ИЯФ

ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ СО АН СССР

А.А.Бельков, Э.А.Кураев, В.Н.Первушин

ПРОЦЕССЫ ОБРАЗОВАНИЯ ПСЕВДОСКАЛЯРНЫХ МЕЗОНОВ ПРИ e^+e^- СТОЛКНОВЕНИИ

ПРЕПРИНТ 84-82

НОВОСИБИРСК

ПРОЦЕССЫ ОБРАЗОВАНИЯ ПСЕВДОСКАЛЯРНЫХ МЕЗОНОВ ПРИ e^+e^- СТОЛКНОВЕНИИ

А.А.Бельков, Э.А.Кураев, В.Н.Первушин

А Н Н О Т А Ц И Я

Рассмотрены процессы образования систем $\pi^0\pi^0$, $K^0\bar{K}^0$, $\pi^+\pi^-\pi^0$, $\pi^0\pi^0\gamma$ в канале аннигиляции при e^+e^- столкновениях, а также $\pi^0\pi^0$, $\pi^+\pi^-\pi^0$ в канале рассеяния в области инвариантных масс до I-I,5 ГэВ. Вычисления проведены в однопетлевом приближении в киральной модели (КМ). В области инвариантных масс порядка $4\pi F_\pi \sim$ I.2 ГэВ, где несправедливо однопетлевое приближение, выражения для сечений получены на феноменологическом уровне. Измерение сечений указанных процессов было бы критичным для КМ. В рамках квантовой электродинамики с учетом формфактора пиона вычислено сечение процесса $e^+e^- \to \pi^+\pi^-\gamma$, а также асимметрия вылета пионов в симметричной постановке опыта.

В экспериментах на встречных пучках имеется возможность изучать образование и взаимодействие псевдоскалярных мезонов при умеренно-больших энергиях. В однофотонном канале аннигиляции традиционным является изучение формфакторов пионов и каонов, вклады в них векторных мезонов ρ, ω, φ, а также их возбуждений ρ', ω', φ'. Интерес представляет изучение резонансных структур в области энергий от I400 до 2000 МэВ. Прецезионное измерение сечения e^+e^- аннигиляции в адроны в области вблизи порога важно для насыщения разного рода правил сумм, связывающих характеристики частиц - массы,ширины, константы распада, аномальные моменты с интегралами от $R(s) = \sigma^{e^+e^-\to h}(s)/\sigma^{e^+e^-\to\mu^+\mu^-}(s)$. Электрообразование некоторой системы мезонов $S(\pi, K)$ в процессах $e^\pm e^- \to e^\pm e^- \; S(\pi, K)$ позволяет изучать зарядово-четные состояния системы мезонов. Результаты при этом могут быть сформулированы в терминах динамических поляризуемостей мезонов. Изучение образования систем $\pi\pi$, $\pi^+\pi^-\pi^0$, $\pi\pi\gamma$, KK вблизи порога в канале однофотонной аннигиляции, также как и в двухфотонном механизме для инвариантных масс образовавшейся системы вблизи порога позволило бы проверить предсказания алгебры токов, однозначно связывающие сечения соответствующих процессов. Наконец, в области инвариантных масс системы мезонов от порога до ближайшего резонанса предоставляется возможность проверить предсказания киральной модели (КМ) в однопетлевом приближении. Описание в рамках киральной модели в однопетлевом приближении, справедливо в области $2\varepsilon < 4\pi F_\pi \sim$ I.2 ГэВ в однофотонном канале образования и для инвариантных масс $\lesssim$ I.2 ГэВ в двухфотонном. Рассмотрению упомянутых выше процессов в рамках киральной модели и квантовой электродинамики с феноменологическим описанием резонансов и посвящена эта работа.

В п.I рассмотрены процессы образования систем $\pi^0\pi^0$, $K^0\bar{K}^0$, $\pi^+\pi^-$ в двухфотонном канале аннигиляции e^+e^- в области энергий до порога образования f -мезона $2E <$ I260 МэВ в однопетлевом приближении в КМ. При этом главный вклад, неподавленный фактором $(m_e/E)^2$, происходит от нуклонных промежуточных петель. Сечение процесса $e^+e^- \to \pi^0\pi^0$ в области вблизи порога составляет 10^{-34} см^2. Процесс образования $K_0\bar{K}_0$ может быть источником событий $K_L K_L$, $K_S K_S$, запрещенных в однофотонном канале.

В п.2 получено сечение процесса $e^+e^- \to \pi^+\pi^-\gamma$. В п.3 вычислена асимметрия $\eta(\theta,\Delta\theta) = (d\sigma(\theta) - d\sigma(\pi-\theta))/(d\sigma(\theta) + d\sigma(\pi-\theta))$ образования $\pi^+\pi^-$, происходящая от интерференции амплитуд аннигиляции через один и два фотона в постановке $\Delta\theta, \Delta\psi$.

В пп. 4, 5 получены сечения процессов $e^+e^- \to \pi^+\pi^-\pi^0$, $e^+e^- \to \pi^0\pi^0\gamma$, идущих тоже через промежуточное нуклонное состояние. В первом из этих процессов, имеющем в области энергий вблизи порога сечение $\sim 10^{-34}$ см^2, существенна аномалия, аналогичная таковой, ответственной за распад $\pi^0 \to \gamma\gamma$ и связанная с ней в силу низкоэнергетических теорем.

В пп. 6, 7 рассмотрен механизм электророждения систем 2π, 3π. В первом может быть измерена динамическая поляризуемость π^0, при этом существенным оказывается механизм с промежуточной пионной петлей. Во втором может быть проверено предсказание, следующее из лагранжиана Весса-Зумино.

Параллельно проводится феноменологическое описание с использованием промежуточных резонансных состояний. При этом оказывается, что в области энергий вне резонансов вклад однопетлевого приближения в КМ значительно превышает вклад от промежуточных резонансных состояний. Вклад высших приближений КМ, происходящий от учета двух и более π, N-петель подавлен в рассматриваемой области энергий дополнительным фактором $(2\varepsilon/4\pi F_\pi)^2$. Это определяет точность представленного расчета. В частности результаты неприменимы в области $2E \sim 4\pi F_\pi \approx 1.2$ ГэВ, где получены формулы на феноменологическом уровне.

Лагранжиан системы πN-полей в нарушенной киральной $SU(2)\times SU(2)$-симметрии имеет вид [I]

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_N + \mathcal{L}_\pi + \mathcal{L}_{N\pi} + \mathcal{L}_{\pi\pi}, \tag{I}$$

где лагранжианы свободных нуклонных $\psi_N = \begin{pmatrix}\psi_p\\ \psi_n\end{pmatrix}$ и пионных полей:

$$\mathcal{L}_N = (-i/2)(\bar{\psi}_N \hat{\partial} \psi_N - (\partial_\mu \bar{\psi}_N)\gamma^\mu \psi_N) - m_N \bar{\psi}_N \psi_N,$$
$$\mathcal{L}_\pi = (1/2)(\partial_\mu \vec{\pi}\, \partial^\mu \vec{\pi} - m_\pi^2 \vec{\pi}^2); \tag{2}$$

для вычисления в однопетлевом приближении достаточно низших порядков разложения $\mathcal{L}_{\pi N}$, $\mathcal{L}_{\pi\pi}$ по константе $1/4\pi F_\pi$ (F_π = = 94 МэВ — константа распада $\pi \to \mu\nu$):

$$\mathcal{L}_{\pi N} = i g_A (m_N/F_\pi) \bar{\psi}_N \gamma^5 \vec{\tau}\vec{\pi} \psi_N + (m_N/2F_\pi^2) \bar{\psi}_N \psi_N \cdot \vec{\pi}^2;$$
$$\mathcal{L}_{\pi\pi} = (-1/4F_\pi^2)[\vec{\pi}^2 (\partial_\mu \vec{\pi})^2 - b\, m_\pi^2 (\vec{\pi}^2)^2], \tag{3}$$

где $g_A = 1.25$ — отношение констант связи аксиального и векторного токов, b — параметр нарушения киральной симметрии.

