

55

ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ
СО АН СССР

В.В.Мирнов, В.П.Нагорный

**КИНЕТИКА ВЫСОКОЭНЕРГЕТИЧНЫХ
ИОНОВ В ГАЗОДИНАМИЧЕСКОЙ ЛОВУШКЕ**

ПРЕПРИНТ 82-154



Новосибирск

КИНЕТИКА ВЫСОКОЭНЕРГЕТИЧНЫХ ИОНОВ В ГАЗОДИНАМИЧЕСКОЙ ЛОВУШКЕ

В.В.Мирнов, В.П.Нагорный

I. ВВЕДЕНИЕ

Время жизни частиц в классическом пробкотроне определяется скоростью рассеяния их в конус потерь и по порядку величины равно времени ион-ионных столкновений. Наличие в плазме микро-неустойчивостей способствует дополнительному рассеянию ионов в конус и, таким образом, еще уменьшает это время. В связи с этим представляет интерес рассмотрение длинных ловушек с размерами сильно превышающими длину свободного пробега ионов λ и, соответственно, с заполненным конусом потерь. В этом случае истечение плазмы через торцы ловушки является газодинамическим, время жизни плазмы в них не подвержено влиянию тонких кинетических эффектов и микро-неустойчивостей. Однако построение ловушек с длиной $L \gg \lambda$ представляется нереальным ввиду чрезвычайно большой величины λ при термоядерных параметрах плазмы. В работах [1,2] было показано, что для перехода в газодинамический режим достаточно выполнение гораздо более мягкого условия, чем $L \gg \lambda$ а именно

$$L \gg \lambda/k \quad (1)$$

где k - пробочное отношение. Иными словами длина ловушки должна быть большой по сравнению с эффективной длиной свободного пробега ионов по отношению к рассеянию на угол конуса потерь $\theta \approx 1/\sqrt{k}$. В этом случае основная масса ионов имеет распределение по скоростям, близкое к максвелловскому. Время жизни ионов в такой установке $\tau \sim kL/v_T$, где v_T - тепловая скорость иона, не содержит частоты ион-ионных столкновений и зависит от пробочного отношения линейно, а не логарифмически как для классического пробкотрона. В связи с тем, что при выполнении неравенства (1) режим вытекания плазмы из ловушки близок к газодинамическому будем как и в [1,2] называть такую ловушку

газодинамической (ГДЛ).

В работе [2] был проведен расчет стационарного термоядерного реактора на основе ГДЛ. Стационарное состояние в установке поддерживается за счет баланса двух факторов - инжекции нейтралов на участке однородного поля и потерь плазмы через пробки. Предполагалось, что функция распределения ионов по скоростям во всем диапазоне энергий является максвелловской. При этих предположениях были найдены и оптимизированы (смысл оптимизации будет ясен из п.4) параметры реактора.

На самом деле, как видно из расчетов [2], суммарная энергия выносимая парой ион-электрон, приблизительно равна $6-8 T_i$, следовательно инжекцию нужно вести при энергии E_0 значительно превышающей температуру ионов T_i . При этом из-за уменьшения частоты столкновений при больших энергиях в плазме появятся немасвелловские ионы с энергией значительно превышающей T_i , для которых условие удержания в газодинамическом режиме (I) нарушается. Кроме того, сам факт наличия источника в области высоких энергий приводит к отклонению функции распределения от максвелловской. Эти факторы способны сильно изменить результаты расчетов, так как даже малая доля не успевших замедлиться инжектированных ионов может внести большой вклад в давление, скорость потерь частиц и энергии из ловушки и, в особенности, в мощность ядерного энерговыделения, где роль хвоста функции распределения при больших энергиях подчеркивается быстрым ростом сечения ядерного синтеза. В данной работе количественно анализируется влияние этих эффектов на значения оптимальных параметров реактора на базе ГДЛ.

