \frac{z-z_+}{c}$
$A(\gamma_+ \gamma_- \rightarrow SP)$ $-A(\gamma_- \gamma_+ \rightarrow SP)$	$2 \left( \frac{2z'z_- - z_- z_+}{c'} + \frac{2z'z_- - z_- z_+}{c} \right)$
$A(\gamma_+ \gamma_- \rightarrow SP)$ $A(\gamma_- \gamma_+ \rightarrow SP)$	$\frac{z'-z_+}{c'} - \frac{z-z_+}{c}$
$A(\gamma_+ \gamma_- \rightarrow PS)$ $-A(\gamma_- \gamma_+ \rightarrow PS)$	$-\frac{1+z-z_+-2z_-}{c'} + \frac{1+z'-z_+-2z_-}{c}$

Таблица 5.1. SU(3) структура волновых функций барионов.

Синглет		
	$(uds - dus - usd + dsu + sud - sdu) / \sqrt{6}$	
Декуплет		
$\Omega$	sss	
$\Xi^*$	$(uss + sus + ssu) / \sqrt{3}$	
	$(dss + sds + ssd) / \sqrt{3}$	
$\Sigma^*$	$(uus + usu + suu) / \sqrt{3}$	
	$(uds + dus + usd + dsu + sud + sdu) / \sqrt{6}$	
	$(dds + dsd + sdd) / \sqrt{3}$	
$\Delta$	uuu	
	$(duu + udu + uud) / \sqrt{3}$	
	$(udd + dud + ddu) / \sqrt{3}$	
	ddd	
Секстет		
	S A	
$\Xi$	$\sqrt{2/3} ssu - (su+us)s / \sqrt{6}$	$(su-us)s / \sqrt{2}$
	$\sqrt{2/3} ssd - (sd+ds)s / \sqrt{6}$	$(sd-ds)s / \sqrt{2}$
$\Sigma$	$\sqrt{2/3} uus - (su+us)u / \sqrt{6}$	$(su-us)u / \sqrt{2}$
	$(ud+du)s / \sqrt{3} - (sud+usd+sdu+dsu) / \sqrt{12}$	$(sud-usd-sdu+dsu) / 2$
	$\sqrt{2/3} dds - (sd+ds)d / \sqrt{6}$	$(sd-ds)d / \sqrt{2}$
$\Lambda$	$(sud + usd - sdu - dsu) / 2$	$(ud-du)s / \sqrt{3} + (sud-usd+sdu-dsu) / \sqrt{12}$
$N$	$\sqrt{2/3} uud - (ud+du)u / \sqrt{6}$	$(ud-du)u / \sqrt{3}$
	$\sqrt{2/3} ddu - (ud+du)d / \sqrt{6}$	$-(ud-du)d / \sqrt{3}$

Таблица 5.2. Поведение сечений  $\frac{d\sigma}{dt}$  рассеяния  $2 \rightarrow 2$ .  
 I - жесткий механизм,  $s \sim t$

Процесс	I	Жесткий механизм, $s \gg t$	Мягкий механизм, $s \sim t$ (! - усиленные вклады)
$\gamma\gamma \rightarrow \gamma\gamma$	$\frac{\alpha^2 \alpha_s^2}{s^4}$		$\frac{\alpha^2 \alpha_s^2}{s^2 t^2}$
$\gamma\gamma \rightarrow \gamma\gamma$			$\frac{\alpha^2 \alpha_s^4}{t^4}$
$\gamma M \rightarrow \gamma M$	$\frac{\alpha^2 \alpha_s^2}{s^4}$		$\frac{\alpha^2 \alpha_s^2}{s^2 t^2}$
$\gamma M \rightarrow \gamma M$			$\frac{\alpha^2 \alpha_s^4}{t^4}$
$\gamma M \rightarrow MM$	$\frac{\alpha \alpha_s^4}{s^5}$		$\frac{\alpha \alpha_s^4}{t^5}$
$MM \rightarrow MM$	$\frac{\alpha_s^6}{s^6}$		$\frac{\alpha_s^6}{t^6}$
$\gamma\gamma \rightarrow B\bar{B}$	$\frac{\alpha^2 \alpha_s^4}{s^6}$		$\frac{\alpha^2 \alpha_s^4}{s^4 t^2}$
$\gamma B \rightarrow \gamma B$			$\frac{\alpha^2 \alpha_s^4}{s^2 t^4}$
$\gamma B \rightarrow MB$	$\frac{\alpha \alpha_s^6}{s^7}$		$\frac{\alpha \alpha_s^6}{t^7}$
$B\bar{B} \rightarrow \gamma M$			$\frac{\alpha \alpha_s^6}{s^5 t^2}$
$MB \rightarrow MB$	$\frac{\alpha_s^8}{s^8}$		$\frac{\alpha_s^8}{t^8}$
$B\bar{B} \rightarrow MM$			$\frac{\alpha_s^8}{s^4 t^4}$
$BB \rightarrow BB$	$\frac{\alpha_s^{10}}{s^{10}}$		$\frac{\alpha_s^{10}}{t^{10}}$
$B\bar{B} \rightarrow B\bar{B}$			$\frac{\alpha_s^{10}}{s^8 t^2}$

