

70

Б.18

28



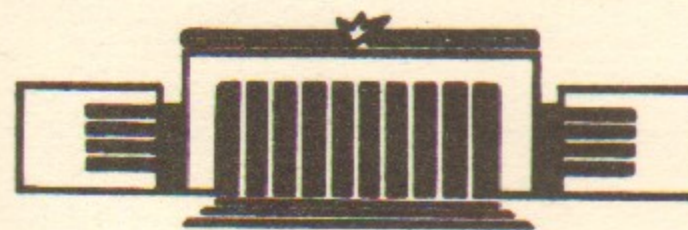
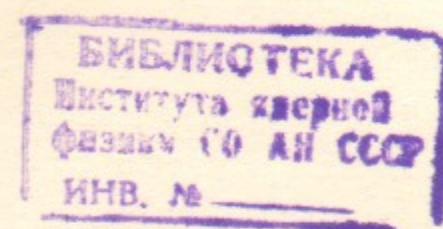
ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ СО АН СССР

В.Н.Байер, А.Г.Грозин

ЖЕСТКИЕ АДРОННЫЕ ПРОЦЕССЫ В КХД

IV. Процессы с многоадронными системами

ПРЕПРИНТ 84-52



НОВОСИБИРСК

ЖЕСТКИЕ АДРОННЫЕ ПРОЦЕССЫ В КХД  
IV. ПРОЦЕССЫ С МНОГОАДРОННЫМИ СИСТЕМАМИ

В.Н.Байер, А.Г.Грозин

Аннотация

Работа является четвертой частью обзора, посвященного жестким адронным процессам в КХД, т.е. таким процессам, в жесткой стадии которых (на малых расстояниях) формируются или уничтожаются целые адроны. Рассматриваются следующие вопросы:

- 1) одночастичные волновые функции;
- 2) двухчастичные волновые функции;
- 3) рождение адронных кластеров;
- 4) изолированные адроны;
- 5)  $e^+e^-$  аннигиляция в изолированный мезон и две струи.

Обзор посвящен рассмотрению в рамках квантовой хромодинамики (КХД) жестких адронных процессов, т.е. таких процессов, в жесткой стадии которых (на малых расстояниях) формируются или уничтожаются целые адроны. В первой части /1/ рассмотрены:

1. Жесткие партонные процессы. 1.1. КХД и жесткие процессы.
- 1.2. Полные сечения и ширины. 1.3. Функции распределения и фрагментации партонных. Во второй части /2/ рассмотрены: 2. Жесткие адронные процессы. 2.1. Волновые функции мезонов. 2.2. Правила отбора. 2.3. Эволюция волновых функций. 2.4. Что известно о волновых функциях мезонов. 2.5. Связь с операторным подходом.
3. Процессы с одним мезоном. 3.1. Распад мезона на лептоны. 3.2. Формфактор фотон-мезон. 3.3. Распады кваркония на фотон и мезон. В третьей части /3/ рассмотрены: 4. Процессы с двумя мезонами. 4.1. Формфактор мезон-мезон. 4.2. Распады кваркония на два мезона. 4.3. Реакция  $\gamma\gamma \rightarrow MM$ . 4.4. Другие процессы с мезонами. 4.5. Пинчевые сингулярности. 5. Процессы с барионами. 5.1. Волновые функции барионов. 5.2. Барионный формфактор. В настоящей части рассмотрены: 6. Рождение многоадронных систем. 6.1. Одночастичные волновые функции. 6.2. Двухчастичные волновые функции. 6.3. Рождение адронных кластеров. 7. Рождение изолированного адрона и струй. 7.1. Изолированные адроны. 7.2.  $e^+e^-$  - аннигиляция в изолированный мезон и две струи.

В трехзначной нумерации формул, первые две цифры означают номер пункта. Подробная библиография по жестким адронным процессам приведена в [2].

## 6. РОЖДЕНИЕ МНОГОАДРОННЫХ СИСТЕМ

### 6.1. Одночастичные волновые функции

6.1.1. Определение и общие свойства. Если в жесткой стадии процесса с характерной передачей импульса  $Q$  рождается адронная подсистема с массой  $m \ll Q$ , изолированная от других адронов в конечном и начальном состоянии в области фазового пространства масштаба  $Q$ , то в физических калибровках главный вклад по  $m/Q$  дает механизм ее рождения через минимальное число партонных. В этом случае на малых расстояниях  $\sim 1/Q$  рождается группа из  $k$  партонных, где  $k$  - наименьшее возможное при данных квантовых числах, затем на больших расстояниях из них формируется адронная система. Амплитуда процесса определяется  $k$  - частичной волновой функцией адронной системы. Если адронная система состо-

ит из  $\ell$  частиц, то ее  $K$  - частичная волновая функция имеет размерность  $[\text{масса}]^{K-\ell}$ . Например, мезон ( $\ell=1$ ) имеет  $K=2$  - частичную волновую функцию размерности массы, а барион -  $K=3$  - частичную волновую функцию размерности квадрата массы.

Вообще говоря, волновые функции определяются физикой больших расстояний, и невычислимы в рамках теории возмущений КХД. При  $m \gg \mu$  ( $\mu \sim 300$  МэВ - характерный импульс удержания) типичная адронная система состоит из адронов с характерными относительными импульсами  $\sim \mu$ , и вероятность рождения такой системы с массой от  $m^2$  до  $m^2 + \Delta m^2$ , изолированной в масштабе  $\sim Q$ , по сравнению с вероятностью типичного жесткого процесса с передачей импульса  $\sim Q$ , содержит малый множитель  $\sim \frac{\Delta m^2 (m^2)^{K-1}}{m^2 (Q^2)^K}$  (рис.6.1, см. также пункт 6.3). Однако изредка могут рождаться системы, состоящие из нескольких адронов, изолированных друг от друга в масштабе  $\sim m$ . В этом случае на "совсем малых" расстояниях  $\sim 1/Q$  рождается группа из  $K$  партонов, затем на "умеренно малых" расстояниях  $\sim 1/m$  из них формируется система из  $\ell$  адронов (рис.6.2). Волновая функция такой системы может быть вычислена через волновые функции входящих в нее адронов. По правилам кваркового (размерного) счета,  $K$  - частичная волновая функция адронной системы, содержащей  $n$  точечных составляющих, зависит от  $m$  как  $f \sim (\prod_{i=1}^n f_i) / m^{n-K}$ , где  $f_i \sim \mu^{n_i-1}$  - масштаб волновой функции  $i$ -го адрона, состоящего из  $n_i$  партонов ( $n = \sum_{i=1}^{\ell} n_i$ ). Поэтому вероятность рождения такой системы содержит малый множитель  $\frac{\Delta m^2 (m^2)^{K-1}}{m^2 (Q^2)^K} \prod_{i=1}^{\ell} \frac{f_i^2}{m^{2(n_i-1)}}$  (рис.6.1, 6.2).

В случае, когда минимально возможное по квантовым числам количество партонов, необходимых для формирования адронной системы, равно 1, процесс представляет собой фрагментацию партона в эту систему /4/. Одночастичная волновая функция не имеет аргументов, и представляет собой просто число, на которое нужно домножить амплитуду рождения партона, чтобы получить амплитуду процесса рождения адронной системы. В этом случае рождающаяся система, кроме адронов, должна содержать по крайней мере один партон. Реально он проявляется в виде струи. Поэтому, чтобы рассмотрение этого процесса имело смысл, входящие в систему адроны должны быть достаточно хорошо изолированы от струи. Экспериментальные условия отделения адрона от струи обсуждаются в пункте 7.1 /5/. Поскольку система является цветной, ее волновая функ-

ция не калибровочно-инвариантна. При учете излучения дополнительных глюонов возникают дважды логарифмические поправки  $\sim (\alpha_s \ln^2 Q^2/m^2)^n$ , поэтому введение однопартоновых волновых функций имеет смысл только в борновском приближении:  $Q^2/m^2 \gg 1$ ,  $\alpha_s \ln^2 Q^2/m^2 \ll 1$ .

Обозначим импульс системы  $K$ ,  $K^2 = m^2$ . Поскольку процесс жесткий, разность импульсов между  $K$  и другими импульсами  $p_i$  частиц, участвующих в жесткой стадии, велика  $\sim Q$ . То есть имеется еще по крайней мере один характерный импульс  $p$ , роль которого может играть, например, суммарный импульс остальных родившихся частиц (импульс второй струи). Его всегда можно сделать светоподобным:  $p^2 = 0$ ,  $2pK = Q^2$ . Мы будем использовать аксиальную калибровку  $pA = 0$ . Далее будут рассматриваться системы из двух частиц с импульсами  $K_1, K_2$ :  $K = K_1 + K_2$ . Массами этих частиц можно пренебречь по сравнению с  $m$ :  $K_1^2 = K_2^2 = 0$ . Они несут доли  $z$  и  $z' = 1-z$  продольного импульса системы:  $z = pK_1/pK$ ,  $z' = pK_2/pK$ . В жесткой части диаграммы можно полагать  $K^2 \approx 0$ ,  $K_1 \approx zK$ ,  $K_2 \approx z'K$ . Переменная  $z$  связана с углом вылета  $\alpha$  первой частицы в системе центра масс пар:  $z = \sin^2 \frac{\alpha}{2}$ .

Амплитуда рождения пары  $bc$  отличается от амплитуды рождения суммарной частицы  $a$  множителем  $f_{bc}^a$  - одночастичной волновой функцией. Для получения вероятности нужно учесть еще изменение фазового объема. Это нетрудно сделать при помощи общего тождества для фазовых объемов

$$d\Phi_{AB} = \frac{dm_a^2}{2\pi} d\Phi_{(A)B} d\Phi_A \quad (6.1.1)$$

где  $A, B$  - любые совокупности частиц,  $(A)$  - совокупность  $A$ , рассматриваемая как одна частица массы  $m_a$ . В частности, фазовый объем пары  $A=bc$  (проинтегрированный по азимутальному углу) равен

$$d\Phi_{bc} = \frac{dz}{8\pi} \quad (6.1.2)$$

Поэтому вероятность рождения пары  $bc$  отличается от вероятности рождения суммарной частицы  $a$  множителем

$$|f_{bc}^a|^2 \frac{dm_{bc}^2 dz}{16\pi^2} \quad (6.1.3)$$

Для пары партон $\bar{f} \sim 1/m$ , и вероятность  $\propto \frac{dm^2}{m^2}$  имеет логарифмический характер. Для пары партон-мезон  $f \sim 1/m^2$ , и вероятность  $\propto dm^2/m^4$  сходится при больших  $m^2$ . Поэтому можно определить функцию фрагментации партона в достаточно хорошо изолированный мезон:  $m^2 > m_0^2$ .

Введем поперечно-четные вектора поляризации  $e_1, e_2, e$ , ортогональные к  $K_1, K_2, K = K_1 + K_2$  соответственно:

$$e_1 = e(1), e_2 = e(-1), e = e(2z-1); e(\hat{s}) = \frac{z'k_1 - z'k_2 + \hat{s}m^2}{m\sqrt{zz'}} \quad (6.I.4)$$

и поперечно-нечетный вектор поляризации

$$n^\mu = \frac{2}{m\sqrt{zz'}} \varepsilon^{\mu\alpha\beta\sigma} p_\alpha k_{1\beta} k_{2\sigma} \quad (6.I.5)$$

В соответствии с калибровочным условием, все эти вектора поляризации ортогональны к  $p$ . В системе покоя пары с импульсом  $K = k_1 + k_2$  в кулоновской калибровке  $K \cdot A = 0$  поперечно-четные вектора поляризации  $\varepsilon_{1,2}$  получаются из  $e_{1,2}$  калибровочным преобразованием, т.е. добавлением членов, пропорциональных

$k_{1,2}$ :

$$\varepsilon_1 = \frac{-z'k_1 - z'k_2 + m^2 p}{m\sqrt{zz'}}, \quad \varepsilon_2 = -\varepsilon_1 \quad (6.I.6)$$

В трехмерной записи  $\vec{n} = \vec{v}_1 \times \vec{e}_1 = \vec{v}_2 \times \vec{e}_2$ , где  $\vec{v}_1$  и  $\vec{v}_2 = -\vec{v}_1$  — единичные вектора вдоль импульсов частиц  $k_1$  и  $k_2 = -k_1$ . Иными словами,  $\vec{v}_1, \vec{e}_1, \vec{n}$  и  $\vec{v}_2, \vec{e}_2, \vec{n}$  образуют правые тройки векторов. Поэтому для состояний со спиральностью  $\lambda$  можно записать  $\varepsilon_{1,2}^\lambda = (\varepsilon_{1,2} + i\lambda n)/\sqrt{2}$ . Производя обратное калибровочное преобразование к калибровке  $p \cdot A = 0$ , мы получим вектора поляризации спиральных состояний в виде

$$e_{1,2}^\lambda = \frac{e_{1,2} + i\lambda n}{\sqrt{2}} \quad (6.I.7)$$

Для процессов с участием бозонов и фермионов правило отбора по поперечной четности (см. пункт 2.2) требует, чтобы сумма проекций спинов фермионов на поперечное направление изменилась на четное (нечетное) число, если произведение поперечных четностей бозонов положительно (отрицательно) /6/.

Система из двух бозонов может иметь бозонную одночастичную волновую функцию  $f$ , зависящую от поляризационных индексов бозонов (если их спин не равен 0) и несущую поляризационный индекс суммарной частицы (если ее спин не равен 0). Переход между поперечным и спиральным базисами производится с помощью формулы (6.I.7). Амплитуда рождения пары отличается от амплитуды рождения суммарной частицы множителем  $f^*$  (в частности, для векторных частиц в нем используются вектора поляризации  $e^*$ ). Если суммарная частица — глюон (или фотон), то в силу калибровочной инвариантности жесткая часть диаграммы ортогональна  $K^\mu$ , поэтому в зависимости от поперечной четности она пропорциональна  $e^\mu$  или  $n^\mu$ .

Система из фермиона (с импульсом  $k_1$ ) и бозона (с импульсом  $k_2$ ) может иметь фермионную одночастичную волновую функцию. Амплитуда рождения пары отличается от амплитуды рождения суммарной частицы заменой  $\bar{u}(k) \rightarrow \bar{u}(k_1) \bar{\Gamma}$  (черта означает дираковское сопряжение). В силу уравнения Дирака, в выражении для  $\bar{\Gamma}$  можно опускать члены, содержащие  $\hat{k}_1$  слева. Линия виртуального фермиона присоединена к вершине в жесткой части диаграммы. С другой стороны этой вершины находится жесткий пропагатор с импульсом, являющимся комбинацией  $p$  и  $K$  (или спинор). Главный вклад по  $1/Q$  дает член  $\hat{p}$  в его числителе; в силу калибровочного условия его можно пронести через вершину. Поэтому можно также опускать члены, содержащие  $\hat{p}$  справа. Используя тождества

$$\begin{aligned} \hat{n} &= -\frac{i\gamma^5}{m\sqrt{zz'}} (2\hat{k}_1 \hat{p} \hat{k}_2 + m^2 \hat{p} - z' \hat{k}_1 - z \hat{k}_2) = \frac{i\gamma^5}{m\sqrt{zz'}} (2\hat{k}_2 \hat{p} \hat{k}_1 + m^2 \hat{p} - z' \hat{k}_1 - z \hat{k}_2) \\ &= -\frac{i\gamma^5}{m\sqrt{zz'}} (2\hat{p} \hat{k}_2 \hat{k}_1 - m^2 \hat{p} - z' \hat{k}_1 + z \hat{k}_2) = \frac{i\gamma^5}{m\sqrt{zz'}} (2\hat{p} \hat{k}_1 \hat{k}_2 - m^2 \hat{p} + z' \hat{k}_1 - z \hat{k}_2) = (6.I.8) \\ &= -\frac{i\gamma^5}{m\sqrt{zz'}} (2\hat{k}_2 \hat{k}_1 \hat{p} - m^2 \hat{p} + z' \hat{k}_1 - z \hat{k}_2) = \frac{i\gamma^5}{m\sqrt{zz'}} (e \hat{k}_1 \hat{k}_2 \hat{p} - m^2 \hat{p} - z' \hat{k}_1 + z \hat{k}_2) \end{aligned}$$

всегда можно привести  $\bar{\Gamma}$  к виду  $I, \gamma^5, \hat{n}$  или  $\gamma^5 \hat{n}$ . Если поперечная четность фермиона не меняется,  $\bar{\Gamma} = I$  или  $\gamma^5 \hat{n}$ , а если меняется —  $\bar{\Gamma} = \gamma^5$  или  $\hat{n}$ ; если спиральность фермиона не меняется,  $\bar{\Gamma} = I$  или  $\gamma^5$ , а если меняется —  $\bar{\Gamma} = \hat{n}$  или

$\gamma^5 \hat{n}$ . Действие этих матриц на спиральные состояния  $u_\lambda$  описывается формулами

$$\gamma^5 u_\lambda = -\lambda u_\lambda, \quad \hat{n} u_\lambda = -i u_{-\lambda} \quad (6.I.9)$$

Переход к поперечному базису состояний  $u_+, u_-$  с проекцией  $\hat{z} = \pm I$  спина на направление  $n$  производится по формуле

$$u_\pm = \frac{u_+ + i\hat{z}u_-}{\sqrt{2}}, \quad \gamma^5 u_\pm = -u_{\mp}, \quad \hat{n} u_\pm = \pm u_{\mp} \quad (6.I.10)$$

Учитывая также изменение нормировки спинора  $u(k_\pm) \approx \sqrt{z} u(k)$ , из этих формул легко извлечь волновую функцию.

Система из фермиона (с импульсом  $k_2$ ) и антифермиона (с импульсом  $k_2$ ) может иметь бозонную одночастичную волновую функцию. Амплитуда рождения пары отличается от амплитуды рождения суммарной частицы множителем вида  $(\bar{v}(k_2) \Gamma u(k_2))^*$ . С использованием (6.I.8) он всегда приводится к виду  $\bar{v}_\lambda(k_2) u_\lambda(k_2) = im$  или в поперечном базисе  $\bar{v}_{\mp}(k_2) u_{\mp}(k_2) = -\hat{z}m$ . Следует иметь в виду, что в формуле, аналогичной (6.I.10) для  $v_\pm(k_2)$ ,  $v_+$  и  $v_-$  меняются местами, поскольку в системе покоя пары для частицы с импульсом  $\vec{k}_2 = -\vec{k}_2$  спиральность равна  $z$  - проекции спина со знаком минус.

6.I.2. Одночастичные волновые функции партонных пар. Пара кварк ( $q$ ) - глюон ( $g$ ) имеет кварковую одночастичную волновую функцию (рис.6.3а). В соответствии с правилом отбора по поперечной четности, отличен от 0 волновые функции  $f_{g||q\uparrow}^{q\uparrow}$ ,  $f_{g||q\downarrow}^{q\downarrow}$ ,  $f_{g\perp q\uparrow}^{q\uparrow}$ ,  $f_{g\perp q\downarrow}^{q\downarrow}$ . В спиральном базисе волновая функция

$$f_{g\lambda_1 q\lambda_2}^{q\lambda} = \frac{i^{\lambda_2 - \lambda}}{2\sqrt{2}} \left[ f_{g||q\uparrow}^{q\uparrow} + \lambda\lambda_2 f_{g||q\downarrow}^{q\downarrow} + i\lambda_2 (\lambda f_{g\perp q\uparrow}^{q\uparrow} + \lambda_2 f_{g\perp q\downarrow}^{q\downarrow}) \right] \quad (6.I.II)$$

отлична от 0 только при  $\lambda = \lambda_2$  по сохранению кварковой спиральности:  $f_{g\pm q\pm}^{q\pm} = f_{g\pm q\mp}^{q\pm} = 0$ . Поэтому

$$f_{g||q\uparrow}^{q\uparrow} = f_{g||q\downarrow}^{q\downarrow}, \quad f_{g\perp q\uparrow}^{q\uparrow} = f_{g\perp q\downarrow}^{q\downarrow}, \quad f_{g+q+}^{q+} = f_{g-q-}^{q-}, \quad f_{g-q-}^{q-} = f_{g+q+}^{q+}$$

Действуя описанным методом, легко показать, что диаграмма с излучением глюона отличается от диаграммы без излучения глюона множителем

$$\bar{\Gamma}_{g||}^{q\uparrow}(m, z) = g t^a \frac{z}{m\sqrt{z(z-z)}}, \quad \bar{\Gamma}_{g\perp}^{q\uparrow}(m, z) = i\gamma^5 g t^a \frac{z-z}{m\sqrt{z(z-z)}} \quad (6.I.I2)$$

В случае антикварка множители отличаются знаком. Они применимы и при излучении фотона с заменой  $g t^a \rightarrow e Q_f$ . Отсюда имеем волновые функции в поперечном базисе

$$f_{g||q\uparrow}^{q\uparrow} = f_{g||q\downarrow}^{q\downarrow} = g t^a \frac{z}{m\sqrt{z-z}}, \quad f_{g\perp q\uparrow}^{q\uparrow} = f_{g\perp q\downarrow}^{q\downarrow} = -i g t^a \frac{z-z}{m\sqrt{z-z}} \quad (6.I.I3)$$

В случае, когда глюон является мягким ( $z \rightarrow 1$ ), волновая функция для  $g||$  велика, и воспроизводится результат приближения классических токов

$$f_{g||q\uparrow}^{q\uparrow} = f_{g||q\downarrow}^{q\downarrow} = -g t^a \frac{e_2 k_2}{k_2 k_2'} \quad (6.I.I4)$$

Для спиральных волновых функций мы имеем

$$f_{g+q+}^{q+} = f_{g-q-}^{q-} = \sqrt{2} g t^a \frac{z}{m\sqrt{z-z}}, \quad f_{g-q-}^{q-} = f_{g+q+}^{q+} = \sqrt{2} g t^a \frac{z}{m\sqrt{z-z}} \quad (6.I.I5)$$

Пара кварк-антикварк имеет глюонную одночастичную волновую функцию (рис.6.3б). В соответствии с правилами отбора по поперечной четности, отличны от 0 волновые функции  $f_{g||q\uparrow}^{q\uparrow}$ ,  $f_{g||q\downarrow}^{q\downarrow}$ ,  $f_{g\perp q\uparrow}^{q\uparrow}$ ,  $f_{g\perp q\downarrow}^{q\downarrow}$ . В спиральном базисе волновая функция

$$f_{g\lambda_1 q\lambda_2}^{q\lambda} = \frac{i^{\lambda_2 - \lambda}}{2\sqrt{2}} \left[ \lambda_2 f_{g||q\uparrow}^{q\uparrow} - \lambda_2 f_{g||q\downarrow}^{q\downarrow} + i\lambda (\lambda_1 \lambda_2 f_{g\perp q\uparrow}^{q\uparrow} - f_{g\perp q\downarrow}^{q\downarrow}) \right] \quad (6.I.I6)$$

отлична от 0 только при  $\lambda_2 = -\lambda_1$  по сохранению кварковой спиральности:  $f_{g\pm q\pm}^{q\pm} = f_{g\pm q\mp}^{q\pm} = 0$ . Поэтому  $f_{g\perp q\uparrow}^{q\uparrow} = f_{g\perp q\downarrow}^{q\downarrow}$ ,  $f_{g\perp q\downarrow}^{q\downarrow} = f_{g\perp q\uparrow}^{q\uparrow}$ ,  $f_{g+q+}^{q+} = -f_{g-q-}^{q-}$ ,  $f_{g-q-}^{q-} = -f_{g+q+}^{q+}$ .

Действуя описанным методом, легко показать, что диаграмма рождения кварк-антикварковой пары отличается от диаграммы рождения глюона  $g||$  ( $g\perp$ ) множителем  $\bar{u} \bar{\Gamma}_{g||}^{q\uparrow}(g\perp) v = (\bar{u} \Gamma_{g||}^{q\uparrow}(g\perp) u)^*$ , где

$$\bar{f}_{g||}(m, z) = i\gamma^5 \hat{n} g t^a \frac{2z-1}{m^2}, \quad \bar{f}_{g\perp}(m, z) = -\hat{n} g t^a \frac{z}{m^2} \quad (6.1.17)$$

Эти множители применимы и при рождении пары фотоном с заменой  $g t^a \rightarrow e Q_a$ . Отсюда имеем волновые функции в поперечном базисе

$$f_{q\uparrow\bar{q}\downarrow}^{g||} = f_{q\uparrow\bar{q}\uparrow}^{g||} = -i g t^a \frac{2z-1}{m}, \quad f_{q\uparrow\bar{q}\uparrow}^{g\perp} = f_{q\uparrow\bar{q}\downarrow}^{g\perp} = -g t^a \frac{z}{m} \quad (6.1.18)$$

и в спиральном базисе

$$f_{q\uparrow\bar{q}\downarrow}^{g+} = -f_{q\downarrow\bar{q}\uparrow}^{g-} = i\sqrt{2} g t^a \frac{z-z'}{m}, \quad f_{q\downarrow\bar{q}\uparrow}^{g+} = -f_{q\downarrow\bar{q}\downarrow}^{g-} = i\sqrt{2} g t^a \frac{z}{m} \quad (6.1.19)$$

Наконец, пара глюонов имеет глюонную одночастичную волновую функцию (рис.6.3в). Она содержит цветовой множитель  $f_{abc}$ , где индекс  $a$  относится к глюону с импульсом  $k$ ,  $b - k_1$  и  $c - k_2$ . При перестановке глюонов с импульсами  $k_1$  и  $k_2$  амплитуда не меняется. Поскольку все вектора поляризации при этом меняют знак, и цветовой множитель также меняет знак, остальная часть волновой функции не меняется при перестановке поляризации глюонов  $k_1$  и  $k_2$  с одновременной заменой  $z \leftrightarrow z'$ .

