ИЯФ

ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ СО АН СССР

И.А.Котельников

ВЛИЯНИЕ СТАЛИ В СТРОИТЕЛЬНЫХ КОНСТРУКЦИЯХ НА МАГНИТНОЕ ПОЛЕ В ФИЗИЧЕСКИХ УСТАНОВКАХ

ПРЕПРИНТ 84-17

НОВОСИБИРСК

ВЛИЯНИЕ СТАЛИ В СТРОИТЕЛЬНЫХ КОНСТРУКЦИЯХ
НА МАГНИТНОЕ ПОЛЕ В ФИЗИЧЕСКИХ УСТАНОВКАХ

Котельников И.А.

А Н Н О Т А Ц И Я

Изложены сведения, необходимые для оценки величины искажений магнитного поля, создаваемых в экспериментальных физических установках стальными и железобетонными строительными конструкциями. Описан простой способ оценки коэффициента размагничивания длинных балок с сечением различной формы.

В в е д е н и е

Проведение ряда экспериментов на крупных физических установках налагает жесткие требования на точность соответствия реально полученного магнитного поля расчетному. Поэтому даже небольшие искажения поля, возникающие в результате намагничивания окружающих установку металлических строительных конструкций, могут оказаться недопустимыми. В настоящем сообщении проводится оценка величины указанных искажений.

Если магнитное поле установки является импульсным, оно наводит магнитный момент как в конструкциях из магнитных материалов (сталь), так и из немагнитных (медь, нержавеющая сталь), но, разумеется, при не слишком малой длительности импульса роль последних незначительна. Поэтому во всех численных примерах будет полагаться, что магнитная проницаемость материала конструкций $\mu = 10^3$. Величина магнитного поля H_o, намагничивающего конструкции, зависит от конкретных условий эксперимента. Вполне реальным является значение $H_o = 10^2$ Э, сравнимое с коэрцитивной силой H_c большинства материалов (см. таблицу I). Поэтому процесс намагничивания конструкций оказывается нелинейным, и после выключения магнитного поля установки они останутся намагниченными. Однако для простоты процесс намагничивания будет считаться линейным. Простые методы оценки величины поля, создаваемого остаточным намагничиванием конструкций можно найти, например, в книге [I].

Таблица I. Свойства ферромагнитных материалов

	коэрцитивная сила H_c, Э	индукция насыщения $B_н$, кГс	остаточн. индукция B_o, Гс	магнитная проницаемость μ
"мягкие" ферромагнетики	1	8–20	100	10^2
"жесткие" ферромагнетики	500	20	5000	$10^4 \div 10^6$

Порядок дальнейшего изложения определяется следующим перечнем:

I. Цельнометаллическая балка в магнитном поле.

1.1. Бесконечный цилиндр.
1.2. Цилиндр конечной длины. Коэффициент размагничивания.
1.3. Двутавровая балка.
1.4. Полый цилиндр.
2. Железобетонная балка в магнитном поле.
3. Основные выводы.

1. Цельнометаллическая балка в магнитном поле

Магнитное поле удовлетворяет уравнениям

$$\operatorname{div}\vec{B}_e=0, \quad \operatorname{rot}\vec{H}_e=0, \quad \vec{B}_e=\vec{H}_e$$

вне балки и

$$\operatorname{div}\vec{B}_i=0, \quad \frac{\partial \vec{H}_i}{\partial t}=\frac{c^2}{4\pi\sigma\mu}\Delta\vec{H}_i, \quad \vec{B}_i=\mu\vec{H}_i$$

внутри неё. Здесь σ - проводимость, μ - магнитная проницаемость материала балки. На её поверхности непрерывна тангенциальная составляющая напряженности $\vec{H}$ и нормальная составляющая индукции поля $\vec{B}$.

1.1. Бесконечный цилиндр.

