



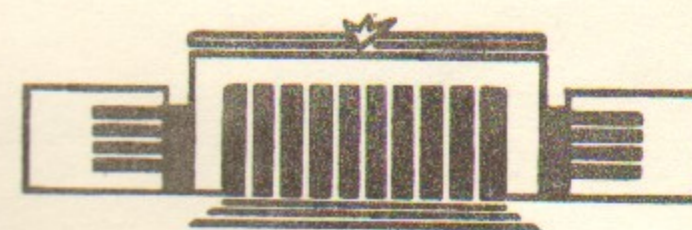
ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ СО АН СССР

53

Т.А.Всеволожская, Г.И.Сильвестров

ТЕПЛОВОЙ РЕЖИМ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ
ЛИТНЕВЫХ ЛИНЗ

ПРЕПРИНТ 84-100



НОВОСИБИРСК

ТЕПЛОВЫЙ РЕЖИМ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ЛИТЯЕВЫХ ЛИНЗ

Т.А.Всеволожская, Г.И.Сильвестров

А Н Н О Т А Ц И Я

Приводится расчет нагрева линз с учетом изменения проводимости лития с температурой при нагревах до плавления и с переходом через плавление. Анализируется режим охлаждения литиевого стержня с отводом выделяющейся мощности через окружающую его титановую оболочку в квази-стационарном и циклическом режимах работы.

Тепловой режим является основным фактором, определяющим работоспособность цилиндрических литиевых линз при больших магнитных полях. Конструктивно линзы выполнены так (рис.1), что литий заключен в герметичный объем, образованный токоподводящими стальными стаканами (1) и двухстенным титановым цилиндром (2), внутренняя поверхность которого ограничивает рабочую часть лития. В такой конструкции пластичность лития и его низкая температура плавления не являются ограничением в работе линз, поскольку давление в сотни атмосфер, возникающее в литии от магнитного поля и теплового расширения, передается на стенки титановых цилиндров и токопроводящих элементов, прочность которых определяет работоспособность конструкции. Литий обладает большим коэффициентом объемного теплового расширения $\alpha = 1,8 \cdot 10^{-4}$ и коэффициентом сжимаемости $\chi = 9,1 \cdot 10^{-6} \text{ атм}^{-1} / 1/$, так что при нагреве даже до 100°C при абсолютно жесткой конструкции давление в объеме линзы возросло бы на $\Delta P = \frac{\alpha}{\chi} \Delta T = 2 \cdot 10^5 \text{ атм}$. В реальной конструкции (рис.1) давление от теплового расширения лития воспринимают упругие титановые трубки (модуль упругости титана $E_{Ti} = 10^6 \text{ кг/см}^2$) и при наличии большого объема лития в области токоподводов, нагрев которого существенно меньше, чем в рабочей части лития с объемом V_p , напряжение, возникающее в центральной титановой трубке к концу импульса, выражается как

$$\sigma = \frac{\alpha \cdot \Delta T}{\frac{\Delta}{r_0} \cdot \chi \cdot \frac{V_g}{V_p} + \frac{2}{E_{Ti}}} \quad (1)$$

где Δ и r_0 - толщина и радиус трубки, V_g - часть полного объема лития, воспринимающего давление от расширения его рабочего объема /2/. В течение импульса в середине линзы магнитное поле частично разгружает титановую трубку от давления, вызванного тепловым расширением лития и нагружает торцы системы, где давление распределено как $\Delta P_{\text{торца}} = \frac{H_0^2}{8\pi} \left(1 - \frac{r^2}{r_0^2}\right)$, что при $r=0$ составляет 400 атм при $H_0=100 \text{ кЭ}$. Таким образом, тепловое расширение лития является основным источником механических напряжений тонкостенной титановой трубки (рис.1), что требует внимательного выбора параметров, определяющих нагрев и охлаждение линзы.

Нагрев линзы

Импульсный нагрев линзы определяется амплитудой магнитного поля и длительностью импульса питающего тока. При однополупери-

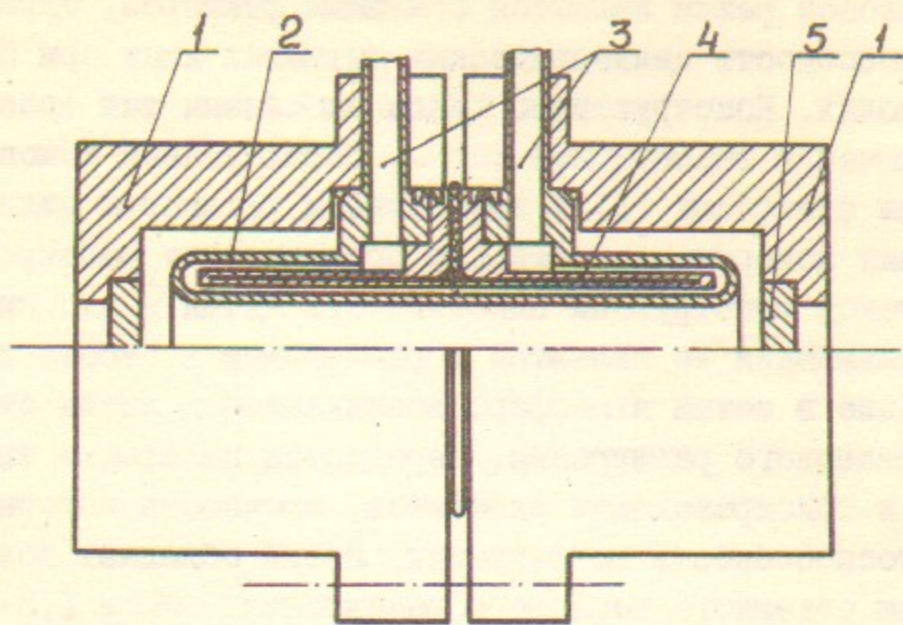


Рис. I. Схематический чертеж линзы

1 - токоподводящие стаканы, 2 - двухстенный титановый цилиндр, 3 - трубки подвода воды, 4 - разделительный двухстенный титановый цилиндр, образующий системы водяного охлаждения, 5 - бериллиевые окна

одном синусоидальном импульсе тока $J = J_0 \sin \omega t$ удобно характеризовать нагрев только его зависимостью от отношения δ/r_0 - величины плоского скин-слоя $\delta = \frac{c}{\sqrt{2\pi f \sigma}}$ к радиусу цилиндра r_0 и амплитуды магнитного поля H_0 . При $\delta/r_0 \sim 1$ распределение плотности тока по сечению цилиндра практически однородно [3] и для оценки нагрева в предположении постоянной проводимости σ температуру $T_0 = \frac{1}{c\rho\sigma} \int j^2 dt$ можно выразить через δ/r_0 как $T_0 = \frac{H_0^2 (\delta/r_0)^2}{3\pi}$ (2). Для лития эта величина составляет $T_0 = 1,2 \cdot 10^{-8} H_0^2$, где H_0 - в Эрстедах, T_0 - в градусах. Учет неоднородности плотности тока в предположении постоянной проводимости $\sigma = \sigma_0$ и пренебрежении теплопроводностью за время нагрева приводит к следующим выражениям для распределения температуры нагрева к концу импульса

$$T(r) = \frac{H_0^2}{8\pi c} \left| \frac{J_0(kr)}{J_0(kr_0)} \right|^2 \quad (3)$$

и средней по сечению температуры

$$\bar{T} = \frac{H_0^2}{4\pi c} \operatorname{Re} \left\{ \frac{J_0(kr_0)}{\sqrt{2} \frac{\delta}{r_0} J_0(kr_0)} \right\} \quad (4)$$

где $J_p(x)$ - функции Бесселя, $k = \sqrt{\frac{2f}{\delta}}$.