В соответствии с правилами отбора по поперечной четности, отличны от 0 волновые функции  $f_{g||g||}^{g||}(m, z) = f_{g||g||}^{g||}(m, z')$ ,

$$f_{g\perp g\perp}^{g||}(m, z) = f_{g\perp g\perp}^{g||}(m, z'), \quad f_{g||g\perp}^{g\perp}(m, z) = f_{g\perp g||}^{g\perp}(m, z');$$

$$f_{g||g||}^{g||} = 2ig f_{abc} \frac{z-zz'}{m\sqrt{zz'}}, \quad f_{g\perp g\perp}^{g||} = 2ig f_{abc} \frac{-zz'}{m\sqrt{zz'}},$$

$$f_{g||g\perp}^{g\perp} = 2ig f_{abc} \frac{z'}{m\sqrt{zz'}}, \quad f_{g\perp g||}^{g\perp} = 2ig f_{abc} \frac{z}{m\sqrt{zz'}} \quad (6.1.20)$$

В случае, когда один из глюонов (например, второй) является мягким, волновая функция для поперечно-четной его поляризации велика и не зависит от поляризации излучающего глюона:

$$f_{g||g||}^{g||} = f_{g\perp g||}^{g\perp} = -ig f_{abc} \frac{e_2 k_1}{k_2 k_1} \quad (6.1.21)$$

Для спиральных волновых функций

$$f_{g\lambda_1 g\lambda_2}^{g\lambda} = \frac{1}{2\sqrt{2}} \left( f_{g||g||}^{g||} - \lambda_1 \lambda_2 f_{g\perp g\perp}^{g||} + \lambda_1 \lambda_2 f_{g\perp g||}^{g\perp} + \lambda_1 \lambda_2 f_{g||g\perp}^{g\perp} \right) \quad (6.1.22)$$

мы имеем

$$f_{g+g+}^{g+} = f_{g-g-}^{g-} = i\sqrt{2} g f_{abc} \frac{z}{m\sqrt{zz'}}, \quad f_{g+g+}^{g-} = f_{g-g-}^{g+} = 0, \quad (6.1.23)$$

$$f_{g+g-}^{g+} = f_{g-g+}^{g-} = i\sqrt{2} g f_{abc} \frac{z^2}{m\sqrt{zz'}}, \quad f_{g+g-}^{g-} = f_{g-g+}^{g+} = i\sqrt{2} g f_{abc} \frac{z'^2}{m\sqrt{zz'}}$$

Вероятность рождения пары партонов  $bc$  отличается от вероятности рождения партона  $a$  множителем (6.1.3). Вводя  $d\xi = \frac{ds}{4\pi} \frac{dm^2}{m^2}$ , запишем ее в виде  $P_{a\sigma_a}^{b\sigma_b c\sigma_c}(z) dz d\xi$ , где вероятность распада партона  $a \rightarrow bc$  (в поляризационных состояниях  $\sigma_a, \sigma_b, \sigma_c$  в любом базисе) на единицу  $\xi$  (нерегуляризованная функция Альтарелли-Паризи, см. пункт I.3 /7-8/) дается формулой

$$P_{a\sigma_a}^{b\sigma_b c\sigma_c}(z) = \left| \frac{m}{g} f_{b\sigma_b c\sigma_c}^{a\sigma_a} \right|^2, \quad P_{a\sigma_a}(z) = \sum_{\sigma_b \sigma_c} P_{a\sigma_a}^{b\sigma_b c\sigma_c}(z) \quad (6.1.24)$$

Обычно вводят суммы и разности

$$\pm P_a^b = P_{a\lambda}^{b\lambda} \pm P_{a\lambda}^{b-\lambda} \quad (6.1.25)$$

Для них мы получаем из формул для спиральных волновых функций (см. пункт I.3, таблицу I.2 /7-8/)

$$\pm P_q^q(z) = 2c_F \frac{1+z^2}{1-z}, \quad \pm P_g^g(z) = 2c_F \frac{z \pm (z-z)^2}{z},$$

$$\pm P_g^q(z) = 2 \frac{1}{2} [z^2 \pm (z-z)^2], \quad \pm P_g^g(z) = 2N \frac{z+z^4 \pm (z-z)^4}{z(z-z)} \quad (6.1.26)$$

Очевидно,  $\pm P$  можно получить и из волновых функций любого базиса:

$$\pm P_a^b = \frac{1}{2} \sum_{\sigma_b, \sigma_c, \sigma_a} \left| \frac{m}{g} f_{b\sigma_b c\sigma_c}^{a\sigma_a} \right|^2 \quad (6.1.27)$$

### 6.1.3. Одночастичные волновые функции пар партон-мезон.

Амплитуды процессов с участием мезонов содержат их волновые функции  $f_M^{q_1 q_2}(x)$  или  $f_M^{g g}(x)$ , которые введены в разделе 2.1

[2]. Для данного мезона  $M$  задание одного из партонов однозначно определяет второй, так что волновую функцию можно было бы писать в виде  $f_M^q(x)$  или  $f_M^{\bar{q}}(x)$ , как это и делалось ранее. Мы используем здесь обозначение с указанием обоих партонов, в определенном смысле избыточное, поскольку при этом запись формул представляется нам более наглядной.

Пара кварк-мезон имеет кварковую одночастичную волновую функцию, если кварк того же сорта, что валентный антикварк мезона (рис.6.4а). Для мезона типа  $S$ , в соответствии с правилом отбора по поперечной четности отличны от 0 волновые функции  $f_{Sq\uparrow}^{q'\uparrow}$ ,  $f_{Sq\downarrow}^{q'\downarrow}$ . Спиральные волновые функции

$$f_{Sq\lambda}^{q'\lambda'} = \frac{i^{(\lambda-\lambda')}}{2} (f_{Sq\uparrow}^{q'\uparrow} + \lambda\lambda' f_{Sq\downarrow}^{q'\downarrow}) \quad (6.I.28)$$

отличны от 0 только при  $\lambda=\lambda'$  (рис.6.5а,б). Поэтому  $f_{Sq\uparrow}^{q'\uparrow} = f_{Sq\downarrow}^{q'\downarrow} = f_{Sq+}^{q'+} = f_{Sq-}^{q'-} = f_{Sq}^{q'}$ . Для мезона типа  $P$ , в соответствии с правилом отбора по поперечной четности, отличны от 0 волновые функции  $f_{Pq\uparrow}^{q'\uparrow}$ ,  $f_{Pq\downarrow}^{q'\downarrow}$ . Спиральные волновые функции

$$f_{Pq\lambda}^{q'\lambda'} = \frac{i^{(\lambda-\lambda')}}{2} (\lambda f_{Pq\downarrow}^{q'\downarrow} + \lambda' f_{Pq\uparrow}^{q'\uparrow}) \quad (6.I.29)$$

отличны от 0 только при  $\lambda=\lambda'$  (рис.6.5а,б). Поэтому  $f_{Pq\downarrow}^{q'\downarrow} = f_{Pq\uparrow}^{q'\uparrow} = f_{Pq+}^{q'+} = -f_{Pq-}^{q'-} = -f_{Pq}^{q'}$ . Как и следовало ожидать, вклады рис.6.5а и 6.5б имеют одинаковый знак в случае мезона типа  $S$  и противоположные знаки в случае мезона типа  $P$ . Для мезона типа  $V$  в соответствии с правилом отбора по поперечной четности, отличны от 0 волновые функции  $f_{V_{II}q\uparrow}^{q'\uparrow}$ ,  $f_{V_{II}q\downarrow}^{q'\downarrow}$ ,  $f_{V_Iq\uparrow}^{q'\uparrow}$ ,  $f_{V_Iq\downarrow}^{q'\downarrow}$ .

Спиральные волновые функции даются формулой, аналогичной (6.I.II), и отличны от 0 только при  $\lambda=\lambda_1=-\lambda_2$  (рис.6.5в,г).

Поэтому  $f_{V_{II}q\uparrow}^{q'\uparrow} = -f_{V_{II}q\downarrow}^{q'\downarrow} = i f_{V_Iq\uparrow}^{q'\uparrow} = -i f_{V_Iq\downarrow}^{q'\downarrow} = i f_{Vq}^{q'}$ , или в спиральном базисе  $f_{V_{II}q+}^{q'+} = -f_{V_{II}q-}^{q'-} = \sqrt{2} f_{Vq}^{q'}$ . Из формул, аналогичных (6.I.28) (для  $V_{II}$ ) и (6.I.29) (для  $V_I$ ), можно получить также волновые функции в смешанном базисе  $f_{V_{II}q-}^{q'+} = -f_{V_{II}q+}^{q'-} = i f_{V_Iq-}^{q'+} = i f_{V_Iq+}^{q'-} = f_{Vq}^{q'}$ .

Аналогично случаю излучения глюона, нетрудно получить, что диаграмма с излучением мезона отличается от диаграммы без излучения мезона множителем

$$\bar{\Gamma}_M(m, z) = \frac{(f_{Mq}^{q'})^*}{\sqrt{z}} \sum_M \quad (6.I.30)$$

где для мезонов типа  $S, P, V_{II}, V_I$  спиновая структура  $\sum_M = = 1, \gamma^5, -i\gamma^5\hat{n}, \hat{n}$ . С помощью формул (6.I.9-10) легко убедиться, что эти матрицы  $\sum$  приводят как раз к описанным выше правилам отбора и фазам разрешенных волновых функций. В случае антикварка множитель отличается знаком от (6.I.30) для типов  $S, P$ , и совпадает с (6.I.30) для типа  $V$ .

Волновая функция пары кварк-мезон равна /4/

$$f_{Mq}^{q'} = 2 \frac{C_F}{N} \frac{\pi \alpha_s}{m^2} F_M^{q'\bar{q}}(z') \sqrt{z} \quad (6.I.31)$$

где

$$F_M^{q'\bar{q}}(z) = \int_0^1 \left[ \delta_{0,\lambda} + \frac{z}{z-zx} \right] \frac{f_M^{q'\bar{q}}(x) dx}{z-x} \quad (6.I.32)$$

( $\delta_{0,\lambda} = 1$  для мезона типов  $S, P$  и 0 - для мезона типа  $V$ ). Заметим, что при малых  $z$

$$F_M^{q'\bar{q}}(z) = \delta_{0,\lambda} I_M^{q'\bar{q}} + I_M^{q'\bar{q}} z + (I_M^{q'\bar{q}} - f_M^{q'\bar{q}}) z^2 + O(z^3) \quad (6.I.33)$$

где (см. (2.4.9), (3.2.3))

$$I_M^{q'\bar{q}} = \int_0^1 \frac{f_M^{q'\bar{q}}(x) dx}{z-x}, \quad f_M^{q'\bar{q}} = \int_0^1 f_M^{q'\bar{q}}(x) dx \quad (6.I.34)$$

Если мезон абсолютно нейтральный, то он может иметь глюонную волновую функцию, и возникает вклад в кварковую одночастичную волновую функцию пары кварк-мезон (кварки одного сорта), изображенный на рис.6.4б. Спиновые структуры глюонной волновой функции мезона с импульсом  $K_2$  имеют вид (см. пункт 2.I, а также 4.I)

$$\begin{aligned} \Gamma_S^{*\mu\nu} &= \frac{\kappa_2^\mu \rho^\nu + \kappa_2^\nu \rho^\mu}{\kappa_2 \rho} - g^{\mu\nu} = e_2^\mu e_2^\nu + n^\mu n^\nu \\ \Gamma_P^{*\mu\nu} &= \frac{i}{\kappa_2 \rho} \varepsilon^{\mu\nu\alpha\beta} \rho_\alpha \kappa_{2\beta} = i(n^\mu e_2^\nu - n^\nu e_2^\mu) \\ \Gamma_{T\pm}^{*\mu\nu} &= \frac{1}{\sqrt{2}} e_{2\pm}^{*\mu} e_{2\pm}^{*\nu} \end{aligned} \quad (6.I.35)$$



Для мезона типа  $T$ , вместо его состояний с определенной спиральностью можно пользоваться поперечно-четным ( $T_{||}$ ) и поперечно-нечетным ( $T_{\perp}$ ) состояниями

$$\Gamma_{T_{||}}^{*\mu\nu} = \frac{\Gamma_{T_{+}}^{*\mu\nu} + \Gamma_{T_{-}}^{*\mu\nu}}{\sqrt{2}} = e_2^\mu e_2^\nu - n^\mu n^\nu, \quad (6.1.36)$$

$$\Gamma_{T_{\perp}}^{*\mu\nu} = \frac{\Gamma_{T_{+}}^{*\mu\nu} - \Gamma_{T_{-}}^{*\mu\nu}}{\sqrt{2}} = i(n^\mu e_2^\nu - n^\nu e_2^\mu)$$

Правила отбора и фазы волновых функций одинаковы для типов  $S$  и  $T_{||}$ , а также  $P$  и  $T_{\perp}$ . Одночастичные волновые функции отличаются от (6.1.31) заменой  $F_M^{q\bar{q}}(z') \rightarrow F_M^{g\bar{g}}(z)$ , где /5/

$$F_S^{g\bar{g}}(z) = f_M^{g\bar{g}} + \frac{2-z}{z} I_M^{g\bar{g}}, \quad F_{T_{||}}^{g\bar{g}}(z) = \frac{2-z}{z} I_M^{g\bar{g}}, \quad (6.1.37)$$

$$F_P^{g\bar{g}} = F_{T_{\perp}}^{g\bar{g}} = -I_M^{g\bar{g}},$$

(для типа  $P$  расчет дает  $f_M^{g\bar{g}} - I_M^{g\bar{g}}$ , однако  $f_M^{g\bar{g}} = 0$  в силу антисимметрии волновой функции). В случае мезонов типов  $S$ ,  $P$  в  $f_M^{q\bar{q}}$  входит сумма кваркового и глюонного вкладов  $F_M^{q\bar{q}} + F_M^{g\bar{g}}$ , а типа  $T$  - только  $F_M^{g\bar{g}}$ .

Пара из глюона и абсолютно нейтрального мезона может иметь глюонную одночастичную волновую функцию. По сохранению кварковой спиральности кварковый механизм рис.6.4в дает мезоны с нулевой спиральностью типов  $S, P$ . В соответствии с правилом отбора по поперечной четности, отличны от 0 волновые функции  $f_{Sg}^{g\bar{g}}, f_{Sg\perp}^{g\bar{g}}, f_{Pg}^{g\bar{g}}, f_{Pg\perp}^{g\bar{g}}$ . Их можно легко получить из формфакторов фотон-мезон с передачей импульса  $m^2$  (см. пункт 3.2). Действительно, матричный элемент рождения мезона с импульсом  $p_+$  и фотона с импульсом  $p_-$  виртуальным фотоном с импульсом  $q = p_+ + p_-$ ,  $q^2 = Q^2$  равен для мезона типа  $S$

$$M^{\mu\nu} = 2\pi\alpha Q^2 \delta_{\perp}^{\mu\nu}(p_+, p_-) F_M^*(Q^2), \quad \delta_{\perp}^{\mu\nu}(p_+, p_-) = \frac{p_+^\mu p_-^\nu + p_+^\nu p_-^\mu - g^{\mu\nu}}{p_+ p_-} \quad (6.1.38)$$

$$F_M(Q^2) = \frac{1}{Q^2} \sum Q_q^2 \int_0^1 \left(\frac{1}{x_1} - \frac{1}{x_2}\right) f_M^{q\bar{q}}(x) dx$$

$V_{||} V_{\perp}$  - типа  $P$ ; пары типа  $S V_{||}, P V_{\perp}$  - типа  $V_{||}$ ; и пары типа  $S V_{\perp}, P V_{||}$  - типа  $V_{\perp}$ . С учетом этого, из правила отбора по спиральности (аналогично случаю фотон-мезонных пар) следует, что волновые функции пар типа  $V_{||} V_{||}$  и  $V_{\perp} V_{\perp}$ ,  $S V_{||}$  и  $S V_{\perp}$  совпадают, а пар типа  $V_{||} V_{\perp}$  и  $V_{\perp} V_{||}$ ,  $P V_{||}$  и  $P V_{\perp}$  - отличаются знаком.

Как уже говорилось в пункте 6.1, диаграмма с излучением мезона кварком отличается от диаграммы без излучения множителем  $\bar{\Gamma}(m, z)$  (6.1.30-32); для антикварка множитель имеет противоположный знак для типов  $S, P$ , и тот же знак для типа  $V$ ; кроме того, в него входит  $F_M^q$  вместо  $F_M^g$ . Отсюда получаем общее выражение для волновой функции мезонной пары  $f_{M_1 M_2, z}^{q_1 \bar{q}_2}$  где  $z$  - доля импульса пары несомая мезоном  $M_1$ :

$$f_{M_1 M_2, z}^{q_1 \bar{q}_2} = \int \frac{Sp \tilde{\Gamma} \Gamma_2 \bar{\Gamma}_1(m\sqrt{x_2}, \frac{z'x_2}{z'x_2+z}) \delta(x' - z'x_2') f_{M_2}^{q_3 \bar{q}_2}(x_2) dx_2}{Sp \tilde{\Gamma} \Gamma} \quad (6.2.14)$$

$$+ \frac{Sp \tilde{\Gamma} \bar{\Gamma}_2(m\sqrt{x_1'}, \frac{zx_1'}{zx_1'+z'}) \Gamma_1 \delta(x - zx_1) f_{M_1}^{q_1 \bar{q}_2}(x_1) dx_1}{Sp \tilde{\Gamma} \Gamma}$$

Спиновые структуры волновой функции мезонов  $\Gamma_1$  и  $\Gamma_2$ , входящие в диаграмму рис.6.7, отличаются от спиновой структуры волновой функции пары  $\Gamma$  множителями  $z$  и  $z'$  соответственно. Отсюда получаем волновую функцию мезонной пары (для пар типа  $S\bar{S}$  и  $P\bar{P}$  эта формула получена в /10/)

$$f_{M_1 M_2, z}^{q_1 \bar{q}_2}(x) = \frac{2CF\pi\alpha_s}{N m^2} \left[ z \left( \delta_{0\lambda_2} + \frac{z'}{zx_1'+zx_2} \right) \delta(x - zx_1) - z' \left( \delta_{0\lambda_1} + \frac{z}{zx_1+zx_2'} \right) \delta(x' - z'x_2') \right] \frac{1}{x_1 x_2} f_{M_1}^{q_1 \bar{q}_3}(x_1) f_{M_2}^{q_3 \bar{q}_2}(x_2) = \frac{2CF\pi\alpha_s}{N m^2} \left[ G(z-x) F_{M_2}^{q_2}(z) \right] \quad (6.2.15)$$

$$\cdot f_{M_1}^{q_1}(z) - G(x-z) F_{M_1}^{q_1}(z) f_{M_2}^{q_2}(z) \Big], \quad \text{где } f_{M_2}^{q_2}(x) = f_{M_2}^{q_3}(z-x).$$

Если пара является абсолютно нейтральной, то  $q_2 = q_1$ , поэтому у нее кроме волновой функции  $f_{q_1 \bar{q}_1}$  имеется волновая функция  $f_{q_3 \bar{q}_3}$ . Она дается формулой, аналогичной (6.2.15) и получающейся из нее заменой  $x \leftrightarrow x', x_1 \leftrightarrow x_1', x_2 \leftrightarrow x_2'$ . Кроме того, во всех случаях, кроме тех, когда ровно одна из трех волновых функций (мезонов  $M_1, M_2$  и пары) принадлежит к типу  $P$  (при

этом две другие принадлежат к типам  $(V_{||}, V_{\perp})$ , следует сменить общий знак. Если же и каждый мезон является абсолютно нейтральным, то  $q_3 = q_1$ , и для получения  $f^{q_1, \bar{q}_1}$  эти вклады нужно сложить.

Если один из мезонов (например,  $M_2$ ) является абсолютно нейтральным, он может иметь глюонную волновую функцию. Тогда, если она относится к типу  $S$  или  $T_{||}$ , то пара из этого мезона и мезона типа  $S, P, V_{||}, V_{\perp}$  относится к типу  $S, P, V_{||}, V_{\perp}$ , причем для  $V_{||}$  и  $V_{\perp}$  волновые функции совпадают. Если же она относится к типу  $P$  или  $T_{\perp}$ , то пара из этого мезона и мезона типа  $S, V_{||}, V_{\perp}, P$  относится к типу  $P, V_{\perp}, V_{||}, S$ , причем для  $V_{||}$  и  $V_{\perp}$  волновые функции отличаются знаком.

Соответствующий вклад в кварковую волновую функцию пары изображается диаграммами рис.6.8. Кроме первых двух диаграмм, которые можно по-прежнему выразить через множители излучения мезона кварком (6.1.30-31, 37), имеется третья диаграмма другого типа (рис.6.8в). Ее можно выразить через 2 множителя излучения глюона кварком (6.1.12) (без множителя  $t^a$ ):

$$f_{M_1 M_2, z}^{q_1, \bar{q}_2}(x) = \int \frac{\text{Sp } \tilde{\Gamma}_1 \Gamma_2 (m\sqrt{x_1}, zx_1(zx_1+z)^{-1})}{\text{Sp } \tilde{\Gamma} \Gamma} \delta(x' - zx_1') f_{M_1}^{q_1, \bar{q}_2}(x_1) dx_1 +$$

$$+ \frac{\text{Sp } \tilde{\Gamma}_1 \tilde{\Gamma}_2 (m\sqrt{x_1'}, zx_1'(zx_1'+z)^{-1}) \Gamma_2}{\text{Sp } \tilde{\Gamma} \Gamma} \delta(x - zx_1) f_{M_2}^{q_1, \bar{q}_2}(x_1) dx_1 -$$

$$\frac{C_F}{4N} \frac{\Gamma_2^{\sigma\sigma'} \text{Sp } \tilde{\Gamma}_1 \tilde{\Gamma}_2 \tilde{\Gamma}_1 \tilde{\Gamma}_2}{\text{Sp } \tilde{\Gamma} \Gamma} \delta(x - zx_1 - z'x_2') f_{M_1}^{q_1, \bar{q}_2}(x_1) dx_1 f_{M_2}^{gg}(x_2) dx_2$$

где  $\tilde{\Gamma}_{\sigma}$  ( $\sigma = ||, \perp$ ) - множитель излучения глюона (6.1.12) без фактора  $t^a$ ,  $\Gamma_2^{\sigma\sigma'}$  - спиновая структура волновой функции мезона  $M_2$ , выводимая из (6.1.35-36). Спиновая структура волновой функции мезона  $\Gamma_2$ , входящая в диаграмму рис.6.8, отличается от спиновой структуры волновой функции пары  $\Gamma$  множителем  $\pm$ . Поэтому волновую функцию пары можно записать в общем виде

$$f_{M_1 M_2, z}^{q_1, \bar{q}_2}(x) = 2 \frac{C_F}{N} \frac{\pi \alpha_s}{m^2} \int \left[ \frac{A(x_1, x_2)}{x_1' x_2} \delta(x - zx_1) + \sigma \frac{A(x_1', x_2')}{x_1 x_2'} \delta(x' - zx_1') - \right.$$

$$\left. \frac{B(x_1, x_2)}{x_1 x_1' x_2 x_2'} \delta(x - zx_1 - z'x_2') \right] z f_{M_1}^{q_1, \bar{q}_2}(x_1) dx_1 f_{M_2}^{gg}(x_2) dx_2 \quad (6.2.17)$$

Величины  $A, B, \sigma$  для мезонов разных типов приведены в таблице 6.1. Если мезон  $M_2$  относится к типу  $S$  или  $P$ , этот вклад следует добавить к кварковому вкладу (6.2.15), а если к типу  $T$ , то существует только вклад (6.2.17). Если абсолютно нейтральным является мезон  $M_1$ , то в формуле (6.2.17) следует заменить  $1 \leftrightarrow 2$ ,  $z \leftrightarrow z'$ . а если абсолютно нейтральны как  $M_1$ , так и  $M_2$ , то следует взять сумму вклада (6.2.17) и полученного из него такой заменой.

Формулы (6.2.15, 17) относятся к мезонной паре с определенной долей импульса  $z$ , или углом вылета  $\alpha$  первого мезона в системе центра масс пары. Можно получить и волновую функцию пары с определенным моментом. Как и для пар фотон-мезон, проекция орбитального момента пары на направление ее движения должна быть равна 0. Волновую функцию пары с орбитальным моментом  $\ell$  можно получить, проинтегрировав (6.2.15, 17) с множителем

$$\sqrt{\frac{z}{4}} (2\ell+1) P_{\ell}(2z-1) dz \quad (6.2.18)$$

Если мезоны  $M_1$  и  $M_2$  являются частицей и античастицей, то пара абсолютно нейтральна, и ее четность равна  $(-1)^{\ell}$ . Поэтому должно выполняться свойство симметрии (2.1.8):  $f_{M_1 M_2, z}^{q_1, \bar{q}_1}(x) = -(-1)^{\ell} f_{M_1 M_2, z}^{q_1, \bar{q}_1}(x)$ . Оно обеспечивается тем, что  $f_{M_2}^{q_1, \bar{q}_1}(x) = f_{M_1}^{q_1, \bar{q}_1}(x')$  и при замене  $z \leftrightarrow z'$ ,  $x_1 \leftrightarrow x_1'$ ,  $x \leftrightarrow x'$  правая часть формулы (6.2.15) меняет знак. Если оба мезона  $M_1$  и  $M_2$  являются абсолютно нейтральными, то пара абсолютно нейтральна, и  $C = C_1 C_2$ . С учетом того, что  $P = C$  для типов  $S$  и  $V$ , и  $P = -C$  для типа  $P$ , кварковый вклад в волновую функцию  $f_{M_1 M_2, z}^{q_1, \bar{q}_1}$  равен сумме (6.2.15) и второго аналогичного вклада (с нужным знаком), удовлетворяет свойству симметрии (2.1.8). Для глюонного вклада (6.2.17) (и второго аналогичного ему) это следует из того, что при замене  $x \leftrightarrow x'$ ,  $x_{1,2} \leftrightarrow x_{1,2}'$  первые 2 члена переходят друг в друга со знаком  $\sigma$ , и  $B(x_1', x_2') = \sigma B(x_1, x_2)$ .

Нормировочный интеграл от волновой функции типа  $S$  мезонной пары  $f_{M_1 M_2, z}^{q_1, \bar{q}_2}$  может быть выражен через формфактор мезон-мезон при передаче импульса  $m$  (см. пункт 4.1). Действительно, по формуле (2.5.6)  $\langle 0 | \bar{q}_2 \gamma^{\mu} q_1 | M_1 M_2, z \rangle = f_{M_1 M_2, z}^{q_1, \bar{q}_2} \cdot k^{\mu}$ . С другой стороны, по формуле (4.1.2) этот матричный элемент равен

$(\kappa_2 - \kappa_1) F_{M_1 M_2}(m^2)$ , откуда

$$\int_{M_1 M_2, z}^{q_1 \bar{q}_2} = (2z-1) F_{M_1 M_2}(m^2) \quad (6.2.19)$$

Множитель  $2z-1$  соответствует тому, что пара рождается в  $P$ -волне в силу сохранения векторного тока. Нормировочный интеграл от волновой функции (6.2.15) равен

$$\int_{M_1 M_2, z}^{q_1 \bar{q}_2} = \frac{2C_F}{N} \frac{\pi ds}{m^2} (\delta_{\alpha_1 \alpha_2} z - \delta_{\alpha_1 \alpha_2'} z') I_{M_1}^{q_1} I_{M_2}^{\bar{q}_2} \quad (6.2.20)$$

Для пар типа  $S\bar{S}$  и  $P\bar{P}$  это согласуется с формулой (4.1.4) для формфактора, а для пар типа  $V\bar{V}$  формфактор равен 0. Глюонный вклад (6.2.17) в нормировочный интеграл отличен от 0 только для пары типа  $S\bar{S}$  и равен

$$\int_{M_1 M_2, z}^{q_1 \bar{q}_2} = \frac{2C_F}{N} \frac{\pi ds}{m^2} (2z-1) (I_{M_1}^{q_1} + I_{M_2}^{\bar{q}_2}) f_{M_2}^g \quad (6.2.21)$$

что согласуется с (4.1.12). Нормировочный интеграл от волновых функций пар типа  $P$  и  $V$  аналогичным образом связан с формфактором относительно аксиального и тензорного тока. Поскольку тензорный ток не сохраняется, он может рождать пару и в  $P$ , и в  $S$ -волне (и соответственно имеет 2 формфактора), и в формуле, аналогичной (6.2.19), кроме члена с  $(2z-1)$  будет член с 1 (см., например, формулу (6.2.20)).

Если валентные кварк и антикварк одного мезона того же сорта, что и валентные антикварк и кварк другого соответственно, то пара абсолютно нейтральна, и кроме кварк-антикварковой, она имеет глюонную волновую функцию. В соответствии с правилами отбора по спиральности и поперечной четности (см. пункт 2.2), пары мезонов типа  $S\bar{S}, P\bar{P}, V_{||} \bar{V}_{||}, V_{\perp} \bar{V}_{\perp}$  имеют волновые функции типа  $S$  и  $T_{||}$ , причем для  $V_{||} \bar{V}_{||}$  и  $V_{\perp} \bar{V}_{\perp}$  они совпадают; пары мезонов типа  $S\bar{P}, V_{||} \bar{V}_{\perp}$  имеют волновые функции типа  $P$  и  $T_{\perp}$ , причем для  $V_{||} \bar{V}_{\perp}$  и  $V_{\perp} \bar{V}_{||}$  они отличаются знаком.

