

Г.37

9

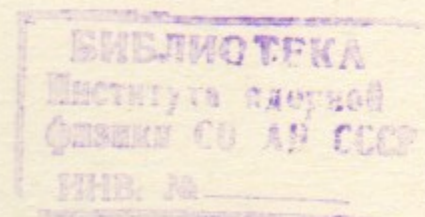


ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ СО АН СССР

А.Л.Герасимов, Ф.М.Израйлев, И.Б.Вассерман,  
Дж.Теннисон

ЭФФЕКТЫ ВСТРЕЧИ ДЛЯ ЭЛЛИПТИЧЕСКОГО  
ПУЧКА С БОЛЬШИМ ОТНОШЕНИЕМ  
ПОПЕРЕЧНЫХ РАЗМЕРОВ

ПРЕПРИНТ 84-16



НОВОСИБИРСК

ЭФФЕКТЫ ВСТРЕЧИ ДЛЯ ЭЛЛИПТИЧЕСКОГО ПУЧКА С БОЛЬШИМ  
ОТНОШЕНИЕМ ПОПЕРЕЧНЫХ РАЗМЕРОВ\*

А.Л.Герасимов, Ф.М.Израйлев, И.Б.Вассерман  
(Новосибирск, СССР)

Дж.Теннисон (Остин, США)

А Н Н О Т А Ц И Я

Изучаются эффекты встречи и их влияние на размеры пучков в электрон-позитронных установках. Основное внимание уделяется изучению стохастической области, возникающей при перекрытии нелинейных резонансов. Обнаружено, что для эллиптических пучков с большим отношением  $\sigma_x/\sigma_z \gg 1$  в амплитудном пространстве  $A_x, A_z$  возникает вытянутая по  $Z$  стохастическая область, образованная резонансами, перекрывающимися по  $X$  - направлению. Исследуется влияние параметров установки на размеры области.

Данные моделирования показывают, что увеличение поперечных размеров пучка значительно сильнее в вертикальном направлении, чем в радиальном. Однако для установок с радиальным аксептансом много меньшим вертикального предельный ток может определяться радиальной шириной стохастической области, что подтверждается специальными экспериментами на ВЭШ-2М.

\* Доклад на "XII Международной конференции по ускорителям заряженных частиц высоких энергий", Батавия, США, 1983 г.

Одной из центральных задач в физике ускорителей со встречными пучками является достижение максимально возможных токов взаимодействующих пучков при минимальных их размерах. Как известно, основная причина увеличения поперечных размеров пучков лежит в возникновении стохастической неустойчивости отдельных частиц при их многократном взаимодействии с нелинейным полем встречного пучка. К настоящему времени механизм этого явления достаточно хорошо изучен, однако сколь-нибудь полная теория в применении к встречным пучкам отсутствует. Наиболее полно исследован, как аналитически, так и численно частный случай "одномерных" моделей (см. например, /1/), в которых рассматривается лишь одна степень поперечного движения частицы. Такая модель (в самом упрощенном виде) описывает взаимодействие изолированной частицы с пучком, который в поперечном сечении либо круглый, либо плоский.

Однако в большинстве действующих установок в сечении пучки являются эллиптическими. И хотя часто параметр эллиптичности  $\mathcal{E} = \sigma_x / \sigma_z$  довольно большой ( $\mathcal{E} \approx 10-40$ ), вопрос об особенностях движения в таких системах по сравнению с одномерными остается открытым. Более того, несмотря на появившиеся в последнее время численные эксперименты в общих моделях /2-4/, остается неясным, в какой степени критические значения параметров зависят от  $\mathcal{E}$ . Известно, например, что круглый пучок с равными бетатронными частотами ( $\nu_x = \nu_z$ ) обладает некоторыми преимуществами /5/, однако, нет сравнения с другой предельной ситуацией - эллиптический пучок с большим  $\mathcal{E} \gg 1$  и наиболее "выгодными"  $\nu_x, \nu_z$ . С другой стороны, сравнение круглого пучка с плоским показывает /6/, что при переходе от плоского пучка к круглому критические значения  $\xi$  уменьшаются. Это связано с особенностями резонансной структуры фазовой плоскости. Поэтому роль эллиптичности пучка в вопросе достижения максимальных  $\xi_{кр}$  остается практически неисследованной.