Указанные уравнения имеют точное решение, если балка представляет собой круглый цилиндр бесконечной длины (см., например, [2], с.288). Пусть имеется осциллирующее магнитное поле $\vec{H}_o\exp(-i\omega t)$ (для краткости множитель $\exp(-i\omega t)$ далее опускается), перпендикулярное оси цилиндра. Тогда

$$\vec{H}_e=\vec{H}_o+2\left[2\vec{n}(\vec{n}\cdot\vec{m}_\perp)-\vec{m}_\perp\right]/\rho^2, \qquad (1)$$

где $\vec{n}=\vec{\rho}/\rho$ - двумерный вектор, перпендикулярный оси. Магнитный момент направлен вдоль $\vec{H}_o$ и, если $\mu-1>1$, его модуль вне зависимости от частоты ω и магнитной проницаемости μ приблизительно равен

$$|m_\perp|\sim\frac{1}{2}\rho_o^2 H_o, \qquad (2)$$

где ρ_o - радиус цилиндра.

Если $\vec{H}_o$ параллельно оси, вне цилиндра поле однородно, $\vec{H}_e=\vec{H}_o$, а внутри - выражается через функцию Бесселя J_o:

$$\vec{H}_i=\vec{H}_o J_o(\kappa\rho)/J_o(\kappa\rho_o),$$

где $\kappa=(1+i)/\delta$, $\delta=c/(2\pi\sigma\mu\omega)^{1/2}$ - толщина скин-слоя. Величина магнитного момента на единицу длины $m_\parallel$ с точностью до коэффициента совпадает с разностью между магнитным потоком через сечение цилиндра и потоком через такое же воображаемое сечение в отсутствие цилиндра

$$\Delta\Phi\equiv\int B_i\,dS-\pi\rho_o^2 H_o=4\pi m_\parallel. \qquad (3)$$

В частности,

$$m_\parallel=(\mu-1)\rho_o^2 H_o/4 \quad \text{при} \quad \delta>\rho_o,$$

$$m_\parallel=\left[-1+(1-i)\mu\delta/\rho_o\right]\rho_o^2 H_o/4 \quad \text{при} \quad \delta<\rho_o. \qquad (4)$$

1.2. Цилиндр конечной длины. Коэффициент размагничивания.

Цилиндр конечной длины искажает магнитное поле даже в случае, когда $\vec{H}_o$ параллельно его оси. Действительно, избыточный поток (3), выходя через торцевую поверхность, создает дополнительное поле ΔH, которое приблизительно равно полю магнитного заряда величиной $\Delta\Phi$, расположенного на конце цилиндра:

$$\Delta H\sim\Delta\Phi/\pi r^2,$$

где r - расстояние от торца. Внутри цилиндра, вдоль его оси, поле также станет неоднородным, причем масштаб неоднородности d можно оценить как расстояние, на котором ΔH сравнивается с H_o:

$$d\sim(\Delta\Phi/\pi H_o)^{1/2}. \qquad (5)$$

В частности, если частота ω не очень велика, так что $\delta>\rho_o$, то при $\mu\gg1$ масштаб неоднородности $d\sim\sqrt{\mu}\rho_o$ во много раз больше радиуса цилиндра.

Если длина цилиндра ℓ оказывается меньше, чем d, то его магнитный момент становится меньше предсказываемого формулой (4). Это обстоятельство учитывают, вводя коэффициент размагничивания 1) $n_{\parallel}$:

$$m = m_{\parallel}\ell/(1+n_{\parallel}), \qquad (6)$$

где $m_{\parallel}\ell$ – дипольный момент неразмагниченного цилиндра. Размагничивание становится заметным, когда $n_{\parallel}>1$ – с одной стороны и $\ell<d$ – с другой, а так как при сильном размагничивании m не может зависеть от магнитных свойств материала 2) цилиндра, то

$$n_{\parallel} \sim (d/\ell)^2. \qquad (7)$$

Действительно, тогда из (6) следует, что $m \sim \ell^3 H_o$.