Как уже говорилось в пункте 6.1, диаграмма с рождением кварк-антикварковой пары глюоном отличается от диаграммы без рождения пары множителем  $\bar{u} \bar{v}_{\sigma}(m, z) t^a v$ , где  $\sigma = ||, \perp$  и  $\bar{v}_{\sigma}$  дается формулой (6.1.17) (без множителя  $t^a$ ). Поэтому можно

Часто оказывается возможным обойтись без вычисления диаграмм для двухчастичных волновых функций, а вместо этого построить их из известных одночастичных. Для этого нужны выражения для спиновых структур двухчастичных волновых функций через одночастичные поляризационные состояния. В случае кварк-антикварковых волновых функций в спиральном базисе это достигается при помощи формул

$$\begin{aligned} \frac{1}{\sqrt{2}} [u_+(\alpha p) \bar{v}_-(\alpha' p) + u_-(\alpha p) \bar{v}_+(\alpha' p)] &= -i \sqrt{\frac{\alpha \alpha'}{2}} \hat{p}, \\ \frac{1}{\sqrt{2}} [u_+(\alpha p) \bar{v}_-(\alpha' p) - u_-(\alpha p) \bar{v}_+(\alpha' p)] &= i \sqrt{\frac{\alpha \alpha'}{2}} \hat{p} \gamma^5 \quad (6.2.3) \\ u_{\pm}(\alpha p) \bar{v}_{\pm}(\alpha' p) &= i \sqrt{\frac{\alpha \alpha'}{2}} \hat{p} \hat{e}_{\pm} \end{aligned}$$

Для двухглюонных волновых функций в поперечном базисе аналогичную роль играют формулы (6.1.35-36).

6.2.2. Волновые функции пар фотон-мезон. Процесс рождения пары изображается диаграммами рис.6.6. Из сохранения кварковой спиральности (см. пункт 2.2) следует, что если мезон относится к типу  $S$  или  $P$ , то пара также относится к типу  $S$  или  $P$ ; если мезон относится к типу  $V$ , то пара также относится к типу  $V$ . Из правила отбора по поперечной четности (см. пункт 2.2) следует, что пара из фотона с поперечно-четной поляризацией  $\gamma_{||}$  и мезона типа  $S, P, V_{||}, V_{\perp}$  относится к типу  $S, P, V_{||}, V_{\perp}$ . Пара из фотона с поперечно-нечетной поляризацией  $\gamma_{\perp}$  и мезона типа  $S, P, V_{||}, V_{\perp}$  относится к типу  $P, S, V_{\perp}, V_{||}$ . Волновая функция  $f_{\lambda, e}^{\lambda}$  пары из фотона с вектором поляризации  $e = a_{||} e_2 + a_{\perp} e_1$  и мезона типа  $V$  со спиральностью  $\lambda_1$ , принадлежащая к типу  $V$  со спиральностью  $\lambda$

$$f_{\lambda, e}^{\lambda} = \frac{1}{2} [a_{||} (f_{||}^{\lambda} + \lambda \lambda_1 f_{\perp}^{\lambda}) + i a_{\perp} (-\lambda f_{||\perp}^{\lambda} + \lambda_1 f_{\perp\perp}^{\lambda})] \quad (6.2.4)$$

но сохранение кварковой спиральности отлична от 0 только при  $\lambda = \lambda_1$ , поэтому  $f_{||}^{\lambda} = f_{\perp}^{\lambda}$ ,  $f_{||\perp}^{\lambda} = -f_{\perp\perp}^{\lambda}$ .

Как уже говорилось в пункте 6.1, диаграмма с излучением фотона кварком отличается от диаграммы без излучения множителем  $\bar{v}(m, z)$  (6.1.12) с заменой  $g t^a \rightarrow e Q_q$ ; для антикварка

множитель имеет противоположный знак. Отсюда получаем общее выражение для волновой функции пары фотон-мезон  $f_{M\gamma, z}^{q_1, q_2}$ , где  $z$  - доля импульса парн, несомая мезоном:

$$f_{M\gamma, z}^{q_1, q_2} = \int [Q_{q_2} \frac{Sp \tilde{\Gamma}_2 \tilde{\Gamma} (\sqrt{x_1} m, z x_2 (z x_2 + z')^{-1})}{Sp \tilde{\Gamma} \Gamma} \delta(x' - z x_2') + Q_{q_2} \frac{Sp \tilde{\Gamma} \tilde{\Gamma} (\sqrt{x_1} m, z x_1' (z x_1' + z')^{-1})}{Sp \tilde{\Gamma} \Gamma} \delta(x - z x_1)] f_M^{q_1, q_2}(x) dx_1 \quad (6.2.5)$$

где проектор  $\tilde{\Gamma}$  определен в начале раздела. Спиновая структура волновой функции мезона  $\Gamma_2$ , входящая в диаграмму рис.6.6, отличается от спиновой структуры волновой функции парн  $\Gamma$  множителем  $z$ . Отсюда получаем волновую функцию парн из мезона и поперечно-четного фотона:

$$f_{M\gamma, z}^{q_1, q_2}(x) = \frac{e}{m} \sqrt{z z'} \int [ \frac{Q_{q_1}}{x_1} (1 + 2 \frac{z}{z'} x_1) \delta(x' - z x_1') + \frac{Q_{q_2}}{x_2'} (1 + 2 \frac{z}{z'} x_2') \delta(x - z x_2) ] f_M^{q_1, q_2}(x) dx_1 \quad (6.2.6)$$

и поперечно-нечетного фотона

$$f_{M\gamma, z}^{q_1, q_2}(x) = \frac{e}{m} \sqrt{z z'} \int [ \frac{Q_{q_1}}{x_1} \delta(x' - z x_1') - \frac{Q_{q_2}}{x_2'} \delta(x - z x_2) ] f_M^{q_1, q_2}(x) dx_1 = \frac{e}{m} \sqrt{z z'} [ Q_{q_1} \frac{\partial(z-x')}{z-x'} f_M^{q_1, q_2}(1 - \frac{x'}{z}) - Q_{q_2} \frac{\partial(z-x)}{z-x} f_M^{q_1, q_2}(\frac{x}{z}) ] \quad (6.2.7)$$

Верхний знак (-) относится к мезонам типа  $S, P$ , и произошел от коммутации  $\gamma_5$  из  $\tilde{\Gamma}$  через  $\Gamma_2$ ; нижний знак (+) относится к мезонам типа  $V$ .

В случае, когда фотон является мягким ( $z \ll 1$ ), излучение поперечно-четного фотона усилено, и воспроизводится результат приближения классических токов

$$f_{M\gamma, z}^{q_1, q_2}(x) = \frac{e(Q_{q_1} + Q_{q_2})}{m} \sqrt{z z'} \frac{2}{z'} f_M^{q_1, q_2}(x) = e Q_M \frac{k_1 \cdot e_2}{k_2 \cdot k_1} f_M^{q_1, q_2}(x) \quad (6.2.8)$$

Если мезон является абсолютно нейтральным, то  $Q_{q_1} = -Q_{q_2} = Q_q$ , и его волновая функция  $f_M$  удовлетворяет свойству симметрии

(2.1.8). С-четность пары противоположна С-четности мезона, поэтому излучение поперечно-четного фотона меняет тип волновой функции как  $S_{\pm} \rightarrow S_{\mp}, P_{\pm} \rightarrow P_{\mp}, V_{\pm} \rightarrow V_{\mp}$ . В соответствии с пунктом 2.1 (таблица 2.1), это приводит к тому, что четность функции  $f_{M\gamma}$  при замене  $x \leftrightarrow x'$  противоположна четности функции  $f_M$ , что согласуется с формулой (6.2.6) при  $Q_{q_2} = -Q_{q_1}$ . Излучение поперечно-нечетного фотона меняет тип волновой функции как  $S_{\pm} \rightarrow P_{\mp}, P_{\pm} \rightarrow S_{\mp}, V_{\pm} \rightarrow V_{\mp}$ . Поэтому (см. таблицу 2.1) для типов  $S, P$  четность функции  $f_{M\gamma}$  совпадает с четностью функции  $f_M$ , а для типа  $V$  - противоположна ей, что согласуется с формулой (6.2.7) (верхний и нижний знак соответственно).

Формулы (6.2.6-7) относятся к паре фотон-мезон с определенной долей импульса  $z$ , или углом вылета  $\alpha$  мезона в системе центра масс парн. Можно получить и волновую функцию пары с определенным моментом. Повторяя рассуждение пункта 2.2 для пары, легко убедиться, что проекция орбитального момента парн на направление ее движения  $\lambda_{orb} = 0$  (иначе амплитуда подавлена как  $(m/Q)^{|\lambda_{orb}|}$ ). С учетом этого очевидно, что поперечно-четные и поперечно-нечетные фотоны есть фотоны электрического и магнитного типа соответственно. Волновую функцию парн с моментом  $\ell$  можно получить, проинтегрировав (6.2.6-7) с множителем

$$4 \sqrt{\pi} \frac{2\ell+1}{\ell(\ell+1)} z z' C_{\ell-1}^{3/2}(2z-1) dz \quad (6.2.9)$$

где  $C_n^d(x)$  - полиномы Гегенбауэра.

Нормировочный интеграл от волновой функции пары типа  $S$  для нейтрального мезона может быть выражен через фактор фотон-мезон при передаче импульса  $m$  (см. пункт 3.2). Действительно, по формуле (2.5.6)  $\langle 0 | \bar{q}_2 \gamma^\mu q_1 | M\gamma \rangle = f_{M\gamma}^{q_1, q_2} K_V^\mu$ . С другой стороны, этот же матричный элемент равен  $M_{\mu\nu} e_\nu$  где  $M_{\mu\nu} = e m^2 \delta_{\mu\nu}(k_2, k_1) F_{\gamma M}(m^2)$  (см. (6.1.38)). Поэтому

$$f_{M\gamma, z}^{q_1, q_2} = 2e \frac{m^2}{Q_2} \delta_{\perp}^{\mu\nu}(k_2, k_1) P_\mu e_{\nu} F_{\gamma M}(m^2) \quad (6.2.10)$$

Отсюда для мезона типа  $S$  с поперечно-четным фотоном и мезона типа  $P$  с поперечно-нечетным фотоном получаем соответствен-

но

$$f_{M_1, z}^{q_1, \bar{q}_2} = \frac{eQ_q}{m} \sqrt{z z'} \int \left( \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_1} \right) f_M^{q_1, \bar{q}_2}(x_2) dx_1 \quad (6.2.II)$$

что согласуется с формулами (6.2.6-7). В терминах разложения по моментам (6.2.9) нормировочный интеграл (6.2.II) содержит только член с  $\ell = 1$ , что очевидно, т.к. пара рождается сохраняющимся (в силу нейтральности) векторным током. Аналогично, нормировочный интеграл от волновой функции пары типа  $P$  связан с формфактором для аксиального тока, а типа  $V$  - для тензорного.

Подставляя волновые функции пар фотон-мезон в формулы для процессов рождения мезонов, мы получим формулы для процессов рождения мезонов, сопровождаемого излучением фотона. В качестве примера рассмотрим  $e^+e^-$  аннигиляцию в мезон и два фотона в случае, когда один из фотонов излучается под относительно малым углом к мезону. Мезон является абсолютно нейтральным и принадлежит к типу  $S_-$  или  $P_-$ . Амплитуда процесса определяется интегралом  $I_{M, z}^q$ , который, независимо от поляризации фотона, оказывается равным (из (6.2.6-7))

$$I_{M, z}^q = \frac{eQ_q}{m} \sqrt{\frac{z'}{z}} (F_M^q(z) + I_M^{\bar{q}}) \quad (6.2.I2)$$

Подставляя этот интеграл в формулу для формфактора  $F_{\gamma M}(Q^2)$  (3.2.6) и учитывая формулу для сечения (3.2.5) и соотношения (6.I.I-2) для фазового объема, получим сечение (2 возможных поляризации фотонов дают в него равный вклад)

$$dR = \frac{\alpha^2}{Q^2} \frac{1-z}{z} \left[ \sum_q Q_q^3 (F_M^q(z) + I_M^{\bar{q}}) \right]^2 \frac{dm^2}{m^2} dz \quad (6.2.I3)$$

6.2.3. Волновые функции мезонных пар. Рассмотрим сначала случай, когда мезоны не являются абсолютно нейтральными. Если валентный антикварк одного из мезонов того же сорта, что кварк другого, то пара имеет кварк-антикварковую волновую функцию (рис.6.7). Из правил отбора по спиральности и поперечной четности (см. пункт 2.2) следует, что пары типа  $S'S, PP, V_{||}V_{||}, V_{\perp}V_{\perp}$  имеют волновую функцию типа  $S$ ; пары типа  $SP,$

$V_{||}V_{\perp}$  - типа  $P$ ; пары типа  $SV_{||}, PV_{\perp}$  - типа  $V_{||}$ ; и пары типа  $SV_{\perp}, PV_{||}$  - типа  $V_{\perp}$ . С учетом этого, из правила отбора по спиральности (аналогично случаю фотон-мезонных пар) следует, что волновые функции пар типа  $V_{||}V_{||}$  и  $V_{\perp}V_{\perp}, SV_{||}$  и  $SV_{\perp}$  совпадают, а пар типа  $V_{||}V_{\perp}$  и  $V_{\perp}V_{||}, PV_{||}$  и  $PV_{\perp}$  - отличаются знаком.

Как уже говорилось в пункте 6.I, диаграмма с излучением мезона кварком отличается от диаграммы без излучения множителем  $\bar{\Gamma}(m, z)$  (6.I.30-32); для антикварка множитель имеет противоположный знак для типов  $S, P$ , и тот же знак для типа  $V$ ; кроме того, в него входит  $F_M^{\bar{q}}$  вместо  $F_M^q$ . Отсюда получаем общее выражение для волновой функции мезонной пары  $f_{M_1 M_2, z}^{q_1, \bar{q}_2}$  где  $z$  - доля импульса пары несомая мезоном  $M_1$ :

$$f_{M_1 M_2, z}^{q_1, \bar{q}_2} = \int \frac{\text{Sp } \tilde{\Gamma} \Gamma_2 \bar{\Gamma}_1 (m\sqrt{x_2}, \frac{z'x_2}{z'x_2+z'}) \delta(x' - z'x_2') f_{M_2}^{q_3 \bar{q}_2}(x_2) dx_2}{\text{Sp } \tilde{\Gamma} \Gamma} + \frac{\text{Sp } \tilde{\Gamma} \bar{\Gamma}_2 (m\sqrt{x_1}, \frac{zx_1}{zx_1+z'}) \Gamma_1 \delta(x - zx_1) f_{M_1}^{q_1, \bar{q}_2}(x_1) dx_1}{\text{Sp } \tilde{\Gamma} \Gamma} \quad (6.2.I4)$$

Спиновые структуры волновой функции мезонов  $\Gamma_1$  и  $\Gamma_2$ , входящие в диаграмму рис.6.7, отличаются от спиновой структуры волновой функции пары  $\Gamma$  множителями  $z$  и  $z'$  соответственно. Отсюда получаем волновую функцию мезонной пары (для пар типа  $SS$  и  $PP$  эта формула получена в /10/)

$$f_{M_1 M_2, z}^{q_1, \bar{q}_2}(x) = \frac{2CF \pi \alpha_s}{N m^2} \left[ z \left( \delta_{\alpha_1 \alpha_2} + \frac{z'}{zx_1 + z'x_2} \right) \delta(x - zx_1) - z' \left( \delta_{\alpha_1, \frac{z}{zx_1 + z'x_2}} \right) \delta(x' - z'x_2') \right] \frac{1}{x_1' x_2'} f_{M_1}^{q_1, \bar{q}_3}(x_1) f_{M_2}^{q_3, \bar{q}_2}(x_2) = \frac{2CF m \alpha_s}{N m^2} \left[ \mathcal{G}(z-x) F_{M_2}^{\bar{q}_2} \left( \frac{z'}{x} \right) f_{M_1}^{q_1} \left( \frac{x}{z} \right) - \mathcal{G}(x-z) F_{M_1}^{q_1} \left( \frac{z}{x} \right) f_{M_2}^{\bar{q}_2} \left( \frac{x'}{z'} \right) \right], \quad \text{где } f_{M_2}^{\bar{q}_2}(x) = f_{M_2}^{q_3}(z-x). \quad (6.2.I5)$$

Если пара является абсолютно нейтральной, то  $q_2 = q_1$ , поэтому у нее кроме волновой функции  $f_{q_1 \bar{q}_1}$  имеется волновая функция  $f_{q_1 \bar{q}_3}$ . Она дается формулой, аналогичной (6.2.I5) и получающейся из нее заменой  $x \leftrightarrow x', x_1 \leftrightarrow x_1', x_2 \leftrightarrow x_2'$ . Кроме того, во всех случаях, кроме тех, когда ровно одна из трех волновых функций (мезонов  $M_1, M_2$  и пары) принадлежит к типу  $P$  (при

этом две другие принадлежат к типам  $(V_{||}, V_{\perp})$ , следует сменить общий знак. Если же и каждый мезон является абсолютно нейтральным, то  $q_3 = q_1$ , и для получения  $f^{q_1, q_2}$  эти вклады нужно сложить.

Если один из мезонов (например,  $M_2$ ) является абсолютно нейтральным, он может иметь глюонную волновую функцию. Тогда, если она относится к типу  $S'$  или  $T_{||}$ , то пара из этого мезона и мезона типа  $S, P, V_{||}, V_{\perp}$  относится к типу  $S, P, V_{||}, V_{\perp}$ , причем для  $V_{||}$  и  $V_{\perp}$  волновые функции совпадают. Если же она относится к типу  $P$  или  $T_{\perp}$ , то пара из этого мезона и мезона типа  $S, V_{||}, V_{\perp}, P$  относится к типу  $P, V_{\perp}, V_{||}, S'$ , причем для  $V_{||}$  и  $V_{\perp}$  волновые функции отличаются знаком.

Соответствующий вклад в кварковую волновую функцию пары изображается диаграммами рис.6.8. Кроме первых двух диаграмм, которые можно по-прежнему выразить через множители излучения мезона кварком (6.1.30-31,37), имеется третья диаграмма другого типа (рис.6.8в). Ее можно выразить через 2 множителя излучения глюона кварком (6.1.12) (без множителя  $t^a$ ):

$$f_{M_1 M_2, z}^{q_1, q_2}(x) = \int \frac{\text{Sp } \tilde{\Gamma}_1 \Gamma_2 (m\sqrt{x_1}, zx_1(zx_1+z)')^{-1}}{\text{Sp } \tilde{\Gamma} \Gamma} \delta(x-zx_1) f_{M_1}^{q_1, q_2}(x_1) dx_1 + \frac{\text{Sp } \tilde{\Gamma} \Gamma_2 (m\sqrt{x_1'}, zx_1'(zx_1'+z)')^{-1}}{\text{Sp } \tilde{\Gamma} \Gamma} \int \delta(x-zx_1) f_{M_2}^{q_1, q_2}(x_1) dx_1 \quad (6.2.16)$$

$$- \frac{C_F}{4N} \frac{\Gamma_2^{\sigma\sigma'} \text{Sp } \tilde{\Gamma} \Gamma_1 \Gamma_2 \Gamma_1 \Gamma_2}{\text{Sp } \tilde{\Gamma} \Gamma} \int \delta(x-zx_1-zx_2') f_{M_1}^{q_1, q_2}(x_1) dx_1 f_{M_2}^{gg}(x_2) dx_2$$

где  $\Gamma_{\sigma} (\sigma=||, \perp)$  - множитель излучения глюона (6.1.12) без фактора  $t^a$ ,  $\Gamma_2^{\sigma\sigma'}$  - спиновая структура волновой функции мезона  $M_2$ , выводимая из (6.1.35-36). Спиновая структура волновой функции мезона  $\Gamma_2$ , входящая в диаграмму рис.6.8, отличается от спиновой структуры волновой функции пары  $\Gamma$  множителем  $Z$ . Поэтому волновую функцию пары можно записать в общем виде

$$f_{M_1 M_2, z}^{q_1, q_2}(x) = 2 \frac{C_F}{N} \frac{\tilde{\Gamma} ds}{m^2} \int \left[ \frac{A(x_1, x_2)}{x_1' x_2} \delta(x-zx_1) + \sigma \frac{A(x_1', x_2')}{x_1 x_2'} \delta(x'-zx_1') - \frac{B(x_1, x_2)}{x_1 x_1' x_2 x_2'} \delta(x-zx_1-zx_2') \right] z f_{M_1}^{q_1, q_2}(x_1) dx_1 f_{M_2}^{gg}(x_2) dx_2 \quad (6.2.17)$$

Величины  $A, B, \sigma$  для мезонов разных типов приведены в таблице 6.1. Если мезон  $M_2$  относится к типу  $S'$  или  $P$ , этот вклад следует добавить к кварковому вкладу (6.2.15), а если к типу  $T'$ , то существует только вклад (6.2.17). Если абсолютно нейтральным является мезон  $M_1$ , то в формуле (6.2.17) следует заменить  $1 \leftrightarrow 2, z \leftrightarrow z'$ . а если абсолютно нейтральны как  $M_1$ , так и  $M_2$ , то следует взять сумму вклада (6.2.17) и полученного из него такой заменой.

Формулы (6.2.15,17) относятся к мезонной паре с определенной долей импульса  $Z$ , или углом вылета  $\alpha$  первого мезона в системе центра масс пары. Можно получить и волновую функцию пары с определенным моментом. Как и для пар фотон-мезон, проекция орбитального момента пары на направление ее движения должна быть равна 0. Волновую функцию пары с орбитальным моментом  $\ell$  можно получить, проинтегрировав (6.2.15,17) с множителем

$$\sqrt{\frac{z}{4}} (2\ell+1) P_{\ell}(2z-1) dz \quad (6.2.18)$$

Если мезоны  $M_1$  и  $M_2$  являются частицей и античастицей, то пара абсолютно нейтральна, и ее четность равна  $(-1)^{\ell}$ . Поэтому должно выполняться свойство симметрии (2.1.8):  $f_{M_1 M_2, z}^{q_1, q_2}(x) = -(-1)^{\ell} f_{M_1 M_2, z}^{q_1, q_2}(x)$ . Оно обеспечивается тем, что  $f_{M_1}^{q_1, q_2}(x) = f_{M_2}^{q_2, q_1}(x')$  и при замене  $z \leftrightarrow z', x_1 \leftrightarrow x_2', x \leftrightarrow x'$  правая часть формулы (6.2.15) меняет знак. Если оба мезона  $M_1$  и  $M_2$  являются абсолютно нейтральными, то пара абсолютно нейтральна, и  $C=C_1 C_2$ . С учетом того, что  $P=C$  для типов  $S$  и  $V$ , и  $P=-C$  для типа  $P$ , кварковый вклад в волновую функцию  $f_{M_1 M_2, z}^{q_1, q_2}$ , равный сумме (6.2.15) и второго аналогичного вклада (с нужным знаком), удовлетворяет свойству симметрии (2.1.8). Для глюонного вклада (6.2.17) (и второго аналогичного ему) это следует из того, что при замене  $x \leftrightarrow x', x_{1,2} \leftrightarrow x_{1,2}'$  первые 2 члена переходят друг в друга со знаком  $\sigma$ , и  $B(x_1', x_2') = \sigma B(x_1, x_2)$ .

Нормировочный интеграл от волновой функции типа  $S'$  мезонной пары  $f_{M_1 M_2, z}^{q_1, q_2}$  может быть выражен через формфактор мезон-мезон при передаче импульса  $m$  (см. пункт 4.1). Действительно, по формуле (2.5.6)  $\langle 0 | \bar{q}_2 \gamma^{\mu} q_1 | M_1 M_2, z \rangle = f_{M_1 M_2, z}^{q_1, q_2} \cdot \kappa^{\mu}$ . С другой стороны, по формуле (4.1.2) этот матричный элемент равен

$(k_2 - k_2)^N F_{M_1 M_2}(m^2)$ , откуда

$$\int_{M_1 M_2, z}^{q_1 \bar{q}_2} = (2z - 1) F_{M_1 M_2}(m^2) \quad (6.2.19)$$

Множитель  $2z - 1$  соответствует тому, что пара рождается в  $P$ -волне в силу сохранения векторного тока. Нормировочный интеграл от волновой функции (6.2.15) равен

$$\int_{M_1 M_2, z}^{q_1 \bar{q}_2} = \frac{2C_F}{N} \frac{\pi ds}{m^2} (\delta_{\alpha_1 \alpha_2} z - \delta_{\alpha_1 \alpha_2} z') I_{M_1}^{q_1} I_{M_2}^{\bar{q}_2} \quad (6.2.20)$$

Для пар типа  $\bar{S}\bar{S}$  и  $PP$  это согласуется с формулой (4.1.4) для формфактора, а для пар типа  $VV$  формфактор равен 0. Глюонный вклад (6.2.17) в нормировочный интеграл отличен от 0 только для пары типа  $\bar{S}\bar{S}$  и равен

$$\int_{M_1 M_2, z}^{q_1 \bar{q}_2} = \frac{2C_F}{N} \frac{\pi ds}{m^2} (2z - 1) (I_{M_1}^{q_1} + I_{M_2}^{\bar{q}_2}) \int_{M_2}^g \quad (6.2.21)$$

что согласуется с (4.1.12). Нормировочный интеграл от волновых функций пар типа  $P$  и  $V$  аналогичным образом связан с формфактором относительно аксиального и тензорного тока. Поскольку тензорный ток не сохраняется, он может рождать пару и в  $P$ , и в  $\bar{S}$ -волне (и соответственно имеет 2 формфактора), и в формуле, аналогичной (6.2.19), кроме члена с  $(2z - 1)$  будет член с 1 (см., например, формулу (6.2.20)).

Если валентные кварк и антикварк одного мезона того же сорта, что и валентные антикварк и кварк другого соответственно, то пара абсолютно нейтральна, и кроме кварк-антикварковой, она имеет глюонную волновую функцию. В соответствии с правилами отбора по спиральности и поперечной четности (см. пункт 2.2), пары мезонов типа  $\bar{S}\bar{S}, PP, V_{||}V_{||}, V_{\perp}V_{\perp}$  имеют волновые функции типа  $\bar{S}$  и  $T_{||}$ , причем для  $V_{||}V_{||}$  и  $V_{\perp}V_{\perp}$  они совпадают; пары мезонов типа  $\bar{S}P, V_{||}V_{\perp}$  имеют волновые функции типа  $P$  и  $T_{\perp}$ , причем для  $V_{||}V_{\perp}$  и  $V_{\perp}V_{||}$  они отличаются знаком.