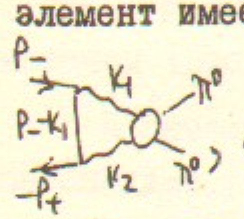
Электромагнитное взаимодействие вводится следующим образом:

$$\partial_\mu \psi_p \to \partial_\mu \psi_p + ieA_\mu \psi_p;\ \partial_\mu \pi^\pm = \partial_\mu \pi^\pm + ieA_\mu \pi^\pm,\ \pi^\pm = (\pi_1 \mp \pi_2)/\sqrt{2},$$

в результате в лагранжиане появляются члены, описывающие взаимодействие с электромагнитным полем

$$\mathcal{L}_{pA} = eA_\mu \bar{\psi}_p \gamma^\mu \psi_p,$$
$$\mathcal{L}_{\pi A} = ieA_\mu(\pi_2 \partial^\mu \pi_1 - \pi_1 \partial^\mu \pi_2) + \frac{1}{2} e^2 A_\mu A^\mu (\pi_1^2 + \pi_2^2) - (\vec{\pi}^2/4F_\pi^2)[2ie \cdot A_\mu(\pi_2 \partial^\mu \pi_1 - \pi_1 \partial^\mu \pi_2) + e^2 A_\mu A^\mu (\pi_1^2 + \pi_2^2)]. \tag{4}$$

I. Рассмотрим процесс $e^+e^- \to \pi^0\pi^0$ в области энергий до массы ρ-мезона ($2\varepsilon <$ 1.27 ГэВ) (см. рис.I). Матричный элемент имеет вид



$$M^{e^+e^- \to \pi^0\pi^0} = \frac{ie^2}{(2\pi)^4} \int \frac{d^4k_1\, d^4k_2\, \delta^4(k_1+k_2-q)}{k_1^2 k_2^2 ((P_- - k_1)^2 - m_e^2)} \bar{V}(P_+)\gamma_\mu (\hat{P}_- - \hat{k}_1)\gamma_\nu U(P_-) T_{\mu\nu}$$

где $T_{\mu\nu}$ есть амплитуда превращения двух виртуальных фотонов с 4 импульсами k_1, k_2 в пару мезонов с импульсами q_1, q_2. При вычислении $T_{\mu\nu}$ надо принимать во внимание только нуклонную промежуточную петлю, поскольку вклад пионной содержит импульсы пионов q_1, q_2 только в комбинации ($q_1 + q_2$) (s-волна) и, поэтому пропорционален малому множителю $(m_e/E)^2$.

В области $s=(p_+ + p_-)^2=(q_1+q_2)^2 \sim M_N^2$, $s \gg m_\pi^2$ матричный элемент содержит "большой" множитель $L \simeq \ln(M_N^2/m_e^2) \sim 15$, происходящий от области квазиреальности виртуального электрона на диаграмме рис.I: $m_e^2 \ll |(p_- - k_1)^2| \lesssim M_N^2$. Вычисляя интегралы по 4 импульсам нуклонной петли [2], удерживая только члены, не исчезающие в пределе $m_e \to 0$ и содержащие L, получаем для матричного элемента выражение:

$$M_{KM}^{e^+e^-\to\pi^+\pi^-}=M^{e^+e^-\to\pi^0\pi^0}=8i\left(\frac{\alpha g_A}{4\pi F_\pi}\right)^2\bar{V}(-p_+)\hat{q}_1 u(p_-)\cdot L\cdot A(s,t,u), \tag{5}$$

где

$$A(s,t,u)=\frac{s(u-t)}{2ut}I_s+\frac{s^2}{2tu}\left(1-\frac{u^2}{2m_N^2 t}\right)I_t-\frac{s^2}{2tu}\left(1-\frac{t^2}{2um_N^2}\right)I_u+$$

$$+\frac{s^3(u-t)}{2u^2t^2}a_s+\frac{ts}{2u^2}a_t-\frac{us}{2t^2}a_u+\frac{s(t-u)}{tu}\alpha_s-\frac{t}{u}\alpha_t+\frac{u}{t}\alpha_u,$$

$$\alpha_s=-\frac{M_N^2}{s}\int_0^1 dx\ln\left(1-i\varepsilon-\frac{s}{m_N^2}x(1-x)\right),\quad a_s=-\frac{M_N^2}{s}\int_0^1\frac{dx}{x}\ln\left(1-i\varepsilon-\frac{s}{m_N^2}x(1-x)\right),$$

$$I_s=\int_0^1\frac{dx}{\frac{s}{m_N^2}+\frac{tu}{m_N^4}x(1-x)}\left[\ln\left(1-i\varepsilon-\frac{t}{m_N^2}x(1-x)\right)+\ln\left(1-i\varepsilon-\frac{u}{m_N^2}x(1-x)\right)\right], \tag{6}$$

$$s=(q_1+q_2)^2,\qquad p_+ + p_- = q_1+q_2,$$

$$t=(p_- - q_1)^2=-2\varepsilon^2(1-\cos\theta),$$

$$u=(p_- - q_2)^2=-2\varepsilon^2(1+\cos\theta).$$

В нерелятивистском пределе $\varepsilon \ll m_N$ имеем:

$$A \simeq \frac{t-u}{60m_N^2}=\frac{\varepsilon^2}{15m_N^2}\cos\theta \tag{7}$$

Сечение процессов $e^+e^- \to \pi^0\pi^0$:

$$\frac{d\sigma^{e^+e^-\to\pi_0^1\pi_0^2}}{dO_1}=\frac{1}{2!}\frac{\beta_\pi}{8\pi^2\varepsilon^2}\left(\frac{\varepsilon\alpha g_A}{2\pi F_\pi}\right)^4 L^2\sin^2\theta\cdot|A|^2,\quad \beta_\pi=\left(1-\frac{m_\pi^2}{\varepsilon^2}\right)^{1/2}, \tag{8}$$

множитель $1/2!$ учитывает тождественность π_0 мезонов. Выражение (8) справедливо в области $(\varepsilon/2\pi F_\pi)^2<1$, ε - энергия частицы в пучке. Сечение (8) квадратично растет с энергией и для $2\varepsilon \sim m_N$ составляет 10^{-34} см^2.