В этих выражениях не приводятся громоздкие члены, определяющие релаксационные составляющие тока, вклад которых, как показано в [3], при $\delta \sim r_0$ дает уменьшение нагрева на величину не более 5%, что при интересующей нас точности расчета может не учитываться.

При $\delta \ll r_0$ температура нагрева поверхности, как и в случае плоского скин-слоя, перестает зависеть от длительности импульса тока и при $\delta \rightarrow 0$ стремится к предельному значению

$$T(r_0) = T_\delta = \frac{H_0^2}{8\pi c}, \quad \text{что составляет для лития } T_\delta = 60^\circ \text{ при}$$

$H_0 = 100$ кЭ. На рис. 2а приведены зависимости от δ/r_0 температуры нагрева поверхности (кривая 1) и средней по сечению температуры (кривая 2) в единицах температуры скин-слоя $T(r_0)/T_\delta$ и \bar{T}/T_δ . В интересующей нас области значений $\delta/r_0 > 0,5$, отвечающих требованиям безабберационной фокусировки [3], значение средней температуры достаточно хорошо совпадает с оценкой, сделанной в предположении однородной плотности тока по формуле (2) (кривая 3). Так при $\delta/r_0 = 0,7$ неоднородность распределения тока приводит к увеличению средней температуры только в 1,08 раза, хотя температура поверхности в 1,4 раза превышает T_0 . На рис. 2б приведены распределения температуры по радиусу для различных значений $\delta/r_0 = 0,5, 0,7$ и 1. Таким образом, выбор длительности импульса тока ограничен условиями: $\delta/r_0 > 0,5$ - допустимого значения нелинейности распределения поля и $\delta/r_0 \leq 0,7$ для отсутствия существенных перегревов лития.

Нелинейный нагрев

В режимах работы с нагревом лития до температуры плавления ($T_{пл} = 180^\circ\text{C}$) и выше оценка нагрева должна производиться с учетом зависимости проводимости лития от температуры. При этом удобно вместо температурной зависимости проводимости $\sigma = \sigma_0/(1+\alpha T)$, имеющей разрыв в точке плавления, пользоваться тепловой зависимостью $\sigma = \sigma_0/(1+\beta q)$ (5), где q - прирост количества тепла в единице объема по сравнению с начальным состоянием, $\beta = \frac{\alpha}{c\rho}$ - тепловой коэффициент проводимости, практически постоянный для большинства металлов в широком диапазоне температур до плавления и выше плавления [4]. Коэффициент температурной зависимости удельного сопротивления у лития с хорошей точностью ($\sim 1\%$) по-

стоянен и равен $\alpha_1 = 4,52 \cdot 10^{-3}$ в диапазоне температур $0 < T < 180^\circ\text{C}$ и $\alpha_2 = 1,22 \cdot 10^{-3}$ при $180^\circ\text{C} < T < 800^\circ\text{C}$. Среднее значение удельной теплоемкости в том же диапазоне температур составляет соответственно $\bar{c}_1 = 0,5 \pm 0,02$ кал/см³град. и $\bar{c}_2 = 0,52 \pm 0,02$ кал/см³град /4/, так что с точностью $\sim \pm 5\%$ значения β могут быть приняты постоянными и равными $\beta_1 = 9 \cdot 10^{-3}$ кал⁻¹ в диапазоне $0 < T < 180^\circ$, $\beta_2 = \frac{1}{\rho_0} \frac{\Delta q}{\Delta \rho} = 11,8 \cdot 10^{-3}$ кал⁻¹ в точке плавления и $\beta_3 = 2,3 \cdot 10^{-3}$ кал⁻¹ при $180^\circ < T < 800^\circ$.

Подставляя (5) в тепловое уравнение $\frac{\partial q}{\partial t} = \frac{j^2}{\sigma}$, получим следующие выражения для количества тепла, выделившегося за импульс в единице объема $q = (e^{\beta q_0} - 1) / \beta$ (6), для конечного значения проводимости $\sigma = \sigma_0 e^{\beta q_0}$ (7) и прироста температуры $\Delta T = (e^{\beta q_0} - 1) / \alpha$ (8), где q_0 - количество тепла, которое выделилось бы за импульс при постоянной проводимости $\sigma = \sigma_0$. Значение q_0 для лития при синусоидальном импульсе тока и нагревах в диапазоне от 0° до $T_{пл}$ определяется из выражения (2) как $q_0 = 6 \cdot 10^{-9} H_0^2 (\delta/r_0)^2$ кал/см³ (9).

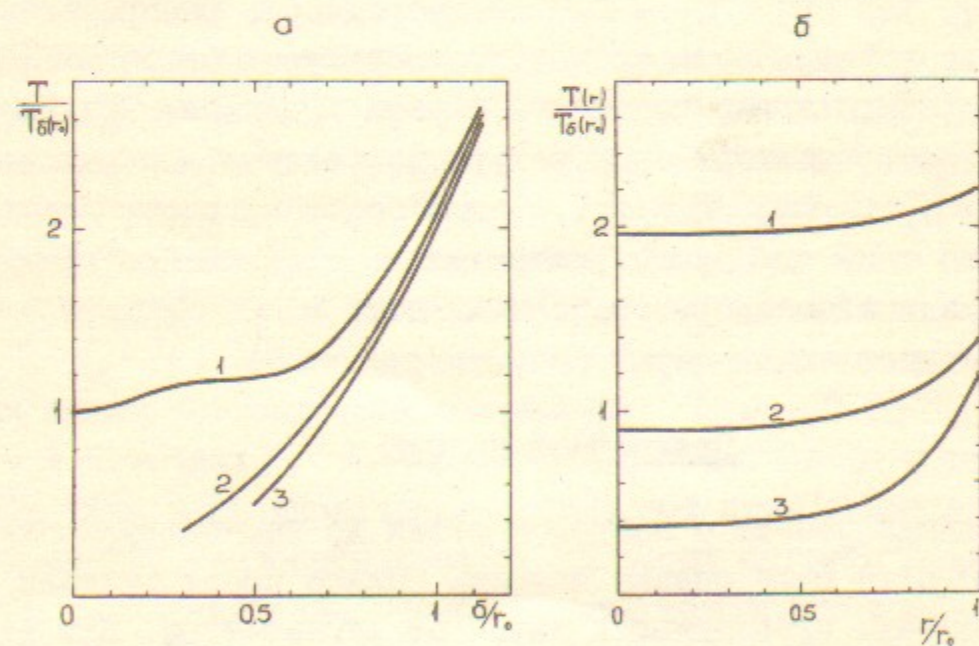


Рис. 2. а. - Зависимость от δ/r_0 температуры линзы в единицах температуры нагрева поверхности скин-слоя

1 - температура поверхности, 2 - средняя по сечению температура при неоднородном распределении тока, 3 - температура линзы в предположении однородной плотности тока;

б - распределение температуры по радиусу стержня при разных значениях отношения δ/r_0 :
1 - $\delta/r_0 = 1$; 2 - $\delta/r_0 = 0,7$; 3 - $\delta/r_0 = 0,5$.