Как уже говорилось в пункте 6.1, диаграмма с рождением кварк-антикварковой пары глюоном отличается от диаграммы без рождения пары множителем  $i \bar{\Gamma}_{\sigma}(m, z) t^a \Gamma_{\sigma}$ , где  $\sigma = ||, \perp$  и  $\bar{\Gamma}_{\sigma}$  дается формулой (6.1.17) (без множителя  $t^a$ ). Поэтому можно

записать общее выражение для глюонной волновой функции пары  $\int_{M_1 M_2, z}^{g\bar{g}}(x) = \frac{1}{8N} \int \frac{1}{\bar{\Gamma}_{\sigma\sigma'} \Gamma_{\sigma\sigma'}} \hat{\Gamma}_{\sigma\sigma'} \text{Sp}[\bar{\Gamma}_{\sigma}(m\sqrt{x_1 x_2'}, \frac{z x_1}{z x_1 + z' x_2'}) \Gamma_{\sigma} \cdot$

$$\cdot \bar{\Gamma}_{\sigma'}(m\sqrt{x_1' x_2}, \frac{z' x_2}{z' x_2 + z x_1}) \Gamma_{\sigma'}] \delta(x - z x_1 - z' x_2') \int_{M_1}^{q_1 \bar{q}_2}(x_1) dx_1 \int_{M_2}^{q_2 \bar{q}_1}(x_2) dx_2 \quad (6.2.22)$$

где проекторы  $\hat{\Gamma}_{\sigma\sigma'}$  для разных типов волновой функции пары выводятся из (6.2.1),  $\Gamma_{\perp}, \Gamma_{||}$  - спиновая структура волновых функций мезонов  $M_1, M_2$ . Отсюда для волновых функций типа  $\bar{S}, T_{||}$  мы получаем

$$\int_{M_1 M_2, z}^{g\bar{g}}(x) = \frac{1}{8N} \frac{\pi ds}{m^2} \int \left[ 1 + \frac{z x_1 - z' x_2'}{z x_1 + z' x_2'} \cdot \frac{z x_1' - z' x_2}{z x_1' + z' x_2} \right] \delta(x - z x_1 - z' x_2') \quad (6.2.23)$$

$$\cdot \frac{1}{x_1 x_1' x_2 x_2'} \int_{M_1}^{q_1 \bar{q}_2}(x_1) dx_1 \int_{M_2}^{q_2 \bar{q}_1}(x_2) dx_2$$

где верхний знак относится к волновой функции типа  $\bar{S}$  пар  $\bar{S}\bar{S}, PP$ , и к волновой функции типа  $T_{||}$  пар  $V_{||}V_{||}, V_{\perp}V_{\perp}$ ; нижний знак - к волновой функции типа  $\bar{S}$  пар  $V_{||}V_{||}, V_{\perp}V_{\perp}$  и волновой функции типа  $T_{||}$  пар  $\bar{S}\bar{S}, PP$ . Формула для волновой функции типа  $\bar{S}$  пар  $\bar{S}\bar{S}, PP$ , записанная в эквивалентной форме, получена в /10/. Для волновых функций типа  $P, T_{\perp}$  мы получаем

$$\int_{M_1 M_2, z}^{g\bar{g}}(x) = \frac{1}{8N} \frac{\pi ds}{m^2} \int \left[ \frac{z x_1 - z' x_2'}{z x_1 + z' x_2'} \pm \frac{z x_1' - z' x_2}{z x_1' + z' x_2} \right] \delta(x - z x_1 - z' x_2') \quad (6.2.24)$$

$$\cdot \frac{1}{x_1 x_1' x_2 x_2'} \int_{M_1}^{q_1 \bar{q}_2}(x_1) dx_1 \int_{M_2}^{q_2 \bar{q}_1}(x_2) dx_2$$

где верхний знак относится к волновой функции типа  $P$  пар  $V_{||}V_{\perp}$  и к волновой функции типа  $T_{\perp}$  пар  $\bar{S}P$ ; нижний знак - к волновой функции типа  $P$  пар  $\bar{S}P$  и к волновой функции типа  $T_{\perp}$  пар  $V_{||}V_{\perp}$ .

Если оба мезона являются абсолютно нейтральными, то они могут иметь глюонную волновую функцию. Один из двух мезонов может рождаться через кварковую волновую функцию, а другой - через глюонную, что дает вклад в глюонную волновую функцию пары, изображенный на рис.6.10. Эти диаграммы могут быть выражены через волновые функции пар глюон-мезон  $\int_{M_1 M_2}^{g\sigma'}(m, z) (6.1.42)$ . Вклад диаграммы рис.6.10а дается выражением

$$\int_{M_1 M_2, z}^{*g\bar{g}}(x) = \int \frac{1}{\bar{\Gamma}_{\sigma\sigma'} \Gamma_{\sigma\sigma'}} \hat{\Gamma}_{\sigma\sigma'} \int_{M_2}^{*g\sigma'}(m\sqrt{x_1', \frac{z'}{z+z x_1'}}) \Gamma_{M_1}^{*\sigma\sigma'} \delta(x - z x_1) \int_{M_1}^{g\bar{g}}(x_1) dx_1 \bar{\Gamma}_{\sigma\sigma'}$$

$$= \frac{1}{2} \frac{\Gamma}{\sigma\sigma'} f_{M_2 g\sigma'}^{*g\sigma'}(m, \frac{z'}{x'}) \Gamma_{M_2}^{*\sigma\sigma'} f_{M_2}^{g\sigma}(\frac{x}{z}) \frac{\mathcal{D}(z-x)}{z-x} \quad (6.2.25)$$

Будем обозначать типы волновых функций мезонов  $M_1$  и  $M_2$  нижними индексами, а тип волновой функции пары - верхним. Тогда получим для  $f_{SS}^S = f_{PS}^P = f_{\pi\pi S}^{\pi\pi} = f_{\pi\pi S}^{\pi\pi} = f_{PP}^P = f_{SP}^S = -f_{\pi\pi P}^{\pi\pi} = -f_{\pi\pi P}^{\pi\pi}$ .

$$f_{M_1 M_2, z}^{g\sigma}(\alpha) = \frac{1}{N} \frac{\mathcal{D}ds}{m^2} \left( \sum_q I_{M_2}^{qq} \right) f_{M_2}^{g\sigma}(\frac{\alpha}{z}) \frac{1}{\alpha'} \mathcal{D}(z-x) \quad (6.2.26)$$

и для  $f_{SS}^{\pi\pi} = f_{PS}^{\pi\pi} = f_{\pi\pi S}^S = f_{\pi\pi S}^P = f_{PP}^S = f_{SP}^P = -f_{\pi\pi P}^{\pi\pi} = -f_{\pi\pi P}^{\pi\pi}$ .

$$f_{M_1 M_2, z}^{g\sigma}(\alpha) = \frac{1}{N} \frac{\mathcal{D}ds}{m^2} \left( \sum_q I_{M_2}^{qq} \right) f_{M_2}^{g\sigma}(\frac{\alpha}{z}) \frac{z'}{\alpha'} \frac{\mathcal{D}(z-x)}{z-x} \quad (6.2.27)$$

Вклад диаграммы рис.6.IOb получается заменой  $M_1 \leftrightarrow M_2, z \leftrightarrow z'$ . Если для данных типов волновых функций мезонов  $M_1, M_2$  существуют оба вклада, то их следует сложить.

Оба мезона могут рождаться через глюонную волновую функцию (рис.6.II). Диаграммы рис.6.IIa могут быть выражены через волновые функции пар глюон-мезон  $f_{M_2 g\sigma}^{g\sigma}(m, z)$  (6.I.44), а рис.6.IIб - через волновые функции глюонных пар  $f_{g\sigma_1, g\sigma_2}^{g\sigma}(m, z)$  (6.I.20) (без множителя  $f_{abc}$ ):

$$f_{M_1 M_2, z}^{*g\sigma}(\alpha) = \int \frac{1}{\Gamma_{\sigma\sigma'} \Gamma_{\sigma\sigma'}} \left[ \frac{\Gamma_{\sigma\sigma'}}{\sigma\sigma'} f_{M_2 g\sigma'}^{*g\sigma'}(m|\alpha_1, \frac{z'}{z+z\alpha_1'}) \Gamma_{M_2}^{*\sigma\sigma'} \mathcal{D}(\alpha-z\alpha_1) f_{M_2}^{g\sigma}(\alpha_1) dx_1 \right. \\ \left. + \frac{1}{4} \frac{\Gamma_{\sigma\sigma'}}{\sigma\sigma'} f_{g\sigma_1, g\sigma_2}^{*g\sigma}(m|\alpha_1 \alpha_2, \frac{z\alpha_1}{z\alpha_1+z\alpha_2'}) f_{g\sigma_2, g\sigma_1}^{*g\sigma'}(m|\alpha_1 \alpha_2, \frac{z'\alpha_2}{z\alpha_1'+z\alpha_2'}) \right. \\ \left. \cdot \Gamma_{M_2}^{\sigma_1 \sigma_1'} \Gamma_{M_2}^{\sigma_2 \sigma_2'} \delta(\alpha-z\alpha_1-z'\alpha_2') f_{M_2}^{g\sigma}(\alpha_1) dx_1 f_{M_2}^{g\sigma}(\alpha_2) dx_2 \right] \quad (6.2.28) \\ = \frac{2\mathcal{D}ds}{m^2} \int \left[ \frac{A(\alpha_1, \alpha_2)}{\alpha_1' \alpha_2} \delta(\alpha-z\alpha_1) + \left( \frac{1 \leftrightarrow 2}{z \leftrightarrow z'} \right) + \right. \\ \left. + \frac{B(\alpha_1, \alpha_2)}{\alpha_1 \alpha_1' \alpha_2 \alpha_2'} \delta(\alpha-z\alpha_1-z'\alpha_2') \right] f_{M_2}^{g\sigma}(\alpha_1) dx_1 f_{M_2}^{g\sigma}(\alpha_2) dx_2$$

Величины  $A(\alpha_1, \alpha_2)$  для всех разрешенных типов волновых функций приведены в таблице 6.2. Величины  $B(\alpha_1, \alpha_2)$  выражаются через  $\beta(a, b)$ , которые приведены в таблице 6.3:

$$B(\alpha_1, \alpha_2) = \frac{(z\alpha_1+z'\alpha_2')(z\alpha_1'+z'\alpha_2)}{zz'} \beta(a, b); a = \frac{z\alpha_1-z'\alpha_2'}{z\alpha_1+z'\alpha_2'}, b = -\frac{z\alpha_1'-z'\alpha_2}{z\alpha_1'+z'\alpha_2} \quad (6.2.29)$$

В обеих таблицах, если в столбце "+" стоит "-", соответствующую величину А или В следует брать с противоположным знаком. Если хоть один из мезонов  $M_1, M_2$  принадлежит к типу S или P, то вклад (6.2.29) следует добавить к (6.2.26-27) или аналогичному ему, где мезон типа S или P рождается через кварковую волновую функцию. Если оба мезона  $M_1, M_2$  принадлежат к типу S или P, то вклад (6.2.29) следует добавить к двум вкладам типа (6.2.26-27) и к кварковому вкладу (6.2.23-24).

Нормировочный интеграл  $\int f_{M_1 M_2, z}^{g\sigma}(\alpha) \alpha \alpha' d\alpha$  для пары типа S связан с формфакторами  $M_1 M_2$  относительно глюонного тока  $G_\alpha G^{\alpha}$ . Этот ток может рождать пару  $M_1 M_2$  в S, P и D-волне (с нулевой проекцией орбитального момента на направление P). Поэтому в нормировочном интеграле присутствуют члены с  $1, 2z-1, 6z^2-6z+1$ . Для типа T дело обстоит аналогично. Волновая функция типа P антисимметрична, для нее роль нормировочного играет интеграл с дополнительным множителем  $2z-1$ . Такой интеграл соответствует оператору  $\bar{G}_\alpha \vec{D} G^{\alpha}$ , рождающему пары вплоть до  $\ell=3$ ; поэтому в нормировочном интеграле появляется член с  $P_3(2z-1)$ .

Для нахождения сечения рождения мезонных пар в различных процессах достаточно в известных формулах для сечений рождения мезонов заменить их волновые функции на волновые функции пар. Например, амплитуда процесса  $e^+e^- \rightarrow \gamma M_1 M_2$  при большой энергии, если мезоны летят примерно в одну сторону, может быть получена из формфактора фотон-мезон с использованием волновой функции мезонной пары; если же фотон и один из мезонов летят примерно в одну сторону, она может быть получена из формфактора мезон-мезон с использованием волновой функции пары фотон-мезон.



### 6.3. Рождение адронных кластеров

Как уже говорилось, если многоадронная система с массой  $m \ll Q$ , изолированная в области фазового пространства  $\sim Q$ , имеет такие квантовые числа, которые могут быть у бесцветной кварк-антикварковой или глюонной пары, то она формируется из такой пары, а амплитуда ее рождения определяется двухчастичной волновой функцией этой системы. Если система имеет не такие квантовые числа, то сечение ее рождения подавлено по  $m/Q$ . Волновые функции типичных многоадронных сечений невычислимы в рамках теории возмущений КХД. Однако, если  $m \gg \mu$ , то можно вычислить сечение, просуммированное по всем многоадронным системам с данной инвариантной массой  $m/II$ . Это удастся сделать при помощи гипотезы партон-адронной дуальности, из которой вытекает соотношение полноты для волновых функций многоадронных систем с  $m \gg \mu$ . Такую многоадронную систему мы будем называть кластером и обозначать  $C$ . При достаточно больших  $m$  кластер расщепляется на две струи. Оценки сечений рождения кластеров в различных жестких процессах выглядят так же, как и сечений рождения мезонов, только место  $f_m^2$  занимает  $\Delta m^2$ .

Партон в кластере примерно коллинеарен и несет доли импульса кластера, равные  $x$  и  $x' = 1-x$ . Переменная  $x$  связана с углом вылета  $\alpha$  первого партона в системе покоя кластера:  $x = \cos^2 \frac{\alpha}{2}$ ,  $x' = \sin^2 \frac{\alpha}{2}$ ,  $2x-1 = \cos \alpha$ . Обозначим также  $z = \frac{m^2}{Q^2} \ll 1$ .

Суммирование сечения по спинам партонов в кластере удобно проводить с помощью спиновых соотношений полноты. Для кварков и глюонов они изображены соответственно на рис.6.12а и 6.12б. Если известны формулы для сечений рождения мезона со всеми спиновыми структурами волновой функции в некотором процессе, то сечение рождения кластера в этом процессе легко может быть получено из них при помощи соотношений полноты. Фазовый объем для конечного состояния с двумя партонами, образующими кластер, выражается через фазовый объем, в котором кластер считается одной частицей, с помощью формул (6.1.1-2). При достаточно больших  $m$ , когда кластер расщепляется на две струи, распределение по  $x$  имеет прямой физический смысл - это угловое распределение струй.

Сечение рождения адронной системы  $S$  выражается через ее волновые функции:

$$d\sigma(s+X) = \frac{1}{4J} \sum \int dx_1 dx_2 \overline{Sp} \left[ M_H^{p_1 p_1'}(x_1) \frac{\Gamma}{4N} \right] \cdot Sp \left[ M_H^{p_2 p_2'}(x_2) \frac{\Gamma}{4N} \right] f_s^{p_1 p_1'}(x_1) f_s^{*p_2 p_2'}(x_2) d\Phi_{sX} \quad (6.3.1)$$

где  $M_H^{pp'}$  - жесткая амплитуда, суммирование ведется по сортам партонов и спиновым структурам, а  $J$  есть инвариантный поток начальных частиц. В силу гипотезы партон-адронной дуальности, сумма сечений рождения любых адронных систем с заданной инвариантной массой равна сечению рождения партонов. Используя все выведенные тождества, мы легко можем написать сечение рождения бесцветной  $q\bar{q}'$ -пары:

$$d\sigma(C^{q\bar{q}'}+X) = \frac{1}{4J} \overline{Sp} \left[ M_H^{q\bar{q}'}(x/p) M_H^{q\bar{q}'}(x/p) \right] d\Phi_{q\bar{q}'X} = \frac{dm^2}{(4\pi)^2} \frac{16N}{4J} \sum \int \frac{dx}{2} xx' \overline{Sp} \left[ M_H^{q\bar{q}'}(x) \frac{\Gamma}{4N} \right] Sp \left[ M_H^{q\bar{q}'}(x) \frac{\Gamma}{4N} \right] d\Phi_{CX} \quad (6.3.2)$$

где  $\rho(x/p)$ ,  $\rho(x'/p)$  матрицы плотности, индекс  $s$  означает, что берется бесцветное состояние пары партонов. Аналогично, сечение рождения бесцветной  $gg$ -пары равно

$$d\sigma(C^{gg}+X) = \frac{1}{4J} \frac{1}{2} \overline{Sp} \left[ (M_H^{gg} + M_H^{gg'}) \rho(x/p) (M_H^{gg} + M_H^{gg'}) \rho(x/p) \right] d\Phi_{ggX} = \frac{dm^2}{(4\pi)^2} \frac{8N}{C_F} \sum \int \frac{dx}{2} \frac{1}{4J} \frac{1}{2} \overline{Sp} \left[ (M_H^{gg} + M_H^{gg'}) \frac{\Gamma}{4N} \right] Sp \left[ (M_H^{gg} + M_H^{gg'}) \frac{\Gamma}{4N} \right] d\Phi_{CX} \quad (6.3.3)$$

где  $M_H^{gg'}$  есть матричный элемент  $M_H^{gg}$  с переставленными глюонами. Сравнивая (6.3.1) с (6.3.2-3), мы видим, что свойство партон-адронной дуальности записывается в виде соотношений полноты для кварковых и глюонных волновых функций (рис.6.13)

$$/II/: \sum_s f_s^{q\bar{q}'}(x_1) f_s^{*q\bar{q}'}(x_2) = \frac{dm^2}{(4\pi)^2} \frac{16N}{C_F} \int \frac{dx}{2} xx' \delta(x_1-x) \delta(x_2-x) \delta^{q_1 q_2} \delta^{\bar{q}_1' \bar{q}_2'}, \quad (6.3.4)$$

$$\sum_s f_s^{gg}(x_1) f_s^{*gg}(x_2) = \frac{dm^2}{(4\pi)^2} \frac{8N}{C_F} \int \frac{dx}{2} \frac{1}{2} [\delta(x_1-x) + P \delta(x_1'-x)] \cdot [\delta(x_2-x) + P \delta(x_2'-x)] \quad (6.3.5)$$

Эти соотношения выполняются для каждой спиновой структуры отдельно. Они играют роль матрицы плотности кластера. Сумма по  $S$  берется при  $m^2 \leq m_S^2 \leq m^2 + dm^2$ . В глюонном случае  $P = \pm I$  есть четность рассматриваемой структуры  $\Gamma$  при перестановке тензорных индексов:  $P_S = P_T = I, P_P = -I$ .

Кластер характеризуется набором аддитивных квантовых чисел: электрический заряд, странность и т.д. Эти квантовые числа (заряды) экспериментально определяются как суммы по адронам, входящим в кластер. Поэтому имеет смысл интересоваться сечением образования кластеров с каждым набором зарядов отдельно. Если набор зарядов кластера ненулевой, то он однозначно фиксирует кварк-антикварковую пару, из которой произошел этот кластер. Если же он нулевой, то кластер мог произойти из любой пары одинаковых кварка и антикварка или пары глюонов, и необходимо суммирование сечений. Можно, конечно, интересоваться и сечением образования кластера с любыми зарядами.

Мы должны уточнить способ выделения кластера с учетом того, что при  $\alpha \lesssim m^2/Q^2$  или  $\alpha' \lesssim m^2/Q^2$  теряется его изоляция в фазовом пространстве, и рассматриваемый подход неприменим. Задача состоит в том, чтобы найти экспериментально осуществимый способ отбора событий, который бы ограничил область интегрирования по  $\alpha$ :  $a/(1+a) < \alpha < 1/(1+a)$ ,  $0 < a < 1$ . Одно из возможных решений состоит в том, чтобы потребовать, чтобы все частицы кластера летели в конус с углом  $\pi - \vartheta$ . Это требование приводит к обрезанию при  $a = z' \tan^2 \frac{\vartheta}{2}$ , где  $z' = \frac{m^2}{Q^2}$ . Другое решение, которое представляется более трудоемким, требует нахождения поперечного импульса  $K_{\perp}$  струй, из которых состоит кластер, и отбора событий с  $K_{\perp} > K_0$ . Это эквивалентно требованию  $\alpha > \alpha_0$ , где  $K_0 = \frac{m}{2} \sin \alpha_0$ , и приводит к  $a = \tan^2 \frac{\alpha_0}{2}$ . В любом случае, чтобы эффекты удержания не влияли существенно на обрезание, должно быть  $a \gg m^2/Q^2$ . Заметим, что ширина кластера по шкале быстрот  $\Delta y \simeq \ln \frac{1}{a}$  ограничена, и он отделен большой щелью от мягких частиц, имеющих  $y_0 \simeq \ln Q^2/\mu^2$ . Способы обрезания изображены на рис. 6.14: событие 1 принимается, а 2 - исключается.

В качестве простейшего примера рассмотрим распад векторного кваркония  $\psi_q \rightarrow \gamma M$ . Его вероятность дается формулой (3.3.3). Применяя к ней соотношение полноты (6.3.5), получим

$$\frac{d}{dz'} B_{\gamma} (\psi_q \rightarrow \gamma C) = \frac{2}{g^2 - 9} \frac{1-a}{1+a} \quad (6.3.6)$$

Распределение по  $\alpha = \frac{1}{2}(1 + \cos \alpha)$  постоянно. Эту формулу можно, конечно, получить и как предельный случай формулы Ора-Лауалла (I.2.39), правая часть которой при  $z_3 \rightarrow 1, z_2 \rightarrow 1 - z_1$  принимает вид  $2/(g^2 - 9)$ .

Процесс  $\gamma^* \rightarrow \gamma M$  описывается формулами (3.2.2-3). Применяя к ним соотношение полноты (6.3.4), получим

$$\frac{d}{dz'} R(\gamma C) = \frac{\alpha}{\pi} N \sum_q Q_q^4 \left( \ln \frac{1}{a} - \frac{1-a}{1+a} \right) \quad (6.3.7)$$

Эту формулу можно, конечно, получить и как предельный случай формулы, аналогичной (I.2.3) для излучения фотона кварками (она получается заменой  $C_F \rightarrow 1, \alpha_s \rightarrow \alpha, Q_q^2 \rightarrow Q_q^4$ ). Ее правая часть при  $z \rightarrow 1, z_- \rightarrow 1 - z_+$  принимает вид  $\frac{\alpha}{\pi} N \sum_q Q_q^4 \frac{1}{z} \cdot \left( \frac{z_+}{1-z_+} + \frac{1-z_+}{z_+} \right)$ .

Более общий процесс  $\gamma^* \gamma^* \rightarrow C$ , в том числе с учетом эволюции волновых функций, рассмотрен в /II/. Ранее он рассматривался в работе /I2/, в которой, однако, не учтено различие эволюции волновых функций типов  $S$  и  $P$ .

Сечение процессов типа  $\gamma^* \rightarrow MC$  /II/ можно получить из формфакторов  $\gamma^* \rightarrow MM$  (см. пункт 4.1). Если мезон не является абсолютно нейтральным и принадлежит к типу  $S$  или  $P$ , то

$$\frac{dR(MC)}{dz'} = \frac{C_F^2}{2N} \frac{\alpha_s^2}{Q^2} \left[ (I^2 + \bar{I}^2) \ln \frac{1}{a} - (I - \bar{I})^2 \frac{1-a}{1+a} \right] \quad (6.3.8)$$

где

$$I = Q_q I_M^q, \quad \bar{I} = Q_{\bar{q}} I_M^{\bar{q}}. \quad (6.3.9)$$

В случае абсолютно нейтральных мезонов типа  $P$  глюонные волновые функции не дают вклада в процесс  $\gamma^* \rightarrow M_1 M_2$ . Поэтому для мезона типа  $P_+$

$$\frac{dR(MC)}{dz'} = \frac{C_F^2}{N} \frac{\alpha_s^2}{Q^2} \left( \sum_q I^2 \right) \left( \ln \frac{1}{a} - 2 \frac{1-a}{1+a} \right), \quad (6.3.10)$$

а типа  $P_-$

$$\frac{dR(MC)}{dz'} = \frac{C_F^2 \alpha_s^2}{N Q^2} \left( \sum_9 I^2 \right) \ln \frac{L}{a}. \quad (6.3.II)$$

В случае абсолютно нейтрального мезона типа  $S_-$  глюонная пара дает вклад в кластер, поэтому к кварковому вкладу (совпадающему с (6.3.I0)) добавляется глюонный (он когерентен по сортам кварка):

$$\frac{dR(MC)}{dz'} = \frac{C_F^2 \alpha_s^2}{N Q^2} \left( \sum_9 I^2 \right) \left( \ln \frac{L}{a} - 2 \frac{L-a}{L+a} \right) + 2 \frac{C_F \alpha_s^2}{N Q^2} \left( \sum_9 I \right)^2 \frac{L-a}{L+a}. \quad (6.3.I2)$$

В случае абсолютно нейтрального мезона типа  $S_+$  глюонная амплитуда когерентно примешивается к каждой кварк-антикварковой амплитуде:

$$\frac{dR(MC)}{dz'} = \frac{C_F^2 \alpha_s^2}{N Q^2} \left[ \sum_9 Q_q^2 (I_M^q + f_M^g)^2 \right] \ln \frac{L}{a} \quad (6.3.I3)$$

Рассмотрим теперь процесс  $\gamma^* \rightarrow CC$  /II/. Если нас интересует кластер, не являющийся абсолютно нейтральным, то его заряды однозначно определяют, из какой кварк-антикварковой пары он произошел. Тогда, применяя соотношение полноты (6.3.4) к обоим волновым функциям, получим

$$\frac{d^2 R(CC)}{dz'_1 dz'_2} = C_F^2 \frac{\alpha_s^2}{2\pi^2} \left[ (Q_q^2 + Q_{\bar{q}}^2) \left( \ln \frac{L}{a} - \frac{L-a}{L+a} \right) + 2 Q_q Q_{\bar{q}} \frac{(L-a)^2}{L+a} \right] \quad (6.3.I4)$$

Если же нас интересует абсолютно нейтральный кластер, то дают вклад все пары из одинакового кварка и антикварка и глюонные пары. В этом случае

$$\frac{d^2 R(CC)}{dz'_1 dz'_2} = C_F^2 \frac{\alpha_s^2}{\pi^2} \left( \sum_9 Q_q^2 \right) \ln \frac{L}{a} \left( \ln \frac{L}{a} - 2 \frac{L-a}{L+a} \right) + C_F \frac{\alpha_s^2}{\pi^2} \left( \sum_9 Q_q \right)^2 \frac{L-a}{L+a} \ln \frac{L}{a} \quad (6.3.I5)$$

Сечение рождения кластеров с любыми зарядами

$$\frac{d^2 R(CC)}{dz'_1 dz'_2} = C_F^2 \frac{\alpha_s^2}{\pi^2} \left[ n_f \left( \sum_9 Q_q^2 \right) \left( \ln \frac{L}{a} - \frac{L-a}{L+a} \right)^2 - \left( \sum_9 Q_q \right)^2 \frac{(L-a)^2}{L+a} \right] + C_F \frac{\alpha_s^2}{\pi^2} \left( \sum_9 Q_q \right)^2 \frac{L-a}{L+a} \ln \frac{L}{a} \quad (6.3.I6)$$

В этих формулах предполагается, что параметр обрезания  $a$  одинаков для обоих кластеров. Если это не так, то квадраты скобок надо заменить на произведения таких же скобок с  $a_1$  и  $a_2$ , и  $\frac{L-a}{L+a} \ln \frac{L}{a} \rightarrow \frac{1}{2} \left( \frac{L-a_1}{L+a_1} \ln \frac{L}{a_1} + \frac{L-a_2}{L+a_2} \ln \frac{L}{a_2} \right)$ . В двух последних формулах кластеры считаются различными, поэтому при интегрировании по  $dz'_1 dz'_2$  нужно включить множитель  $1/2$ . Формула, аналогичная (6.3.I6), была ранее получена в работе /I3/, в которой, однако, допущена ошибка в учете тождественности. При  $Q \geq 10$  ГэВ и разумном выборе  $a \sim (2 \text{ ГэВ}/Q)^2$ ,  $\Delta z \sim 0,1$  рождение двух кластеров дает вклад в  $R \sim 10^{-4}$ , и следовательно этот процесс должен наблюдаться при достаточно большом числе событий.