Таблица П2. Угловые корреляции и распределения в процессах  $e^+e^- \rightarrow \psi_0' \rightarrow \gamma \chi_{q1} \rightarrow \gamma A_1 A_1'$   
 I - угловое распределение продуктов распада  $AA'$   
 2 - распределение по углу фотон - ось распада  $AA'$

Сост.	Распад	$m$	$\chi_{q1}$	Угловая корреляция	I	2
$\chi_{q1}$	$M_0 M_0$	0	1	$\frac{9}{4}[(e\ell_r)^2 + (\ell\ell_r)^2 - 2(e\ell)(\ell\ell_r)(\ell_r e)]$	$\frac{3}{2}[1 - (e\ell)^2]$	$\frac{3}{4}[1 + (\ell\ell_r)^2]$
		$\pm 1$	0	$\frac{9}{8}[1 - (n\ell_r)^2 + 2(n\ell)(\ell\ell_r)(\ell_r n)]$	$\frac{3}{4}[1 + (n\ell)^2]$	$\frac{3}{8}[3 - (\ell\ell_r)^2]$
	$q\bar{q}q$	$\pm 1$	1	$\frac{9}{8}[1 - (\ell\ell_r)^2 + 2(e\ell)(\ell\ell_r)(\ell_r e)]$	$\frac{3}{4}[1 + (e\ell)^2]$	$\frac{3}{16}[5 + (\ell\ell_r)^2]$
		0	0	$\frac{9}{16}[1 + (\ell\ell_r)^2 + 2(e\ell_r)^2 - 2(e\ell)(\ell\ell_r)(\ell_r e)]$	$\frac{3}{8}[3 - (e\ell)^2]$	$\frac{1}{4}[5 - 3(\ell\ell_r)^2]$
$\chi_{q2}$	$M_0 M_0$	0	1	$\frac{9}{16}[2 - (n\ell_r)^2 + (n\ell)(\ell\ell_r)(\ell_r n)]$	$\frac{3}{16}[5 + (n\ell)^2]$	$\frac{1}{4}[5 - 3(\ell\ell_r)^2]$
		$\pm 1$	0	$\frac{3}{4}[1 - (e\ell_r)^2 + 3(e\ell)^2 - 9(e\ell)(\ell\ell_r)^2 + 6(e\ell)(\ell\ell_r)(\ell_r e)]$	$\frac{1}{2}[1 + 3(e\ell)^2]$	$\frac{3}{8}[3 - (\ell\ell_r)^2]$
	$B_{\pm 1/2} \bar{B}_{\pm 1/2}$	0	0	$\frac{3}{8}[4 + (n\ell_r)^2 - 3(n\ell)^2 - 3(\ell\ell_r)^2 + 9(n\ell)(\ell\ell_r)^2 - 6(n\ell)(\ell\ell_r)(\ell_r n)]$	$\frac{1}{4}[5 - 3(n\ell)^2]$	$\frac{3}{4}[1 + (e\ell)^2]$
		$\pm 1$	1	$\frac{9}{8}[1 - (\ell\ell_r)^2 + 4(e\ell)(\ell\ell_r)^2 - 2(e\ell)(\ell\ell_r)(\ell_r e)]$	$\frac{3}{4}[1 + (e\ell)^2]$	$\frac{3}{8}[3 - (\ell\ell_r)^2]$
$M_{\pm 1} M_{\pm 1}$ $q\bar{q}$	$\pm 2$	1	$\frac{9}{8}[1 - (e\ell)^2][1 + (\ell\ell_r)^2]$	$\frac{3}{8}[1 - (e\ell)^2]$	$\frac{3}{4}[1 + (\ell\ell_r)^2]$	
	$\pm 2$	0	$\frac{9}{16}[1 + (n\ell)^2][1 + (\ell\ell_r)^2]$	$\frac{3}{4}[1 + (n\ell)^2]$	$\frac{3}{4}[1 + (\ell\ell_r)^2]$	

Подписи к рисункам.