В настоящей работе изучается структура нелинейных резонансов в модели сильно эллиптического пучка и выясняются некоторые характерные особенности этой структуры, имеющие непосредственное отношение к экспериментальным данным, полученным на установке ВЭШ-2М.

Модель описывается четырехмерным отображением, включающим в себя:

- 1) бетатронные колебания между местами встречи;
- 2) взаимодействие со встречным пучком в обычном приближении тонкой линзы;
- 3) модуляцию радиального движения синхротронными колебаниями (при не равной нулю  $\Psi$  - функции в местах встречи);
- 4) синхротронное излучение и квантовые флуктуации этого излучения (шум);
- 5) линейная связь из-за повернутых на  $45^\circ$  квадрупольных линз.

Все параметры выбирались близкими к параметрам ВЭШ-2М. Вычисление сил  $\xi_x, \xi_z$  от встречного пучка с эллиптическим сечением (гауссовое распределение  $\rho = \rho_0 e^{-x^2/2\sigma_x^2 - z^2/2\sigma_z^2}$ ,  $\alpha = \sigma_x/\sigma_z = 20$ ) проводилось по точным формулам /7/ на сетке  $(x, z)$  с линейной интерполяцией между узлами сетки.

Аналитическое исследование подобных систем с двумя степенями свободы и внешним периодическим возмущением оказывается гораздо более сложным по сравнению с "одномерными" системами прежде всего потому, что потенциал от эллиптического пучка является сложной функцией от переменных  $x, z$ . В результате такие важные характеристики нелинейных систем, как зависимость частоты от амплитуды (нелинейный сдвиг бетатронных частот) и амплитуда резонансных гармоник трудно описать аналитически. При численном исследовании появляются дополнительные трудности, связанные с тем, что фазовое пространство системы является четырехмерным и "визуальное" наблюдение резонансов (в отличие от одномерных систем, см. /1/) в данном случае невозможно.

Поэтому при исследовании нами был использован метод, предложенный в работе /8/. Его суть состоит в том, что вместо изучения резонансной структуры на сетке бетатронных частот исследовать расположение наиболее существенных резонансов в амплитудном пространстве  $(A_x, A_z)$  поперечного движения. Для этого прежде всего необходимо знать зависимость сдвига бетатронных частот  $\Delta V_{x,z}$  от амплитуд  $A_x, A_z$ . Эта зависимость, полученная с помощью численного интегрирования, изображена для  $\xi_x = \xi_z = 1$  на рис.1. Диапазон изменений

амплитуд  $A_x, A_z$ , нормированных на  $\sigma_x, \sigma_z$ , соответствует апертурным ограничениям ВЭШ-2М по  $x$  до  $10\sigma_x$  и по  $z$  до  $80\sigma_z$ . Картина частотных сдвигов при  $\xi_{x,z} \neq 1$  получается изменением масштаба по соответствующим осям. Области, в которых  $\Delta V_x$  слабо зависит от  $A_z$  ( $\Delta V_x \approx \text{const}$ ), характерны для больших  $\alpha$ , в этих областях движение близко к одномерному.

Рис.1 задает частотно-амплитудное соответствие, используя которое, можно переносить любую линию из частотного пространства в амплитудное. Задавая какой-либо конкретный резонанс  $n_x \nu_x + n_z \nu_z + n_s \nu_s = k$ , (здесь  $k, n_x, n_z, n_s$  - целые числа,  $\nu_s$  - синхротронная частота), можно получить его расположение в амплитудном пространстве  $(A_x, A_z)$ .