Таким же методом можно получить формулы для рождения кластеров в других процессах, например, распадах кваркония. Так, вероятности распадов кваркония на мезон, не являющийся абсолютно нейтральным, и кластер, даются формулой

$$\frac{dB(MC)}{dz'} = \frac{b C_F \alpha_s^2}{2N^2 m^2} \int_0^1 \frac{dy}{yy'} \left| \int_0^1 \frac{c(x,y) f(x) dx}{xx' [1+(1-2y)(1-2x)]} \right|^2 \quad (6.3.I7)$$

где величины  $b, c$  приведены в таблице 4.1. Применяя соотношение полноты к обоим волновым функциям, можно получить вероятности распада на 2 кластера. Например, вероятность распада  $\psi$  на 2 кластера, не являющихся абсолютно нейтральными, дается формулой /II/

$$\frac{d^2 B(CC)}{dz'_1 dz'_2} = \frac{C_F \alpha_s^2}{N 2\pi^2} \left[ \ln \frac{L}{a} - \ln \frac{L+a^2}{2a} \right] \quad (6.3.I8)$$

## 7. РОЖДЕНИЕ ИЗОЛИРОВАННОГО АДРОНА И СТРУЙ

### 7.1. Изолированные адроны

Как уже говорилось в разделе 3.1, процессы с одним мезоном лучше всего подходят для исследования при больших  $Q^2$ . Однако в процессах типа  $1 \rightarrow 2$  нет свободных кинематических переменных, и все, что можно получить из эксперимента — это одно число, являющееся некоторым интегралом от волновой функции ме-

зона. Значительно более информативными являются процессы типа  $I \rightarrow 3$ , которые позволяют извлечь из эксперимента функцию от параметра — энергии мезона. Знание же интеграла от волновой функции, зависящего от параметра, позволяет, в принципе, полностью восстановить волновую функцию мезона, решив соответствующее интегральное уравнение.

Поэтому особенно интересным представляется процесс рождения изолированного мезона и двух струй, предложенный в /4/ (см. также /5/). А именно, предлагается отбирать события (в  $e^+e^-$  аннигиляции, распадах кваркония и т.д.), в которых угол между направлением движения мезона и струй превышает  $\vartheta$ .

Рассматривается распад покоящейся частицы с импульсом  $q$ ,  $q^2 = Q^2$  (например, виртуального фотона) на 3 безмассовые частицы: мезон с импульсом  $p$  и 2 партона с импульсами  $k_{\pm}$ . Энергию мезона  $q \cdot p / Q$ , отнесенную к максимально возможной  $Q/2$ , обозначим  $z$ :  $q \cdot p = Q^2 z$ , переменная  $z$  может меняться от 0 до 1. Инвариантная масса системы двух партонов  $(k_+ + k_-)^2 = 2k_+ \cdot k_- = Q^2 z'$  (где  $z' = 1 - z$ ). Определим вторую независимую переменную  $\omega$  как  $p \cdot k_{\pm} = Q^2 (1 \pm \omega) z / 4$ . Она может меняться от  $-1$  до  $+1$ ,  $\omega = -1$  соответствует конфигурации  $p \parallel k_+$ , а  $\omega = +1 - p \parallel k_-$ . Углы  $\vartheta_{\pm}$  между направлением движения мезона и партонов равны

$$\cos \vartheta_{\pm} = \frac{q \cdot p \cdot k_{\pm} - Q^2 p \cdot k_{\pm}}{q \cdot p \cdot q \cdot k_{\pm}} \quad (7.1.1)$$

Мы хотим отбирать события, в которых конус с углом  $\vartheta$  вокруг направления движения мезона является пустым, поэтому должны потребовать  $\vartheta_+ > \vartheta$ ,  $\vartheta_- > \vartheta$ . Это ограничивает область изменения  $\omega$  отрезком  $-\omega_0, \omega_0$ , где удобно представить  $\omega_0$  в форме  $\omega_0 = \frac{z-a}{z+a}$ , причем

$$a = z' \operatorname{tg}^2 \frac{\vartheta}{2} \quad (7.1.2)$$

Процесс кинематически возможен только при  $a \leq 1$ .

Мы намерены, таким образом, оставить событие рис.7.1а и забраковать событие рис.7.1б. Критерий отбора событий удобно сформулировать в терминах потока энергии в конус. Струи выглядят нормальным образом в системе своего центра масс, поэтому

наиболее естественно использовать поток энергии в этой системе. На уровне партонов поток энергии всех частиц, кроме выбранного мезона, в конус равен 0 в случае рис.7.1а и  $\frac{Q}{2} \sqrt{z'}$  в случае рис.7.1б. В действительности при переходе партонов в адронные струи будет происходить утечка энергии в конус в случае рис.7.1а и из конуса в случае рис.7.1б (на рис.7.1 это изображено в виде пунктирных линий). Чтобы избежать систематического перебора или недобора событий, сформулируем критерий отбора событий следующим образом.

Считается, что событие содержит изолированный мезон с долей энергии  $z$  в конусе с углом  $\vartheta$ , если:

- 1) имеется мезон долей энергии  $z$ , и
- 2) поток энергии других частиц (включая фотоны от распадов  $q^0$  и т.д.) в конусе с углом  $\vartheta$  вокруг направления движения мезона (имеющих доли энергии  $z_i$  и углы с этим направлением  $\vartheta_i$ ) не превышает половины потока энергии струи:

$$\sum_{\vartheta_i < \vartheta} z_i (1 - z \sin^2 \frac{\vartheta_i}{2}) \leq \frac{1-z}{2} \quad (7.1.3)$$

С учетом эффективности регистрации частиц детектором правую часть уравнения (7.1.3) следовало бы умножить на среднюю долю потока энергии, регистрируемую в данных условиях.

Рассмотрим теперь, при каких значениях параметров  $z, \vartheta$  (или  $z, a$ ) действительно применимо рассмотрение процесса в рамках теории возмущений в КХД. Во-первых, чтобы переход пары партонов с инвариантной массой  $Q^2 z'$  в адроны не менял сечения процесса, мы должны потребовать, чтобы  $z' \gg \kappa^2 / Q^2$ . Поэтому, если мы положим

$$z' \geq \frac{Q_i^2}{Q^2} \quad (7.1.4)$$

то ситуация будет во всяком случае не хуже, чем при вычислении полного сечения при энергии  $Q_i$ . Ошибки, вносимые адронизацией в отбор событий,  $\sim \left(\frac{2\kappa}{Q\sqrt{z'}}\right)^2 \leq \left(\frac{2\kappa}{Q_i}\right)^2$ . Чтобы найти второе условие применимости, рассмотрим возможные топологии диаграмм рождения изолированного мезона и двух струй (рис.7.2). На этом рисунке любые партоны изображены сплошными линиями, а крестиком обозначен источник пары партонов. Виртуальность пропагатора, помеченного звездочкой на рис.7.2б, равная  $Q^2(1-z+z\alpha)$ ,

велика в силу условия (7.1.4). Виртуальности других пропагаторов равны или  $Q^2 z (1 \pm \omega)$ , или этому выражению, умноженному на  $\alpha$  или  $\alpha'$ . Значит, мы должны потребовать, чтобы

$$\frac{z}{2}(1 - \omega_0) \equiv \frac{zq}{1+a} \gg \mu^2/Q^2. \text{ Поэтому, если мы положим}$$

$$\frac{zq}{1+a} \geq \frac{Q_e^2}{Q^2}, \quad (7.1.5)$$

то ситуация будет во всяком случае не хуже, чем при вычислении формфактора фотон-мезон при передаче импульса  $Q_e$  (и лучше, чем при вычислении формфактора мезон-мезон, где могут присутствовать 2 множителя  $\alpha$  или  $\alpha'$ ). Поскольку  $a \leq 1$ , во всяком случае должно быть  $z \geq 2Q_e^2/Q^2$ . Значит, процесс вообще возможен только при  $Q^2 \geq Q_0^2 \equiv Q_i^2 + 2Q_e^2$ .

Таким образом, если мы зафиксируем границы области применимости  $Q_i$  и  $Q_e$ , или  $z_i \equiv Q_i^2/Q^2$  и  $z_e \equiv 2Q_e^2/Q^2$ , и захотим при этом набрать наибольшее число полезных событий, мы должны будем менять  $\vartheta$  при изменении  $z$  так, чтобы неравенство (7.1.5) превратилось в равенство. Поэтому при оптимальном способе обработки событий необходимо искать мезоны такие, что

- 1) их доля энергии  $z$  лежит в интервале от  $z_e$  до  $1 - z_i$ , и
- 2) они удовлетворяют условию изолированности при

$$a = \frac{z_e}{2z - z_e} \quad (7.1.6)$$

соответствии с этим уравнением  $\vartheta$  убывает от  $2 \arctg \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{2Q_e^2}{Q^2}}}$  при  $z = z_e$  до минимального значения  $2 \arctg \frac{2Q_e}{Q(1 - Q_e^2/Q^2)}$  при  $z = \frac{1}{2}(1 + \frac{Q_e^2}{Q^2})$  и опять возрастает до  $2 \arctg \left[ \frac{Q_e}{Q_i} \left( 1 - \frac{(Q_i^2 + Q_e^2)}{Q^2} \right)^{-\frac{1}{2}} \right]$  при  $z = 1 - z_i$ .

В некоторых предельных случаях сечение рождения изолированного мезона и двух струй может быть легко получено с использованием результатов главы 6. Так, если угол между направлением движения мезона и одной из струй относительно мал ( $\mu/Q \ll \vartheta \ll 1$ ), и мезон не является очень мягким или очень жестким ( $z \gg \mu^2/Q^2$ ,  $z' \gg \mu^2/Q^2$ ), масса системы партон-мезон  $m \sim Q\vartheta$  удовлетворяет условиям  $\mu \ll m \ll Q$  (при этом  $\mu^2/Q^2 \ll a \ll 1$ ,  $z \sim 1$ ). Если эта система партон-мезон по квантовым числам имеет однопартонную волновую функцию, то сечение

процесса равно просто произведению сечения рождения двух партонов на функцию фрагментации партона в изолированный мезон. Функции фрагментации являются универсальными - не зависят от конкретного процесса и относятся к структуре произвольной струи. Их размерная оценка имеет вид  $w \sim \alpha_s^2 f_M^2 / Q^2 \vartheta^2$ , они были вычислены в пункте 6.1 с использованием однопартонных волновых функций системы партон-мезон.

Если система партон-мезон не имеет однопартонной волновой функции по квантовым числам, или суммарный партон не может родиться в жесткой стадии рассматриваемого процесса (например, мезон вблизи глюонной струи в  $e^+e^-$  аннигиляции), существенной становится двухпартонная волновая функция. Сечения не содержит степенного усиления  $\sigma \sim 1/\vartheta^2$ ; в этом случае  $d\sigma \sim \frac{f_M^2 d\vartheta^2}{Q^2 \vartheta^2}$ ,  $\sigma \sim \frac{f_M^2}{Q^2} \ln \frac{1}{\vartheta^2}$ . Оно уже не факторизуется на сечение рождения струй и не зависящую от процесса функцию фрагментации. Коэффициент при логарифме можно вычислить, подставляя двухпартонную волновую функцию системы партон-мезон из пункта 6.2 в амплитуду рассматриваемого процесса. Например, сечение  $e^+e^-$  аннигиляции в изолированный мезон и две глюонные струи можно получить простым переобозначением (константы связи  $\alpha^3 Q_9^6 \rightarrow \alpha \alpha_s^2 Q_9^2$  и цветовой след  $N \cdot N \rightarrow \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} (2N_C)$ ) из аналогичного сечения с двумя фотонами, вычисленного в пункте 6.2.

В другом предельном случае, когда мезон очень жесткий:  $\mu^2/Q^2 \ll z' \ll 1$ ,  $a \sim 1$ , две струи сливаются в кластер. Рождение мезона и кластера в любом процессе легко рассчитывается, исходя из рождения двух мезонов, как это описано в разделе 6.3. Для  $e^+e^-$  аннигиляции там приведены и результаты. Заметим, что применяя соотношения полноты для волновых функций к результатам следующего раздела, можно получить сечения  $e^+e^-$  аннигиляции в изолированный кластер и две струи. Эти сечения не содержат волновых функций, и однозначно вычисляются в теории возмущений КХД. При  $\mu^2/Q^2 \ll z' \ll 1$  они переходят в сечения  $e^+e^-$  аннигиляции в 2 кластера (см. раздел 6.3).

7.2.  $e^+e^-$  аннигиляция в изолированный мезон и две струи

Диаграммы рождения изолированного мезона в  $e^+e^-$  аннигиляции изображены на рис.7.3. Если мезон не является абсолютно нейтральным, существуют только диаграммы рис.7.3а. Для мезонов типа  $V$  независимо от их свойств по аромату имеется только кварковая волновая функция; кроме того, диаграммы рис.7.3в не дают вклада в силу сохранения кварковой спиральности, поэтому остаются только диаграммы рис.7.3а. Для мезонов типа  $T_+$  имеется только глюонная волновая функция, поэтому существуют только диаграммы рис.7.3б. Для мезонов типов  $S_+, P_+$  диаграммы рис.7.3в не дают вклада в силу сохранения  $C$ -четности, поскольку  $C$ -четность бесцветной пары глюонов положительна, поэтому остаются диаграммы рис.7.3а,б. Для мезонов типов  $S_-, P_-$ , имеющих только кварковую волновую функцию, остаются диаграммы рис.7.3а,в.

Спектрально-угловое распределение изолированных мезонов выражается через 2 функции  $dR_{||}/dz$  и  $dR_{\perp}/dz$  (см. приложение в /1/). Зависящие от  $\omega$  знаменатели диаграмм имеют вид  $(l+\omega)(l-\omega)^{n-1}$ , поэтому легко убедиться, что интегралы по  $\omega$  линейно выражаются через 3 структуры:  $\frac{l-a^2}{2a}$ ,  $\ln \frac{l}{a}$  и  $\frac{l-a}{l+a}$ . При  $z \rightarrow 1$  угловое распределение пар мезон-кластер, как и пар мезонов, является продольным, т.е.  $dR_{\perp}/dz=0$ . При  $\mathcal{D} \rightarrow 0$  угловое распределение мезонов является поперечным, как и кварковых струй, из фрагментации которых они произошли, поэтому сингулярный член  $\propto 1/\mathcal{D}^2$  есть только в  $dR_{\perp}/dz$ . Исходя из этого, можно записать общий вид сечений рождения изолированного мезона и кварковых струй (рис.7.3а,б):

$$\frac{dR_{\perp}}{dz} = \frac{C_F^2}{2N} \frac{\alpha_s^2}{Q^2} \frac{l-z}{z} \left[ A \frac{l-a^2}{2a} - B \ln \frac{l}{a} + \frac{C}{2} \frac{l-a}{l+a} \right],$$

$$\frac{dR_{||}}{dz} = \frac{C_F^2}{N} \frac{\alpha_s^2}{Q^2} \frac{1}{z} \left[ D \ln \frac{l}{a} - 2E \frac{l-a}{l+a} \right] \quad (7.2.1)$$

Коэффициент  $A$  известен из функции фрагментации кварка в мезон при малых  $\mathcal{D}$  (см. раздел 6.1). Коэффициенты  $D$  и  $E$  известны в пределе  $z \rightarrow 1$  из сечений  $e^+e^-$  аннигиляции в мезон и кластер (см. раздел 6.3). В частности, в этом пределе не рождаются мезоны с ненулевой спиральностью (типы  $V, T'$ ).

Для мезонов типов  $S_-, P_-$  к сечению рождения изолированного мезона с кварковыми струями (7.2.1) нужно добавить сечение его рождения с глюонными струями (рис.7.3в). В этом случае при  $\mathcal{D} \rightarrow 0$  главный вклад дает двухчастичная волновая функция системы глюон-мезон, поэтому сингулярные члены  $\propto 1/\mathcal{D}^2$  отсутствуют. Угловое распределение для глюона и системы глюон-мезон, как и для пары фотон-мезон, является поперечным, поэтому член с  $\ln 1/\mathcal{D}^2$  есть только в  $dR_{\perp}/dz$ :

$$\frac{dR_{\perp}^g}{dz} = \frac{C_F}{4N} \frac{\alpha_s^2}{Q^2} \frac{l-z}{z} \left( B' \ln \frac{l}{a} - C' \frac{l-a}{l+a} \right),$$

$$\frac{dR_{||}^g}{dz} = 2 \frac{C_F}{N} \frac{\alpha_s^2}{Q^2} \frac{1}{z} E' \frac{l-a}{l+a} \quad (7.2.2)$$

Коэффициент  $B'$  известен из двухчастичной волновой функции системы глюон-мезон (см. раздел 6.2). Коэффициент  $E'$  известен в пределе  $z \rightarrow 1$  из сечений  $e^+e^-$  аннигиляции в мезон и кластер (см. раздел 6.3).

Вычисление сечений  $e^+e^-$  аннигиляции в изолированный мезон и 2 струи подробно описано в /5/; результаты собраны в таблице 7.1. В ней использованы обозначения (см. формулы (6.1.32,34))

$$I = Q_q I_M^q, \bar{I} = Q_{\bar{q}} I_M^{\bar{q}}, F = Q_q F_M^q, \bar{F} = Q_{\bar{q}} F_M^{\bar{q}}, f = Q_q f_M^q, \bar{f} = Q_{\bar{q}} f_M^{\bar{q}}, I = Q_q I_M^q \quad (7.2.3)$$

Для мезона типа  $P$  (в предположении, что его волновая функция асимптотическая) сечение вычислялось также в /14/; оно не согласуется, однако, с описанными простыми предельными случаями.

Для  $\pi^+$  мезонов выведенные формулы приобретают вид

$$\frac{dR_{\perp}}{dz} = \frac{10}{243} \frac{\alpha_s^2 f_{\pi}^2}{Q_e^2} \frac{z e}{z(l-z)} \left[ \tilde{F}^2 \frac{l-a^2}{2a} - \tilde{F} \left( \tilde{F} - \frac{4}{5} \tilde{I} \right) \ln \frac{l}{a} + \frac{1}{2} (\tilde{F}^2 + \tilde{I}^2 - \frac{8}{5} \tilde{F} \tilde{I}) \frac{l-a}{l+a} \right],$$

$$\frac{dR_{||}}{dz} = \frac{20}{243} \frac{\alpha_s^2 f_{\pi}^2}{Q_e^2} \frac{z e}{z} \tilde{I}^2 \left[ \ln \frac{l}{a} - \frac{1}{5} \frac{l-a}{l+a} \right] \quad (7.2.4)$$

где  $f_{\pi^+}^4 = f_{\pi} \tilde{f}(\alpha)$ ,  $I_{\pi^+}^4 = f_{\pi} \tilde{I}$ ,  $F_{\pi^+}^4 = f_{\pi} \tilde{F}$ . При заданных  $Q_e, Q_c$  вклад в  $R$  рассматриваемых событий растет от 0 при  $Q^2 = Q_0^2$  и выходит на константу, равную

$$\frac{dR_{\infty}}{dz} = \frac{20}{243} \frac{\alpha_s^2 f_{\pi}^2}{Q_e^2} (1-z) \tilde{F}^2(z) \quad (7.2.5)$$

Заметим, что если выбрать  $a$  в соответствии с (7.1.6), то при  $z - z_c \ll z_c \ll 1$  (с учетом (6.1.33)), можно получить

$$2 \frac{dR_{\perp}}{dz} \simeq \frac{dR_{\parallel}}{dz} = \frac{4}{27} \frac{\alpha_s^2 f_{\pi}^2}{Q_e^2} I \left(1 - \frac{z_c}{z}\right) \left(1 + O\left(z, \frac{z-z_c}{z_c}\right)\right) \quad (7.2.6)$$

Приведем для справок формулы для сечений изолированного рождения всех мезонов из псевдоскалярного и векторного нонетов. Формулы представлены в виде

$$\begin{aligned} \frac{dR_{\perp}}{dz} &= \frac{2}{3^5} e \frac{\alpha_s^2 f_M^2}{Q_e^2} \frac{z_c}{z} (1-z) \left[ A \frac{1-a^2}{2a} - B e \frac{1}{a} + \frac{C}{z} \frac{1-a}{1+a} \right], \\ \frac{dR_{\parallel}}{dz} &= \frac{e^2}{3^5} e \frac{\alpha_s^2 f_M^2}{Q_e^2} \frac{z_c}{z} \left[ D e \frac{1}{a} - E \frac{1-a}{1+a} \right] \end{aligned} \quad (7.2.7)$$

Коэффициенты  $e, A, B, C, D, E$  приведены в таблице 7.2. В ней волновые функции  $f_{1^{\pm}}, g^{\pm}$  (с нулевой спиральностью) взяты в виде  $f_{1^{\pm}, g^{\pm}} = f_{\pi, \rho} \tilde{f}(x)$ , волновые функции  $K^{\pm}, K^{*\pm}$  в виде  $f_{K, K^*} = f_{K, K^*}(\tilde{f}_S(x) + f_A(x))$ , где  $\tilde{f}_S$  симметрична, а  $f_A$  - антисимметрична относительно замены  $x \leftrightarrow x'$ ; волновые функции  $\eta, \eta'$  взяты в виде  $f_{\eta, \eta'}(x) = f_{\eta, \eta'}^d(x) = \frac{f_{\eta, \eta'}(x)}{\sqrt{2}}$ ,  $f_{\eta, \eta'}^s(x) = f_{\eta, \eta'}^s(x)$ ; волновые функции  $\omega$  взяты в виде  $f_{\omega}^u(x) = f_{\omega}^d(x) = (f_{\omega}^0/\sqrt{2}) \tilde{f}(x)$  и, наконец, для  $\varphi$  - в виде  $f_{\varphi}^s(x) = f_{\varphi}^s(x)$ . Интегралы  $F, I$  от безразмерных функций  $\tilde{f}(x)$  обозначены  $\tilde{F}, \tilde{I}$  с теми же индексами. Для векторных мезонов приведенные сечения представляют собой суммы сечений рождения мезона со спиральностями  $0, \pm 1$ . Поэтому в них входят отношения нормировок волновых функций  $\frac{f_{1^{\pm}}^2}{f_{\rho}^2} = \frac{f_{M, 1^{\pm}}^2}{f_M^2}$  и интегралы  $\tilde{F}_{\perp}$  от волновых функций мезонов со спиральностью  $\pm 1$ . Отсюда видно, что во всех случаях, кроме  $\pi$  мезонов, имеется больше одной неизвестной функции, что затрудняет анализ данных. Кроме того, изолированные мезоны, распадающиеся до регистрации, труднее выделять экспериментально. Поэтому представляется наиболее разумным начать экспериментальное исследование рождения изолированных мезонов с  $\pi^{\pm}$ .

На рис.7.4б изображены графики функций  $\tilde{F}(z)$  для разных волновых функций мезона, изображенных на рис.7.4а: кривая 1 -  $\tilde{f}(x) = \delta(x - 1/2)$ ; кривая 2 -  $\tilde{f}(x) = 6x(1-x)$ ; кривая 3 -  $\tilde{f}(x) = 120x(1-x)(x-1/2)^2 / 15$  (см. пункт 2.4). На рис.7.4в изображены соответствующие спектры изолированных  $\pi$ -мезонов при  $Q \gg Q_e$  в соответствии с формулой (7.2.4). Качественная тенденция очевидна уже из определения (6.1.32) - чем шире волновая функция, тем больше сечение и жестче спектр изолированных мезонов. Поэтому даже грубое измерение сечения, для которого достаточно иметь несколько событий, может дать очень ценную информацию о волновой функции  $\pi$ -мезона.

На рис.7.5а изображены полные сечения  $R(Q), 2R_{\perp}(Q)$  и  $R_{\parallel}(Q)$ , отнесенные к  $R_{\infty}$ , в зависимости от  $Q/Q_e$ , вычисленные для реалистической волновой функции  $\pi$ -мезона (2.4.II), в предположении  $Q_i = Q_e$ . На рис.7.5б изображены соответствующие спектры при 3 значениях  $Q/Q_e$ , равных 1, 5, 2, 5 и  $\infty$ . Вблизи порога  $dR_{\parallel}/dz$  и  $2dR_{\perp}/dz$  совпадают в соответствии с (7.2.6).

Величина сечения рассматриваемого процесса зависит от выбора  $Q_i, Q_e$ , который должен производиться из условия малости поправок (степенных, радиационных). Как уже говорилось в разделе 4.1, для процессов с одним мезоном область применимости начинается при меньших  $Q^2$ , чем для процессов с двумя мезонами, т.к. минимальная виртуальность пропагатора в одномезонных процессах  $\sim Q^2 x_0$ , а в двухмезонных  $\sim Q^2 x_0^2$ , где для волновой функции  $\pi$  мезона (2.4.II)  $x_0 \sim 0,15$ . Поэтому выберем  $Q_i = Q_e = 2$  ГэВ (минимальная виртуальность при этом будет  $\sim (800 \text{ МэВ})^2$ , т.е. больше, чем  $(500 \text{ МэВ})^2$  в эксклюзивных распадах чармония). Тогда вклад в  $R$  изолированных  $\pi$  мезонов возрастает от 0 при  $Q = 3,5$  ГэВ до  $R_{\infty} = 1,75 \cdot 10^{-3}$  при больших энергиях. Это значение получено для волновой функции (2.4.II). Начиная с  $Q \simeq 7$  ГэВ,  $R(Q)$  слабо зависит от энергии. Поэтому оптимальная область энергий для проведения эксперимента определяется из требования иметь наибольшее число адронных событий при энергии  $Q \gtrsim 7$  ГэВ.

Полученное сечение не очень мало, однако серьезной проблемой является фон. Существует несколько его источников. Один из них - флуктуации поперечного импульса мезонов в двухструй-

ных событиях. Они быстро вымирают, когда поперечный импульс превышает свое характерное значение  $k_{\perp} \sim 300+400$  МэВ. Поэтому, чтобы основная часть струи попала внутрь конуса вокруг выбранного мезона и нарушила его изолированность, достаточно выбрать  $Q_e > \sqrt{\frac{1-z}{z}} k_{\perp \max}$  (это условие написано для  $z_e \ll z$ ).

Другой источник фона - двух- и малочастичные распады тяжелых частиц с массой  $m$ , входящих в состав струи (т.е.  $D$  и  $B$ -мезонов). Для них роль  $k_{\perp \max}$  играет  $m/2$ . Поэтому выбор  $Q_e = 2$  ГэВ исключает фон от  $D$  мезонов при не слишком малых  $z$ . С другой стороны, распады  $B$ , в которых  $\pi$  мезон имеет энергию, близкую к максимальной  $m/2$ , имеют малую вероятность: в распадах такого типа  $\pi$  мезон формируется на малых расстояниях, и их вероятность содержит множитель  $(f_{\pi}/m)^2 < (f_{\pi}/Q_e)^2$ .