2. Функция распределения высокоэнергетичных ионов

Ввиду конечности длины системы в ловушке эффективно удерживаются и, соответственно, максвеллизуются лишь ионы достаточно малых энергий, длина свободного пробега которых удовлетворяет неравенству (I). В этой области скоростей формируется близкое к максвелловскому изотропное распределение по скоростям с температурой и плотностью, определяемыми скоростью ввода частиц и энергии в систему. При больших энергиях, когда неравенство

(I) начинает нарушаться, функция распределения ионов становится анизотропной и может заметно отличаться от максвелловской. Таким образом, в ГДЛ имеются два масштаба изменения функции распределения по скоростям: низкоэнергетичный максвелловский ядро с шириной порядка v_{Ti} и высокоэнергетичная хвостовая часть с шириной порядка скорости v_0 , вблизи которой в фазовом пространстве локализован источник нагрева плазмы. В дальнейшем для определенности мы будем ориентироваться на нагрев плазмы с помощью инжекции нейтралов. В этом случае под v_0 подразумевается скорость инжектированных нейтральных атомов.

Распределение по скоростям в хвостовой части устанавливается в результате конкуренции процессов рассеяния по углу и ухода в конус потерь, характерных для "классических" зеркальных ловушек, когда конус потерь не заполнен и время жизни по порядку величины равно

$$\tau \sim v_{ii}^{-1}(v_0) \ell_k \quad (2)$$

где $v_{ii}(v_0) = \frac{4\pi n e^4}{M^2 v_0^3}$ - частота рассеяния хвостовых ионов на уго порядка единицы, и процессов замедления инжектированных частиц на ионах и электронах плазмы с последующим переходом в максвелловский ядро и удержанием в режиме, характерном для ГДЛ. Поскольку время замедления за счет ион-ионных столкновений по порядку величины равно $v_{ii}^{-1}(v_0)$, а торможение на электронах в зависимости от соотношения между электронной температурой и энергией ионов может еще дополнительно ускорить этот процесс, то влиянием потерь хвостовых ионов в конус на формирование их функции распределения ввиду наличия логарифмического фактора в оценке (2) можно пренебречь. Таким образом, при больших пробочных отношениях главными механизмами формирования хвостовой части распределения ионов являются торможение на электронах и, идущие примерно с одинаковой скоростью, рассеяние по углу и торможение за счет ион-ионных соударений. Заметим, что анизотропия функции распределения при высоких энергиях может, в принципе, приводить к развитию конусных неустойчивостей и соответствующему усилению потока хвостовых ионов в конус потерь, однако, наличие изотропного максвелловского ядра играет стабилизирующую роль и сильно снижает вероятность возбуждения колебаний такого типа в ГДЛ.

Мы вычислим функцию распределения хвостовых ионов аналитически в предположении, что основная масса ионов сконцентрирована в максвелловской части спектра. Это предположение позволяет не учитывать столкновения хвостовых ионов друг с другом, а принимать во внимание только их столкновения с ионами ядра и электронами. Как показывают расчеты такая аппроксимация обеспечивает довольно хорошую точность даже на применимости полученных результатов, т.е. при $n_{\text{кв}} \approx n_{\text{макс}}$.

Для нахождения функции распределения хвостовых ионов воспользуемся кинетическим уравнением со столкновительным членом в форме Ландау. Предполагая, что ионы ядра и электроны имеют заданные максвелловские распределения по скоростям, а тепловая скорость электронов намного превышает скорость инжектированных ионов мы можем значительно упростить столкновительный член. После этой процедуры кинетическое уравнение для установившейся стационарной функции распределения записывается в виде

$$\frac{1}{u^2} \frac{\partial}{\partial u} \left(A \delta f + \frac{B}{2u} \frac{\partial \delta f}{\partial u} \right) + \frac{1}{2u^2} \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \sin \theta \frac{\partial \delta f}{\partial \theta} = - \frac{\dot{n}}{v_i v_{Ti}^2} \frac{\delta(u-u_0)}{2\pi u_0^2} \langle \psi(\theta) \rangle \quad (3)$$

Безразмерная скорость u измеряется в единицах $v_{Ti} = \sqrt{\frac{2T_i}{M}}$, поэтому для хвостовых ионов значение $u \gg 1$.

