21

ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ СО АН СССР

М.М Карлинер, Б.М.Фомель, В.П.Яковлев

LANS2 - ПРОГРАММА РАСЧЕТА АЗИМУТАЛЬНО-НЕОДНОРОДНЫХ КОЛЕБАНИЙ В АКСИАЛЬНО-СИММЕТРИЧНЫХ ВЧ-РЕЗОНАТОРАХ

ПРЕПРИНТ 83-114

НОВОСИБИРСК

LANS2 – ПРОГРАММА РАСЧЕТА АЗИМУТАЛЬНО-НЕОДНОРОДНЫХ КОЛЕБАНИЙ В АКСИАЛЬНО-СИММЕТРИЧНЫХ ВЧ-РЕЗОНАТОРАХ

М.М.Карлинер, Б.М.Фомель, В.П.Яковлев

А Н Н О Т А Ц И Я

Предлагается программа вычисления азимутально-неоднородных типов колебаний в аксиально-симметричных ВЧ-резонаторах. Как и в работе [I], для аппроксимации исходного дифференциального уравнения применен метод конечных элементов, а для определения резонансной частоты – эффективный метод обратных итераций со сдвигом. Используется такая форма уравнений, которая исключает появление дополнительных нефизических решений.

I. Разработанная нами программа *LANS* [I] для расчета азимутально-однородных типов колебаний в аксиально-симметричных резонаторах основана на использовании метода конечных элементов. Для определения резонансной частоты используется эффективный метод обратных итераций со сдвигом. Опыт эксплуатации этой программы показал, что она является надежным и удобным инструментом конструирования ВЧ-резонаторов.

Было решено расширить область приложения этой программы и создать версию, пригодную для расчета азимутально-неоднородных типов колебаний. Разработанная ранее для таких расчетов программа *MAXWELL-2* [2] основана на методе интегральных уравнений, и по сравнению с программой *LANS*, более сложна при использовании; кроме того она становится недостаточно эффективной при расчете ускоряющих структур (а не отдельных резонаторов).

2. Для применения метода обратных итераций необходимо, чтобы исходное уравнение было линейно по K^2 ($K=\omega/c$, ω - частота, C - скорость света). Существует несколько способов записать уравнения для азимутально-неоднородных типов колебаний в ВЧ-резонаторах.

а) Можно использовать систему из 2-х уравнений относительно азимутальных компонент электрического и магнитного полей [3,4,5]. Остальные компоненты выражаются через них. Однако эти уравнения не линейны по K^2, поэтому в этом случае для определения резонансной частоты нельзя применять алгоритм обратных итераций.

б) Если решать уравнение для трех компонент поля (например, для компонент магнитного поля) [6]

$$\mathrm{rot}\ \mathrm{rot}\ \bar{H} - K^2 \bar{H} = 0 \qquad (I)$$

с граничными условиями на идеально проводящей поверхности $E_\tau=0$ (E_τ - тангенциальная к поверхности компонента вектора электрического поля) то видно, что уравнение (I) линейно по K^2.

Однако дискретная аппроксимация уравнения (I) порождает дополнительные нефизические решения. Их появление связано с тем, что собственному значению $K^2=0$ (т.е. $\mathrm{div}\ \bar{H} \neq 0$) соответствует бесконечное количество сколь угодно быстро осциллирующих в пространстве собственных векторов, для которых любая численная аппроксимация оказывается недостаточной. Регуляризация, проводимая путем добавления в уравнение (I) членов вида $\varepsilon \cdot grad\,div\,\bar{H}$ [7] (ε -параметр регуляризации) хотя и смещает спектр дополнительных решений в область высших частот (меняя при этом характер этих решений), приводит, однако, к некоторой потере точности расчета, особенно для высших типов колебаний.

в) Уравнение для трех компонент магнитного поля вида

$$\Delta \bar{H} + K^2 \bar{H} = 0$$

которое получается из (I) путем добавления члена $-grad\,div\,\bar{H}$ [8], само содержит дополнительные нефизические решения. Для этих решений $div\,\bar{H} \neq 0$ и выполняется $\bar{H} = grad\,\varphi$, где φ удовлетворяет уравнению $\Delta\varphi + K^2\varphi = 0$ с граничными условиями $\partial\varphi/\partial n$ на идеально проводящей поверхности. В отличие от случая (б) спектральная плотность этих дополнительных решений сравнительно невелика, примерно такая же, что и для решений с $div\,\bar{H} = 0$.