Если тяжелая частица не сопровождается струей, то среди ее двухчастичных (или квазидвухчастичных; т.е. на  $\pi$  + легкая система) распадов фон создают те, в которых  $\pi$  мезон вылетает почти вперед, и уносит почти всю энергию. Поэтому представляют опасность тяжелые частицы, не сопровождаемые струей и имеющие долю энергии от  $z$  до  $z + \frac{m^2}{Q_e^2} + (1-z) \max(\frac{m^2}{Q_e^2}, \frac{1}{z})$ . Однако сечение рождения тяжелой частицы, не сопровождаемой струей, мало далеко от порога, и такие частицы сосредоточены при  $z \approx 1$ . Кроме того, как уже говорилось, вероятность распада такой частицы на энергичный  $\pi$  мезон содержит малость  $(f_{\pi}/m)^2$ .

Наконец, еще один источник фона - трехструйные события, в которых  $\pi$  мезон унес почти всю энергию одной из струй. Если доля энергии своей струи, несомая  $\pi$  мезоном,  $x > \frac{z}{1+z}$ , то остатка от этой струи недостаточно для нарушения изолированности  $\pi$  мезона; она нарушается только тогда, когда в конус попадает одна из двух оставшихся струй. Например, вклад в  $(dR/dz)_{\text{фон}}$  от фрагментации кварка в энергичный  $\pi$  мезон в трехструйном событии, где кварк имел долю энергии  $z_+$ , а антикварк  $z_-$ , имеет вид

$$\int \frac{d^2R}{dz_+ dz_-} \frac{1}{z_+} \omega_{\pi}^{\pi}(z_+) dz_+ dz_-$$

причем  $z_+$  меняется от  $z$  до  $\frac{z+z_e}{2}$ , а  $z_-$  от  $(1-z_+) \frac{(1-z)(2z-z_e)+z_e}{(1-z)(2z-z_e)+z_e(1-z)}$  до  $\frac{(1-z)(2z-z_e)+z_e(1-z)^2}{(1-z)(2z-z_e)+z_e(1-z)}$ . Вклад от антикварка имеет такой же

вид с заменой  $z_+ \leftrightarrow z_-$ . Сечение трехструйной аннигиляции  $\frac{d^2R}{dz_+ dz_-}$  дается формулой (1.2.3). Функцию фрагментации  $\omega_{\pi}^{\pi}(x)$  можно считать известной из эксперимента, т.к. она совпадает с инклюзивным спектром  $\pi$  мезонов. По правилам кваркового счета,  $\omega_{\pi}^{\pi}(x) \sim (1-x)^2$  при  $x \rightarrow 1$ . Вклад от фрагментации глюона получается переобозначением  $z_+ \leftrightarrow z_g \equiv 2-z_+-z_-$ ; функция фрагментации  $\omega_{\pi}^{\pi}(x)$ , однако, неизвестна.

Таким образом, все перечисленные источники фона можно оценить, частично с использованием экспериментальных данных. Такой анализ обязательно должен быть произведен для того, чтобы произвести обоснованный выбор границ  $Q_e, Q_i$ .

В работах /16-18/ при помощи метода правил сумм рассматривались волновые функции  $K$  и  $S$ -мезонов. Подставляя симметричную часть волновой функции  $K$  мезона из /16/ и антисимметричную из /17/ в формулу (7.2.6) с учетом таблицы 7.2, получаем, что отношение сечения рождения изолированных  $K^{\pm}$ -мезонов при высоких энергиях к сечению рождения  $\pi^{\pm}$ -мезонов равно  $R_K/R_{\pi} = 0,94$ . Аналогично, подставляя в ту же формулу с учетом соответствующей строки таблицы 7.2 волновую функцию  $S$  мезона со спиральностью 0 из /16/ и со спиральностью  $\pm 1$  из /18/, получаем, что отношение сечения рождения изолированных  $S^{\pm}$ -мезонов с любой спиральностью при высоких энергиях к сечению рождения  $\pi^{\pm}$ -мезонов равно  $R_S/R_{\pi} = 1,34$ . Интегралы для сечений  $R_K, R_S$  были вычислены аналитически с использованием программы DIRAC /9/. Таким образом, сечения изолированного рождения  $\pi, K, S$  мезонов близки по величине. Это связано с тем, что множители  $(f_K/f_{\pi})^2 > 1, (f_S/f_{\pi})^2 > 1$  компенсируются меньшей величиной интегралов  $\tilde{F}_K, \tilde{F}_S$  по сравнению с  $\tilde{F}_{\pi}$ . На рис. 7.6 изображены спектры изолированных  $\pi, K, S$  мезонов при больших энергиях  $\frac{1}{R_{\pi}} \frac{dR_{\pi}}{dz}, \frac{1}{R_K} \frac{dR_K}{dz}, \frac{1}{R_S} \frac{dR_S}{dz}$ . В отличие от случая  $\pi$  мезонов, для  $K$  и  $S$  мезонов имеется по 2 неизвестных функции (для  $K$  - симметричная и антисимметричная части волновой функции, для  $S$  - волновые функции  $S$  мезона со спиральностью 0 и  $\pm 1$ ). Поэтому измерение одной функции недостаточно для их восстановления. Однако, подставляя в формулу (7.2.6) те или иные модели волновых функций  $K$  и  $S$  мезонов, например, предложенные в /16-18/, и сравнивая их с экс-



периментом, можно осуществлять проверку этих моделей.

Аналогичным образом можно рассмотреть рождение изолированных мезонов в других процессах, например, распадах кваркония. Если мезон не является синглетом по аромату, то пара из него и партон не имеет одноглонной волновой функции, поэтому вероятность распада не имеет особенности  $\sim 1/\theta^2$ . Пара из такого мезона и кварка может иметь двухчастичную волновую функцию типа кварк-глюон, поэтому при малых  $\theta$  вероятность ведет себя как  $\ln(1/\theta^2)$ . Приведем для примера вероятность распада  $Q\bar{q}$  на изолированный несинглетный мезон типа  $S'$  или  $P$ :

$$\frac{dB}{dz} = \frac{c_F}{2N^2} \frac{\alpha_s^2}{m^2} \frac{1}{z} \int_{-\omega_0}^{+\omega_0} \frac{d\omega}{1-\omega^2} \left| \int_0^1 \frac{\omega+X}{2-z+z\omega X} \frac{f(x)dx}{xx'} \right|^2 \quad (7.2.8)$$

Для  $X_{q0}$  аналогичная формула имеет вид

$$\frac{dB}{dz} = \frac{c_F}{18N^2} \frac{\alpha_s^2}{m^2} \frac{1}{z} \int_{-\omega_0}^{+\omega_0} \frac{d\omega}{1-\omega^2} \left| \int_0^1 \frac{z^2(1-\omega^2)(1-X^2) + 4(1-z)}{2-z+z\omega X} \frac{f(x)dx}{xx'(2-z+z\omega X)} \right|^2 \quad (7.2.9)$$

В этих формулах  $X \equiv 2x-1$ . Легко убедиться, что при  $z \rightarrow 1$  эти формулы (после замены  $\omega = 2y-1$ ) переходят в вероятности распада кваркония на мезон и кластер (6.3.17).

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Этот обзор посвящен жестким адронным процессам, в которых адроны рождаются или уничтожаются на малых расстояниях. В их число входят, в частности, эксклюзивные адронные процессы с большими передачами импульса. Исследование их важно как с точки зрения проверки КХД, так и для исследования структуры адронов.

Сложность изучения жестких адронных процессов обусловлена малостью их сечений, которые значительно меньше, чем для жестких партонных процессов. Так, для процесса с участием  $n$  мезонов на малых расстояниях  $\sigma \sim \frac{1}{Q^2} (f^2/Q^2)^n$ , где  $f \sim \mu$  — масштаб волновых функций мезонов. Поэтому при больших  $Q^2$ , где только и применим подход, основанный на использовании теории возмущений КХД, наибольшие сечения имеют процессы с одним ме-

зоном. Они являются удобными для изучения и по другим причинам. Сейчас имеется много свидетельств, что волновые функции легких мезонов могут быть широкими. Это означает, что амплитуда процесса определяется областью относительно малых  $x$ . Минимальная виртуальность пропагаторов в  $n$ -мезонном процессе  $\sim Q^2 x^n$ . Значит, область применимости теоретического рассмотрения для одномезонных процессов начинается при меньших  $Q^2$ .

Поэтому большой интерес представляют процессы  $e^+e^- \rightarrow \gamma\pi^0, \gamma\eta, \gamma\eta'$  (см. пункт 3.2). В случае  $\pi$ -мезона, для волновой функции (2.4.II) характерные  $x \sim 0,15$ . В области энергий несколько ниже массы  $\psi$  мезона  $Q \simeq 3$  ГэВ характерная виртуальность кваркового пропагатора  $\sim 1,2$  ГэВ, что позволяет надеяться на применимость теоретических формул. Сечение для этой волновой функции при  $Q \sim 3$  ГэВ

$$R(\gamma\pi^0) \sim \frac{25\pi}{9} \alpha \left( \frac{f_\pi}{Q} \right)^2 \sim 10^{-4}$$

не слишком мало. Основной источник фона — трехфотонная аннигиляция, сечение которой в рассматриваемой области (фотоны вылетают под большим углом  $\sim \pi/2$  к оси пучков, один фотон с энергией, близкой к максимальной, летит в одну сторону, а два других с энергиями одного порядка — в другую) можно оценить как

$$R(\gamma\gamma\gamma) \sim \frac{\alpha}{\pi} \frac{\Delta m^2}{Q^2}, \quad \frac{R(\gamma\gamma\gamma)}{R(\gamma\pi^0)} \sim \frac{\Delta m^2}{(5f_\pi)^2}$$

где  $\Delta m^2$  — точность измерения квадрата инвариантной массы двух фотонов при  $m^2 \simeq m_\pi^2$ . Для этой величины имеем

$$\frac{\Delta m^2}{m^2} \sim 2 \left( \frac{\Delta\omega}{\omega} + \frac{\Delta\theta}{\theta} \right)$$

где  $\omega \sim 0,5+1$  ГэВ — энергия фотонов,  $\theta \sim \frac{m_\pi}{Q} \approx 30^\circ$  — угол между направлениями их движения, а  $\Delta\omega, \Delta\theta$  — точность их измерения. Представляется возможным добиться, чтобы  $\Delta m^2/m^2 \lesssim 1$ , тогда сечение фонового процесса оказывается более чем на порядок меньше эффекта. В этом эксперименте ( $e^+e^- \rightarrow \gamma\pi^0$ ) может быть непосредственно измерена величина  $\Gamma_\pi$  (см. пункт 3.2), что дало бы важную информацию о волновой функции  $\pi$ -мезона.

Величину  $I$  можно извлечь также из сечения двухфотонного рождения мезона с одним сильно виртуальным фотоном (см. пункт 3.2). При той же величине передачи импульса  $(t) \approx (3 \text{ ГэВ})^2$  и полной энергии  $\sqrt{s} \sim 10 \text{ ГэВ}$ , сечение  $e^+e^- \rightarrow e^+e^-\pi^0$  с регистрацией электрона, вылетающего под большим углом есть  $dR/de_0 \sim 5 \cdot 10^{-4}$ , где  $e_0 = \epsilon_0 s/t$ . Фоновым процессом является двойной комптон-эффект эквивалентного фотона на электроны. Отношение сечения фонового процесса к сечению основного процесса параметрически такое же, как и выше.

Для распадов  $\Psi \rightarrow \gamma M$  (см. пункт 3.3), где имеется обширная экспериментальная информация, ситуация с областью применимости существенно более сложная. Для скалярных и тензорных мезонов асимптотический (пертурбативный) механизм определяется их глюонными волновыми функциями. Если они существенно меньше кварковых, то вклад могут давать также неасимптотические механизмы. Измерение поляризации  $f$  мезона в распаде  $\Psi \rightarrow \gamma f$ , видимо, свидетельствует именно об этом. Можно рассчитывать, что наблюдение распада  $\Upsilon \rightarrow \gamma f$  позволило бы однозначно установить величину глюонной волновой функции  $f$  мезона, поскольку для этого распада асимптотические формулы должны быть вполне надежными. Однако, если предположить, что асимптотический механизм дает правильный порядок величины для вероятности распада  $\Psi \rightarrow \gamma f$ , то для распада  $\Upsilon \rightarrow \gamma f$  относительная вероятность будет примерно в  $4(m_\pi/m_\Psi)^2 \approx 40$  раз меньше и составит  $B(\Upsilon \rightarrow \gamma f) \sim 5 \cdot 10^{-5}$ . Для псевдоскалярных мезонов ( $\eta, \eta'$ ) асимптотический механизм подавлен в  $\sim \alpha_s^2$  раз, а вклад оператора  $G\tilde{G}$  твиста 4 усилен в  $\sim 1/\alpha_s^2$  раз, поэтому степенная поправка  $\sim (m_\pi/m_{\eta'})^4$  не мала даже для  $\Upsilon$ -мезона (см. пункт 3.3).

Область применимости расчетов для двухмезонных процессов должна начинаться при больших  $Q^2$  (см. главу 4). Если потребовать, чтобы характерная виртуальность пропагаторов была  $\gtrsim 1 \text{ ГэВ}$ , то для волновой функции  $\pi$ -мезона (2.4.II) это приводит к  $Q \gtrsim 7 \text{ ГэВ}$ . При  $Q \sim 10 \text{ ГэВ}$   $R(\pi^+\pi^-) \sim 3 \cdot 10^{-6}$ , так что изучение процессов типа  $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-, K\bar{K}, \rho^+\rho^-$  в этой области весьма затруднено. Вероятности двухмезонных распадов семейства  $\Upsilon$  также очень малы.

Для двухмезонных распадов семейства  $\Psi$  имеется обширная экспериментальная информация. Однако, для этих распадов,

также как и для формфакторов в области  $Q \lesssim m_\Psi$  могут играть существенную роль вклады неасимптотических механизмов, если они содержат большой масштаб масс (см. пункт 4.1). Эта проблема еще ждет своего анализа. Если же окажется, что эти механизмы не играют существенной роли, то имеющиеся экспериментальные данные позволяют исключить узкие волновые функции легких мезонов. Однако, даже в этом случае количественное сравнение асимптотических формул для широких волновых функций с экспериментом является сомнительным, т.к. характерная виртуальность пропагаторов в этих процессах оказывается  $\sim 500 \text{ МэВ}$  (см. главу 4).

Очень интересной представляется постановка эксперимента по рождению изолированных мезонов в  $e^+e^-$  аннигиляции (см. главу 7) в области энергий несколько ниже  $\Upsilon$  семейства (где нет  $B$  мезонов). Если выбрать границы обрезания  $Q_e = Q_i = 2 \text{ ГэВ}$  (см. пункт 7.2, для волновой функции  $\pi$ -мезона (2.4.II) это соответствует характерной виртуальности  $\gtrsim 800 \text{ МэВ}$ ), то ожидается вполне приемлемое сечение  $R \sim 10^{-3}$ . Поэтому основной задачей является отделение рождения изолированных мезонов от фона. Ряд важных источников фона обсуждался в конце пункта 7.2. Для выделения полезных событий необходим дополнительный анализ, в том числе использование экспериментальных данных для процессов, составляющих фон. Даже небольшого числа событий достаточно для получения качественных сведений о волновой функции  $\pi$ -мезона; увеличение же числа событий позволило бы детально ее исследовать.

В заключение авторы выражают свою глубокую благодарность Житницкому А.Р., Радюшкину А.В. и Черняку В.Л. за многочисленные обсуждения, и Высоцкому М.И., Ефремову А.В., Мильштейну А.И., Терентьеву М.В., Фадину В.С. за обсуждения, во многом способствовавшие написанию этого обзора.

Л и т е р а т у р а

1. В.Н.Байер, А.Г.Грозин. Препринт ИЯФ 82-82 (1982).
2. В.Н.Байер, А.Г.Грозин. Препринт ИЯФ 82-92 (1982).
3. В.Н.Байер, А.Г.Грозин. Препринт ИЯФ 84-00 (1984).
4. V.N.Baier, A.G.Grozin. Phys. Lett. 96B, 181 (1980)
5. А.Г.Грозин. ЯФ 37, 424 (1983).
6. A.Bohr. Nucl. Phys. 10, 486 (1959)
7. G.Altarelli, G.Parisi. Nucl. Phys. B126, 298 (1977)  
G.Altarelli. Phys. Reports 81, 1 (1982)
8. Ю.Л.Докшицер. ЖЭТФ 73, 1216 (1977).  
Yu.L.Dokshitzer, D.I.Dyakonov, S.I.Troyan. Phys. Reports 58, 269 (1980)
9. А.Г.Грозин. Препринт ИЯФ 83-II7 (1983).
10. А.Г.Грозин. ЯФ 38, 484 (1983).
11. В.Н.Байер, А.Г.Грозин. ЯФ 35, 1537 (1982).
12. M.K.Chase. Nucl. Phys. B174, 109 (1980)
13. J.Randa. Phys. Rev. D21, 1795 (1980)
14. S.Gupta. Phys. Rev. D24, 1169 (1981)
15. V.L.Chernyak, A.R.Zhitnitsky. Nucl. Phys. B201, 492 (1982)
16. V.L.Chernyak, A.R.Zhitnitsky, I.R.Zhitnitsky. Nucl. Phys. B204, 477 (1982)
17. А.Р.Житницкий, И.Р.Житницкий, В.Л.Черняк. ЯФ 38, 1277 (1983).
18. А.Р.Житницкий, И.Р.Житницкий, В.Л.Черняк. ЯФ 38, 1074 (1983).

На рис.7.4б изображены графики функций  $\tilde{F}(z)$  для разных волновых функций мезона, изображенных на рис.7.4а: кривая 1 -  $\tilde{F}(x) = \delta(x - 1/2)$ ; кривая 2 -  $\tilde{F}(x) = 6x(1-x)$ ; кривая 3 -  $\tilde{F}(x) = 120x(1-x)(x - 1/2)^2$  /15/ (см. пункт 2.4). На рис.7.4в изображены соответствующие спектры изолированных  $\mathcal{P}$ -мезонов при  $Q \gg Q_e$  в соответствии с формулой (7.2.4). Качественная тенденция очевидна уже из определения (6.1.32) - чем шире волновая функция, тем больше сечение и жестче спектр изолированных мезонов. Поэтому даже грубое измерение сечения, для которого достаточно иметь несколько событий, может дать очень ценную информацию о волновой функции  $\mathcal{P}$ -мезона.

На рис.7.5а изображены полные сечения  $R(Q)$ ,  $2R_L(Q)$  и  $R_{II}(Q)$ , отнесенные к  $R_\infty$ , в зависимости от  $Q/Q_e$ , вычисленные для реалистической волновой функции  $\mathcal{P}$ -мезона (2.4.II), в предположении  $Q_i = Q_e$ . На рис.7.5б изображены соответствующие спектры при 3 значениях  $Q/Q_e$ , равных 1, 5, 2,5 и  $\infty$ . Вблизи порога  $dR_{II}/dz$  и  $2dR_L/dz$  совпадают в соответствии с (7.2.6).

Величина сечения рассматриваемого процесса зависит от выбора  $Q_i$ ,  $Q_e$ , который должен производиться из условия малости поправок (степенных, радиационных). Как уже говорилось в разделе 4.1, для процессов с одним мезоном область применимости начинается при меньших  $Q^2$ , чем для процессов с двумя мезонами, т.к. минимальная виртуальность пропагатора в одномезонных процессах  $\sim Q^2 x_0$ , а в двухмезонных  $\sim Q^2 x_0^2$ , где для волновой функции  $\mathcal{P}$  мезона (2.4.II)  $x_0 \sim 0,15$ . Поэтому выберем  $Q_i = Q_e = 2$  ГэВ (минимальная виртуальность при этом будет  $\sim (800 \text{ МэВ})^2$ , т.е. больше, чем  $(500 \text{ МэВ})^2$  в эксклюзивных распадах чармония). Тогда вклад в  $R$  изолированных  $\mathcal{P}$  мезонов возрастает от 0 при  $Q = 3,5$  ГэВ до  $R_\infty = 1,75 \cdot 10^{-3}$  при больших энергиях. Это значение получено для волновой функции (2.4.II). Начиная с  $Q \approx 7$  ГэВ,  $R(Q)$  слабо зависит от энергии. Поэтому оптимальная область энергий для проведения эксперимента определяется из требования иметь наибольшее число адронных событий при энергии  $Q \gtrsim 7$  ГэВ.

Полученное сечение не очень мало, однако серьезной проблемой является фон. Существует несколько его источников. Один из них - флуктуации поперечного импульса мезонов в двухструй-

ных событиях. Они быстро вымирают, когда поперечный импульс превышает свое характерное значение  $k_{\perp} \sim 300+400$  МэВ. Поэтому, чтобы основная часть струи попала внутрь конуса вокруг выбранного мезона и нарушила его изолированность, достаточно выбрать  $Q_e > \sqrt{\frac{1-z}{z}} k_{\perp \max}$  (это условие написано для  $z_e \ll z$ ).

Другой источник фона - двух- и малочастичные распады тяжелых частиц с массой  $m$ , входящих в состав струи (т.е.  $D$  и  $B$ -мезонов). Для них роль  $k_{\perp \max}$  играет  $m/2$ . Поэтому выбор  $Q_e = 2$  ГэВ исключает фон от  $D$  мезонов при не слишком малых  $z$ . С другой стороны, распады  $B$ , в которых  $\pi$  мезон имеет энергию, близкую к максимальной  $m/2$ , имеют малую вероятность: в распадах такого типа  $\pi$  мезон формируется на малых расстояниях, и их вероятность содержит множитель  $(f_{\pi}/m)^2 < (\frac{f_{\pi}}{Q_e})^2$ .

Если тяжелая частица не сопровождается струей, то среди ее двухчастичных (или квазидвухчастичных, т.е. на  $\pi$  + легкая система) распадов фон создают те, в которых  $\pi$  мезон вылетает почти вперед, и уносит почти всю энергию. Поэтому представляют опасность тяжелые частицы, не сопровождаемые струей и имеющие долю энергии от  $z$  до  $z + \frac{m^2}{Q^2} + (z-z) \max(\frac{m^2}{Q^2}, \frac{1}{z})$ . Однако сечение рождения тяжелой частицы, не сопровождаемой струей, мало далеко от порога, и такие частицы сосредоточены при  $z \approx 1$ . Кроме того, как уже говорилось, вероятность распада такой частицы на энергичный  $\pi$  мезон содержит малость  $(f_{\pi}/m)^2$ .

Наконец, еще один источник фона - трехструйные события, в которых  $\pi$  мезон унес почти всю энергию одной из струй. Если доля энергии своей струи, несомая  $\pi$  мезоном,  $x > \frac{z}{z+z}$ , то остатка от этой струи недостаточно для нарушения изолированности  $\pi$  мезона; она нарушается только тогда, когда в конус попадает одна из двух оставшихся струй. Например, вклад в  $(dR/dz)_{\text{фон}}$  от фрагментации кварка в энергичный  $\pi$  мезон в трехструйном событии, где кварк имел долю энергии  $z_+$ , а антикварк  $z_-$ , имеет вид

$$\int \frac{d^2R}{dz_+ dz_-} \frac{1}{z_+} \omega_{\pi}^{\pi}(z_+) dz_+ dz_-$$

причем  $z_+$  меняется от  $z$  до  $\frac{z+z_e}{2}$ , а  $z_-$  - от  $(1-z_+) \frac{(z-z_e)/(2z-z_e)+z_e}{(z-z)(2z-z_e)+z_e(z-z)}$  до  $\frac{(z-z)(2z-z_e)+z_e(z-z)^2}{(z-z)(2z-z_e)+z_e(z-z)}$ . Вклад от антикварка имеет такой же

вид с заменой  $z_+ \leftrightarrow z_-$ . Сечение трехструйной аннигиляции  $\frac{d^2R}{dz_+ dz_-}$  дается формулой (1.2.3). Функцию фрагментации  $\omega_{\pi}^{\pi}(x)$  можно считать известной из эксперимента, т.к. она совпадает с инклюзивным спектром  $\pi$  мезонов. По правилам кваркового счета,  $\omega_{\pi}^{\pi}(x) \sim (1-x)^2$  при  $x \rightarrow 1$ . Вклад от фрагментации глюона получается переобозначением  $z_+ \leftrightarrow z_g = 2-z_+-z_-$ ; функция фрагментации  $\omega_{\pi}^{\pi}(x)$ , однако, неизвестна.

Таким образом, все перечисленные источники фона можно оценить, частично с использованием экспериментальных данных. Такой анализ обязательно должен быть произведен для того, чтобы произвести обоснованный выбор границ  $Q_e, Q_i$ .

В работах /16-18/ при помощи метода правил сумм рассматривались волновые функции  $K$  и  $\rho$ -мезонов. Подставляя симметричную часть волновой функции  $K$  мезона из /16/ и антисимметричную из /17/ в формулу (7.2.6) с учетом таблицы 7.2, получаем, что отношение сечения рождения изолированных  $K^{\pm}$ -мезонов при высоких энергиях к сечению рождения  $\pi^{\pm}$ -мезонов равно  $R_K/R_{\pi} = 0,94$ . Аналогично, подставляя в ту же формулу с учетом соответствующей строки таблицы 7.2 волновую функцию  $\rho$  мезона со спиральностью 0 из /16/ и со спиральностью  $\pm 1$  из /18/, получаем, что отношение сечения рождения изолированных  $\rho^{\pm}$ -мезонов с любой спиральностью при высоких энергиях к сечению рождения  $\pi^{\pm}$ -мезонов равно  $R_{\rho}/R_{\pi} = 1,34$ . Интегралы для сечений  $R_K, R_{\rho}$  были вычислены аналитически с использованием программы DIRAC /9/. Таким образом, сечения рождения изолированных  $\pi, K, \rho$  мезонов близки по величине. Это связано с тем, что множители  $(f_K/f_{\pi})^2 > 1, (f_{\rho}/f_{\pi})^2 > 1$  компенсируются меньшей величиной интегралов  $\tilde{F}_K, \tilde{F}_{\rho}$  по сравнению с  $\tilde{F}_{\pi}$ . На рис.7.6 изображены спектры изолированных  $\pi, K, \rho$  мезонов при больших энергиях  $\frac{1}{R_{\pi}} \frac{dR_{\pi}}{dz}, \frac{1}{R_K} \frac{dR_K}{dz}, \frac{1}{R_{\rho}} \frac{dR_{\rho}}{dz}$ . В отличие от случая  $\pi$  мезонов, для  $K$  и  $\rho$  мезонов имеется по 2 неизвестных функции (для  $K$  - симметричная и антисимметричная части волновой функции, для  $\rho$  - волновые функции  $\rho$  мезона со спиральностью 0 и  $\pm 1$ ). Поэтому измерение одной функции недостаточно для их восстановления. Однако, подставляя в формулу (7.2.6) те или иные модели волновых функций  $K$  и  $\rho$  мезонов, например, предложенные в /16-18/, и сравнивая их с экс-

периментом, можно осуществлять проверку этих моделей.