Коэффициенты диффузии A и B определяются интегралами:

$$\begin{aligned} A &= 1 + \alpha u^3 \\ B &= 1 + \alpha \frac{T_e}{T_i} u^3 \\ \alpha &= \frac{4}{3\sqrt{\pi}} \sqrt{\frac{m}{M}} \left(\frac{T_i}{T_e} \right)^{3/2} \\ v_i &= \frac{4\pi \Lambda e^4 n}{M^2 v_{Ti}^2} \end{aligned} \quad (4)$$

где m , T_e и M , T_i — массы и температуры соответственно электрона и иона.

Источник в правой части уравнения описывает моноэнергетическую инжекцию ионов с заданным угловым распределением и скоростью

инжекции \dot{n} . Здесь и в дальнейшем угловые скобки означают следующее усреднение

$$\langle \dots \rangle = \int_0^\pi (\dots) \sin \theta d\theta \quad (5)$$

Дифференциальное уравнение для функции $\delta f(v, \theta)$ следует дополнить граничными условиями:

$$\lim_{v \rightarrow \infty} \delta f(v, \theta) = 0 \quad (6)$$

$$\delta f(v, \theta) \Big|_{u=1} = 0 \quad (7)$$

Второе граничное условие фактически соответствует сшивке искомой хвостовой части функции распределения с максвелловским ядром. При этом через поверхность сферы $v = v_i$ происходит как бы сток инжектированных частиц и энергии в ядро.

Поток частиц через сферу равен $n_{\text{кв}} v_i(v) \sim n \frac{v_i}{kL}$, что касается энергии, то при таком рассмотрении часть ее по мере замедления до скорости v_i передается ионам ядра и электронам, а остаток переносится через поверхность вместе с потоком частиц. Следует отметить, что точка сшивки $v = v_i$ выбирается здесь отчасти произвольно: максвелловское распределение, убывающее с ростом скорости, должно переходить в хвостовую часть при нескольких тепловых скоростях. Оправданием для сшивки именно при $v = v_i$ служит тот факт, что как показывают вычисления, форма хвостовой части относительно мало меняется с переходом от сшивки на одной к двум или трем тепловым скоростям.

Структура уравнения (3) позволяет отделить энергетическую и угловую зависимость функции распределения. Для этого введем усредненную по углу функцию распределения $\langle \delta f \rangle$.

Уравнение для $\langle \delta f \rangle$ получается усреднением по углу уравнения (3):

$$\frac{1}{u^2} \frac{\partial}{\partial u} \left(A \langle \delta f \rangle + \frac{B}{2u} \frac{\partial \langle \delta f \rangle}{\partial u} \right) = - \frac{\dot{n}}{v_i v_{Ti}^2} \frac{\delta(u-u_0)}{4\pi u_0^2} \quad (8)$$

Решение этого уравнения с граничными условиями (6), (7) записывается в виде:

$$\langle \delta f \rangle = \frac{\dot{n} e^{-I(u)}}{2\pi v v_{Ti}^3} \int_1^{\min(u, u_0)} \frac{e^{I(u')} u' \dot{n}'}{1 + \alpha T u'^3} du', \quad (9)$$

где функция $I(u)$ определяется выражением:

$$I(u) = 2 \int_0^u \frac{1 + \alpha u'^3}{1 + \alpha T u'^3} u' du' = \frac{u^2}{T} + \frac{1}{(T\alpha)^{2/3}} \left(1 - \frac{1}{T}\right) \left[\ln \frac{(1 + \alpha T u^3)^{1/3}}{1 + (\alpha T)^{1/3} u} + \frac{2}{\sqrt{3}} \left(\arctg \frac{2(\alpha T)^{1/3} u - 1}{\sqrt{3}} + \frac{\pi}{6} \right) \right] \quad (10)$$

Здесь и в дальнейшем $T \equiv T_e/T_i$.