- Рис.4.1. Диаграммы для мезонного формфактора.  
 Рис.4.2. Диаграммы для формфактора абсолютно нейтральных мезонов с учетом глюонной волновой функции.  
 Рис.4.3. Диаграммы для двухмезонных распадов C-четного кваркония.  
 Рис.4.4. Диаграммы для двухмезонных распадов C-нечетного кваркония.  
 Рис.4.5. Диаграммы для реакции  $\gamma\gamma \rightarrow MM$ .  
 Рис.4.6. Диаграммы для реакции  $\gamma\gamma \rightarrow MM$  с учетом глюонных волновых функций.  
 Рис.4.7. Однопетлевые диаграммы с обменом двумя глюонами в канале для реакции  $\gamma\gamma \rightarrow MM$ .  
 Рис.4.8. Диаграмма Далица для процесса  $\gamma^* \rightarrow M_1 M_2 \gamma$ .  
 Рис.4.9. Диаграммы для распадов кваркония на  $M_1 M_2 \gamma$ .  
 Рис.5.1. Процесс с участием бариона.  
 Рис.5.2. Эволюция барионной волновой функции.  
 Рис.5.3. Диаграммы для процесса  $q\bar{q} \rightarrow B\bar{q}$ . Диаграмма с трехглюонной вершиной имеет нулевой цветовой множитель.  
 Рис.5.4. Диаграммы для барионного формфактора. Диаграмма с трехглюонной вершиной имеет нулевой цветовой множитель.  
 Рис.5.5. Диаграммы для распадов кваркония на барион и антибарион.  
 а-  $\psi_q \rightarrow B\bar{B}$ . При другом распределении спиральностей кварков окажутся рядом вдоль линии тяжелого кварка.  
 б-  $\chi_{q1,2} \rightarrow B\bar{B}$ . Диаграммы, в которых 3 глюонные линии присоединены к линии тяжелого кварка, и диаграммы с трехглюонной вершиной имеют нулевой цветовой множитель.  
 Рис.5.6. Примеры диаграмм для барион-барионного рассеяния.  
 Рис.5.7. Ароматно-спиральные структуры амплитуды  $\gamma\gamma \rightarrow B\bar{B}$ .  
 Рис.5.8. Пинчевые сингулярности.