С помощью ЭВМ для различных значений  $\xi_x, \xi_z$  нами была исследована структура резонансов в амплитудном пространстве. Типичный пример представлен на рис.2, где для удобства по  $z$  использован двойной масштаб (от 0 до 10 и от 10 до 80). Для упрощения общей картины приведены только основные резонансы, в пренебрежении мультиплетным расщеплением каждого резонанса из-за синхротронных колебаний ( $\nu_s = 0$ ). Пунктирные линии соответствуют вырожденным резонансам, которые появляются при снятии симметрии потенциала, если учесть модуляцию по  $x$  /1,6/. Однако, как было показано в /5,9,10,11/, роль синхробетатронных резонансов в действительности может быть велика, поскольку они могут существенно понижать порог возникновения стохастичности, и, соответственно, уменьшать  $\xi_{кр}$ . Из картины резонансных линий в амплитудном пространстве видно, что они расположены очень неравномерно. Отметим, что эта неравномерность связана с особенностями замены координат  $\Delta V_x(A_x, A_z)$ ,  $\Delta V_z(A_x, A_z)$  и выбором рабочей точки, а не ограничением порядка резонансов  $N = |n_x| + |n_z| \leq 16$ .

Как известно, рабочая точка  $(\nu_x, \nu_z)$  выбирается вблизи наиболее сильного резонанса низкого порядка. При этом, как видно из рис.2, резонансные линии высоких порядков собираются в пучки, центры которых лежат на основном резонансе связи  $\nu_x = \nu_z$ . "Пустые" зоны в амплитудной плоскости между центрами пучков вблизи этого резонанса могут иметь важное значение, поскольку в них движение может быть более

устойчивым. Наиболее характерной особенностью резонансной структуры является то, что резонансные линии в основном вытянуты вдоль направления  $Z$ . Поэтому перекрытие резонансов возникает по направлению  $X$ , и приводит к образованию стохастической области сильно вытянутой по  $Z$ .

Важными вопросами, требующими выяснения в численном моделировании являются выбор оптимального отношения  $\xi_x/\xi_z$  и изучение влияния размеров апертуры на предельное значение встречного тока. Обычно считается, что только  $Z$  - направление является существенным в эффектах встречи. Однако, эксперименты, проведенные на накопителе ВЭШ-2М /II/, показали, что для условий этого накопителя, где величина радиальной апертуры примерно в 6 раз меньше, чем вертикальной, ограничение времени жизни связано с уходом частиц за пределы радиальной апертуры.

Численное моделирование проводилось при следующих параметрах, близких к параметрам накопителя ВЭШ-2М:  $V_x = 3,06$ ;  $V_z = 3,08$ ;  $\alpha = \sigma_x/\sigma_z = 20$ ; число мест встречи  $m_0 = 2$ , время затухания  $\tau_0 = 10^5$  тераций, амплитуда модуляции, связанная с наличием радиальной дисперсионной функции  $B = 0,5 \sigma_x$ , частота модуляции  $V_s = 0,01$ .

Результаты численного моделирования представлялись в виде гистограммы движения в амплитудной плоскости  $A_x, A_z$ . При подробном исследовании поведения отдельных частиц для различных начальных данных было выяснено, что в целом характер движения объясняется структурой резонансов (рис.2), а именно - наблюдается быстрый рост амплитуды по  $Z$ , например,  $Z_{max} \approx \approx 55$  для  $\xi_z = 0,11$   $\xi_x = 0,055$ . В то же время при больших временах счета ширина стохастической области по  $X$  возрастает вплоть до границы апертуры  $10 \sigma_x$ , что может объяснять экспериментальные данные /II/. Заметим, что в этой области находятся только резонансы высокого порядка, поэтому их роль в процессах, ограничивающих время жизни пучка, повидимому существенна. Типичный пример такого движения представлен на рис.3.

#### Выводы:

1. Для пучков с большим отношением  $\sigma_x/\sigma_z \gg 1$  резонансы в амплитудном пространстве вытянуты вдоль направления  $Z$ , а их перекрытие в основном происходит по направлению  $X$ . В результате возникает большая стохастическая область, вытянутая по  $Z$ . Численное моделирование подтверждает этот вывод.