Так при $\delta/r_0 = 0,7$ с учетом изменения проводимости импульсный нагрев оказывается равным $\Delta T = 180^\circ\text{C}$ при $H_0 = 150$ кЭ и поправка за счет температурной зависимости проводимости составляет 48° .

При повышении амплитуды поля выше значения, соответствующего нагреву до температуры $T_{пл}$, плавление лития происходит при введении в него энергии плавления, что сопровождается изменением удельного сопротивления от $\rho_1 = 1,4 \cdot 10^{-5}$ Ом.см до $\rho_2 = 2,4 \cdot 10^{-5}$ Ом.см и объемным расширением на величину $\Delta V/V = 1,5\%$.

При заданной форме импульса тока $j = j_0 f(t)$, пользуясь выражением (6) и вычисляя q как $q = \rho j_0^2 \int_{t_1}^{t_2} f^2(t) dt$ на каждом участке нагрева можно построить зависимость температуры нагрева в нелинейном режиме как функцию магнитного поля $T = T(H)$ (рис. 3). Для определения моментов начала t_1 и конца t_2 плавления нужно решить систему уравнений

$$\begin{aligned} q_0 &= \rho_0 j_0^2 \int_0^{t_1} f^2(t) dt \\ q_{01} &= \rho_1 j_0^2 \int_{t_1}^{t_2} f^2(t) dt \\ q_{02} &= \rho_2 j_0^2 \int_{t_2}^t f^2(t) dt \end{aligned} \quad (10)$$

где ρ_0 , ρ_1 и ρ_2 - удельные сопротивления, соответственно, начальное, перед плавлением и в конце плавления, q_0 - величина, соответствующая по (6) количеству тепла, необходимого для нагрева до температуры плавления при $\beta = \beta_1$, q_{01} - соответствующая теплоте плавления $q_{пл} = 55$ кал/см³ при $\beta = \beta_2$ и q_{02} - после плавления при $\beta = \beta_3$. При заданной амплитуде тока момент

t_1 , соответствующий нагреву до плавления, определяется из первого уравнения, последнее же уравнение может быть записано в виде

$$q_{02} = \rho_2 j_0^2 \int_{t_2}^t f^2(t) dt - q_{01} \frac{\rho_2}{\rho_1} - q_0 \frac{\rho_2}{\rho_0} \quad (11)$$

и из условия $q_{02} = 0$ определяется амплитуда тока, соответствующая концу плавления. При работе с переходом через плавление, т.е. $q_{02} > 0$, температура ΔT , превышающая температуру плавления, определяется из (7) подстановкой в него α_2 , β_3 и q_{02} .

При работе с реальными линзами, запитываемыми импульсами тока, представляющими один полупериод колебательного разряда

конденсатора в LRC контуре, форма импульса тока имеет вид $I = I_0 e^{-\zeta t} \sin \omega t$, где $\omega(t)$ и $\zeta(t)$, строго говоря, являются переменными величинами, зависящими от температурного изменения сопротивления, т.е. от амплитуды тока, но поскольку линза представляет собой очень низкоомную и малоиндуктивную нагрузку, в реальных контурах, как правило, форма импульса тока в большой степени определяется паразитными параметрами контура и с интересующей нас точностью функцию $I(t)$ можно считать независимой от амплитуды тока.

На рис.3 приведены взятые из работы /6/ расчетные и экспериментальные зависимости температуры нагрева от величины магнитного поля, полученные для импульсов тока вида $I = I_0 e^{-\zeta t} \sin \omega t$ при $\zeta t = 0.25$. При такой форме импульса тока величина δ/r_0 выбирается так, чтобы четверть периода соответствующего ей синусоидального импульса соответствовала времени до максимума тока при наличии затухания.

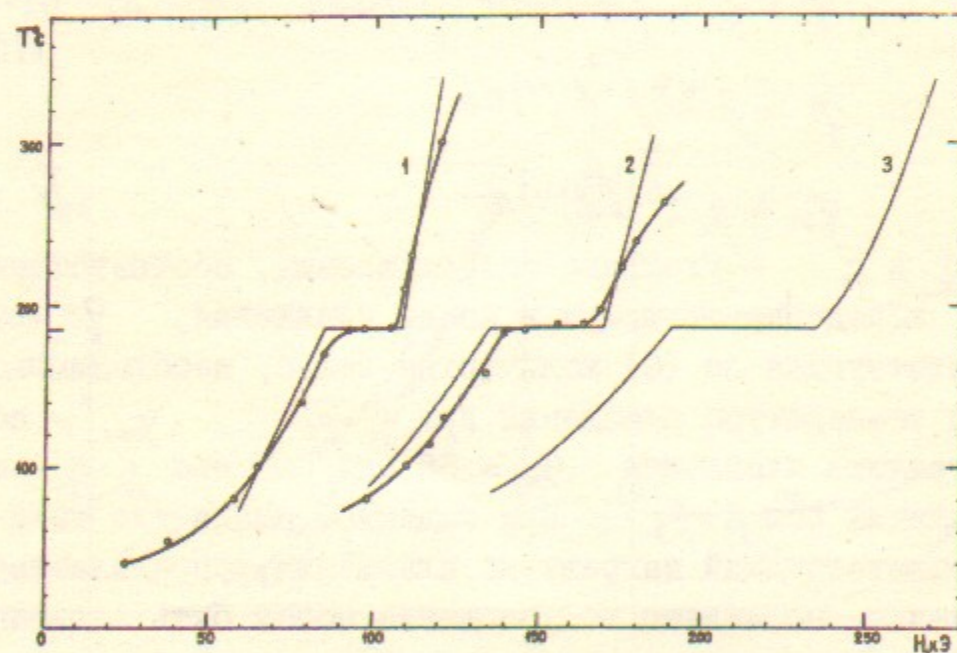


Рис.3. Зависимость температуры нагрева лития от амплитуды магнитного поля при значениях $\delta/r_0 = 1$ — кривая 1, $\delta/r_0 = 0,7$ — кривая 2 и $\delta/r_0 = 0,5$ — кривая 3. Тонкие линии — расчетные зависимости, \circ — экспериментальные точки

Охлаждение линзы

Отвод мощности, выделяемой в литии, осуществляется через внутреннюю стенку титанового цилиндра, наружная поверхность которой обтекается водой (рис.1). Цилиндр изготавливается из сплава титана BT-6, обладающего высоким удельным сопротивлением $\rho_{Ti} = 1,4 \cdot 10^{-4}$ Ом.см, так что на него отвечает малая доля тока $I_{Ti}/I_L = \rho_{Ti}/\rho_L \cdot (r_0^2/r_{Ti}^2 - 1)$ (r_0 — наружный радиус титанового цилиндра) и, соответственно, температура импульсного нагрева титана T_i существенно ниже, чем лития $\frac{T_i}{T_L} = \frac{\rho_{Li} c_{Li} \delta_{Li}}{\rho_{Ti} c_{Ti} \delta_{Ti}} \cong 0,08$.