Из условия баланса частиц в ловушке можно выразить интенсивность источника \dot{n} через плотность потока максвелловских частиц в пробке q :

$$\pi R^2 L \dot{n} = 2q \frac{\pi R^2}{k} \quad (11)$$

где R - радиус плазмы на участке однородного магнитного поля. Под k здесь понимается пробочное отношение, исправленное на конечное значение β в центральной части ловушки:

$$k = k_0 / \sqrt{1 - \beta} \quad (12)$$

$$\beta = 8\pi k (T_e + T_i) / H_{\text{мин}}^2 \quad (13)$$

Из (12) следует, что в стационарном режиме

$$\dot{n} = \frac{2q}{kL}$$

Угловая зависимость функции распределения, как будет видно ниже, нам не понадобится. Проанализируем качественно зависимость функции распределения $\langle \delta f \rangle$ от скорости. Если вообще пренебречь столкновениями хвостовых ионов с электронами, т.е. положить в формуле (10) $\alpha = 0$, то показатель экспоненты $I(u) = u^2$, а функция $\langle \delta f \rangle$ в диапазоне скоростей $1 \ll u \ll u_0$ практически постоянна и ее значение равно:

$$\langle \delta f \rangle = \frac{\dot{n}}{8\pi v v_{Ti}^3}, \quad 1 \ll u \ll u_0 \quad (14)$$

При $u > u_0$ $\langle \delta f \rangle$ экспоненциально спадает:*)

$$\langle \delta f \rangle = \frac{\dot{n}}{8\pi v v_{Ti}^3} e^{u_0^2 - u^2} \quad (14')$$

Легко видеть, что при $T \approx 1$ учет ион-электронных столкновений приводит к заметному отклонению точного решения (9) от приближения формул (14, 14') только в области достаточно больших скоростей ($u > \alpha^{-1/3}$). Если скорость инжекции u_0 превышает это значение, то в промежутке между ними ($\alpha^{-1/3} \ll u \ll u_0$) функция $\langle \delta f \rangle$ перестает быть константной и спадает по закону $\langle \delta f \rangle \propto \frac{1}{u}$, а при $u > u_0$ экспоненциально стремится к нулю:

$$\langle \delta f \rangle \propto e^{-u^2/T}, \quad u > u_0.$$

3. Ядерное энерговыделение с учетом хвостовых ионов

Найденная функция распределения позволяет провести расчет характеристик реактора на основе ГДЛ.

Будем предполагать, что в стационарном состоянии ГДЛ заполнена равнокомпонентной D-T смесью. Такое состояние, вообще говоря, может поддерживаться различными способами путем выбора энергий и мощностей инжекции каждой из компонент. Принимая во внимание, то, что ускорение ионов трития до высоких скоростей создает ряд дополнительных проблем, связанных с радиационной безопасностью, будем считать, что тритий поступает в установку в виде холодных частиц, например, твердых крупинок [3]. Для дейтерия эти трудности отсутствуют и поэтому мы будем считать, что часть α_D полного потока дейтронов инжектируется при энергии E_0 , а остальные дейтроны вводятся в систему холодными. Эти частицы, так же, как и ионы трития не дают вклада в поток вводимой в систему энергии, а служат для обеспечения баланса частиц. Отметим, что значение параметра α_D предполагается в дальнейшем варьировать для отыскания оптимального варианта реактора.

*) Так как $u_0 \gg 1$, то для приближенных вычислений можно положить

$$\langle \delta f \rangle = \begin{cases} \frac{\dot{n}}{8\pi v v_{Ti}^3}, & u \ll u_0 \\ 0, & u > u_0 \end{cases} \quad (15)$$

Таким образом функция распределения ионов дейтерия $f_D(\vec{v})$ имеет высокоэнергетичный хвост ($f_D(\vec{v}) = f_m^D(\vec{v}) + \delta f_D(\vec{v})$), а функция распределения ионов трития $f_T(\vec{v})$ чисто максвелловская ($f_T(\vec{v}) = f_m^T(\vec{v})$). Здесь уместно напомнить, что в соответствии со сделанными в п.2 предположениями основная масса дейтронов сосредоточена в максвелловском ядре. Будем считать, что температуры ионов трития и максвелловского ядра одинаковы и пренебрегать для упрощения вычисления различием в их массах, полагая

$$m_D = m_T = 2.4 m_H$$

При сделанных предположениях мощность ядерного выхода из единицы объема определяется выражением

$$P_{ag} = \rho \int [f_m^D(\vec{v}_1) + \delta f^D(\vec{v}_1)] d\vec{v}_1 \int f_m^T(\vec{v}_2) \sigma(u) d\vec{v}_2, \quad (16)$$