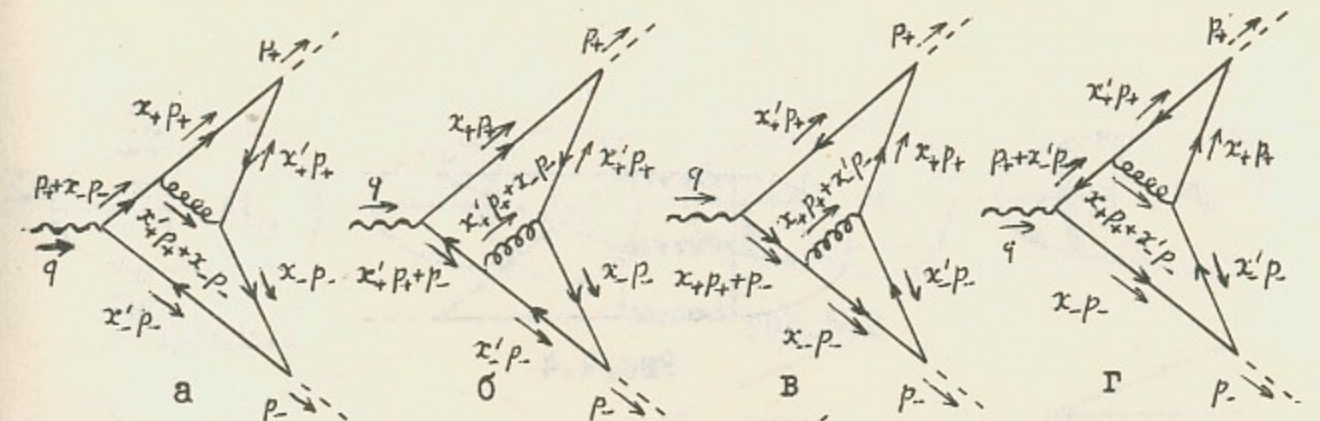


Рис.4.1

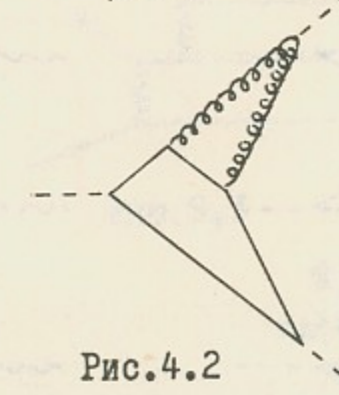


Рис.4.2

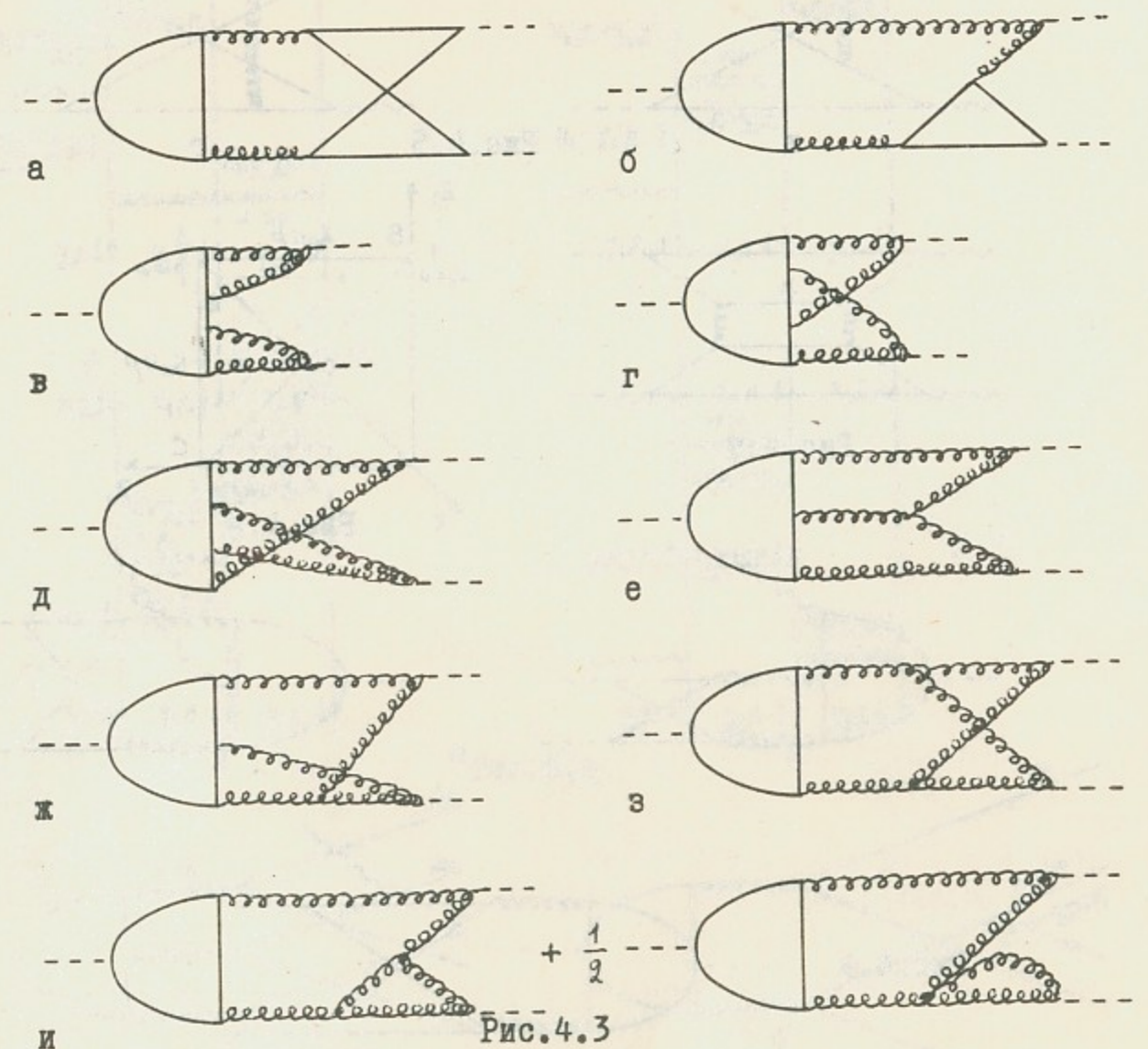


Рис.4.3

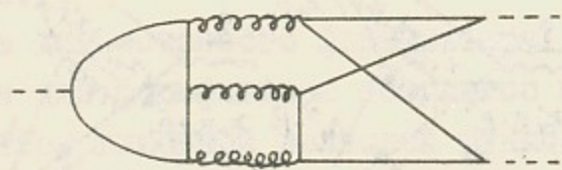
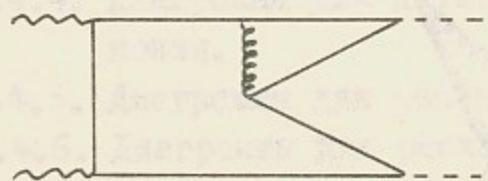
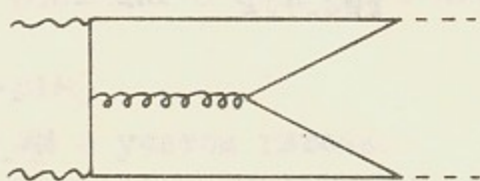