Пользуясь (8) можно получить грубую оценку сечения процессов $e^+e^- \to K_S K_S$, $e^+e^- \to K_L K_L$: для этого надо (8) умножить на фактор $(1/4)\beta_K/\beta_\pi \simeq (1/4)(1-m_K^2/\varepsilon^2)^{1/2}$.

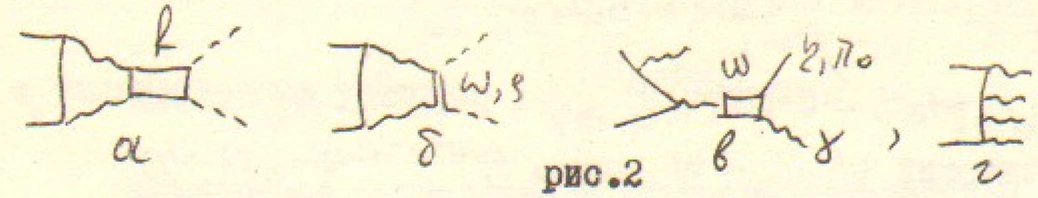


рис.2

Известно, что последовательное применение КМ в области $2\varepsilon \gtrsim 4\pi F_\pi$, учитывающее приближение с любым числом петель, воспроизводит резонансный характер взаимодействия мезонов. Учет однопетлевого обмена в области резонансов является двойным счетом и, поэтому, некорректен. Для этой области можно воспользоваться феноменологическим описанием. Вклад промежуточного состояния f -мезона [3] (рис.2а).

$$\frac{d\sigma^{(f)}}{dO}=\frac{25}{2!}\left(\frac{2\varepsilon}{m_f}\right)^6\frac{\Gamma^2 B_{e^+e^-}B_{\pi^0\pi^0}}{(m_f^2-4\varepsilon^2)^2+m_f^2\Gamma^2}\sin^2(2\theta),\quad \theta=\widehat{\vec{p}_-\vec{q}_1}. \tag{9}$$

Сечения (8) и (9) становятся сравнимы в области $2\varepsilon \sim$ I ГэВ. (m_f = I270 ; Γ = I50). Вкладом от обмена ω и ρ мезоном (рис.2б) в этой области энергий можно пренебречь.

В качестве фоновых процессов с 4γ в конечном состоянии необходимо учесть процессы, идущие по схеме рис.2в и 2г. Сечение процесса $e^+e^- \to 4\gamma$, рассчитываемое в рамках квантовой электродинамики [4] (рис.2г) $\sigma^{e^+e^-\to4\gamma} \simeq (\alpha^4/48\pi s)L^5$ велико: в области энергий $s \sim m_N^2$ достигает величины $3\cdot10^{-33}$ см^2, однако кинематическая область главного вклада в сечение отвечает малым $\sim m_e/\varepsilon$ углам эмиссии фотонов к оси пучков.

В области же углов эмиссии ~ 1, куда дает вклад процесс $e^+e^- \to 2\pi^0$ сечение процесса $e^+e^- \to 4\gamma$ пренебрежимо мало $\sigma^{e^+e^-\to 4\gamma} \sim 10^{-36}$ см^2. Образование 4-х фотонов по схеме рис.2в: $e^+e^- \to \eta(\pi^0)\gamma\gamma \to 4\gamma$ отвечает "механизму возвращения на резонанс" [5]. При этом один из фотонов летит в узком конусе $\sim m_e/\varepsilon$ вдоль оси пучков и имеет энергию $\omega \sim 2\varepsilon - M_\omega$, сумма энергий остальных трех фотонов равна энергии покоя ω - мезона. Сечение процесса имеет вид

$$\sigma(W=2\varepsilon) = \frac{2\alpha}{\pi}\left(\ln\frac{W^2}{m_e^2}-1\right)\left(\frac{1}{W-m_\omega}-\frac{2m_\omega}{W^2}\right)\int d\omega\,\sigma_{res}(\omega), \quad (10)$$

где $\int d\omega\,\sigma_{res}(\omega) \simeq \frac{6\pi^2}{m_\omega^2} B_{e^+e^-} B_{\omega\to\eta\gamma}\Gamma_\omega$.

Пользуясь $B_{\omega\to e^+e^-} = 8\cdot 10^{-5}$, $B_{\omega\to\pi^0\gamma} = 9\cdot 10^{-2}$, $m_\omega = 783$, для области энергий $W-m_\omega \sim W$ имеем $\sigma^{e^+e^-\to\omega\gamma\to\eta\gamma\gamma\to 4\gamma} = 8\cdot 10^{-34}$ см^2.

2. Вычислим сечение процесса тормозного излучения при аннигиляции e^+e^- в $\pi^+\pi^-$. Рассмотрение проведем сначала для случая точечных пионов в рамках квантовой электродинамики. Матричный элемент имеет вид (см. рис.3) $e^+(p_+)+e^-(p_-)\to\pi^+(q_+)+\pi^-(q_-)+\gamma(k)$

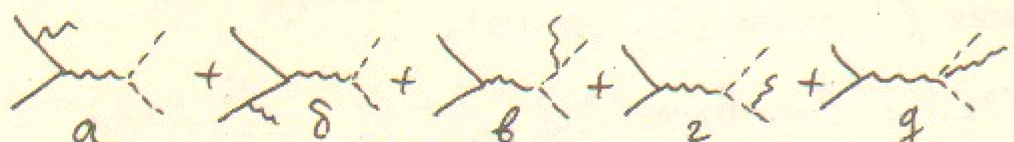


рис.3

$$M^{e^+e^-\to\pi^+\pi^-\gamma} = \frac{1}{s_1}\bar v(-p_+)\left[\gamma_\mu\frac{\hat p_- - \hat k + m_e}{-2p_-k}\hat e + \hat e\frac{-\hat p_+ + \hat k + m_e}{-2p_+k}\gamma_\mu\right]u(p_-)(q_- - q_+)_\mu +$$

$$+\frac{1}{s}\bar v(-p_+)\gamma_\mu u(p_-)\left[(q_+ + k - q_-)_\mu\frac{(eq_-)}{(kq_-)} + (q_- - q_+ - k)_\mu\frac{(-eq_+)}{(kq_+)} - 2g_{\mu\nu}e_\nu\right] = M_e + M_\pi.$$

Расчет удобно проводить, пользуясь техникой спиральных амплитуд [6]. Вектор поляризации фотона в случае, если он излучается электроном или позитроном (рис.3а,б)

$$(e_\lambda^{(e)})_\mu = \frac{N_1}{\sqrt2}\left[p_+k\cdot p_{-\mu} - p_-k\cdot p_{+\mu} + i\lambda\varepsilon_{\mu\alpha\beta\gamma}p_+^\alpha p_-^\beta k^\gamma\right], \quad \lambda = \pm 1$$

и в случае, когда он излучается мезонами

$$(e_\lambda^{(\pi)})_\mu = \frac{N_2}{\sqrt2}\left[q_+k\cdot q_{-\mu} - q_-k\cdot q_{+\mu} + i\lambda\varepsilon_{\mu\alpha\beta\gamma}q_+^\alpha q_-^\beta k^\gamma\right], \quad \lambda = \pm 1,$$

где

$$N_1 = [2p_+p_-\cdot p_+k\cdot p_-k]^{-1/2}, \quad N_2 = [2q_+q_-\cdot q_+k\cdot q_-k]^{-1/2}.$$

Вектора $e_\lambda^{(e)}$ и $e_\lambda^{(\pi)}$ связаны

$$e_\lambda^{(\pi)} = e_\lambda^{(e)} e^{i\phi_\lambda}, \quad e^{i\phi_\lambda} = N_1N_2\left[(\chi_+p_- - \chi_-p_+)(\chi'_+q_- - \chi'_-q_+) + i\lambda k(p_++p_-)\varepsilon_{\alpha\beta\gamma\delta}p_+^\alpha p_-^\beta q_-^\gamma k^\delta\right], \quad \chi_\pm = kp_\pm,\ \chi'_\pm = kq_\pm,$$

и удовлетворяют условию $e_{\lambda'}^{(e)}(e_\lambda^{(e)})^* = -\delta_{\lambda\lambda'}$.