Время охлаждения, определяемое в основном теплопроводностью титана, почти на порядок меньше теплопроводности лития ($\lambda_{Ti} = 0,0179$ кал/см.сек.град., $\lambda_{Li} = 0,17$ кал/см.сек.град), во много раз превышает время нагрева, которое в дальнейшем рассмотрении принимается равным нулю. Действительно, простейшая оценка минимального времени, за которое выделенное в линзе тепло

$\pi r_0^2 l q_0$ может быть отведено через титановую стенку толщиной

Δ даже в предположении, что перепад температуры на стенке сохраняется равным температуре импульсного нагрева T_0 , дает

$$\tau_{охл} \cong \frac{\pi r_0^2 l q_0}{2 \pi r_0} \cdot \frac{\Delta}{T_0 \lambda_{Ti}} \cong \frac{r_0}{2} \cdot \frac{\Delta (c \delta)_{Li}}{\lambda_{Ti}} \quad (12),$$

что, например, для линзы радиусом $r_0 = 1$ см с $\Delta = 0,15$ см составляет $\tau_{охл} = 2$ сек. С увеличением радиуса линзы r_0 для получения тех же механических напряжений в стенке цилиндра мы вынуждены пропорционально увеличивать и ее толщину Δ , так что время охлаждения будет расти пропорционально квадрату радиуса. Отвод тепла через торцы линзы, как будет показано ниже, имеет характерное время

$$\tau_z \cong \tau_{охл} \cdot \frac{l^2 \lambda_{Ti}}{4 r_0 \lambda_{Li}} \quad (13)$$

и при $l > 10$ см не дает существенного вклада в режим охлаждения.

Ниже мы рассмотрим два существенно отличающихся друг от друга режима работы — циклический режим, когда время между циклами нагрева порядка или более времени охлаждения и квазистационарный режим, когда интервалы между импульсами значительно меньше $\tau_{охл}$ и средняя температура лития существенно выше нагре-

ва за импульс. В последнем случае режим охлаждения линзы достаточно точно описывается решением стационарной задачи с постоянной выделяющейся мощностью, равной среднему значению ее в импульсном режиме $\bar{W} = \pi r_0^2 q_0 \nu = \pi r_0^2 W_0$ (ν - частота циклов) и средним тепловым потоком на поверхности титана $\bar{p} = \frac{W_0}{2\pi r_0}$.

Стационарный режим охлаждения

Распределение температуры как в литии, так и в титановой оболочке определяется уравнением теплопроводности

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a^2 \left(\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{W_0}{c\gamma} \quad (I4)$$

($a^2 = \frac{\lambda}{c\gamma}$) - которое в стационарном режиме при $\frac{\partial T}{\partial t} = 0$ примет вид

$$\lambda \left(\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} \right) + W_0 = 0 \quad (I5)$$

где $W_0(r)$ соответствующие значения удельной мощности энерговыделения. При однородном энерговыделении в каждой из рассматриваемых областей - литии и титане - общее решение уравнения имеет вид

$$T(r) = C + B \ln r - \frac{W_0 r^2}{4\lambda} \quad (I6)$$

где произвольные постоянные B и C определяются условиями ограниченности температуры в центре линзы, откуда $B_{Li} = 0$, равенства температуры и тепловых потоков $p = -\lambda \text{grad} T$ в литии и титане на границе между ними и условиями охлаждения внешней поверхности титановой оболочки. Условия охлаждения характеризуются коэффициентом теплоотдачи α , связывающим тепловой поток на поверхности титана p_1 с перепадом температуры между титаном и водой $\Delta T_{окл}$ как $\Delta T_{окл} = p_1 / \alpha$. Пренебрегая энерговыделением в титане, распределение температуры в линзе получаем равным

$$T(r) = T_g + \frac{W_0 r_0^2}{2\alpha r_0} + \frac{W_0 r_0^2}{2\lambda_{Ti}} \ln \frac{r}{r_0} + \frac{W_0 r_0^2}{4\lambda_{Li}} \left(1 - \frac{r^2}{r_0^2} \right) \quad (I7)$$

где T_g - температура охлаждающей воды, $W_0 = q_0 \nu$ - удельная мощность энерговыделения в литии. Второе и третье слагаемые в правой части (I7) определяют перепады температуры между водой и титаном $\Delta T_{окл}$ и на титановой оболочке ΔT_{Ti} , соответственно.

Четвертое слагаемое представляет распределение температуры в литии.

Проведем расчет теплового режима в предположении равномерно выделяемой мощности на примере линзы, описанной в работе [7] и имеющей следующие параметры: радиус литиевого цилиндра $r_0 = 0,25$ см, длина $l = 10$ см, толщина стенки титанового цилиндра $\Delta = r_i - r_0 = 0,07$ см, частота следования импульсов $\nu = 10$ Гц. Оценку нагрева линзы проведем для режима теплоотдачи с $\alpha = 4 \frac{\text{Вт}}{\text{см}^2 \text{гр}}$, который в рассматриваемой нами геометрии может осуществляться при турбулентном течении воды со скоростью $v \approx 10$ м/сек. Длительность импульса в этом режиме выбрана так, чтобы $\delta/r_0 = 0,68$ при сопротивлении лития, соответствующем его средней температуре 150°C .

Пользуясь выражением (I7) получим, что температура в центре линзы достигает температура плавления при амплитуде магнитного поля $H_0 = H_{пр} = 100$ кЭ и температуре охлаждающей воды $T_g = 13^\circ\text{C}$. В этом режиме перепад температуры на титановой стенке составляет $\Delta T_{Ti} = 1196^\circ\text{C}$, между стенкой и водой $\Delta T_{окл} = 28^\circ$ и разница температур в центре литиевого стержня и на его поверхности будет $25,6^\circ\text{C}$. При повышении амплитуды поля в центре линзы литий начнет плавиться, так что дальнейший расчет температуры в предположении ее линейной зависимости от выделяемой мощности оказывается не приемлемым.

Для получения распределения температуры и энерговыделения в линзе после начала плавления мы должны в общем случае рассмотреть три области внутри линзы, отличающиеся друг от друга агрегатным состоянием вещества и условиями теплообмена: область расплавленного лития в центральной части линзы $r \leq \tilde{r}_1$, ($0 \leq \tilde{r}_1 < r_0$) область вещества, находящегося в состоянии фазового перехода, т.е. достигшего температуры плавления, но не набравшего скрытой теплоты его, $\tilde{r}_1 \leq r \leq \tilde{r}_2$ и, наконец, область вещества, не достигшего температуры плавления во внешней части литиевого цилиндра $\tilde{r}_2 \leq r \leq r_0$. В действительности, однако, вторая из этих областей не может устойчиво существовать при наличии энерговыделения, так как отсутствие градиента температуры в ней означает отсутствие теплового потока, уносящего выделяющуюся энергию, что приводит к быстрому накоплению энергии для плавления лития, после чего теплообмен устанавливается во всем объеме линзы.