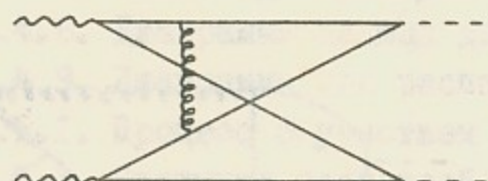
Рис. 4.4



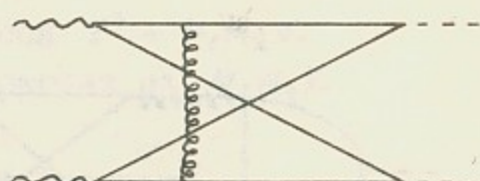
а



б



в



г

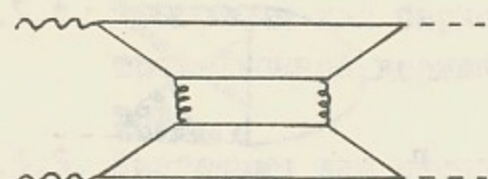


Рис. 4.7

Рис. 4.5

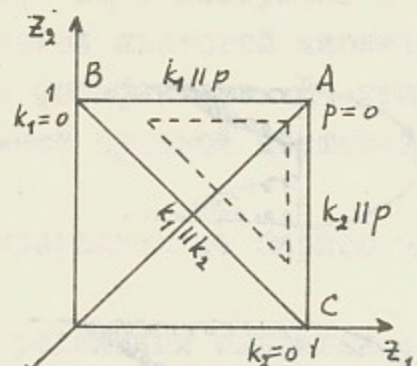


Рис. 4.8

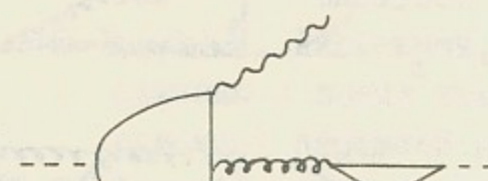
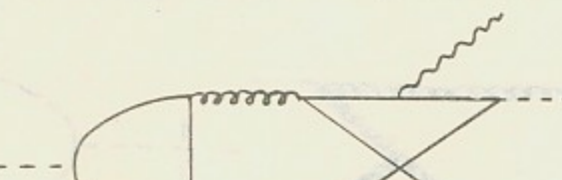