Стандартное вычисление в ультрарелятивистском пределе для случая, когда угол излучения фотона к любой заряженной частице в с.ц.и. велик по сравнению с m_e/ε, m_π/ε, приводит к выражению для сечения

$$d\sigma^{e^+e^-\to\pi^+\pi^-\gamma} = \frac{\alpha^3}{32\pi^2 s}\cdot\frac{4(tu+t_1u_1)}{ss_1}\mathcal{W}\cdot d\Gamma, \quad (11)$$

где

$$s=(p_++p_-)^2,\ t=(p_--q_-)^2,\ u=(p_--q_+)^2,\ d\Gamma=\frac{d^3q_+d^3q_-d^3k}{\varepsilon_+\varepsilon_-\omega}\delta^{(4)}(p_++p_--q_+-q_--k),$$

$$s_1=(q_++q_-)^2,\ t_1=(p_+-q_+)^2,\ u_1=(p_+-q_-)^2, \quad (12)$$

и величина $\mathcal{W}$ совпадает с аналогичными множителями для процессов $e^+e^-\to\mu^+\mu^-\gamma$, $e^\pm e^-\to e^\pm e^-\gamma$:

$$\mathcal{W} = (4\chi'_+\chi_+\chi'_-\chi_-)^{-1}\left[u(st+s_1t_1)+u_1(s_1t+st_1)+2tt_1(s+s_1)+2ss_1(t+t_1)\right], \quad \chi_\pm = kp_\pm,\ \chi'_\pm = kq_\pm$$

и переходит в случае мягких фотонов в множитель совпадающего излучения. Сечение в форме (11) не учитывает структуры пионов. Вводя её феноменологическим образом в виде формфакторов и учитывая также кинематическую область когда фотон может лететь в узком конусе вдоль направления одной из заряженных частиц перепишем сечение в виде

$$d\sigma^{e^+e^-\to\pi^+\pi^-\gamma} = \frac{\alpha^3 d\Gamma}{32\pi^2 s}\Big\{|F_\pi(s)|^2\Big[\frac{tu+t_1u_1}{ss_1}\cdot\frac{4s_1}{\chi'_+\chi'_-}-\frac{8m_\pi^2}{s^2}\Big(\frac{tu_1}{\chi'^2_+}+\frac{t_1u}{\chi'^2_-}\Big)\Big]$$

$$+|F_\pi(s_1)|^2\Big[\frac{tu+t_1u_1}{ss_1}\cdot\frac{4s}{\chi_+\chi_-}-\frac{4m_e^2}{ss_1}(ut_1+u_1t)\Big(\frac{1}{\chi_+^2}+\frac{1}{\chi_-^2}\Big)\Big]+$$

$$+\frac{tu_1+t_1u}{ss_1}\cdot\frac{\mathrm{Re}\,F_\pi(s)F_\pi^*(s_1)}{\chi_+\chi_-\chi'_+\chi'_-}\big[ss_1(t+t_1-u-u_1)+(s+s_1)(tt_1-uu_1)\big]\Big\}. \qquad (13)$$

3. Вычислим асимметрию распределения π^--мезонов, образованных в процессе $e^+e^-\to\pi^+\pi^-(\gamma)$. Вклад виртуальных фотонов происходит от интерференции амплитуд I-го (рис.4а) и 2-го (рис.4б,в,г,д,е) борновских приближений. Вклад реальных – от интерференции амплитуд рис.3а,б и в,г,д.

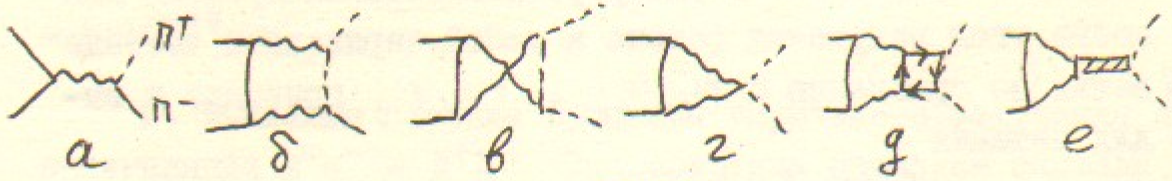


рис.4

Ограничимся сначала вычислением в рамках квантовой электродинамики, считая пионы точечными. По определению имеем

$$\eta(\theta)=\big(d\sigma(\theta)-d\sigma(\pi-\theta)\big)\big/\big(d\sigma(\theta)+d\sigma(\pi-\theta)\big),\ \theta=\widehat{\vec p_-\vec q_-}, \qquad (14)$$

где $d\sigma(\theta)$ – инклюзивное по μ_--мезону сечение. Для вклада виртуальных фотонов имеем:

$$\eta(\theta)=\frac{-2\alpha}{\pi\beta^2\sin^2\theta}\big[R(s,t)-R(s,u)\big],\ R(s,t)=\frac{1}{s}\int\frac{d^4k/i\pi^2}{(\Delta)(+)(-)(Q)}\cdot\frac{1}{4}\mathrm{Sp}(\hat P-\hat\Delta)$$

$$\hat Q(\hat P+\hat\Delta)(\hat k-\hat P-2\hat Q)(\hat k-\hat\Delta)(\hat k+\hat P-2\hat Q),$$

где

$$p_++p_-=q_++q_-,\ Q=\frac{1}{2}(q_+-q_-),\ \Delta=\frac{1}{2}(p_+-p_-),\ P=\frac{1}{2}(p_++p_-),$$

$$s=(p_++p_-)^2,\ t=(p_--q_-)^2=-\varepsilon^2(1+\beta^2-2\beta c),\ u=(p_--q_+)^2=-\varepsilon^2(1+\beta^2+2\beta c),$$

$$c=\cos\theta,\ \beta=(1-m_\pi^2/\varepsilon^2)^{1/2},\quad (\Delta)=(k^2-2k\Delta-P^2),\ (Q)=k^2-2kQ-P^2,$$

$$(+)=k^2-2kP+P^2-\lambda^2,\ (-)=k^2+2kP+P^2-\lambda^2.$$

вычисление с помощью [2] дает

$$R(s,t)-R(s,u)=\Big[-\frac{1}{\beta}\varphi_Q+\frac{1}{2}(1-\beta^2)\varphi_Q-\beta\varphi_\Delta+\beta\Big(\frac{1}{2}\ln^2\frac{s}{m_\pi^2}+\frac{1}{2}\ln^2\frac{s}{m_e^2}\Big)\Big]c+$$