Таким образом, в установившемся режиме в линзе могут существовать только две области — расплавленный литий с температурой $T \geq T_{пл}$ в центральной части линзы и нерасплавленный с температурой $T \leq T_{пл}$ в наружной, соприкасающиеся друг с другом на радиусе $r = \tilde{r}$ при температуре $T(\tilde{r}) = T_{пл}$ и одинаковых значениях теплового потока $\rho_1(\tilde{r}) = \rho_2(\tilde{r})$, в то время как коэффициенты теплопроводности λ_1 и λ_2 и удельные сопротивления ρ_1 и ρ_2 в этих областях отличаются более, чем в $\frac{\lambda_1}{\lambda_2} \Big|_{T=T_{пл}} = 1,67$ и $\frac{\rho_1}{\rho_2} \Big|_{T=T_{пл}} = 1,64$ раза.

Различие удельных сопротивлений ρ_1 и ρ_2 приводит к перераспределению тока по сечению линзы, так что плотности его $j_1(r \leq \tilde{r})$ и $j_2(r \geq \tilde{r})$, а значит и удельные мощности энерговыделения $W_{o1} = j_1^2 \rho_1$ и $W_{o2} = j_2^2 \rho_2$, относятся как $j_1/j_2 = W_{o2}/W_{o1} = \rho_1/\rho_2 \geq 1,64$. При этом полный ток J относится к своему значению перед началом плавления J_0 как

$$\frac{J}{J_0} \approx \frac{j_2}{j_0} \left(1 - 0,41 \frac{\tilde{r}^2}{r_0^2}\right) = \sqrt{\frac{W_{o2}}{W_0}} \left(1 - 0,41 \frac{\tilde{r}^2}{r_0^2}\right) < 1 \quad (18)$$

где j_0 и W_0 — плотность тока и мощность энерговыделения перед началом плавления. В последнем выражении и далее мы пренебрегли некоторой неоднородностью значений ρ и λ внутри каждой из областей по сравнению с их скачком на границе.

Распределение температуры и положение границы раздела твердой и жидкой фаз в таком переходном состоянии определяются решениями (16) уравнения теплопроводности в стационарном состоянии с постоянными B, C и W_0 , имеющими свои значения в каждой из областей

$$\begin{aligned} T_1(r) &= B_1 \ln r - \frac{W_{o1} r^2}{4\lambda_1} + C_1 \\ T_2(r) &= B_2 \ln r - \frac{W_{o2} r^2}{4\lambda_2} + C_2 \\ T_3(r) &= B_3 \ln r - \frac{W_{o3} r^2}{4\lambda_3} + C_3 \end{aligned} \quad (19)$$

- $0 < r < \tilde{r}$ — жидкая фаза лития
 $\tilde{r} < r < r_0$ — твердая фаза лития
 $r_0 < r < r_1$ — стенка титанового цилиндра.

Условия ограниченности температуры в центре $T(0) = T_0$, равенства температур и тепловых потоков на границах при $r = \tilde{r}$ и $r = r_0$ и теллосъема на внешней границе $T(r) = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=r_1}$ позволяют определить константы и получить два уравнения для нахождения положения границы \tilde{r} и температуры в центре T_0 при $W_{o3} \approx 0$:

$$\tilde{r}^2 = (T_0 - T_{пл}) \frac{4\lambda_1}{W_{o1}} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} (T_0 - T_{пл}) \left\{ \frac{W_{o2}}{W_{o1}} \frac{\lambda_1}{\lambda_2} + \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \left(\frac{W_{o2}}{W_{o1}} - 1 \right) \ln \frac{r_1^2}{r_0^2} + \frac{2\lambda_1}{\alpha r_1} \left(\frac{W_{o2}}{W_{o1}} - 1 \right) \right\} + T_{пл} + \\ + \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \left(\frac{W_{o2}}{W_{o1}} - 1 \right) \ln \frac{r_0^2 W_{o1}}{4\lambda_1 (T_0 - T_{пл})} = \frac{W_{o2} r_0^2}{4\lambda_2} + \frac{W_{o2} r_0^2}{2\lambda_3} \ln \frac{r_1}{r_0} + \frac{W_{o2} r_0^2}{2\alpha r_1} \end{aligned}$$

Подставляя в (20) приведенные выше значения отношений теплопроводности и энерговыделений в различных зонах для заданной геометрии и выбранного α получим менее громоздкие выражения

$$\tilde{r}^2 = 2,19 \frac{T_0 - T_{пл}}{W_{o2}} \quad (21)$$

$$3,63(T_0 - T_{пл}) - 0,383 \ln(T_0 - T_{пл}) = 0,174 W_{o2} - 0,383 \ln W_{o2} - 178,5$$

Результаты решения этих уравнений для конкретных параметров линзы, приведенных выше, представлены на рис. 4 в виде зависимостей положения границы \tilde{r} , температуры в центре $T_0 - T_{пл}$ и полного тока через линзу J/J_0 от плотности энерговыделения в нерасплавленной части лития W_{o2} , пропорциональной квадрату падения напряжения на линзе. Температура плавления в центре линзы, соответствующая критическому полю $H_{пл} = 100$ кЭ, достигается при $W_{o2} = W_0 = 1033$ Вт/см³, после чего область плавления начинает расширяться и ее граница \tilde{r} достигает наружного радиуса при $W_{o2}^* = 1944$ Вт/см³. При этом температура в центре оказывается равной $T_0 = T_{пл} + \frac{W_{o1}^* r_0^2}{4\lambda_1} = T_{пл} + 43,6^\circ$, плотность энерговыделения $W_{o1}^* = \frac{W_{o2}^*}{1,64} = 1185,4$ Вт/см³ $> W_0$, а полный ток через линзу уменьшается согласно (14) до $J^* = 0,809 J_0$. Уменьшение тока несмотря на увеличение падения напряжения объясняется более существенным ростом полного сопротивления линзы. Исходному значению тока J_0 , соответствующему полю $H = 100$ кЭ будет соответствовать теперь большее энерговыделение $q_0^* = q_{o1}^* \cdot J_0/J^* =$