Рис. 4.9



б

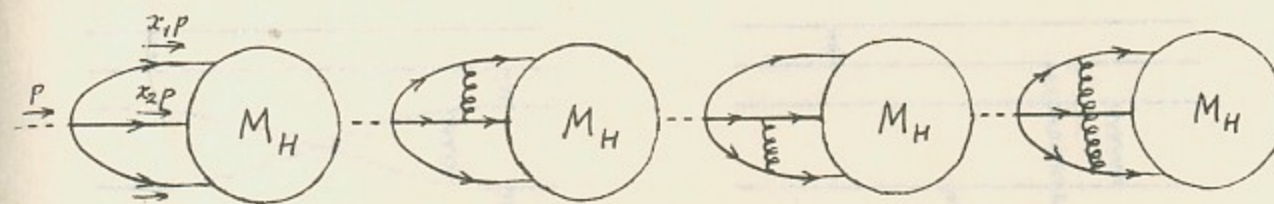


Рис. 5.1

Рис. 5.2

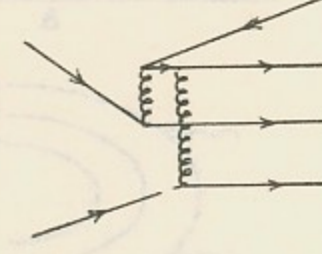
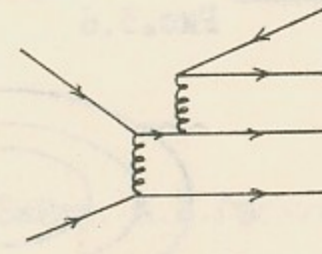
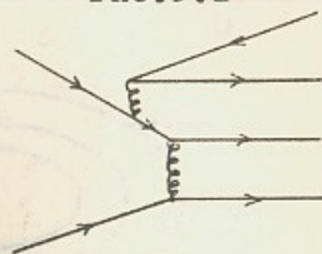
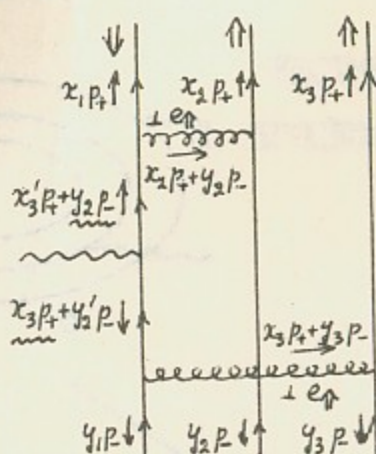
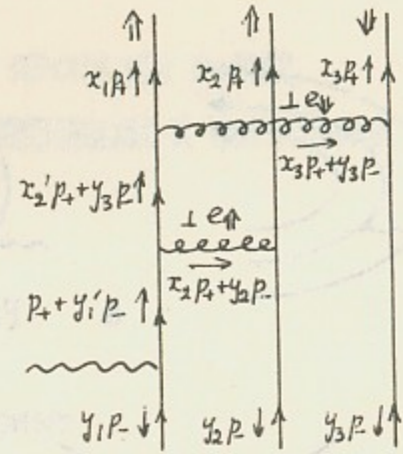