$$+2\beta^2(1-c^2)\ln\Big(\frac{2\varepsilon}{\lambda}\Big)\ln\frac{1-\beta c}{1+\beta c}+\frac{1}{4}(1-\beta^2)\Big[\ln\frac{1+\beta c}{1-\beta c}\ln\frac{1-\beta^2c^2}{4}+2\Phi\Big(\frac{1+\beta^2+2\beta c}{2(1+\beta c)}\Big)$$

$$-2\Phi\Big(\frac{1+\beta^2-2\beta c}{2(1-\beta c)}\Big)\Big]-\frac{1}{2}(1+\beta c)\Big[\ln^2\Big(\frac{1+\beta c}{2}\Big)+2\Phi\Big(\frac{1+\beta^2+2\beta c}{2(1+\beta c)}\Big)\Big]+\frac{1}{2}(1-\beta c)\cdot$$

$$\cdot\Big[\ln^2\Big(\frac{1-\beta c}{2}\Big)+2\Phi\Big(\frac{1+\beta^2-2\beta c}{2(1-\beta c)}\Big)\Big],$$

$$\varphi_\Delta=\frac{\pi^2}{6}+\frac{1}{2}\ln^2\Big(\frac{s}{m_e^2}\Big),\ \varphi_Q=\ln\frac{1+\beta}{1-\beta}\ln\frac{s}{m_\pi^2}-\frac{1}{2}\ln^2\Big(\frac{1+\beta}{1-\beta}\Big)-\frac{\pi^2}{6}+ \qquad (15)$$

$$+2\Phi\Big(\frac{1-\beta}{2}\Big)-2\Phi\Big(\frac{1+\beta}{2}\Big)+2\Phi\Big(-\frac{1-\beta}{1+\beta}\Big),$$

$$\Phi(x)=\int_0^x(dy/y)\ln(1-y).$$

В пределе $s\gg m_\pi^2$ имеем

$$R(s,t)-R(s,u)\big|_{s\to\infty}=\Big\{4\ln\Big(\frac{2\varepsilon}{\lambda}\Big)\ln\mathrm{tg}\frac{\theta}{2}-\Big(\frac{\ln\sin\frac{\theta}{2}}{\cos\theta/2}\Big)^2+\Big(\frac{\ln\cos\frac{\theta}{2}}{\sin\frac{\theta}{2}}\Big)^2\Big\}\sin^2\theta,$$

что совпадает с результатом работы Брауна и Микаэляна [7].

Вклад в асимметрию от излучения мягких в с.ц.и. фотонов $\omega<\Delta\varepsilon\ll\varepsilon$ находится по аналогии с соответствующим расчетом для процесса $e^+e^-\to\mu^+\mu^-$ [8]:

$$d\sigma_{odd}^{e^+e^-\to\pi^+\pi^-\gamma}=d\sigma_0^{e^+e^-\to\pi^+\pi^-}\Big\{-2\ln\Big(\frac{2\Delta\varepsilon}{\lambda}\Big)\ln\frac{1+\beta c}{1-\beta c}-\frac{1}{2}\ln\frac{1+\beta c}{1-\beta c}\ln\frac{1-\beta^2c^2}{4}-$$

$$-\Phi\Big(\frac{\beta^2(1-c^2)}{1+\beta^2-2\beta c}\Big)+\Phi\Big(\frac{\beta^2(1-c^2)}{1+\beta^2+2\beta c}\Big)-\Phi\Big(\frac{1+\beta^2+2\beta c}{2(1+\beta c)}\Big)+\Phi\Big(\frac{1+\beta^2-2\beta c}{2(1-\beta c)}\Big)+$$

$$+\int_0^{1-\beta^2}\frac{dz}{z}f(z)\Big[\Big(1-z\frac{1+\beta^2-2\beta c}{(1+\beta c)^2}\Big)^{-1/2}-\Big(1-z\frac{1+\beta^2-2\beta c}{(1-\beta c)^2}\Big)^{-1/2}\Big]\Big\}, \qquad (16)$$

$$f(z)=\frac{1}{2}\left((1-z)^{-1/2}-1\right)\ln\frac{z}{4}-(1-z)^{-1/2}\ln\frac{1+(1-z)^{1/2}}{2}.$$

Вклад в асимметрию от излучения жестких фотонов зависит от постановки эксперимента. В квазиупругой постановке – когда двухчастичным считается событие с вылетом в с.ц.и. частиц в противоположных направлениях с углом расколлинеарности, не превышающим $\Delta\theta, \Delta\psi \ll 1$ [9].

$$\eta\big|_{hard}=\frac{2\alpha}{\pi}\Big\{2\ln\frac{1+\beta c}{1-\beta c}\left(\ln\frac{\Delta\theta+\Delta\psi}{2\sin\theta}+\ln\frac{\varepsilon}{\Delta\varepsilon}\right)+2\ln^2\sin\frac{\theta}{2}-2\ln^2\cos\frac{\theta}{2}+$$
$$+\Phi\left(\cos^2\frac{\theta}{2}\right)-\Phi\left(\sin^2\frac{\theta}{2}\right)+\int\frac{dO_k}{8\pi}\ln\frac{\sin^2\theta}{\sin^2\theta_k}\Big[\frac{1-\beta c}{(1+\beta c_k)(1+\beta_e z)}+$$
$$+\frac{1-\beta c}{(1-\beta c_k)(1-\beta_e z)}-\frac{1+\beta c}{(1+\beta c_k)(1-\beta_e z)}-\frac{1+\beta c}{(1-\beta c_k)(1-\beta_e z)}-(\beta,\beta_e\to 1)\Big]\Big\} \qquad (17)$$

где $c_k=\cos\theta_k$, $z=cc_k-\sin\theta\sin\theta_k\cos\varphi_k$, $\int dO_k=\int\limits_0^{2\pi}d\varphi_k\int\limits_0^{\pi}\sin\theta_k d\theta_k$.

В асимптотике $\underset{s\to\infty}{}$ имеем:

$$\eta^{QED}(\theta)=\frac{2\alpha}{\pi}\left[4\ln tg\frac{\theta}{2}\ln\left(\frac{\Delta\theta+\Delta\psi}{2\sin\theta}\right)+\left(4-\frac{1}{\cos^2\frac{\theta}{2}}\right)\ln^2\sin\frac{\theta}{2}-\left(4-\frac{1}{\sin^2\frac{\theta}{2}}\right)\ln^2\cos\frac{\theta}{2}\right]. \qquad (18)$$

Вклад в асимметрию от интерференции борновской амплитуды с амплитудой $e^+e^-\to\pi^+\pi^-$, учитывающей промежуточное нуклонное состояние (рис.4д) имеет вид:

$$\eta^{KM}(\theta)=\frac{2\alpha}{\pi}\cdot L\cdot\left(\frac{\varepsilon g_A}{2\pi F_\pi}\right)^2 A(s,t),\quad m_\pi<\varepsilon<2\pi F_\pi \qquad (19)$$

где выражение для A приведено выше (см. (6)).