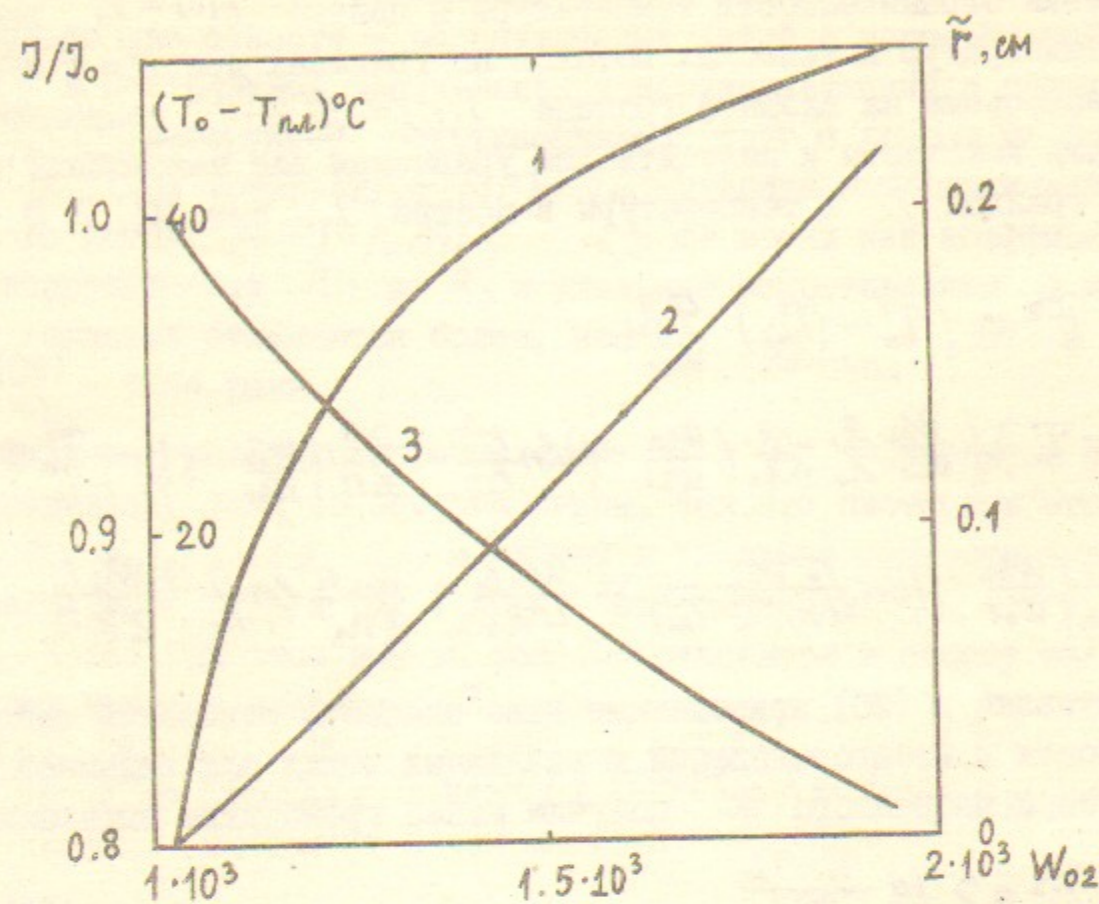


Рис. 4. Зависимость положения границы раздела жидкой и твердой фаз (1), температуры в центре линзы (2) и полного тока (3) от удельной мощности, выделяемой в нерасплавленной части лития

= $1811,2 \text{ Вт/см}^3$, что вместе с уменьшением коэффициента теплопроводности $\lambda_1 = \lambda_2/1,66$ приведет к увеличению температуры в центре линзы до величины $T_0 = 315,6^\circ$. При этом перепад температуры на титане увеличится до $\Delta T_{\text{т}} = 187,3^\circ$ и перепад титан-вода $\Delta T_{\text{врд}} = 88,4^\circ$, превышение температуры в центре относительно границы с титаном составит $\Delta T_{\text{Л}} = 39,9^\circ$.

Предположение о строго стационарном режиме нагрева является некоторым допущением, позволяющим произвести приведенную выше количественную оценку эффектов, связанных с плавлением. В реальной линзе при частоте циклов ~ 10 Гц температура колеблется в диапазоне от T_{max} до T_{min} , где, как будет показано ниже, $T_{\text{max}}/T_{\text{min}} = 1,3$, в то время как средняя температура существенно превышает температуру импульсного нагрева $\bar{T} \cong 3,5(T_{\text{max}} - T_{\text{min}})$.

Импульсный режим ввода энергии в линзу затрудняет рассмотрение переходного процесса с частичным плавлением лития, хотя

качественно картина остается подобной стационарному случаю: если после подъема поля до величины $H_{\text{кр}}$, когда $T_{\text{max}} = T_{\text{пл}}$, при дальнейшем увеличении энерговыделения за один импульс не вносится энергия, превышающая теплоту плавления, то в центре линзы образуется область с однородной температурой, равной температуре плавления, теплоотвод из которой будет затруднен из-за отсутствия градиента температуры; с каждым последующим импульсом тепло-содержание в этой области будет увеличиваться, пока не достигнет теплоты плавления; граница установившейся расплавленной зоны будет определяться величиной вводимых порций энергии и условиями теплоотвода из нее. Достижение поля выше $H_{\text{кр}}$ возможно только после плавления лития по всему сечению, что сопровождается существенным увеличением энерговыделения и температуры в центре линзы.

Следует заметить, что при переходе через критическое поле существует довольно широкий диапазон параметров, при которых литий оказывается расплавленным только частично, и в линзе имеется две области с различными плотностями тока и разными градиентами, что приводит к нелинейности фокусировки.

Проведенное рассмотрение показывает, что работа в режимах достаточно большой частоты следования импульсов с переходом через плавление чрезвычайно не выгодна, поскольку переход через критическую величину поля, соответствующую началу плавления, сопровождается резким увеличением установившегося значения температуры линзы, в рассмотренном примере почти на 140° .

Охлаждение при циклическом режиме работы

Для расчета охлаждения линзы в нестационарном режиме через водоохлаждаемую титановую оболочку проведем сначала оценку времени охлаждения лития через торцы цилиндра. Решение уравнения теплопроводности $\frac{\partial T}{\partial t} = a^2 \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}$, для цилиндра длиной $2z_0$ с нулевой температурой на торцах имеет вид

$$T(z) = \sum_{m=1}^{\infty} A_m \cos(2m-1) \frac{\pi z}{2z_0} e^{-t/\tau_m} \quad (22)$$

что для временной зависимости членов ряда дает выражение

$\tau_m = \frac{4z_0^2}{\pi^2 a^2 (2m-1)^2}$. Характерное время охлаждения цилиндра через торцы определится в основном первым членом $\tau_1 = \frac{4z_0^2}{\pi^2 a^2}$, что для рассматриваемых нами линз с длиной $\ell = 2z_0 \gg 10$ см составля-

от время $\tau \gg 25$ сек, существенно больше интервала между импульсами и, как показано ниже, характерного времени охлаждения через титановую оболочку. Таким образом, для центральной части линзы расчет изменения ее температуры в циклическом режиме может быть произведен достаточно точно без учета теплоотвода на торцы. Он сводится к решению нестационарной задачи охлаждения цилиндра с оболочкой из разнородных металлов, равномерно нагретых в начальный момент до температуры T_0 и T_1 с условием охлаждения на внешней поверхности оболочки, задаваемым постоянным значением коэффициента теплоотдачи α . Распределение температуры $T(r, t)$ является решением уравнения теплопроводности

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a^2 \left(\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} - \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} \right) \text{ с начальным условием}$$

$$T(r, 0) = \begin{cases} T_0 & r \leq r_0 \\ T_1 & r_0 \leq r \leq r_1 \end{cases} \quad (23)$$

и граничным условием

$$T(r_1, t) = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=r_1} \quad (24)$$