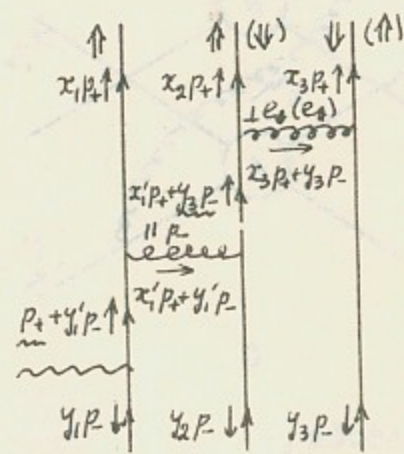
Рис. 5.3



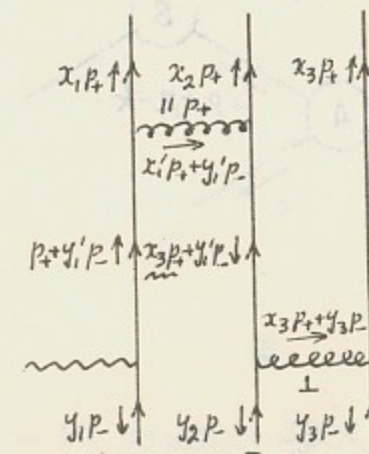
а



б

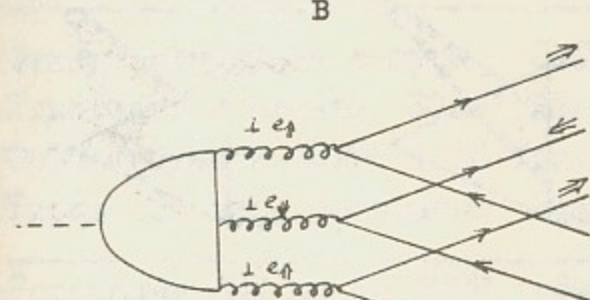


в

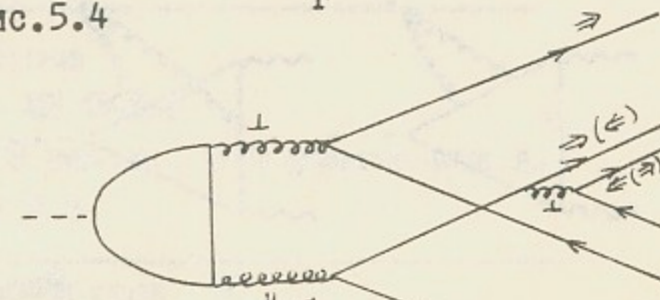


г

Рис. 5.4



а



б

Рис. 5.5



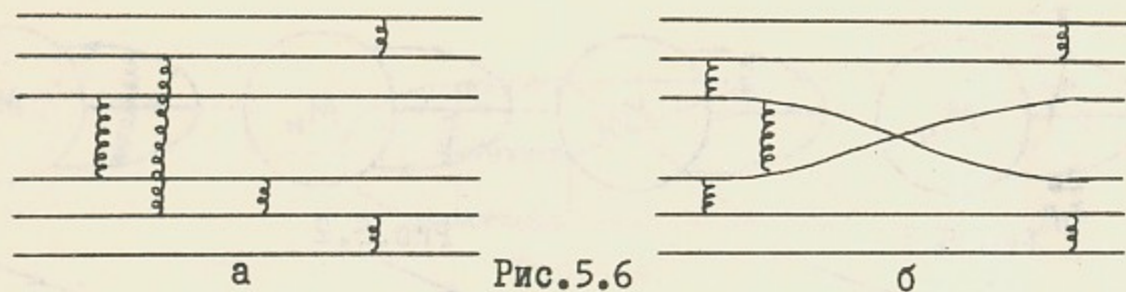
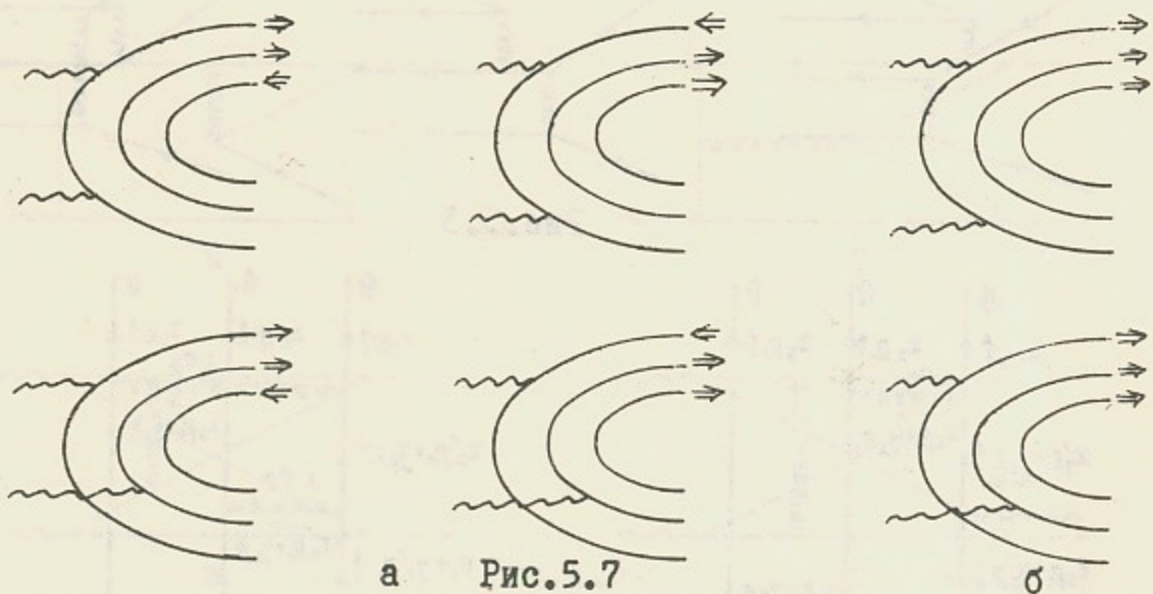