2. Хотя возрастание амплитуды бетатронных колебаний более существенно по  $Z$  - направлению, тем не менее в случае малой радиальной апертуры именно радиальное  $X$  - направление может быть ответственным за ограничение предельных токов встречных пучков.

3. Численное моделирование показывает наличие слабой диффузии в  $X$  и  $Z$  - направлении на больших временах ( $t \approx 10 \tau_0$ ), что вызывает дальнейшее увеличение области, занятой частицами. Этот факт может объяснить некоторые экспериментальные данные на ВЭШ-2М, где время жизни пучков даже больших  $Z_{max} \gg \sigma_z$  зависит от апертурного ограничения  $Z_{max}$ .

Литература

- I. Ф.М.Израйлев. Почти линейные отображения и их приложения, Препринт 80-149 ИЯФ СО АН СССР, Новосибирск, 1980; Physica 1D(1980)243
2. S. Myers "Simulation of the beam-beam effect for  $e^+e^-$  storage rings" LEP Note 362, 1982
3. S. Peggs and R. Talman "Proceedings of the 11-th International Conference on High Energy Accelerators", Geneva, 1980 p.74
4. E. Keil "Evaluation of the beam-beam effect in PEP" CERN-LEP-TH/83-19.
5. И.Б.Вассерман, Ф.М.Израйлев, Г.М.Тумайкин. Критерий стохастичности при взаимодействии встречных пучков на основном резонансе связи, Препринт 79-74, ИЯФ СО АН СССР, Новосибирск, 1979.
6. Ф.М.Израйлев, С.И.Мишнев, Г.М.Тумайкин. Численные эксперименты по определению критерия стохастичности при взаимодействии встречных пучков. Препринт 77-43 ИЯФ СО АН СССР, Новосибирск, 1977.
7. В.В.Вечеславов. Препринт 80-72 ИЯФ СО АН СССР, Новосибирск, 1980.
8. J.L.Tennyson "Resonance streaming in electron-positron colliding beam systems", in book "Long time prediction in dynamics" (Nonequilibrium problems in the physical sciences and biology, v. II) 1983, p.427.
9. И.Б.Вассерман, Ф.М.Израйлев. Влияние различных типов модуляций на понижение порога стохастичности в эффектах встречи. Препринт 81-25, ИЯФ СО АН СССР, Новосибирск, 1981, Труды 7-го Всесоюзного совещания по ускорителям заряженных частиц, т.1, стр. 288, Дубна, 1981.
10. A. Piwinski, IEEE Trans. NS-24(1977)1408; DESY-77/18(1977); IEEE Trans. NS-28(1981)2440
- II. И.Б.Вассерман, Ф.М.Израйлев, И.А.Кооп, А.Н.Скринский, Г.М.Тумайкин. Препринт 81-09, ИЯФ СО АН СССР, Новосибирск, 1981.