Решение ищется в виде

$$T(r, t) = \sum_{j=1}^{\infty} A_j Z_0(\mu_j r) e^{-a^2 \mu_j^2 t} \quad (25)$$

Радиальное распределение температуры определяется функциями Бесселя

$$Z_p(\mu_j r) = \begin{cases} J_p(\mu_j r) & r \leq r_0 \\ \alpha_j J_p(\nu_j r) + \beta_j N_p(\nu_j r) = \tilde{Z}_p(\nu_j r) & r_0 \leq r \leq r_1 \end{cases} \quad (26)$$

Константы α_j и β_j определяются из граничного условия равенства температуры и теплового потока $\rho = -\lambda \text{grad} T$ на границе при $r=r_0$

$$J_0(\mu_j r_0) = \alpha_j J_0(\nu_j r_0) + \beta_j N_0(\nu_j r_0) \quad (27)$$

$$\lambda_1 \mu_j J_1(\mu_j r_0) = \lambda_2 \nu_j [\alpha_j J_1(\nu_j r_0) + \beta_j N_1(\nu_j r_0)]$$

$$\alpha_j = \frac{\pi r_0 \mu_j}{2} \left[\frac{\lambda_1}{\lambda_2} J_1(\mu_j r_0) N_0(\nu_j r_0) - \frac{a_1}{a_2} J_0(\mu_j r_0) N_1(\nu_j r_0) \right] \quad (28)$$

$$\beta_j = \frac{\pi r_0 \mu_j}{2} \left[\frac{a_1}{\lambda_2} J_0(\mu_j r_0) J_1(\nu_j r_0) - \frac{\lambda_1}{\lambda_2} J_1(\mu_j r_0) J_0(\nu_j r_0) \right]$$

Условие (24), имеющее вид $Z_0(\mu_j r_1) = \frac{1}{\alpha} \lambda_2 \nu_j \tilde{Z}_1(\nu_j r_1)$, приводит к уравнению для определения μ_j

$$\left[\frac{\lambda_1}{\lambda_2} J_1(\mu_j r_0) N_0(\nu_j r_0) - \frac{a_1}{a_2} J_0(\mu_j r_0) N_1(\nu_j r_0) \right] \left[J_0(\nu_j r_1) - \frac{\lambda_1 \nu_j}{\alpha} J_1(\nu_j r_1) \right] =$$

$$= \left[\frac{\lambda_1}{\lambda_2} J_1(\mu_j r_0) J_0(\nu_j r_0) - \frac{a_1}{a_2} J_0(\mu_j r_0) J_1(\nu_j r_0) \right] \left[N_0(\nu_j r_1) - \frac{\lambda_2 \nu_j}{\alpha} N_1(\nu_j r_1) \right] \quad (29)$$

Коэффициенты A_j находятся из начального условия

$$T(r, 0) = \sum_{j=1}^{\infty} A_j Z_0(\mu_j r) \quad (30)$$

Функции $Z_0(\mu_j r)$ ортогональны с весовой функцией

$$\zeta(r) = \begin{cases} r c_1 \chi_1 & r \leq r_0 \\ r c_2 \chi_2 & r_0 \leq r \leq r_1 \end{cases}, \text{ т.е. } \int_0^{r_1} Z_0(\mu_j r) Z_0(\mu_k r) \zeta(r) dr \neq 0$$

только при $j=k$. Умножая (30) на $Z_0(\mu_k r) \zeta(r)$ и интегрируя его по r получаем $A_j \int_0^{r_1} Z_0^2(\mu_j r) \zeta(r) dr = \int_0^{r_1} T(r, 0) Z_0(\mu_j r) \zeta(r) dr$, что при начальном условии (23) дает

$$A_j = 2 T_0 \frac{(1 - \frac{T_1}{T_0}) r_0 J_0(\mu_j r_0) + \frac{T_1}{T_0} r_1 \sqrt{\frac{\lambda_2 c_2 \chi_2}{\lambda_1 c_1 \chi_1}} \tilde{Z}_1(\nu_j r_1)}{\mu_j \left\{ r_0^2 [J_0^2(\mu_j r_0) (1 - \frac{c_2 \chi_2}{c_1 \chi_1}) + J_1^2(\mu_j r_0) (1 - \frac{\lambda_1}{\lambda_2})] + \frac{c_2 \chi_2}{c_1 \chi_1} r_1^2 \tilde{Z}_1^2(\nu_j r_1) (1 + \frac{\lambda_1^2 \nu_j^2}{\alpha^2}) \right\}} \quad (31)$$

При циклической работе линзы с интервалами τ температура лития и титана после очередного цикла определяется не только их импульсным нагревом T_0 и T_1 в данном цикле, но и температурой, которая осталась в них при остывании от всех предыдущих импульсов, так что перед остыванием в n -ом цикле начальное условие имеет вид ряда

$$T_n(r, n\tau) = \sum_{j=1}^{\infty} A_j Z_0(\mu_j r) + \sum_{j=1}^{\infty} A_j Z_0(\mu_j r) e^{-\mu_j^2 a^2 \tau} + \dots + \sum_{j=1}^{\infty} A_j Z_0(\mu_j r) e^{-\mu_j^2 a^2 n\tau} =$$

$$= \sum_{j=1}^{\infty} A_j Z_0(\mu_j r) (1 + e^{-\mu_j^2 a^2 \tau} + \dots + e^{-\mu_j^2 a^2 n\tau}) = \sum_{j=1}^{\infty} A_j Z_0(\mu_j r) \frac{1}{1 - e^{-\mu_j^2 a^2 \tau}}$$

Следовательно, установившееся температурное распределение при $n \rightarrow \infty$ будет иметь вид

$$T(r, t) = \sum_{j=1}^{\infty} A_j Z_0(\mu_j r) \frac{e^{-\mu_j^2 a^2 t}}{1 - e^{-\mu_j^2 a^2 \tau}} \quad (33)$$

Проанализируем результаты проведенного расчета на примере двух линз с различными параметрами: линза с радиусом $r_0 = 1$ см, толщиной стенки $\Delta = 0,15$ см и линзы с радиусом $r_0 = 0,25$ см, $\Delta = 0,07$ см, работающей с частотой 10 Гц, для которой выше был произведен расчет в предположении равномерно выделяемой мощности. Для первой линзы корни уравнения (29) имеют значения: $\mu_1 r_0 = 1,08$, $\mu_2 r_0 = 3,75$, $\mu_3 r_0 = 6,02$, $\mu_4 r_0 = 7,54$, $\mu_5 r_0 = 10,1$ и т.д., так что характерное время охлаждения лития $t_j = 1/\mu_j a^2$, определяемое в основном первым корнем, составляет $t_1 = 2,5$ сек, что хорошо совпадает с упрощенной оценкой, сделанной ранее по формуле (12). На рис. 5а приведены распределения температуры в единицах T_0 , определяемого выражением (2) с $r_0 = 1$ см в разные моменты времени при циклической работе с частотой 0,2 Гц ($\tau = 5$ сек). Видно, что к началу очередного цикла литий остывает до $T_{min} = 0,17$, так что максимальная температура в центре T_{max} в 1,17 раза превышает температуру импульсного нагрева T_0 . Температура на наружной поверхности титана $T(r)$ колеблется от $0,02 T_0$ до $0,14 T_0$, так что при $H_0 = 100$ кЭ ее максимальное значение на $8,4^\circ$ превышает температуру охлаждаемой воды и при $\alpha = 2$ Вт/см².гр. максимальный тепловой поток составляет $\bar{p} = 16,8$ Вт/см².