Для сравнения приведем вклад в асимметрию от интерференции амплитуды, учитывающей переход через ρ -мезон с амплитудой, учитывающей промежуточное состояние с f -мезоном:

$$\eta^{f}(\theta)=\frac{20}{3}\cdot\frac{s}{m_f^2}\cdot\frac{m_\rho}{m_f}\cdot\cos\theta\cdot\beta_\pi^{-3/2}\left(\frac{2\Gamma^f_{e^+e^-}\cdot\Gamma^f_{\pi^+\pi^-}}{\Gamma^\rho_{e^+e^-}\cdot\Gamma^\rho_{\pi^+\pi^-}}\right)^{1/2}Re\left(i\frac{m_\rho^2-s-im_\rho\Gamma_\rho}{m_f^2-s-im_f\Gamma_f}\right) \qquad (20)$$

Приведем порядки величин вкладов в асимметрию для области энергий в районе f -мезона $\Delta\theta/\sin\theta\sim 1/10$, $\Delta\theta\sim\Delta\psi$, $\theta\sim 60^0$ (ср. [10])

$$|\eta^{QED}|\sim 2.5\%;\quad |\eta^{KM}|\sim 0.5\%;\quad |\eta^f|\sim 10\%.$$

4. В рамках киральной модели можно вычислить сечение процесса $e^+e^-\to\pi^0\pi^0\gamma$ (см. рис.5)

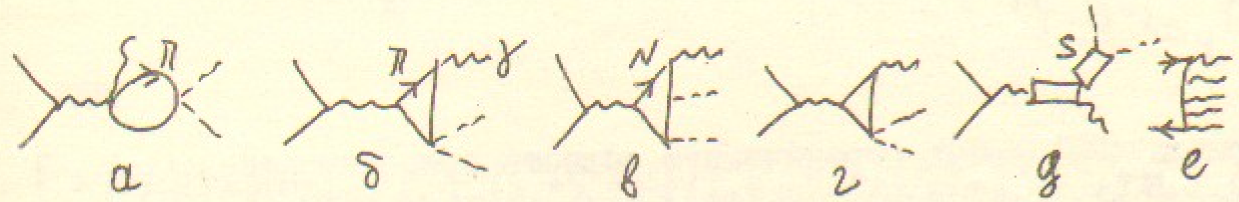


рис.5

В нерелятивистском пределе ненулевой вклад происходит от амплитуды с промежуточным пионным состоянием (рис.5а, б):

$$M^{e^+e^-\to\pi^0\pi^0\gamma}=\frac{i}{s}\bar{v}(-p_+)\gamma^\mu u\, e^{*\nu}(k)\left(-\frac{2e^2}{16\pi^2F_\pi^2}\right)\left(s_1+2m_\pi^2(b-1)\right)J_{\mu\nu}, \qquad (21)$$

$$J_{\mu\nu}=\int\frac{(d^4k_1/i\pi^2)\left(g_{\mu\nu}-4\frac{k_{1\mu}k_{1\nu}}{k_1^2-m_\pi^2}\right)}{\left((k_1-q)^2-m_\pi^2\right)\left((k_1-k)^2-m_\pi^2\right)}.$$

Вычисление интеграла $J_{\mu\nu}$ приводит к результату (здесь проявляется свойство КМ в однопетлевом приближении – сокращение ультрафиолетовых расходимостей):

$$J_{\mu\nu}=\left(g_{\mu\nu}-\frac{k_\mu q_\nu}{kq}\right)\left(-1+\frac{m_\pi^2}{s-s_1}\left(L_1^2-L^2\right)+\frac{s}{s-s_1}\left(\beta L-\beta_1 L_1\right)\right)\equiv\left(g_{\mu\nu}-\frac{k_\mu q_\nu}{kq}\right)I,$$

где

$$L_1 = \ln\frac{1+\beta_1}{1-\beta_1} + i\pi\theta(s_1-4m_\pi^2),\quad \beta_1=\left(1-\frac{4m_\pi^2}{s_1}\right)^{1/2},\quad s_1=(p_1+p_2)^2$$

$$L = \ln\frac{1+\beta}{1-\beta}+i\pi\theta(s-4m_\pi^2),\quad \beta=\left(1-\frac{4m_\pi^2}{s}\right)^{1/2},\quad s=q^2=(p_++p_-)^2. \qquad (22)$$

Сечение имеет вид

$$d\sigma^{e^+e^-\to\pi^0\pi^0\gamma} = \frac{1}{2!}\,\frac{\alpha^3}{16\pi s}\left(\frac{s_1+2m_\pi^2(b-1)}{(4\pi F_\pi)^2}\right)^2|I|^2(1+\cos^2\theta_\gamma)\,d\Gamma, \qquad (23)$$

где

$$d\Gamma = \frac{d^3p_1\, d^3p_2\, d^3k}{\varepsilon_1\varepsilon_2\,\omega}\,\delta^{(4)}(p_++p_--p_1-p_2-k),$$

$$\theta_\gamma = \widehat{\vec p_-,\vec k}.$$

Формула (23) имеет ограниченную область применимости $2m_\pi<\sqrt{s_1}<4m_\pi$, где вкладом нуклонных петель и высших приближений КМ можно пренебречь. В этой области сечение имеет порядок $\lesssim 10^{-34}$ см^2. Оценить сечение вне этой области можно, рассмотрев механизм образования $\pi^0\pi^0\gamma$ системы через промежуточные резонансные состояния (рис.5д)

$$d\sigma(e^+e^-\to V\to S\gamma\to\pi^0\pi^0\gamma) = \frac{3\alpha^3 M_V^3\,\Gamma_{V\to e^+e^-}}{2!\cdot 64\pi^2 s}\cdot\frac{g^2_{VS\gamma}\,B_{S\to\pi^0\pi^0}}{(s-M_V^2)^2+m_V^2\Gamma_V^2}\cdot$$

$$\cdot\frac{\omega^2(1+\cos^2\theta_\gamma)}{(s_1-m_S^2)^2+m_S^2\Gamma_S^2},\quad B_{S\to\pi^0\pi^0}=\Gamma_{S\to\pi^0\pi^0}/\Gamma_S. \qquad (24)$$

Фоновый процесс аннигиляции e^+e^- в 5 фотонов (рис.5е) в области больших углов вылета фотонов к оси пучков имеет пренебрежимо малое сечение : $\sigma(e^+e^-\to 5\gamma)\sim\alpha^5/s\pi^2\sim 10^{-37}$ см^2 для $s\sim 1$ ГэВ^2.

5. Рассмотрим процесс (см. рис.6)

$$e^+(p_+)+e^-(p_-)\to\pi^+(q_+)+\pi^-(q_-)+\pi^0(q_0).$$

В однопетлевом приближении КМ дает вклад только диаграммы с промежуточным нуклон-антинуклонным состоянием, одна из которых изображена на рис.6а.