Аналогичным образом можно рассмотреть рождение изолированных мезонов в других процессах, например, распадах кваркония. Если мезон не является синглетом по аромату, то пара из него и партонна не имеет одноглюонной волновой функции, поэтому вероятность распада не имеет особенности  $\sim 1/\theta^2$ . Пара из такого мезона и кварка может иметь двухчастичную волновую функцию типа кварк-глюон, поэтому при малых  $\theta$  вероятность ведет себя как  $\ln(1/\theta^2)$ . Приведем для примера вероятность распада  $\psi_9$  на изолированный несинглетный мезон типа  $S$  или  $P$ :

$$\frac{dB}{dz} = \frac{C_F}{2N^2} \frac{\alpha_s^2}{m^2} z \int_{-\omega_0}^{+\omega_0} \frac{d\omega}{1-\omega^2} \left| \int_0^1 \frac{\omega+X}{2-z+z\omega X} \frac{f(x)dx}{xx'} \right|^2 \quad (7.2.8)$$

Для  $\chi_{90}$  аналогичная формула имеет вид

$$\frac{dB}{dz} = \frac{C_F}{18N^2} \frac{\alpha_s^2}{m^2} \frac{1}{z} \int_{-\omega_0}^{+\omega_0} \frac{d\omega}{1-\omega^2} \left| \int_0^1 \frac{z^2(1-\omega^2)/(1-X^2) + 4(1-z)}{2-z+z\omega X} \frac{f(x)dx}{X(2-z+z\omega X)} \right|^2 \quad (7.2.9)$$

В этих формулах  $X \equiv 2x-1$ . Легко убедиться, что при  $z \rightarrow 1$  эти формулы (после замены  $\omega = 2y-1$ ) переходят в вероятности распада кваркония на мезон и кластер (6.3.17).

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Этот обзор посвящен жестким адронным процессам, в которых адроны рождаются или уничтожаются на малых расстояниях. В их число входят, в частности, эксклюзивные адронные процессы с большими передачами импульса. Исследование их важно как с точки зрения проверки КХД, так и для исследования структуры адронов.

Сложность изучения жестких адронных процессов обусловлена малостью их сечений, которые значительно меньше, чем для жестких партонных процессов. Так, для процесса с участием  $n$  мезонов на малых расстояниях  $\sigma \sim \frac{1}{Q^2} (f^2/Q^2)^n$ , где  $f \sim \mu$  — масштаб волновых функций мезонов. Поэтому при больших  $Q^2$ , где только и применим подход, основанный на использовании теории возмущений КХД, наибольшие сечения имеют процессы с одним ме-

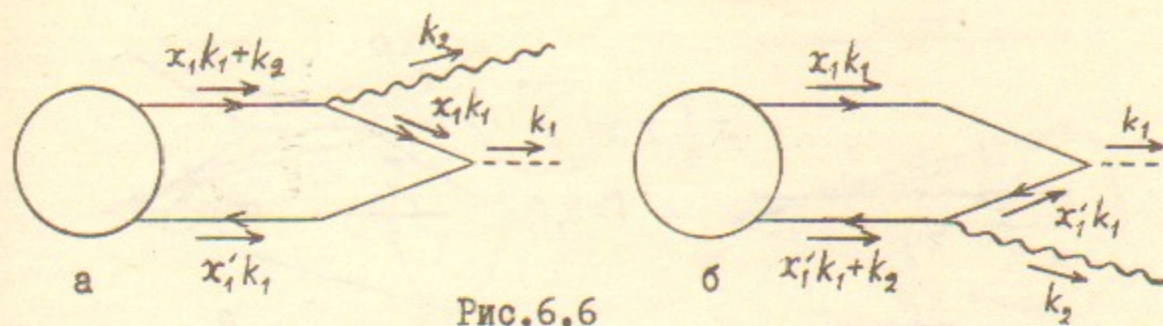


Рис.6.6

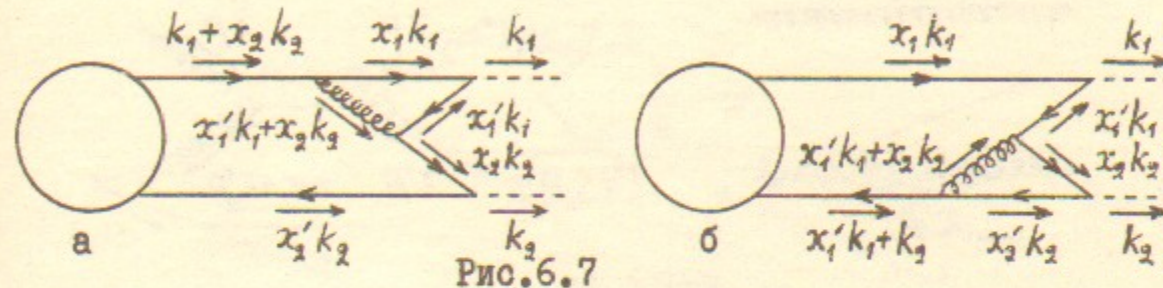


Рис.6.7

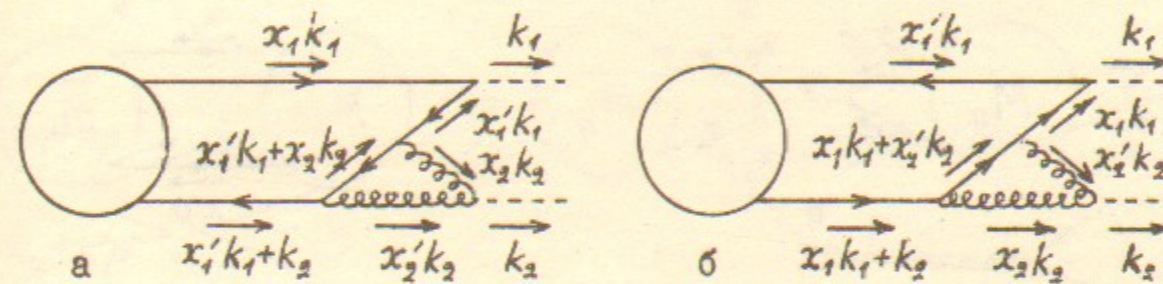


Рис.6.8

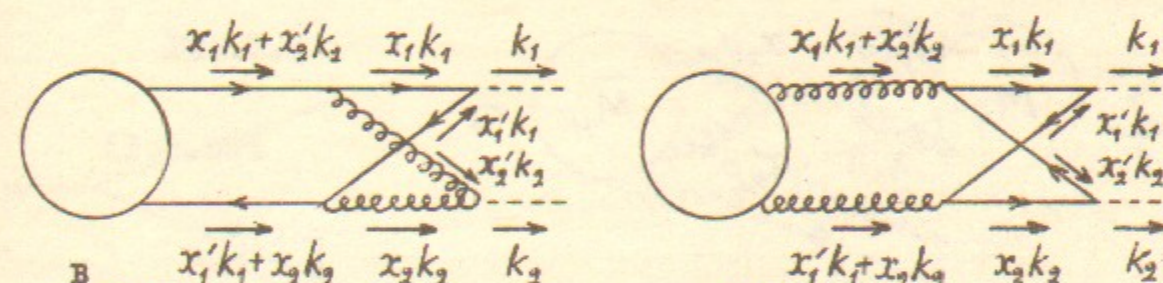


Рис.6.9

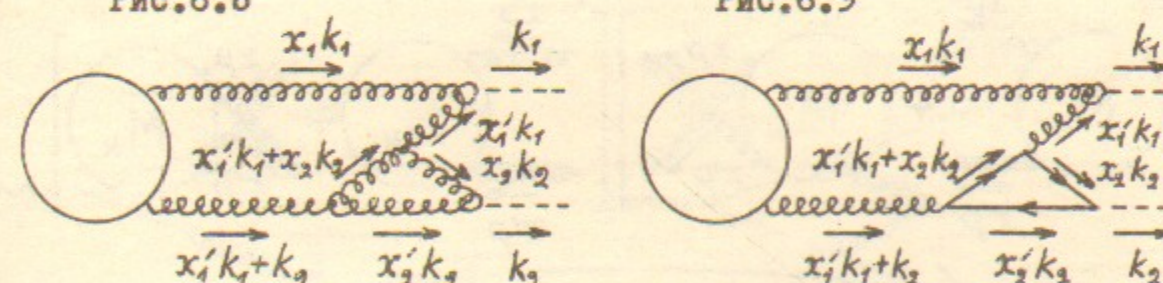


Рис.6.10

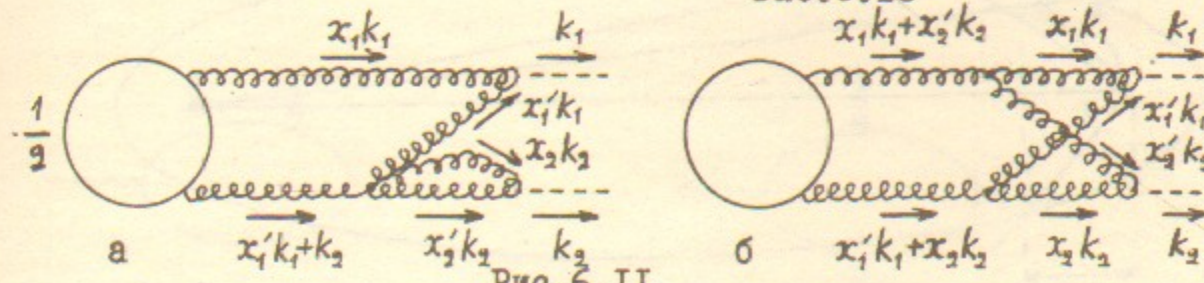
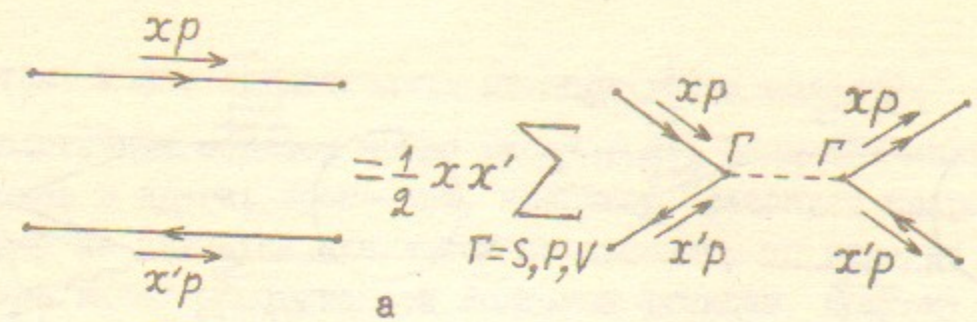
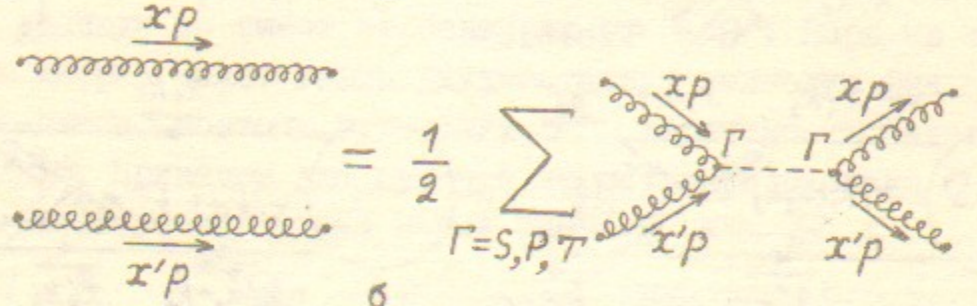


Рис.6.11



$$= \frac{1}{2} x x' \sum_{\Gamma=S,P,V}$$



$$= \frac{1}{2} \sum_{\Gamma=S,P,T}$$

Рис.6.12

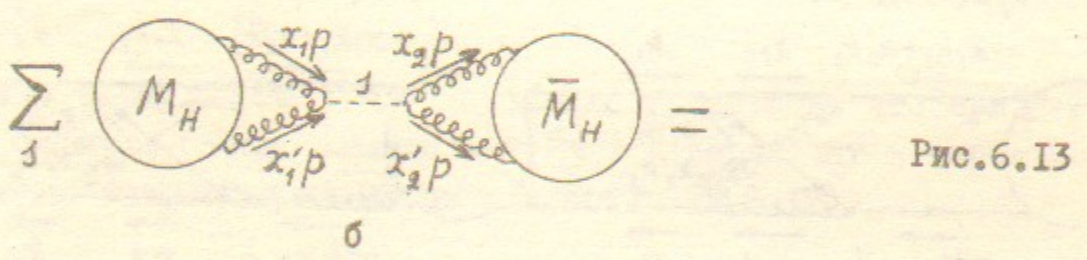
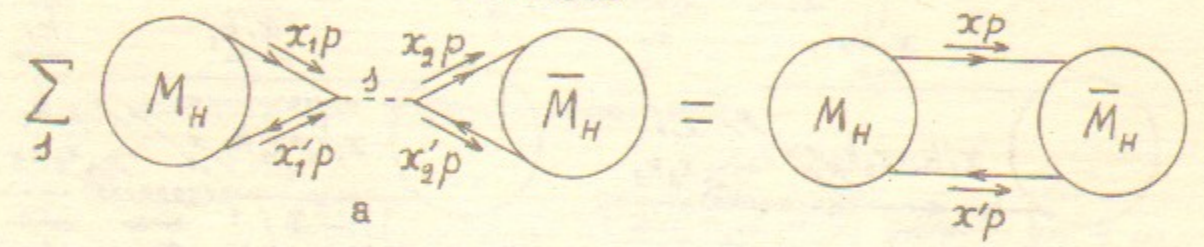


Рис.6.13

$$\frac{1}{2} \left[ \begin{array}{c} \text{Diagram 1} \\ \text{Diagram 2} \end{array} + \begin{array}{c} \text{Diagram 3} \\ \text{Diagram 4} \end{array} \right]$$

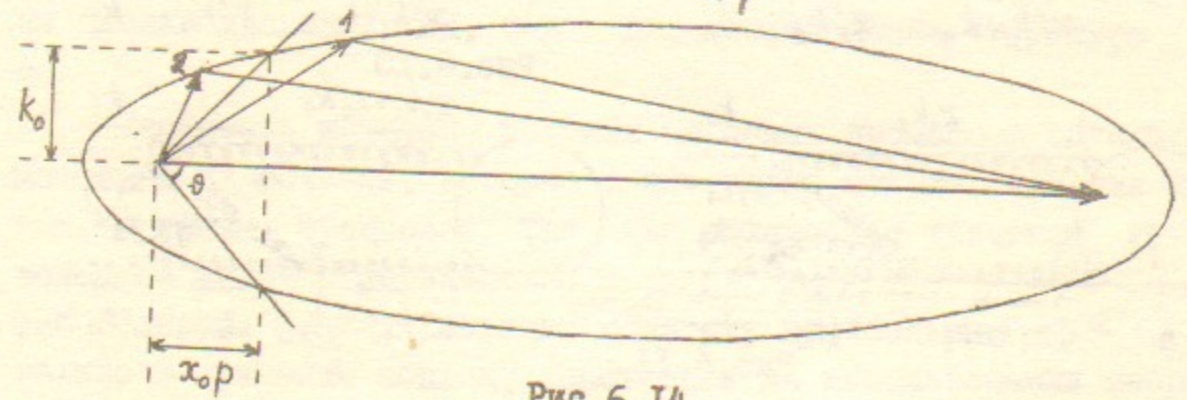


Рис.6.14

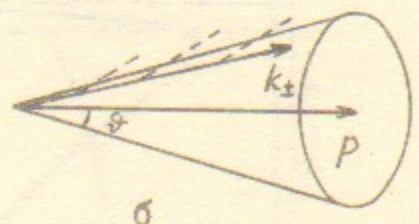
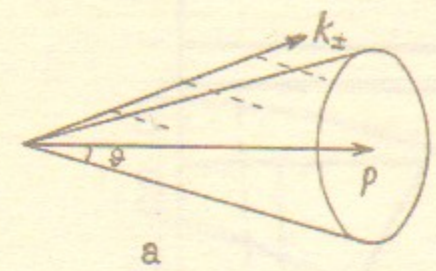


Рис.7.1

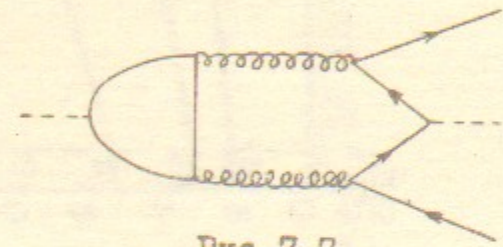
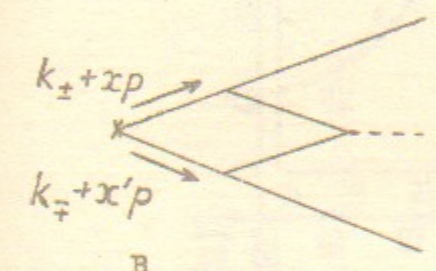
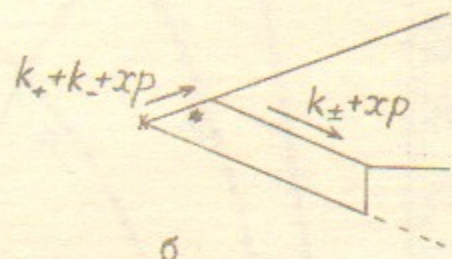
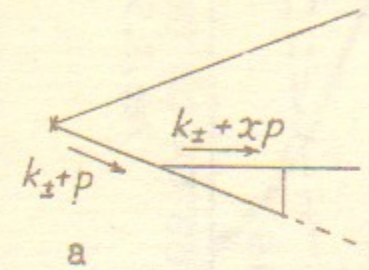


Рис.7.2

Рис.7.7

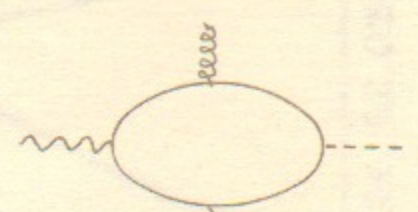
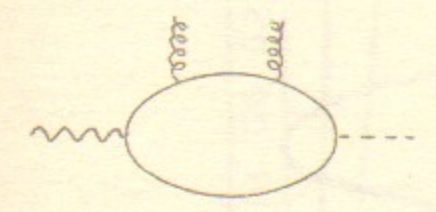
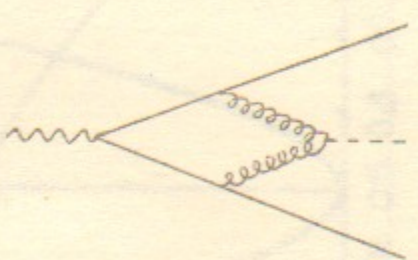
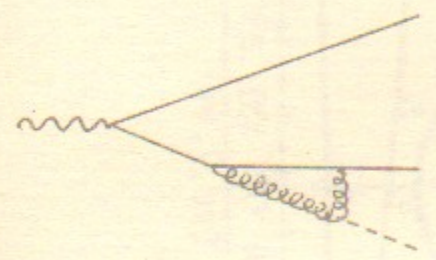
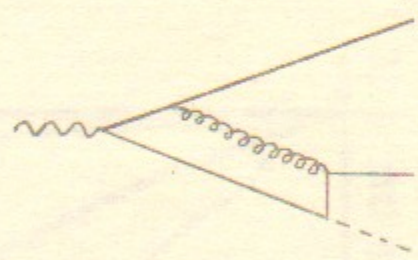
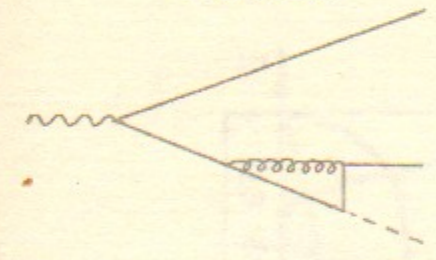