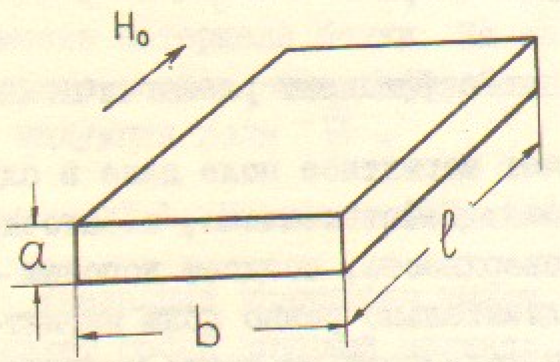

Рис.I

Все сказанное переносится на случай, когда цилиндр не обязательно круглый. Например, если плоскопараллельная пластинка размерами $a<b<\ell$ находится в магнитном поле $\vec{H}_o$, параллельном её самому длинному ребру ℓ (см.рис.I), то её магнитный момент можно оценить следующим образом:

$$\vec{m} \simeq (\mu-1)ab\ell\vec{H}_o/4\pi(1+(\mu-1)ab/\ell^2) \quad \text{при} \quad \delta>a,$$

$$|\vec{m}| \approx \mu b\ell\delta\cdot H_o/4\pi(1+\mu b\delta/\ell^2) \quad \text{при} \quad a/\mu<\delta<a, \qquad (8)$$

$$\vec{m} \simeq -ab\ell\vec{H}_o/4\pi(1+ab/\ell^2) \quad \text{при} \quad \delta<a/\mu.$$

---

1) Определение (6) коэффициента размагничивания несколько отличается от общепринятого (см., например, [2], с.63 [3], с.670). Следует отметить, что коэффициент размагничивания зависит от направления намагничивания, и, строго говоря, является тензором.

2) Если магнитное поле перпендикулярно оси цилиндра, то размагничивание всегда велико, и, как уже было отмечено (см.(2)), величина $m_{\perp}$ практически не зависит от σ и μ.

Устремляя b к ℓ (предварительно поделив m на b), отсюда можно найти магнитный момент m_1 на единицу длины бесконечной полосы ($b=\infty$):

$$\vec{m}_1 \simeq (\mu-1)a\ell H_o/4\pi(1+(\mu-1)a/\ell) \quad \text{при} \quad \delta>a,$$

$$|\vec{m}_1| \approx \mu\ell\delta H_o/4\pi(1+\mu\delta/\ell) \quad \text{при} \quad a/\mu<\delta<a, \qquad (9)$$

$$\vec{m}_1 \simeq -a\ell H_o/4\pi(1+a/\ell) \quad \text{при} \quad \delta<a/\mu.$$

Возмущение магнитного поля, создаваемое цилиндром или пластинкой, по порядку величины равно

$$\Delta H \sim m/r^3 \quad \text{при} \quad r>\ell, \qquad (10)$$

$$\Delta H \sim m/\ell r^2 \quad \text{при} \quad b<r<\ell.$$

Если же $b>\ell$, то вместо (10) нужно использовать следующие формулы:

$$\Delta H \sim m_1/r^2 \quad \text{при} \quad \ell<r<b, \qquad (11)$$

$$\Delta H \sim m_1/\ell r \quad \text{при} \quad a<r<\ell.$$

I.3. Двутавровая балка

Если $\vec{H}_o$ перпендикулярно балке, величина модуля её магнитного момента практически не зависит от частоты и магнитной проницаемости. Пусть, например, $\vec{H}_o$ направлено вдоль оси y (см. рис.2). Тогда при $\delta<a$ силовые линии не могут пересекать полосу 2, и поле выталкивается из целой трубки сечением приблизительно $b\times b$, а не только из объема балки. Поэтому $m_y \sim b^2 H_o$. Если частота ω невелика, так что $\delta>a$, то основной вклад в магнитный момент m_y дают полосы I,3. Обычно $n \sim \mu a/b > 1$, поэтому, как показано в предыдущем пункте, вновь оказывается, что $m_y \sim b^2 H_o$. Аналогичным способом оценивается m_x. Таким образом, вне зависимости от частоты и магнитной проницаемости магнитный момент двутавровой балки (на единицу длины) приблизительно равен

$$|m_x| \sim b^2 H_{0x}\,, \quad |m_y| \sim b^2 H_{0y}\,.$$

Величина возмущения поля $\Delta H \sim m_{x,y}/r^2$ на расстоянии r = 3 м от балки равна 3 Э, если принять, что H_0 = I00 Э, b =50см.