где ρ — энергия, выделяемая в одном акте синтеза, $\vec{u} = \vec{v}_1 - \vec{v}_2$, $\sigma(u)$ — сечение D-T реакции. Внутренний интеграл ввиду сферической симметрии максвелловской функции $f_m^T(\vec{v}_2)$ зависит только от абсолютной величины скорости \vec{v}_1 и не зависит от ее направления. Поэтому интегрирование по углу во внешнем интеграле эквивалентно усреднению подынтегральной функции в смысле определенном формулой (5). Таким образом, в случае изотропной функции распределения ионов трития вклад в P_{ag} от высокоэнергетичных дейтронов определяется сферически симметричной частью $\langle \delta f \rangle$ их функции распределения. Это обстоятельство позволяет записать аналитическое выражение для P_{ag} без нахождения сложной зависимости функции $\delta f^D(v, \theta)$ от угла, являющейся следствием несферичности источника инжектированных частиц.

Подставляя в интеграл (16) значение $\langle \delta f \rangle$ и интерполяционную формулу для сечения D-T реакции [4] получим для P_{ag} выражение

$$P_{ag} = \rho n_D n_T A (B_1 + \frac{\alpha_D}{\nu \tau} B_2), \quad (17)$$

где безразмерные функции A , B_1 , B_2 равны

$$A = 2.53 \sqrt{\frac{1}{T_i (кэВ)}} \sqrt{\frac{m_H}{\mu}} \cdot 10^{-13},$$

$$B_1 = \frac{1}{2} \int_0^\infty e^{-x} S(x \frac{T_i}{\epsilon_0}) dx, \quad (18)$$

$$B_2 = \sqrt{\frac{M}{\mu}} \left[F_2(u_0) \int_{u_0}^\infty F_1(v) dv + \int_1^{u_0} F_2(v) F_1(v) dv \right], \quad (18)$$

μ — приведенная масса сталкивающихся ионов, $\epsilon_0 = 93,8227$ кэВ.

Фигурирующая в этих формулах $S(x)$ возникает после простых преобразований интерполяционной формулы для сечения D-T реакции, взятой из работы [4].

$$S(x) = \frac{e^{-3.5495/\sqrt{x}}}{(x-0.52)^2 + 0.194} \quad (19)$$

Функции $F_1(v)$ и $F_2(v)$ задаются интегралами

$$F_1(v) = e^{-I(v)} v \int_0^\infty [e^{-(v-u)^2} - e^{-(v+u)^2}] S(v^2 \frac{T_i}{\epsilon_0} \frac{\mu}{M}) du \quad (20)$$

$$F_2(v) = \int_0^v \frac{e^{I(u)} u}{1 + \alpha T u^2} du$$

Параметр $\nu \tau$ в формуле (17) равен

$$\nu \tau = \frac{8 \pi \Lambda e^4 n_D^2}{M^2 v_{Ti}^3 n_D} \quad (21)$$

Используя (11) и выражение для q_D , полученное в работе [2]

$$q_D = n_D \sqrt{\frac{T_i}{\pi m_D}} (1 + U_{np}/T_i) \quad (22)$$

где Φ — амбиполярный потенциал в пробке, относительно центра ловушки^{*)}, получим для $\nu \tau$ выражение

$$\nu \tau = \frac{2 \pi^{3/2} \Lambda e^4 n_D k}{T_i^2 (1 + U_{np}/T_i)} L \quad (23)$$

Для приближенных вычислений удобно вместо (17) использовать полученное из него асимптотическое выражение

$$P_{ag} = \rho n_D n_T (\langle \sigma v \rangle_m + \frac{\alpha_D q_D \sigma_0}{v_{Ti}^3 v n_D k L} \left(\frac{2 \epsilon_0}{\mu} \right)^2 I(A)), \quad (24)$$