Рис.7.3

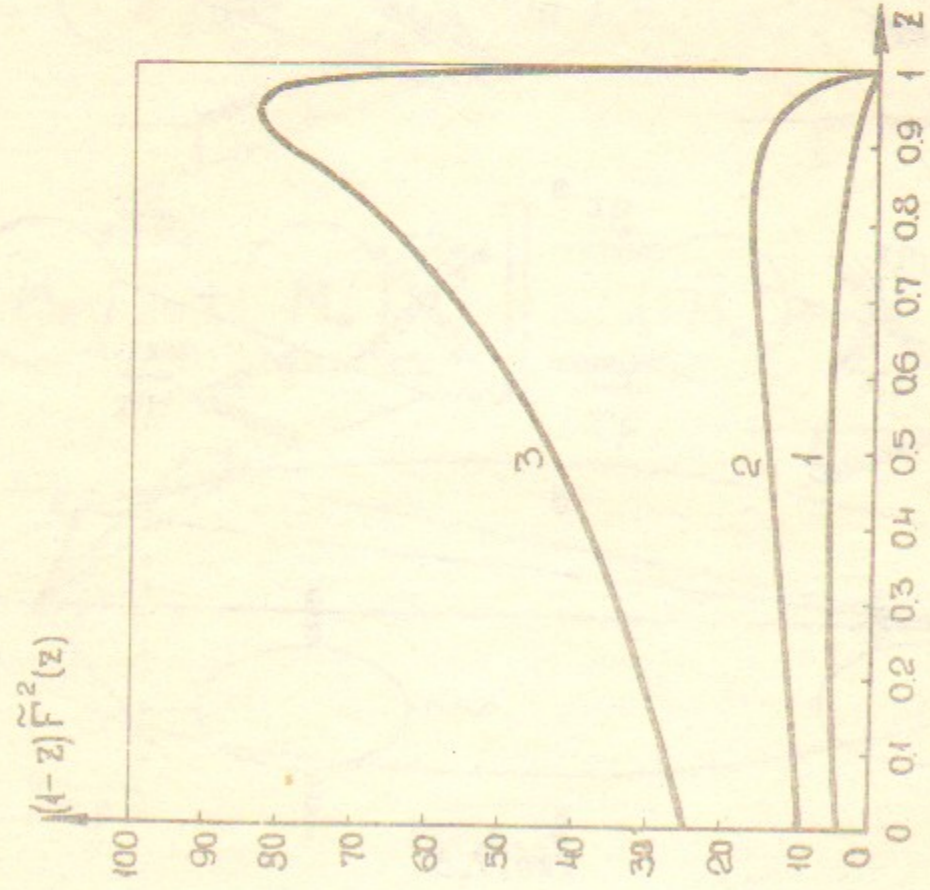


Рис.7.4в

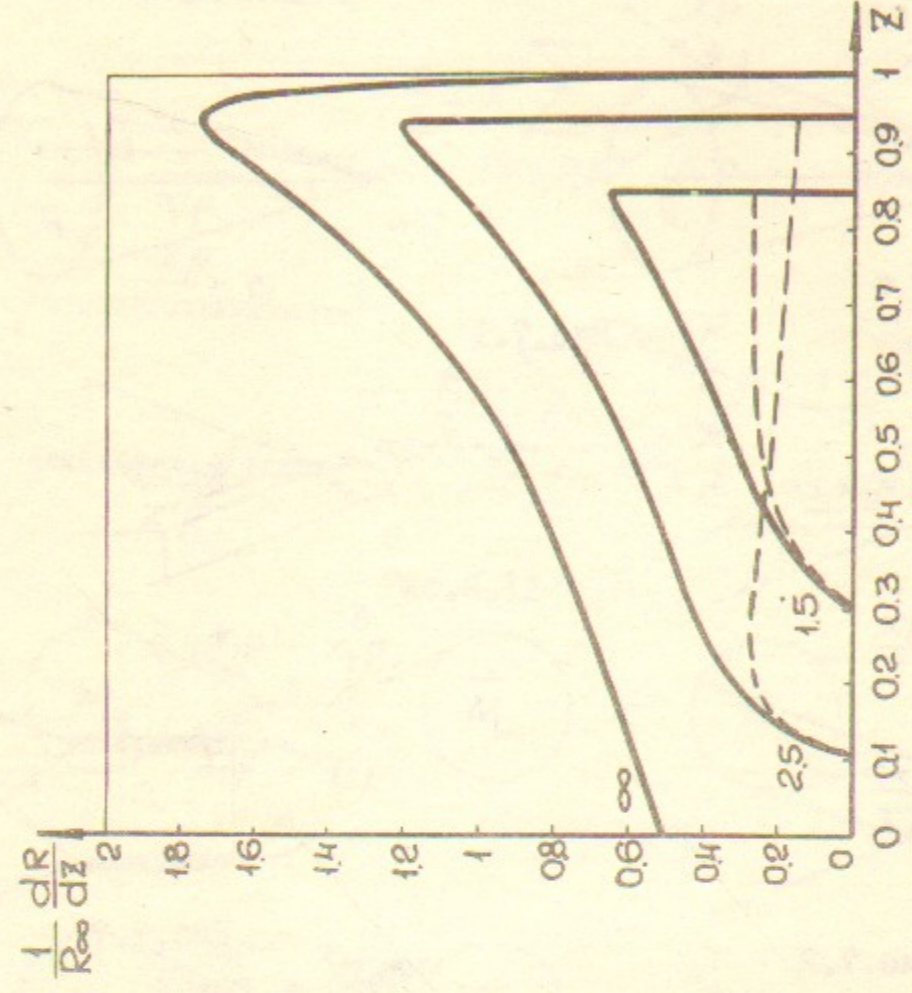


Рис.7.5б

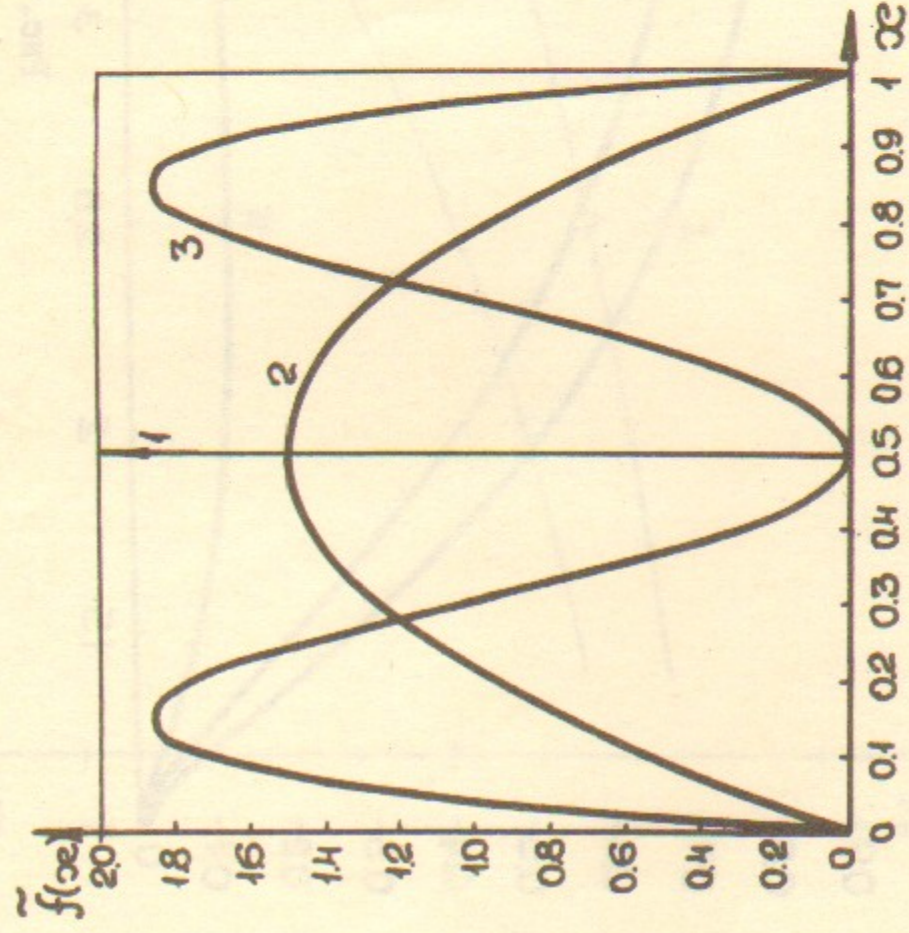


Рис.7.4а

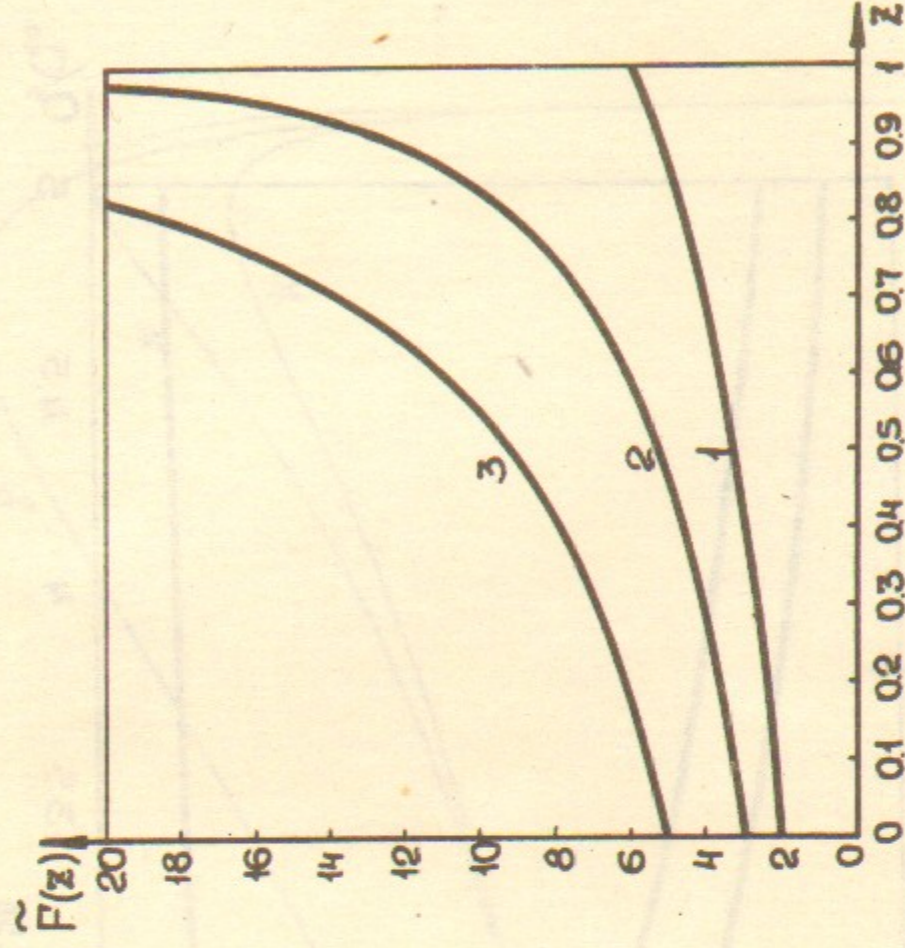


Рис.7.4б

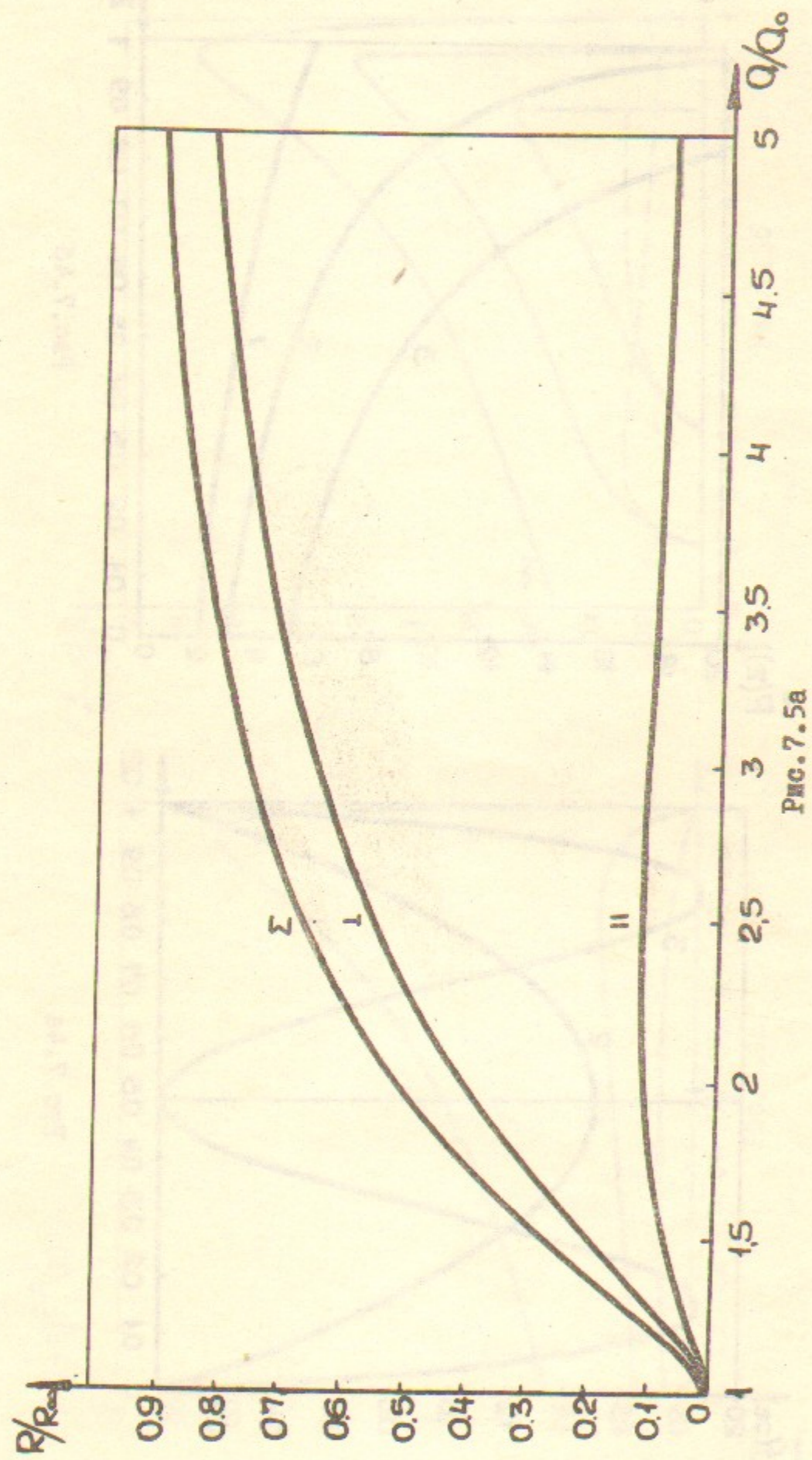


Рис. 7.5a

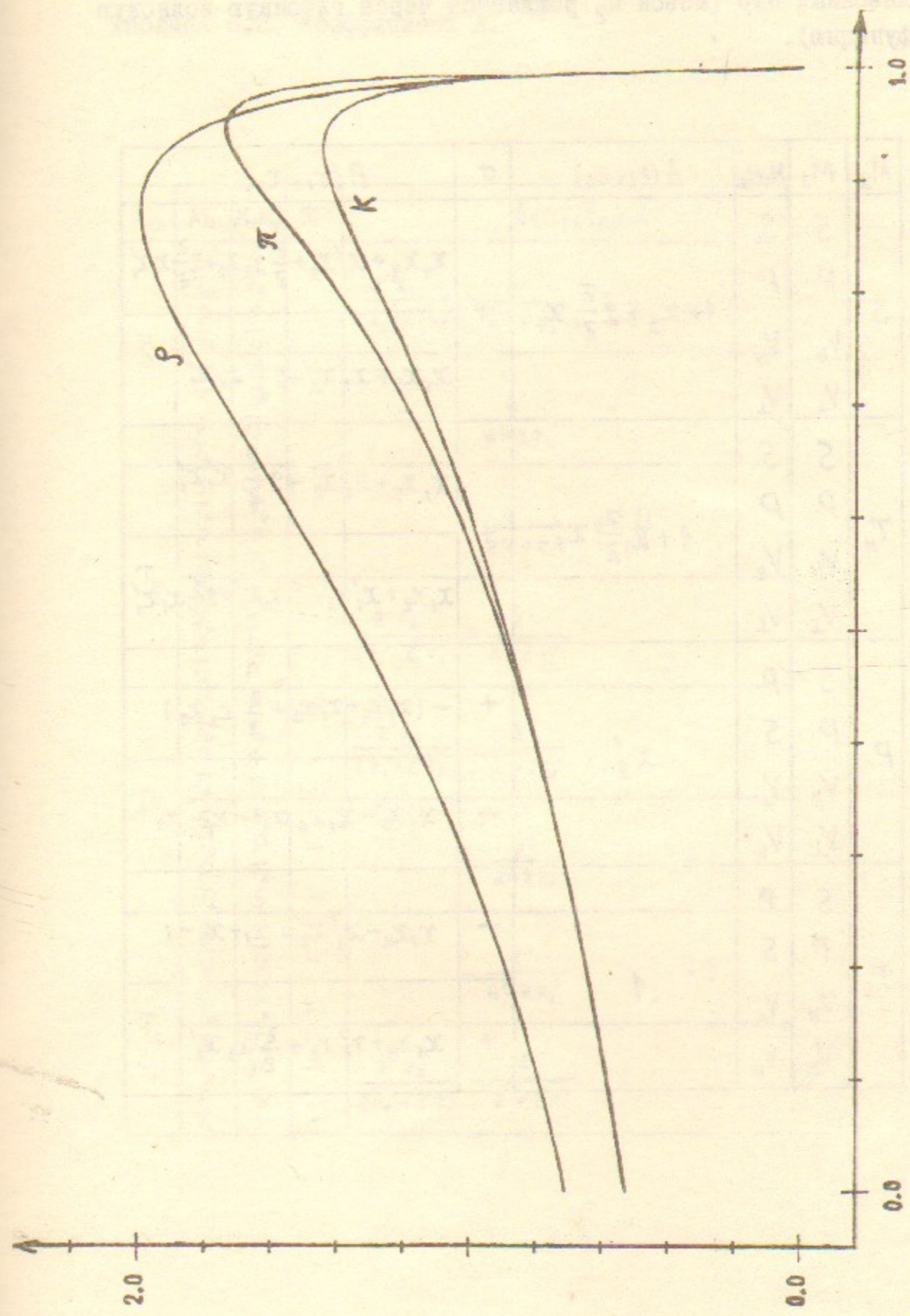


Рис. 7.6

JOB L201  
DATE 03.03.84

LEAF 1  
TIME 10.06.40



Таблица 6.1. Коэффициенты в формуле для волновых функций мезонных пар (мезон  $M_2$  рождается через глюонную волновую функцию).

| $M_2$       | $M_1$       | $M_1 M_2$   | $A(x_1, x_2)$                   | $\sigma$ | $B(x_1, x_2)$   |
|-------------|-------------|-------------|---------------------------------|----------|---|
| S           | S           | S           | $1 + x_2 + 2 \frac{z}{z'} x_1'$ | +        | $x_1 x_2 + x_1' x_2' + \frac{z'}{z} x_2 x_2' + 2 \frac{z}{z'} x_1 x_1'$ |
|             | P           | P           |                                 |          | $x_1 x_2 + x_1' x_2' + 2 \frac{z}{z'} x_1 x_1'$                         |
|             | $V_{  }$    | $V_{  }$    |                                 |          |   |
|             | $V_{\perp}$ | $V_{\perp}$ |                                 |          |   |
| $T_{  }$    | S           | S           | $1 + 2 \frac{z}{z'} x_1'$       | +        | $x_1 x_2 + x_1' x_2' + 2 \frac{z}{z'} x_1 x_1'$                         |
|             | P           | P           |                                 |          | $x_1 x_2 + x_1' x_2' + \frac{z'}{z} x_2 x_2' + 2 \frac{z}{z'} x_1 x_1'$ |
|             | $V_{  }$    | $V_{  }$    |                                 |          |   |
|             | $V_{\perp}$ | $V_{\perp}$ |                                 |          |   |
| P           | S           | P           | $x_2'$                          | +        | $-(x_1 x_2 + x_1' x_2' + \frac{z'}{z} x_2 x_2')$                        |
|             | P           | S           |                                 | -        | $x_1' x_2' - x_1 x_2 = 1 - x_1 - x_2$                                   |
|             | $V_{  }$    | $V_{\perp}$ |                                 | -        | $x_1 x_2 - x_1' x_2' = x_1 + x_2 - 1$                                   |
|             | $V_{\perp}$ | $V_{  }$    |                                 |          |   |
| $T_{\perp}$ | S           | P           | 1                               | -        | $x_1 x_2 - x_1' x_2' = x_1 + x_2 - 1$                                   |
|             | P           | S           |                                 |          |   |
|             | $V_{  }$    | $V_{\perp}$ |                                 | +        | $x_1 x_2 + x_1' x_2' + \frac{z'}{z} x_2 x_2'$                           |
|             | $V_{\perp}$ | $V_{  }$    |                                 |          |   |

Таблица 6.2. Коэффициент A.

| $M_2$       | $M_1$       | $M_1 M_2$   | $\pm$ | $A(x_1, x_2)$   |
|-------------|-------------|-------------|-------|---|
| S           | S           | S           |       | $\frac{z' x_2}{z x_1' + z' x_2} - \frac{z'}{z' + z x_1'} - 2 \frac{z x_1'}{z'} - 1$ |
|             | $T_{  }$    | $T_{  }$    |       |   |
|             | P           | P           |       |   |
|             | $T_{\perp}$ | $T_{\perp}$ |       |   |
| $T_{  }$    | S           | $T_{  }$    |       | $-\frac{z'}{z' + z x_1'}$   |
|             | P           | $T_{\perp}$ |       |   |
|             | $T_{\perp}$ | P           |       |   |
|             | $T_{  }$    | $T_{  }$    |       |   |
| P           | S           | S           |       | $-\frac{z'}{z' + z x_1'} - 2 \frac{z x_1'}{z'}$                                     |
|             | $T_{  }$    | $T_{  }$    |       |   |
|             | P           | $T_{\perp}$ |       |   |
|             | $T_{\perp}$ | P           |       |   |
| P           | S           | P           | -     | $\frac{z' x_2}{z x_1' + z' x_2} - \frac{z'}{z' + z x_1'}$                           |
|             | $T_{  }$    | $T_{\perp}$ | -     |   |
|             | P           | $T_{  }$    | -     |   |
|             | $T_{\perp}$ | $T_{  }$    | -     |   |
| $T_{\perp}$ | S           | $T_{\perp}$ |       | $-\frac{z'}{z' + z x_1'}$   |
|             | $T_{  }$    | P           |       |   |
|             | P           | $T_{  }$    |       |   |
|             | $T_{\perp}$ | S           |       |   |
| $T_{\perp}$ | S           | P           |       | $-\frac{z'}{z' + z x_1'}$   |
|             | $T_{  }$    | $T_{\perp}$ |       |   |
|             | P           | $T_{  }$    |       |   |
|             | $T_{\perp}$ | S           |       |   |

Таблица 6.3. Коэффициент  $\beta$ .

| $M_1$           | $M_2$           | $M_1 M_2$       | $\pm$ | $\beta(a, b)$  |
|-----------------|-----------------|-----------------|-------|--|
| S               | S               | S               |       | $\frac{1}{8}(1-a^2)(1-b^2) + \frac{1}{4}(a-b)^2 + 1$ |
| T <sub>  </sub> | T <sub>  </sub> | T <sub>  </sub> |       | $\frac{1}{8}(1-a^2)(1-b^2) + \frac{1}{4}(a+b)^2$     |
| S               | T <sub>  </sub> | S               |       | $\frac{1}{4}(1+a)^2 + \frac{1}{4}(1-b)^2$            |
| T <sub>  </sub> | S               | T <sub>  </sub> |       | $\frac{1}{4}(1-a)^2 + \frac{1}{4}(1+b)^2$            |
| P               | P               | S               | -     | $\frac{1}{8}(1-a^2)(1-b^2) + \frac{1}{4}(a-b)^2 - 1$ |
| T <sub>⊥</sub>  | T <sub>⊥</sub>  | T <sub>  </sub> | -     | $\frac{1}{8}(1-a^2)(1-b^2) + \frac{1}{4}(a+b)^2$     |
| P               | T <sub>⊥</sub>  | S               | -     | $\frac{1}{4}(a+b)(2+a-b)$                            |
| T <sub>⊥</sub>  | P               | T <sub>  </sub> | -     | $\frac{1}{4}(a+b)(2-a+b)$                            |
| P               | S               | P               |       | $\frac{1}{4}(a-b)(1-ab) + 1$                         |
| T <sub>⊥</sub>  | T <sub>  </sub> | T <sub>⊥</sub>  |       | $\frac{1}{4}(a+b)(1+ab)$                             |
| P               | T <sub>  </sub> | P               |       | $\frac{1}{4}(1+a)^2 + \frac{1}{4}(1-b)^2$            |
| T <sub>⊥</sub>  | S               | P               |       | $\frac{1}{4}(a+b)(2-a+b)$                            |
| S               | P               | P               | -     | $\frac{1}{4}(a-b)(1-ab) + 1$                         |
| T <sub>  </sub> | T <sub>⊥</sub>  | P               | -     | $\frac{1}{4}(a+b)(1+ab)$                             |
| T <sub>  </sub> | P               | P               | -     | $\frac{1}{4}(1-a)^2 + \frac{1}{4}(1+b)^2$            |
| S               | T <sub>⊥</sub>  | P               | -     | $\frac{1}{4}(a+b)(2+a-b)$                            |

Таблица 7.1. Коэффициенты в формулах для сечений  $e^+e^-$  аннигиляции в изолированный мезон.

| M                   | A  | B  | C  | D  | E                            | B' | C' | E' |
|---------------------|--|--|--|--|------------------------------|----|----|----|
| S <sub>+</sub><br>P | $\frac{1}{2}(F^2 + \bar{F}^2)$                     | $\frac{1}{2}(F^2 \bar{F}^2 - F \bar{F} - \bar{F} F)$ | $\frac{1}{2}[(F - \bar{F})^2 + (F - I)^2]$ | $\frac{1}{2}(I^2 + \bar{I}^2)$                   | $\frac{1}{4}(I - \bar{I})^2$ |    |    |    |
| S <sub>+</sub>      | $\sum_q (F + I^q + \frac{2-2}{2} I^q)^2$           | $\sum_q (F + I^q + \frac{2-2}{2} I^q)(F - I)$        | $\sum_q (F - I)^2$                         | $\sum_q (I + I^q + 2 \frac{1-1}{2} I^q)^2$       | 0                            |    |    |    |
| P <sub>+</sub>      | $\sum_q (F + I^q)^2$                               | $\sum_q (F + I^q)(F + I)$                            | $\sum_q (F + I)^2$                         | $\sum_q I^2$                                     | $\sum_q I^2$                 |    |    |    |
| S <sub>-</sub>      | $\sum_q F^2$                                       | $\sum_q F(F + I)$                                    | $\sum_q (F + I)^2$                         | $\sum_q I^2$                                     | $\sum_q I^2$                 |    |    |    |
| P <sub>-</sub>      | $\sum_q F^2$                                       | $\sum_q F(F - I)$                                    | $\sum_q (F - I)^2$                         | $\sum_q I^2$                                     | 0                            |    |    |    |
| V                   | $\frac{1}{2}(F^2 + \bar{F}^2)$                     | 0  | 0  | 0  | 0                            |    |    |    |
| V <sub>±</sub>      | $\sum_q F^2$                                       | 0  | 0  | 0  | 0                            |    |    |    |
| T <sub>+</sub>      | $\frac{2^{1+(1-2)}}{2^2} (\sum_q Q_q^2) (I_M^q)^2$ | 0  | 0  | $\frac{4^{(1-2)}}{2^2} (\sum_q Q_q^2) (I_M^q)^2$ | 0                            |    |    |    |

Таблица 7.2. Коэффициенты в формулах для сечений рождения изолированных мезонов из псевдо- скалярного и векторного нонетов.

| M                      | $\ell$ | A   | B   | C   | D   | E   |
|------------------------|--------|---|---|---|---|---|
| $\pi^\pm$              | 5      | $\tilde{F}^2$   | $\tilde{F}(\tilde{F}-\frac{4}{5}\tilde{I})$   | $\tilde{F}^2+\tilde{I}^2-\frac{2}{5}\tilde{F}\tilde{I}$   | $\tilde{I}^2$   | $\frac{1}{5}\tilde{I}^2$                  |
| $\pi^0$                | 5      | $\tilde{F}^2$   | $\tilde{F}(\tilde{F}+\tilde{I})$  | $(\tilde{F}+\tilde{I})^2$   | $\tilde{I}^2$   | $2\tilde{I}^2$                            |
| $K^\pm$                | 5      | $\tilde{F}_S^2+\tilde{F}_A^2-\frac{2}{5}\tilde{F}_S\tilde{F}_A$   | $\tilde{F}_S^2+\tilde{F}_A^2-\frac{2}{5}\tilde{F}_S\tilde{F}_A-\frac{4}{5}\tilde{F}_S\tilde{I}_S+\frac{4}{5}\tilde{F}_A\tilde{I}_A$ | $\tilde{F}_S^2+\tilde{F}_A^2+\tilde{I}_S^2+\tilde{I}_A^2-\frac{6}{5}\tilde{F}_S\tilde{F}_A-\frac{6}{5}\tilde{I}_S\tilde{I}_A-\frac{2}{5}\tilde{F}_S\tilde{I}_S+\frac{8}{5}\tilde{F}_A\tilde{I}_A$ | $\tilde{I}_S^2+\tilde{I}_A^2-\frac{2}{5}\tilde{I}_S\tilde{I}_A$ | $\frac{1}{5}(\tilde{I}_S-3\tilde{I}_A)^2$ |
| $K_S^0, \bar{K}^0$     | 2      | $\tilde{F}_S^2+\tilde{F}_A^2$   | $\tilde{F}_S^2+\tilde{F}_A^2-\tilde{F}_S\tilde{I}_S+\tilde{F}_A\tilde{I}_A$   | $(\tilde{F}_S-\tilde{I}_S)^2+(\tilde{F}_A+\tilde{I}_A)^2$   | $\tilde{I}_S^2+\tilde{I}_A^2$                                   | $2\tilde{I}_A^2$                          |
| $\eta, \eta'$          | 5      | $(\tilde{F}+\sqrt{2}\tilde{I}_y)^2+\frac{2}{5}(\tilde{F}_S+\tilde{I}_y)^2$  | $(\tilde{F}+\sqrt{2}\tilde{I}_y)(\tilde{F}+\tilde{I})+\frac{2}{5}(\tilde{F}_S+\tilde{I}_y)(\tilde{F}_S+\tilde{I}_S)$                | $(\tilde{F}+\tilde{I})^2+\frac{2}{5}(\tilde{F}_S+\tilde{I}_S)^2$  | $\tilde{I}^2+\frac{2}{5}\tilde{I}_S^2$                          | $2(\tilde{I}^2+\frac{2}{5}\tilde{I}_S^2)$ |
| $\rho^\pm$             | 5      | $\tilde{F}^2+2\frac{f_2^2}{f_3^2}\tilde{F}_1^2$   | $\tilde{F}(\tilde{F}-\frac{4}{5}\tilde{I})$   | $\tilde{F}^2+\tilde{I}^2-\frac{2}{5}\tilde{F}\tilde{I}$   | $\tilde{I}^2$   | $\frac{1}{5}\tilde{I}^2$                  |
| $\rho^0$               | 5      | $\tilde{F}^2+2\frac{f_2^2}{f_3^2}\tilde{F}_1^2$   | $\tilde{F}(\tilde{F}+\tilde{I})$  | $(\tilde{F}+\tilde{I})^2$   | $\tilde{I}^2$   | $2\tilde{I}^2$                            |
| $K^{*0}, K^{*+}$       | 5      | $\tilde{F}_S^2+\tilde{F}_A^2-\frac{2}{5}\tilde{F}_S\tilde{F}_A+2\frac{f_1^2}{f_2^2}(\tilde{F}_{S1}^2+\tilde{F}_{A1}^2-\frac{2}{5}\tilde{F}_{S1}\tilde{F}_{A1})$ | $\tilde{F}_S^2+\tilde{F}_A^2-\frac{2}{5}\tilde{F}_S\tilde{F}_A-\frac{4}{5}\tilde{F}_S\tilde{I}_S+\frac{4}{5}\tilde{F}_A\tilde{I}_A$ | $\tilde{F}_S^2+\tilde{F}_A^2+\tilde{I}_S^2+\tilde{I}_A^2-\frac{6}{5}\tilde{F}_S\tilde{F}_A-\frac{6}{5}\tilde{I}_S\tilde{I}_A-\frac{2}{5}\tilde{F}_S\tilde{I}_S+\frac{8}{5}\tilde{F}_A\tilde{I}_A$ | $\tilde{I}_S^2+\tilde{I}_A^2-\frac{2}{5}\tilde{I}_S\tilde{I}_A$ | $\frac{1}{5}(\tilde{I}_S-3\tilde{I}_A)^2$ |
| $K^{*0}, \bar{K}^{*0}$ | 2      | $\tilde{F}_S^2+\tilde{F}_A^2+2\frac{f_1^2}{f_2^2}(\tilde{F}_{S1}^2+\tilde{F}_{A1}^2)$   | $\tilde{F}_S^2+\tilde{F}_A^2-\tilde{F}_S\tilde{I}_S-\tilde{F}_A\tilde{I}_A$   | $(\tilde{F}_S-\tilde{I}_S)^2+(\tilde{F}_A+\tilde{I}_A)^2$   | $\tilde{I}_S^2+\tilde{I}_A^2$                                   | $2\tilde{I}_A^2$                          |
| $\omega$               | 5      | $\tilde{F}^2+2\frac{f_2^2}{f_3^2}\tilde{F}_1^2$   | $\tilde{F}(\tilde{F}+\tilde{I})$  | $(\tilde{F}+\tilde{I})^2$   | $\tilde{I}^2$   | $-2\tilde{I}^2$                           |
| $\varphi$              | 2      | $\tilde{F}^2+2\frac{f_2^2}{f_3^2}\tilde{F}_1^2$   | $\tilde{F}(\tilde{F}+\tilde{I})$  | $(\tilde{F}+\tilde{I})^2$   | $\tilde{I}^2$   | $-2\tilde{I}^2$                           |

В.Н.Байер, А.Г.Грозин

ЖЕСТКИЕ АДРОННЫЕ ПРОЦЕССЫ В КХД

IV. Процессы с многоадронными системами

Препринт  
№ 84-52

Работа поступила - 26 марта 1984 г.

Ответственный за выпуск - С.Г.Попов  
Подписано к печати 17.04.84г. МН 04244  
Формат бумаги 60x90 I/16 Усл.3,9 печ.л., 3,0 учетно-изд.л.  
Тираж 290 экз. Бесплатно. Заказ № 52

Ротапринт ИЯФ СО АН СССР, г.Новосибирск, 90