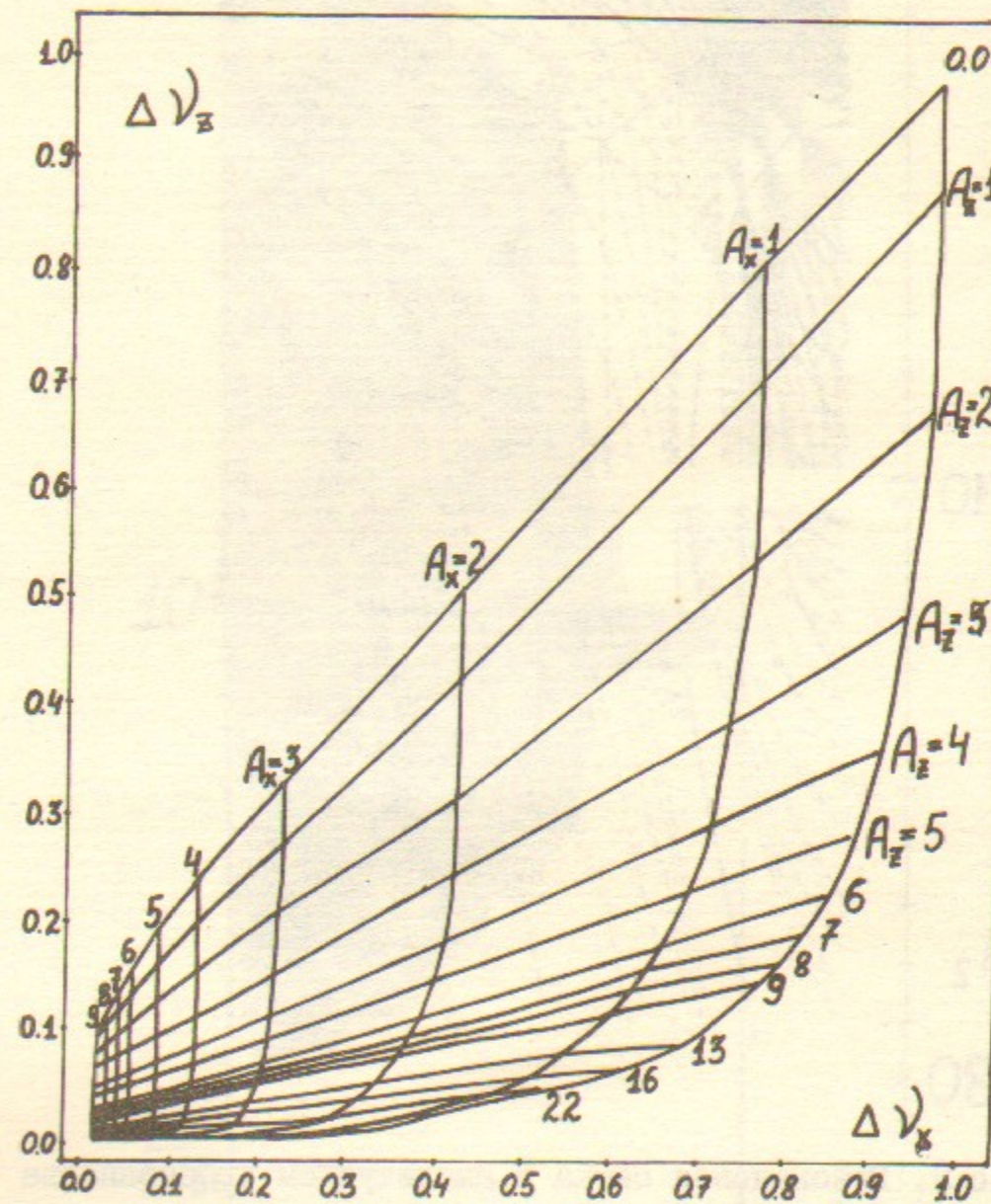


Рис.1. Нелинейный сдвиг частот для эллиптического пучка для различных амплитуд  $A_x, A_z$  (для  $\xi_x = \xi_z = 1, \alpha = 20$ )