^{*)} Величина $U_{np}(T_e, T_i)$ задается таблицей (см. [2]), однако можно использовать интерполяционную формулу

$$U_{np}/T_e = 0.35 + 0.75 (2 - T)^2$$

где $\sigma_0 = 54,624$ барн, $A = \frac{\mu}{m_p} \frac{E_0}{\epsilon_0}$, $E_0 = \frac{m_0 v_0^2}{2}$ - энергия при которой ведется инжекция, $I(A)$ - интеграл возникший при интегрировании интерполяционной формулы для сечения реакций $\sigma_{\alpha T}$, приведенной Козловым [4]

$$I(A) = \int_0^A S(x) dx \quad (25)$$

В качестве $\langle \sigma v \rangle_n$ можно взять, например, приближенное выражение [5]

$$\ln \frac{\langle \sigma v \rangle_n}{9 \cdot 10^{-16}} = -0.476 \left(\ln \frac{T_i}{69} \right)^{2.25}, \quad (26)$$

здесь $\langle \sigma v \rangle_n$ выражено в $\text{см}^3/\text{сек}$, T_i в кэВ.

Термоядерный реактор на основе ГДЛ

В работе [2] было сформулировано уравнение энергетического баланса: в стационарном состоянии мощность инжекции нейтронов $P_{инж}$ должна компенсировать тормозные потери и поток энергии, выносимый электронами и ионами через торцы системы. Для реакторного варианта мощность инжекции можно выразить через мощность ядерного энерговыделения $P_{яг}$: $P_{яг}/P_{инж} = Q$, где

Q - коэффициент усиления термоядерного реактора. Используя это, можно записать уравнение энергетического баланса в виде

$$\pi R^2 L \frac{P_{яг}}{Q} = P_{инж} = \frac{2}{k} \pi R^2 (W_i + \frac{W_e}{3}) + \pi R^2 L (P_{раз} - P_{\alpha}) \quad (27)$$

здесь W_e и W_i - потоки энергии в пробке, соответственно, электронов и ионов, $P_{раз}$ - мощность тормозных потерь, P_{α} - мощность выделяемая в единице объема плазмы α - частицами, множитель ξ учитывает роль аномальных процессов в заправочной области (см. [6]), которые могут уменьшить электронный поток энергии. В расчетах считается, что в каждом акте реакции, выделяется энергии $P = 22,4$ МэВ. Точные выражения для W_e и W_i можно найти в [2], здесь же мы используем приближенные:

$$W_i = 2q T_i, \quad W_e = 6q T_e \quad (28)$$

Температура электронов T_e определяется из уравнения энергетического баланса для электронной компоненты, стационарное состояние которой поддерживается в результате нагрева при столкновениях с ионами и α - частицами и остывания за счет концевых потерь и тормозного излучения:

$$\frac{2W_e}{k} = L \left(\frac{3m}{M} \frac{n}{T_e} \left[\frac{2}{3n} \int \frac{Mv^2}{2} f_i d\vec{v} - T_e \right] + P_{\alpha} - P_{раз} \right) \quad (29)$$

Относительно α - частиц предполагается, что они удерживаются магнитным полем вплоть до полной передачи энергии электронам. В соответствии с этим мощность нагрева плазмы α - частицами составляет $P_{\alpha} = \kappa P_{\alpha g}$, где $\kappa = 0.16$.

В связи с громоздкостью точных выражений для $P_{яг}$ и $\langle \delta f \rangle$ мы проиллюстрируем ход вычислений, используя приближение формулы (14) и (25). Результаты численных расчетов, основанные на точных формулах, будут приведены в конце работы.

В качественных расчетах мы будем пренебрегать вкладом хвостовых ионов в поперечное давление плазмы. Этот фактор учтен в точных расчетах.