Рис.5.6



а Рис.5.7

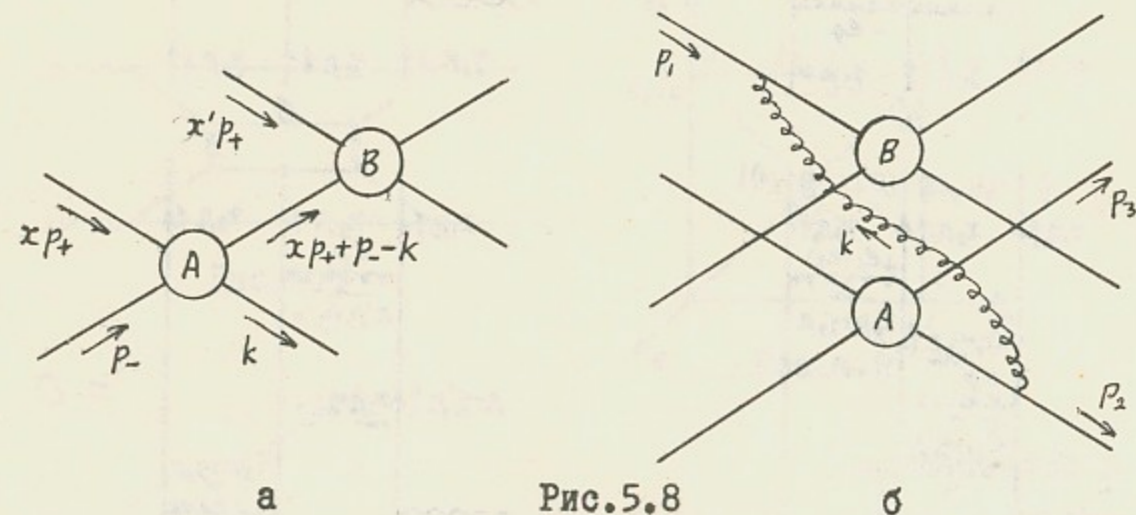


Рис.5.8

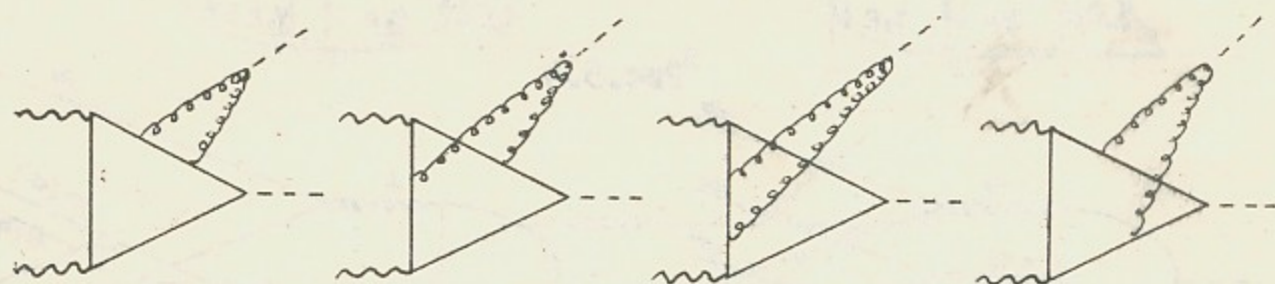


Рис.4.6

В.Н.Байер, А.Г.Грозин

ЖЕСТКИЕ АДРОННЫЕ ПРОЦЕССЫ В КХД  
 III. ПРОЦЕССЫ С ДВУМЯ МЕЗОНАМИ И БАРИОНАМИ

Препринт  
 № 85-6

Работа поступила - 24 декабря 1984 г.

Ответственный за выпуск - С.Г.Попов  
 Подписано к печати 30.01.85г. МН 06508  
 Формат бумаги 60x90 1/16 Усл.3,8 печ.л., 3,0 учетно-изд.л.  
 Тираж 290 экз. Бесплатно. Заказ № 6

Ротапринт ИЯФ СО АН СССР, г.Новосибирск, 90