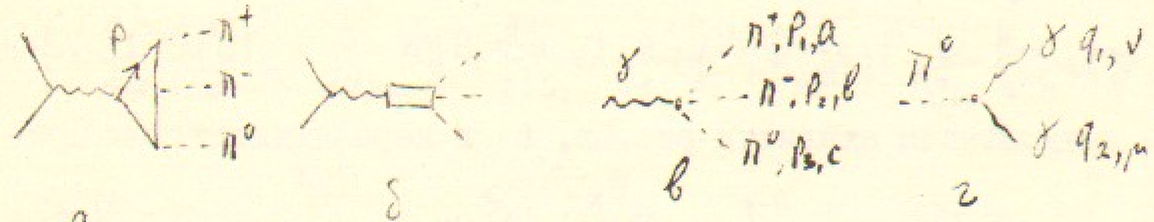


рис.6

Сечение имеет вид

$$d\sigma^{e^+e^-\to\pi^+\pi^-\pi^0} = \frac{2\alpha^2M_N^4g_A^6}{(4\pi F_\pi)^6}\left(1-\frac{3m_\pi}{2\varepsilon}\right)^4|D|^2\cdot F\cdot\frac{dx_+dx_-\,dc_+dc_-}{[1-c_+^2-c_-^2-c^2+2c_+c_-c]^{1/2}}, \qquad (25)$$

где

$$F = (1-x_+)(1-x_-)(1-x_0)-\frac{1}{8}x_+^2x_-^2(s_+^2+s_-^2)+\frac{1}{8}(x_++x_--2+2x_0)(x_+^2+x_-^2-x_0^2+2x_+x_-c_+c_-);$$

$$D = (1-x_-)^{-1}\int_0^1\frac{du}{1+\frac{s}{M_N^2}\frac{(1-x_+)(1-x_0)}{1-x_-}u(1-u)}\ln\frac{\left(1-\frac{s}{M_N^2}(1-x_0)u(1-u)\right)\left(1-\frac{s}{M_N^2}(1-x_+)u(1-u)\right)}{1-\frac{s}{M_N^2}u(1-u)}$$

$$+(x_-\to x_+,\ x_+\to x_0,\ x_0\to x_-)+(x_-\to x_0,\ x_0\to x_+,\ x_+\to x_-),$$

$x_\pm=\varepsilon_\pm/\varepsilon$ доли энергий конечных заряженных пионов $x_-+x_0+x_+=2$, $c_\pm=\cos\theta_\pm$, $s_\pm=\sin\theta_\pm$, $\theta_\pm$ – углы их вылета к оси пучков: $\theta_\pm=\widehat{\vec p_-\vec q_\pm}$, $s=4\varepsilon^2$, M_N – масса нуклона, 2ε – полная энергия в с.ц.и. пучков. Полное сечение имеет порядок [II] $\sigma^{e^+e^-\to3\pi}\sim 10^{-34}$ см$^2\left(1-\frac{3m_\pi}{2\varepsilon}\right)^4$.

Выражение (25) справедливо в области $2\varepsilon<4\pi F_\pi$ вне ω – резонанса.

Согласно низкоэнергетической теореме [I2] константа h, входящая в ток, описывающий переход $\gamma\to3\pi$ (рис.6в)

$$J_\nu = \langle p_1,a;\,p_2,b;\,p_3,c\,|\,J_\nu(0)\,|\,0\rangle = ih\,\varepsilon_{abc}\,\varepsilon_{\nu\alpha\beta\gamma}\,p_1^\alpha p_2^\beta p_3^\gamma$$

и константа f, определяющая распад $\pi^0 \to 2\gamma$ (рис.6г):

$$M_{\nu\mu} = f\, \varepsilon_{\nu\mu\alpha\beta}\, q_1^\alpha q_2^\beta ,$$

связаны следующим образом

$$e h = f \cdot f_\pi^{-2}, \quad f_\pi = \frac{0.93}{\sqrt{2}} m_\pi, \quad e^2 = 4\pi\alpha .$$

Прямым вычислением амплитуд рис.6в, г в нерелятивистском пределе:

$$(h)^{KM} = \frac{4 e g_A^3}{F_\pi^3}, \quad (f)^{KM} = \frac{4 e g_A}{F_\pi}$$

убеждаемся, что низкоэнергетическая теорема выполняется в однопетлевом приближении КМ с хорошей точностью.

6. Сечение процесса электророждения некоторой системы ϕ $e^\pm e^- \to e^\pm e^- \phi$ имеют вид:

$$d\sigma^{e^+e^- \to e^+e^-\phi} = \frac{\alpha^2}{4\pi^2} \ln^2\left(\frac{s}{m_e^2}\right) f\left(\frac{s_1}{s}\right) \cdot \frac{d\sigma^{\gamma\gamma\to\phi}_{(s_1)}}{s_1}\, ds_1 , \qquad (26)$$

где s_1 - квадрат инвариантной массы системы ϕ,

$$f(x) = (2+x)^2 \ln\frac{1}{x} - 2(1-x)(3+x)$$

$d\sigma^{\gamma\gamma\to\phi}$ - дифференциальное сечение образования системы ϕ двумя реальными фотонами.

Матричный элемент процесса образования двух нейтральных пионов двумя γ -квантами в однопетлевом приближении КМ имеет вид

$$M^{\gamma\gamma\to\pi^0\pi^0} = M^{(\pi)} + M^{(N)}, \quad \gamma(k_1) + \gamma(k_2) \to \pi^0(q_1) + \pi^0(q_2). \qquad (27)$$

Вклад промежуточной пионной петли:

$$M^{(\pi)} = \frac{8 i\pi\alpha\,(s_1 - 2m_\pi^2(1-b))}{(4\pi F_\pi)^2}\left(1 + \frac{m_\pi^2}{s_1} L_1^2\right)(e_1 e_2), \quad L_1 = \ln\frac{1+\beta_1}{1-\beta_1} + i\pi, \qquad (28)$$

$\beta_1 = (1 - 4m_\pi^2/s_1)^{1/2}$, $e_{1,2}$ - вектора поляризации фотонов, $s_1 = (q_1 + q_2)^2$.

Вклад промежуточной нуклонной петли:

$$M^{(N)} = \frac{32\pi i\alpha g_A^2}{(4\pi F_\pi)^2}\Big\{ s_1(e_1e_2)\Big[-I_{s_1} - I_u\Big(1-\frac{t^2}{4m_N^2 u}\Big) - I_t\Big(1-\frac{u^2}{4m_N^2 t}\Big) \qquad (29)$$

$$+ \frac{1}{2}\Big(\frac{s_1^2}{tu} - 1\Big)a_{s_1} + \frac{t^2}{2us_1}a_t + \frac{u^2}{2ts_1}a_u\Big] + (e_1q_1)(e_2q_1)\Big[-\frac{s_1^2}{tu}(I_{s_1}+I_t+I_u) +$$

$$+ \frac{s_1^2 u}{2t^2 m_N^2} I_t + \frac{s_1^2 t}{2u^2 m_N^2} I_u + \frac{s_1^2(t^2+u^2)}{t^2u^2} a_{s_1} + \frac{ts_1}{u^2} a_t + \frac{us_1}{t^2} a_u\Big]\Big\},$$