В геометрии второй линзы для принятого в расчете коэффициента теплоотдачи $\alpha = 2,5$ Вт/см².гр значения корней μ_j составляют: $\mu_1 r_0 = 0,67$; $\mu_2 r_0 = 2,52$; $\mu_3 r_0 = 3,9$; $\mu_4 r_0 = 5,59$; $\mu_5 r_0 = 7,08$ и $t_1 = 0,2$ сек. При многогерцовой работе литий не успевает остывать и его средняя температура существенно превышает температуру нагрева за импульс T_0 . В данном случае при $\nu = 10$ Гц температура в центре линзы колеблется от $3,07 T_0$ до $4,03 T_0$ (рис. 5б), а на наружной поверхности титана практически постоянна и составляет $T(r) \approx 0,85 T_0$. Тепловой поток $\bar{p} = \alpha T(r) = 2,12 T_0$.

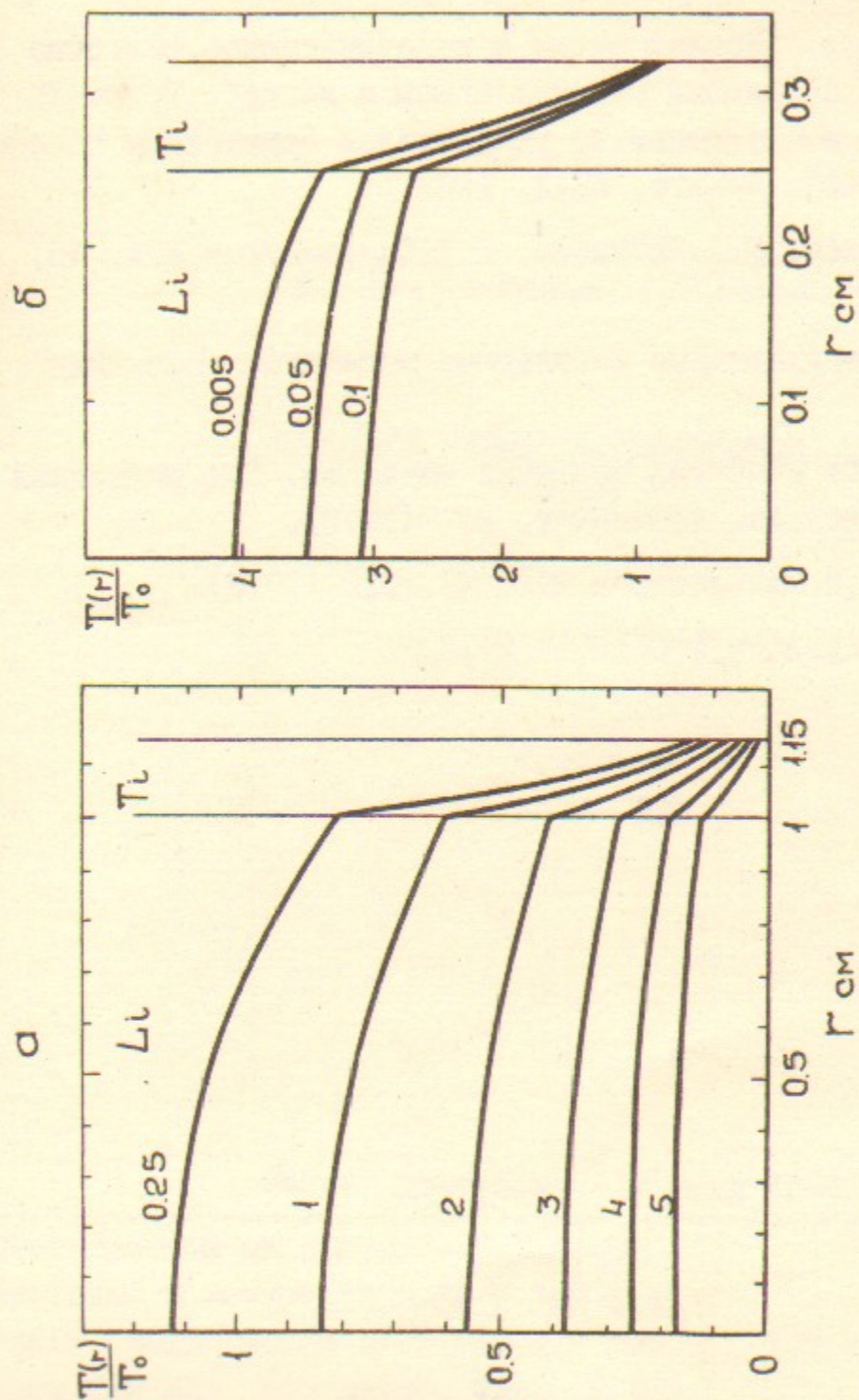


Рис. 5. Распределение температур в литии и титане в единицах температур импульсного нагрева в разные моменты времени (время в секундах указано у каждой кривой).

а - линза с радиусом $r_0 = 1$ см и толщиной стенки титанового цилиндра $\Delta = 0,15$ см; частота циклов - 0,2 Гц.

б - линза с радиусом $r_0 = 0,25$ см и $\Delta = 0,07$ см; частота циклов - 10 Гц.

Л и т е р а т у р а

1. Таблица физических величин. Справочник под редакцией академика И.К.Кикоина. Москва, Атомиздат, 1976 г.
2. Б.Ф.Баянов и др. "Исследование и конструктивное развитие литиевых линз с большим рабочим объемом лития". Труды XII Международной конференции по ускорителям заряженных частиц высоких энергий". Чикаго, ФНАЛ, 1983 г.
3. Т.А.Всеволожская, М.А.Любимова, Г.И.Сильвестров ЖТФ, 45, 2494 (1975).
4. Г.Кнопфель. Сверхсильные импульсные магнитные поля "Мир", М (1972).
5. Теплофизические свойства щелочных металлов. Под редакцией академика Кириллина. Атомиздат, М., (1970).
6. Б.Ф.Баянов, Г.И.Сильвестров ЖТФ, 48, 160 (1978).
7. Б.Ф.Баянов и др. *NIM*, 190(1981) 9-14.

Т.А.Всеволожская, Г.И.Сильвестров

ТЕПЛОВОЙ РЕЖИМ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ЛИТИЕВЫХ
ЛИНЗ

Препринт
№ 84-100

Работа поступила - 5 июля 1984 г.

Ответственный за выпуск - С.Г.Попов

Подписано к печати 17.7-84 г. МН 04453

Формат бумаги 60x90 1/16 Усл.1,5 печ.л., 1,2 учетно-изд.л.

Тираж 290 экз. Бесплатно. Заказ № 100.

Ротапринт ИЯФ СО АН СССР, г.Новосибирск, 90