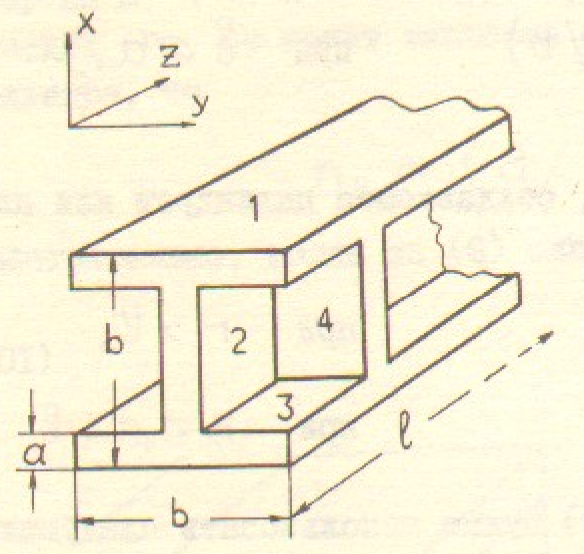

Рис.2

В случае, когда $\vec{H}_0$ параллельно балке, величину возмущения ΔH можно оценить по формулам (8), (I0) как сумму возмущений, создаваемых тремя пластинками, намагничиваемыми параллельно своему самому длинному ребру. Зависимость ΔH от частоты на расстоянии r = 3м от конца балки иллюстрирует приводимая ниже таблица. При ее составлении были приняты следующие значения параметров: длина балки ℓ = 5 м, толщина её стенок a = 3 см, поперечный размер b = 50 см, $\sigma = 5\cdot 10^{16}$ сек$^{-1}$, H_0= I00 Э, $\mu = 10^2 \div 10^3$.

ω, сек$^{-1}$	$\mu = 10^2$			$\mu = 10^3$		
	δ, см	$n_{\parallel}$	ΔH, Э	δ, см	$n_{\parallel}$	ΔH, Э
0.I	I7	0.2	50	5	2	I60
I.0	5	0.2	50	I.7	I	I40
I0	I.7	0.I	30	0.5	0.3	60
I00	0.5	0.03	I0	0.I7	0.I	25
I000	0.I7	0.0I	3	0.05	0.03	I0

Относительно приведенных в таблице значений ΔH необходимо сделать два замечания. Первое связано с тем, что при $\mu = 10^3$, $H_0 = 10^2$ Э индукция магнитного поля в балке $B_i \simeq \mu H_0$ формально оказывается больше, чем даже индукция насыщения жестких ферромагнетиков, используемых для создания постоянных магнитов,

поэтому оценка ΔH при $\mu = 10^3$ завышена. Второе замечание касается случая высоких частот. При $\delta < a$ значительный вклад в магнитный момент дают ребра жесткости (на рисунке 2 они отмечены цифрой 4). Если они имеются, $\vec{m} \to -\ell b^2 H_0/4\pi$ при $\omega \to \infty$.

I.4. Полый цилиндр

Прежде чем переходить к рассмотрению искажений магнитного поля, создаваемых арматурой железобетонной балки, полезно оценить время проникновения поля в полый цилиндр – трубу, так как в предельном случае, когда элементы арматуры расположены очень близко друг к другу, возмущения, создаваемые трубой и арматурой, должны совпадать.

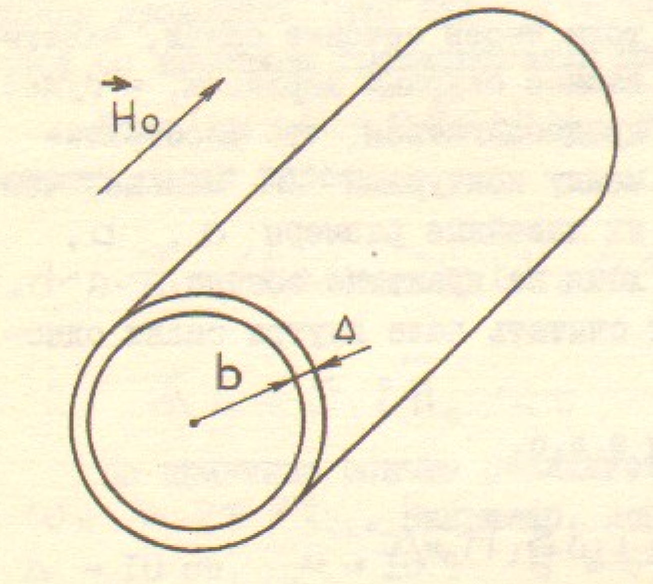

Рис.3

Пусть в начальный момент времени вне бесконечной трубы (рис.3) включается однородное поле, направленное вдоль её оси и которое затем не изменяется. Тогда за время