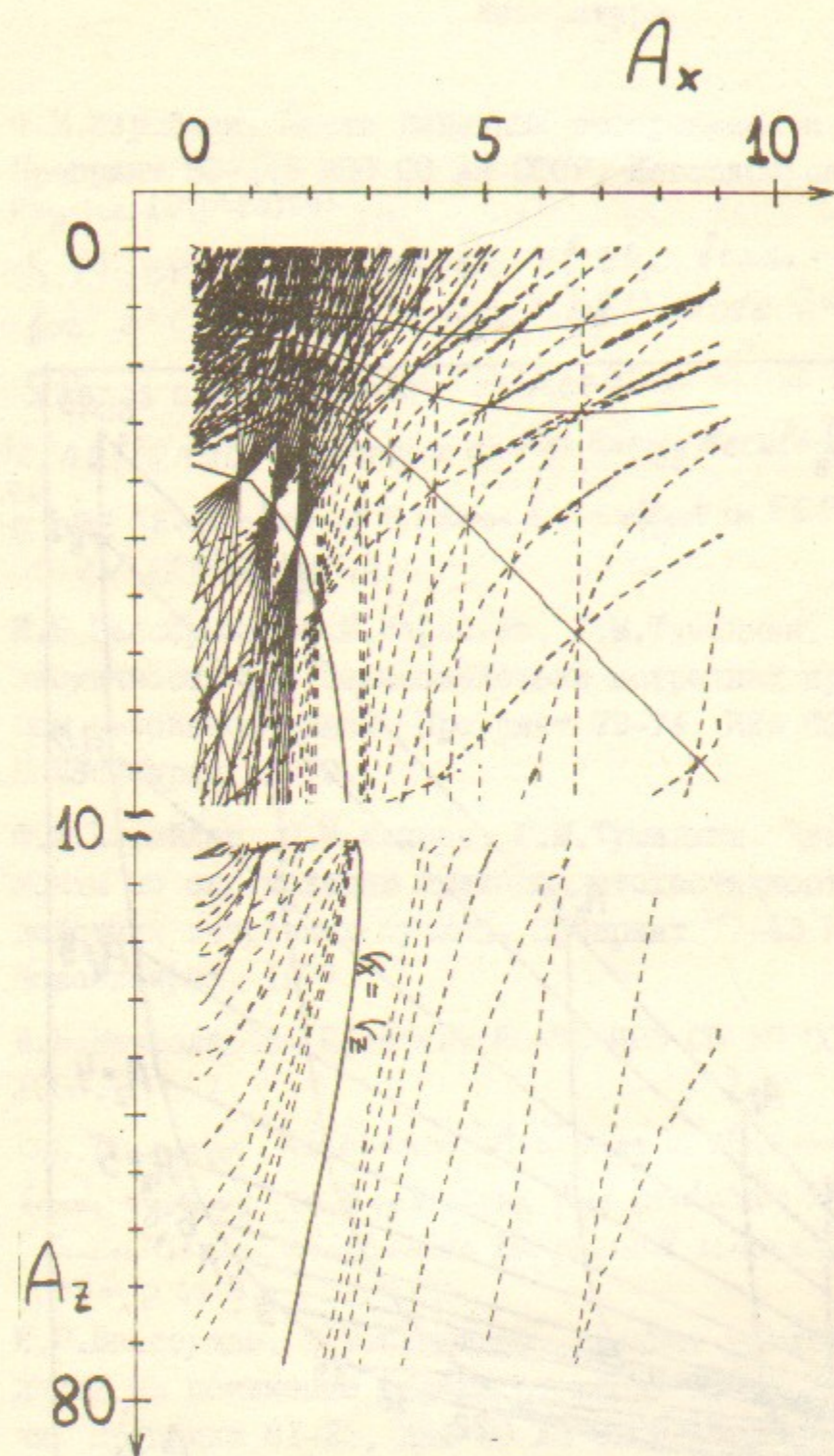


Рис.2. Резонансная сетка в амплитудном пространстве  $(A_x, A_z)$  для эллиптического пучка. Использoваны 2 масштаба в  $Z$ -направлении: для  $10 \leq A_z \leq 80$  масштаб в 7 раз плотней, чем  $0 \leq A_z \leq 10$  ( $\nu_x^o = 3.06$ ,  $\nu_z^o = 3.08$ ,  $\xi_x = 0.07$ ,  $\xi_z = 0.14$ . Максимальный порядок резонансов 16)