3. Можно записать уравнения электромагнитных колебаний таким образом, чтобы:

а) уравнения были линейны по K^2 ;

б) уравнения не имели бы дополнительных нефизических решений, и эти решения не порождала бы численная аппроксимация;

в) система уравнений содержала бы два уравнения вместо трех.

Это показано в работе [9] , где описана программа $URMEL$, основанная на методе прямоугольных ортогональных сеток. Используется уравнение, записанное для r-й и Z-й - компонент системы (I) (r , φ , z - цилиндрические координаты), а также условие $div\,\bar{H} = 0$, из которого находится азимутальная компонента магнитного поля H_φ как функция H_r , H_z . Полученное выражение для азимутальной компоненты подставляется в уравнение (I) для r-й компоненты магнитного поля. В результате получаются следующие уравнения

$$\Delta H_{0r} - (m^2+1)\frac{H_{0r}}{r^2} + \frac{2}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}(rH_{0r}) + \frac{2}{r}\frac{\partial}{\partial z}H_{0z} + K^2 H_{0r} = 0$$

$$\Delta H_{0z} + K^2 H_{0z} = 0 \qquad (3)$$

Здесь предполагается, что $H_r = H_{0r}\begin{pmatrix}\cos m\varphi\\ \sin m\varphi\end{pmatrix}$

$$H_\varphi = H_{0\varphi}\begin{pmatrix}\sin m\varphi\\ -\cos m\varphi\end{pmatrix}, \quad H_z = H_{0z}\begin{pmatrix}\cos m\varphi\\ \sin m\varphi\end{pmatrix}$$

Можно показать, что двухкомпонентные и линейные по K^2 уравнения (3) не содержат также и дополнительных нефизических решений, а значит удовлетворяют всем перечисленным выше требованиям. При дискретной аппроксимации на основе метода конечных элементов уравнения (3) сведутся к системе линейных алгебраических уравнений вида

$$(A - K^2 B)\mathcal{H} = 0 \qquad (4)$$

где $\mathcal{H} = \begin{pmatrix}\mathcal{H}_r\\ \mathcal{H}_z\end{pmatrix}$; $\mathcal{H}_r$, $\mathcal{H}_z$ - значения компонент магнитного поля в узлах сетки; A и B - ленточные квадратные матрицы размерности $2N \times 2N$ (N - число узлов сетки). Собственные значения K^2 вещественны и положительны, что определяется физической сущностью задачи. Матрица $C = A - K^2 B$ - несимметрична; это, однако, не является препятствием для применения метода обратных итераций.

Программа $LANS2$, в которой реализована изложенная выше методика, так же, как и программа $LANS$, использует треугольные симплекс-элементы, а следовательно и тот же генератор сетки. Число узлов сетки может достигать 2000. При этом время счета одной моды колебаний с числом узлов сетки 1000 составляет 10 минут на ЭВМ Одра-1305.

4. Для проверки правильности работы программы были проведены расчет резонаторов, для которых известны аналитические решения. Так, расчеты первых четырех мод цилиндрического резонатора показали, что при использовании 200 узлов сетки относительная погрешность вычисления K была не более $4 \cdot 10^{-3}$ (Таблица I). При расчете сферического резонатора использовалось 225 узлов сетки, погрешность вычисления K составила не более $5 \cdot 10^{-3}$ (Таблица 2).

Был проведен расчет модели резонатора развертки непрерывного гирокона [10] (рис.I), для которого измеренное значение частоты составило 432 МГц (мода E_{110}). Расчетное значение частоты - 434 МГц.

Таблица I

Тип	Аналитическое значение $к(см^{-1})$	Численное значение $к(см^{-1})$	Относительная погрешность
H_{111}	2.0016	1.9998	$9\cdot10^{-4}$
H_{112}	2.4202	2.4288	$3,5\cdot10^{-3}$
E_{110}	3.8317	3.8321	10^{-4}
E_{111}	3.9114	3.9205	$2\cdot10^{-3}$

Таблица 2

Тип	Аналитическое значение $к(см^{-1})$	Численное значение $к(см^{-1})$	Относительная погрешность
E_{111}	0.548740	0.54963	$1,6\cdot10^{-3}$
H_{111}	0,898677	0.90309	$4,9\cdot10^{-3}$
H_{121}	1,1522735	1,15700	$4,4\cdot10^{-3}$
E_{211}	1,223407	1.22601	$2\cdot10^{-3}$