$$\tau_{ск} \simeq 4\pi^2 \sigma \mu \Delta^2 / c^2$$

оно проникнет на глубину, равную толщине стенок Δ, и в трубу захватится магнитный поток $\delta\Phi \sim \pi\Delta\cdot b\mu H_0$, что приведет к появлению внутри трубы поля $\delta H \sim \delta\Phi/\pi b^2 \sim (\mu\Delta/b) H_0$. Если $\mu\Delta/b \ll 1$, то $\delta H \ll H_0$, поэтому время проникновения поля в трубу в $H_0/\delta H$ раз больше скинового $\tau_{ск}$ и не зависит от μ:

$$\tau \sim 4\pi^2 \sigma b \Delta / c^2. \qquad (I2)$$

Однако, если $\mu\Delta/b \geqslant 1$, то это время равно $\tau_{ск}$.

2. Железобетонная балка в магнитном поле

Сильнее всего балка искажает поле тогда, когда она ориентирована вдоль $\vec{H}_0$ (см.рис.4). В этом случае так же, как в пункте I.2, можно ввести понятие избыточного потока $\Delta\Phi$ и для оценки ΔH воспользоваться формулами (8), (I0). Величина $\Delta\Phi$ складывается из двух частей: потока через элементы арматуры (стержни), параллельные $\vec{H}_0$, и потока через контура, образованные элементами арматуры, перпендикулярными $\vec{H}_0$. Не останавливаясь на вычислении первой части избыточного потока, следует отметить, что коэффициент размагничивания стержня в каркасе зависит от взаимного расположения стержней. При вычислении второй части $\Delta\Phi$ – потока через сечение балки, охватываемое сварным каркасом, – будет предполагаться, что расстояние между контурами Δ меньше, чем их линейные размеры a, b, хотя на практике обычно $\Delta \sim a \sim b$.

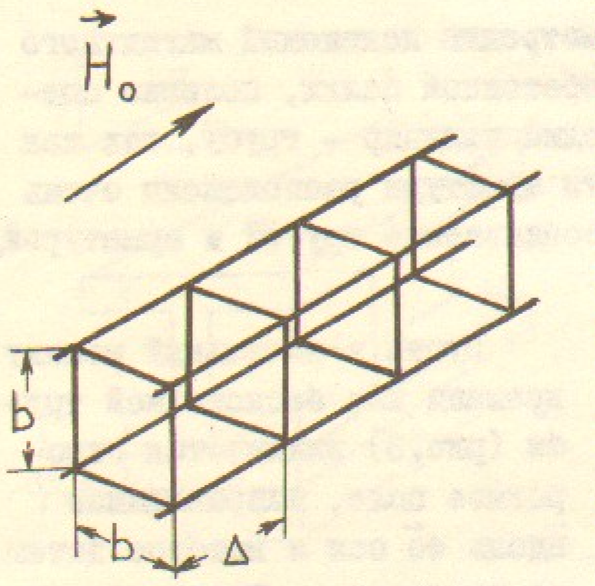

Рис.4

Указанное приближение позволяет считать поле внутри балки однородным.