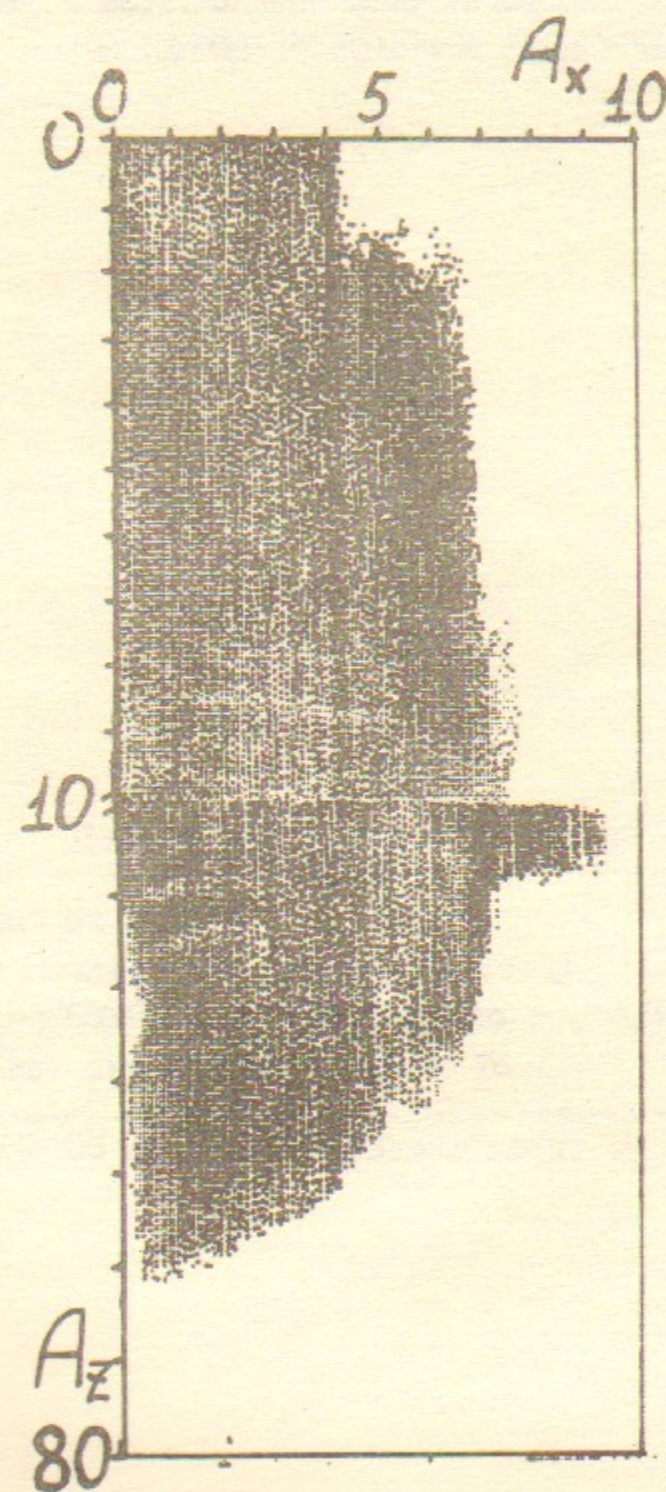


Рис.3. Типичная область в пространстве  $(A_x, A_z)$ , заполняемая частицей за время  $t = 90\tau_0$ . (Параметры те же, что и на рис.2)

А.Л.Герасимов, Ф.М.Израйлев, И.Б.Вассерман  
Дж.Теннисон

ЭФФЕКТЫ ВСТРЕЧИ ДЛЯ ЭЛЛИПТИЧЕСКОГО ПУЧКА С БОЛЬШИМ  
ОТНОШЕНИЕМ ПОПЕРЕЧНЫХ РАЗМЕРОВ

Препринт  
№ 84- 16

Работа поступила - 30 января 1984 г.

---

Ответственный за выпуск - С.Г.Попов  
Подписано к печати 7.П-1984 г. МН 04063  
Формат бумаги 60х90 1/16 Усл.0,6 печ.л., 0,5 учетно-изд.л.  
Тираж 290 экз. Бесплатно. Заказ № 16.

---

Ротапринт ИЯФ СО АН СССР, г.Новосибирск, 90