величины I_i, a_i определены выше (см. (6)), $t = (k_1 - q_1)^2$, $u = (k_1 - q_2)^2$. Для определенности приведем вклад в сечение $\gamma\gamma \to \pi^0\pi^0$ от пионной петли:

$$\sigma^{\gamma\gamma\to\pi^0\pi^0}_{(s_1)} = \frac{\pi\alpha^2}{s_1}\beta_1\left(\frac{s_1 + 2m_\pi^2(b-1)}{(4\pi F_\pi)^2}\right)^2 \left|1 + \frac{m_\pi^2}{s_1}\left(\ln\frac{1+\beta_1}{1-\beta_1} + i\pi\right)^2\right|^2 . \qquad (30)$$

Полное сечение процесса $e^+e^- \to e^+e^-\pi^0\pi^0$ для 2ε = 10 ГэВ есть нонобарн. Формулы (27-30) также как и оценка полного сечения справедливы для инвариантных масс $\sqrt{s_1}$ образованной системы пионов, не превышающих 1 ГэВ. Для $\sqrt{s_1}$ порядка масс резонансов можно использовать феноменологическое описание M с резонансными состояниями в s_1, t, u каналах:

$$M = e^2(M_{s_1} + M_t + M_u), \qquad (31)$$

$$d\sigma^{\gamma\gamma\to\pi^0\pi^0}_{(s_1)} = \frac{1}{2!}\frac{\alpha^2\beta_1}{16 s_1}\sum_{\text{сп}} |M_{s_1} + M_t + M_u|^2\, dO_1 ,$$

где

$$M_{s_1} = \frac{g_{f\gamma\gamma}\, g_{f\pi^0\pi^0}\, e_1^\mu e_2^\nu}{2m_f^2(s - m_f^2 + i m_f\Gamma_f)}\Big[s(q_1^\mu q_2^\nu + q_1^\nu q_2^\mu) + t(k_2^\mu q_2^\nu + k_1^\nu q_1^\mu) + u(k_2^\mu q_1^\nu +$$

$$+ k_1^\nu q_2^\mu) + tu\, g^{\mu\nu}\Big], \qquad (32)$$

$$M_t = \frac{g^2_{\pi\omega\gamma}\, e_1^\mu e_2^\nu}{4m_\omega^2(t - m_\omega^2 + i m_\omega\Gamma_\omega)}\Big[t^2 g_{\mu\nu} + 2t(k_2^\mu q_2^\nu + k_1^\nu q_1^\mu) + 2s\, q_1^\mu q_2^\nu\Big],$$

$$M_u = \frac{g^2_{\pi\omega\gamma}\, e_1^\mu e_2^\nu}{4m_\omega^2\,(u-m_\omega^2+im_\omega\Gamma_\omega)}\left[u^2 g_{\mu\nu} + 2u\left(q_{2\mu}k_{1\nu}+q_{1\nu}k_{2\mu}\right) + 2s\, q_{2\mu}\, q_{1\nu}\right],$$

входящие константы связи можно выразить через парциальные ширины:

$$g^2_{f\to\gamma\gamma} = 20\,\Gamma_{f\to\gamma\gamma}\left(\alpha^2 m_f \pi\right)^{-1}, \quad g^2_{f\to\pi^0\pi^0} = 960\pi\,\Gamma_{f\to\pi^0\pi^0}\, m_f^{-1}\left(1-m_\pi^2/m_f^2\right)^{-5/2}, \tag{33}$$

$$\Gamma_{\omega\to\pi\gamma} = \frac{\alpha m_\omega}{24}\, g^2_{\omega\pi\gamma}\left(1-m_\pi^2/m_\omega^2\right)^3.$$

7. Матричный элемент процесса образования двумя реальными фотонами систем $\pi^+\pi^-\pi^0$ имеет вид [13] :

$$M^{\gamma\gamma\to 3\pi} = \frac{\alpha}{36\pi F_\pi^3}\,\varepsilon_{\mu\nu\sigma\tau}\, F_{\mu\nu}\,\pi^+\pi^-\left(6A_\sigma\partial_\tau\pi^0 - F_{\sigma\tau}\pi^0\right). \tag{34}$$

Дифференциальное сечение

$$d\sigma^{\gamma\gamma\to\pi^+\pi^-\pi^0} = \frac{\alpha^2}{324}\,\frac{s_1}{(4\pi F_\pi)^6}\left(1-\frac{3}{2}\frac{\varepsilon_+}{\sqrt{s_1}}\cos\theta_+ - \frac{3}{2}\frac{\varepsilon_-}{\sqrt{s_1}}\cos\theta_-\right)^2\left(1-\frac{3m_\pi}{\sqrt{s_1}}\right)^4 d\Gamma,$$

$$d\Gamma = \frac{d^3q_+\, d^3q_-\, d^3q_0}{\varepsilon_+\varepsilon_-\varepsilon_0}\,\delta^{(4)}\left(k_1+k_2-q_+-q_--q_0\right). \tag{35}$$

здесь $\sqrt{s_1}$ – инвариантная масса системы 3-х пионов, $\theta_\pm = \widehat{\vec{p}_-\vec{q}_\pm}$ – углы вылета $\pi^\pm$ мезонов к оси пучка, $\varepsilon_\pm$ – энергии $\pi^\pm$ в системе центра инерции $\pi^+\pi^-\pi^0$.

В заключение авторы благодарят за полезные обсуждения С.Середнякова, В.Тельнова, В.Фадина, Л.Курдадзе, Г.Шестакова, Н.Ачасова.

Литература

1. М.К.Волков, В.Н.Первушин "Существенно нелинейные теории..." Атомиздат, 1978 г.
2. Э.А.Кураев. Препринт ИЯФ 80-155.
3. А.И.Вайнштейн, И.Б.Хриплович. ЯФ 13 стр.620 (1971).
4. Я.И.Азимов и др. Письма в ЖЭТФ 21, 378 (1975).
5. В.Г.Горшков, Л.Н.Липатов ЯФ 9, стр.818 (1969).
6. F.A.Berends et al Preprint-KUL TF 79/022 (1979),
7. R.W.Brown and K.O.Mikaelian Lett. al Nuovo Cimento 10, 305 (1974)
8. E.A.Kuraev and G.V.Meledin Nucl. Phys. B 122 (1977), 485.
9. S.I.Eidelman and E.A.Kuraev Phys. Lett. 80B, 94 (1978).
10. S.H.Patil and S.D.Rindani Phys. Rev. D 13, 730 (1976).
11. R.Aviv and A.Zee Phys. Rev D5, 2372 (1972); N.Cabbibo, R.Gatto P.R.L. 4, 313, (1960).
12. М.В.Терентьев ЖЭТФ 14, стр.140 (1971).
13. J.Wess B.Zumino Phys. Lett 37B (1971), 95.

А.А.Бельков, Э.А.Кураев, В.Н.Первушин

ПРОЦЕССЫ ОБРАЗОВАНИЯ ПСЕВДОСКАЛЯРНЫХ МЕЗОНОВ
ПРИ e^+e^- СТОЛКНОВЕНИЯХ

Препринт
№ 84- 82

Работа поступила - 21 мая 1984 г.

Ответственный за выпуск - С.Г.Попов
Подписано к печати 11.06-1984 г. МН 04339
Формат бумаги 60x90 1/16 Усл.1,5 печ.л., 1,2 учетно-изд.л.
Тираж 290 экз. Бесплатно. Заказ № 82.

Ротапринт ИЯФ СО АН СССР, г.Новосибирск, 90