Литература

1. B.M.Fomel et al, Part. Acc., 11 (1981) pp 173
2. В.Я.Иванов и др. Препринт ИЯФ 83-54 (1983).
3. В.Я.Лысенко и др. Электронная техника, сер.I, 1975, вып.4, стр.118-120.
4. А.Г.Дайковский и др. Препринт ИФВЭ, 80-107, 1980.
5. R.L. Gluckstern et al, IEEE Trans. on Nucl. Sci., 1983, v 30, p 2880
6. J.B. Davies et al, IEEE Trans. on Microwave Tech., 1982, 30, p 1975
7. M Hara et al, IEEE Trans. on Nucl. Sci, 1983, v30, p2854
8. А.Д.Григорьев и др. Электронная техника, сер.I, 1978, вып.10, с.101-103.
9. T Weiland, DESY 83-005, Feb 1983
10. В.Г.Вещеревич и др. Вопросы атомной науки и техники, сер. линейные ускорители, вып.2(5), 1977, стр.17.

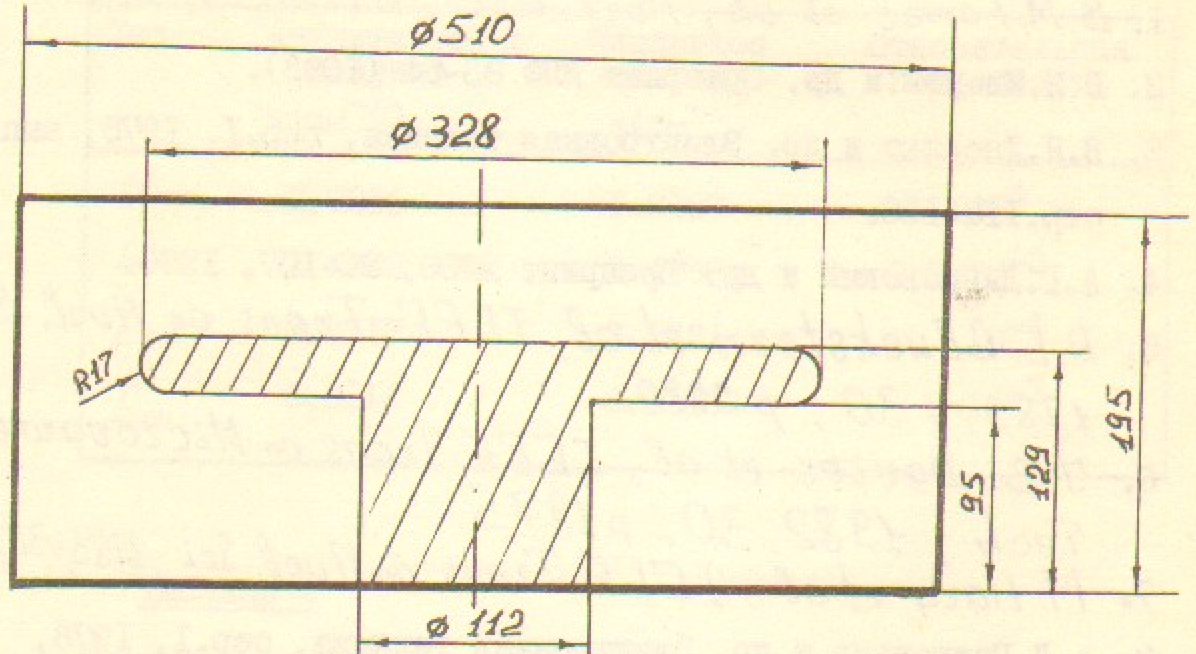

Рис. 1

М.М.Карлинер, Б.М.Фомель, В.П.Яковлев

LANS2 - ПРОГРАММА РАСЧЕТА АЗИМУТАЛЬНО-НЕОДНОРОДНЫХ КОЛЕБАНИЙ В АКСИАЛЬНО-СИММЕТРИЧНЫХ ВЧ-РЕЗОНАТОРАХ

Препринт
№ 83- 114

Работа поступила - 14 сентября 1983 г.

Ответственный за выпуск - С.Г.Попов
Подписано к печати 28.09-1983 г. МН 00906
Формат бумаги 60x90 1/16 Усл. 0,5 печ.л., 0,4 учетно-изд.л.
Тираж 290 экз. Бесплатно. Заказ № 114.

Ротапринт ИЯФ СО АН СССР, г.Новосибирск, 90