На одном контуре наводится э.д.с.

$$\mathcal{E}_1 = -S_1 \dot{H}_0 / c = i\omega S_1 H_0 / c,$$

где $S_1 = ab$ – сечение контура. Ток в контуре зависит как от его сопротивления $R_1 = \ell_1 / \pi \rho_0^2 \sigma$ (ρ_0 – радиус стержня арматуры, $\ell_1 = 2(a+b)$ – периметр контура), так и от коэффициента взаимной индукции $L = 4\pi S_1 / \Delta$ данного контура с остальными:

$$J_1 = \mathcal{E}_1 / (R_1 - i\omega L / c^2).$$

Индуцированный внешним полем ток J_1 создает собственное магнитное поле

$$H_1 = 4\pi J_1 / c\Delta .$$

Полное поле

$$H = H_0 + H_1 = R_1 H_0 / (R_1 - i\omega L / c^2)$$

становится значительно меньше, чем H_0, когда R_1 сравнивается с $\omega L / c^2$. Это происходит на частоте

$$\omega_* = (a+b) c^2 \Delta / 2\pi^2 a b \rho_0^2 \sigma .$$

Если $\mu > 4\pi ab/(a+b)\Delta$, то формально оказывается, что $\omega_*/2\pi$ больше, чем обратное время $\tau_{ск}^{-1} = c^2/4\pi^2 \sigma \mu \rho_0^2$ проникновения поля в стержень. В действительности, однако, при $\omega > 2\pi/\tau_{ск}$ поле не проникает внутрь каркаса, так как оно "зацепляется" за стержни арматуры. Поэтому найденное выше выражение для ω_* справедливо, если только $\omega_* < 2\pi/\tau_{ск}$. Именно по этой причине сопротивление контура R_1 считалось выше чисто активным. Можно проверить, что при $\Delta \to \rho_0$ величина $2\pi/\omega_*$ совпадает со временем проникновения поля в тонкостенную трубу (I2).

Если $\mu < 4\pi ab/(a+b)\Delta$, т.е. $\omega_* < 2\pi/\tau_{ск}$, магнитный момент балки равен

$$\vec{m} = (i\omega/\omega_*) S_1 \ell \vec{H}_0 / 4\pi \qquad \text{при} \qquad \omega < \omega_* ,$$

$$\vec{m} = - S_1 \ell \vec{H}_0 / 4\pi \qquad \text{при} \qquad \omega > \omega_* .$$

На практике обычно реализуется обратный предельный случай, $\omega_* > 2\pi/\tau_{ск}$. Например, при ρ_0 = I см, $a = b = 50$ см, Δ = I0 см, $\mu = 10^3$, $\sigma = 5\cdot 10^{16}$ сек$^{-1}$ оказывается, что $\omega_* = 400$ сек$^{-1}$, а скиновое время $\tau_{ск}$ = 2 сек больше, чем типичная длительность импульса магнитного поля в установке. Следовательно поле в железобетонную балку не проникает, поэтому $\vec{m} = -S_1 \ell \vec{H}_0/4\pi$, и на расстоянии r = 3 м от её конца $\Delta H = 0.3$ Э .

Основные выводы

I. Искажения магнитного поля, создаваемые балками, намагничиваемыми перпендикулярно своей оси, незначительны (сравнимы с полем Земли).

2. В импульсном режиме работы установки при длительности

импульсов $\tau \lessapprox 0.1$ сек возмущения, создаваемые железобетонной и цельнометаллической (с ребрами жесткости) балками, одинаковы.

Автор благодарен Д.Д.Рютову за активный интерес к работе.

ЛИТЕРАТУРА

I. Мешков И.Н., Чириков Б.В. – Электромагнитное поле.: Новосибирск, НГУ, I973, с.I40.

2. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. – Электродинамика сплошных сред.: М., Наука, I982.

3. Бозорт Р. Ферромагнетизм.: М., изд-во иностранной литературы, I956.

И.А.Котельников

ВЛИЯНИЕ СТАЛИ В СТРОИТЕЛЬНЫХ КОНСТРУКЦИЯХ НА МАГНИТНОЕ ПОЛЕ В ФИЗИЧЕСКИХ УСТАНОВКАХ

Препринт
№ 84- I7

Работа поступила - 26 января I984 г.

Ответственный за выпуск - С.Г.Попов
Подписано к печати 7.II-I984 г. МН 04062
Формат бумаги 60х90 I/I6 Усл.0,9 печ.л., 0,8 учетно-изд.л.
Тираж 290 экз. Бесплатно. Заказ № I7.

Ротапринт ИЯФ СО АН СССР, г.Новосибирск, 90