Из уравнений (28) и (25) нетрудно найти длину установки L и мощность инжекции $P_{инж}$, необходимые для стационарной работы реактора:

$$L = \frac{2Q}{1+\kappa Q} \frac{W_i + W_e/3}{\rho n_D n_T \langle \sigma v \rangle_n k} - \frac{\alpha_D q \sigma_0}{v v_{Ti}^3 k n_D} \left(\frac{2\epsilon_0}{\mu} \right)^2 \frac{I(A)}{\langle \sigma v \rangle_n} \quad (30)$$

$$P_{инж} = \frac{2\pi r_i^2 N^2 (W_e + 3W_i)}{k \xi (1 + \kappa Q)} \quad (31)$$

В этой формуле радиус плазменного шнура измеряется в числе N укладывающихся на нем ионных ларморовских радиусов ($r_i = \frac{Mc}{eH} \sqrt{\frac{\pi T_i}{2M}}$). Соотношения (29) - (31) позволяют найти $P_{инж}$, L и T_e по заданным значениям β , T_i , $H_{max}^{(0)}$, k_0 , N , Q , E_0 .

Зависимости величин L , $P_{инж}$ и $\text{rot } H_{max}^{(0)}$, β , k_0 , E_0 , N носят универсальный характер

$$T_e = T_e(T_i, Q)$$

$$L = L^*(T_i, Q) \frac{k_0 \sqrt{1-\beta}}{\beta H_{\max}^{(02)}} \quad (32)$$

$$P_{\text{инт}} = P_{\text{инт}}^*(T_i, Q) \frac{N^2 \beta}{k_0 \sqrt{1-\beta}}$$

$$R = R^*(T_i) \frac{N k_0}{H_{\max}^{(02)} \sqrt{1-\beta}}$$

$$n = n^*(T_i, Q) \frac{\beta H_{\max}^{(02)}}{k_0^2}$$

Отметим, что соотношения (32) не являются следствием использования приближенных выражений (14, 24 для $P_{\text{эз}}$ и $\langle \delta f \rangle$), а являются точными.

Как было показано в [2], длина реактора оказывается очень большой, поэтому будем считать оптимальным вариант реактора, имеющий наименьшую длину. С помощью соотношения $P_{\text{инт}} = E_0 \pi R^2 L n_D \alpha_D$ можно исключить α_D из выражений (30) - (31)

$$\alpha_D E_0 = \frac{W_e/3 + W_i}{q_D (1 + \alpha Q)} \quad (33)$$

Подставляя вместо W_e и W_i их значения (28), получим

$$\alpha_D = \frac{M}{\pi} \frac{T_i}{E_0} \frac{4}{A} \left(1 + 3 \frac{T}{3}\right) \frac{1}{1 + \alpha Q} \quad (34)$$

Здесь использовано соотношение $q_D = \frac{q}{2}$, справедливое при $m_D = m_T$, и, выражающее тот факт, что для поддержания дейтерия и трития в системе в равных количествах их потоки через торцы системы должны быть равны: $q_D = q_T = q/2$. При различных массах потоки, естественно, разные: $q_D/q_T = \sqrt{m_T/m_D}$, $q_D + q_T = q$. Таким образом

$$\Delta P_{\text{эз}} = 4 \sigma_0 \rho n_D n_T \frac{q_D}{n_D k L v v_T^2} \frac{2 T_i}{M} \left(1 + \frac{3T}{3}\right) \frac{1}{1 + \alpha Q} \frac{I(A)}{A} \quad (35)$$

Из соотношений (30) и (35), используя приближенное выражение для δn , полученное интегрированием функции распределения (15): $\delta n = q_D \alpha_D v_0^3 / 3 k L v v_T^2$, нетрудно получить следующие выражения

$$\frac{\delta n}{n} = 7.87 A^{1/2} \langle \sigma v \rangle_m 10^{14} / \psi(Q, A) \quad (36)$$

$$L n k = \frac{1.77 \cdot 10^5}{\langle \sigma v \rangle_m} T_i^{3/2} \left(1 + \frac{U_{\text{инт}}}{T_e} T\right) \left(1 + 3 \frac{T}{3}\right) \psi(Q, A) \quad (37)$$

$$\psi(Q, A) = Q - \frac{\epsilon_0 \sigma_0 \rho M}{\pi 4 \pi \lambda e^4} \frac{I(A)}{A} = Q - 50.99 \frac{I(A)}{A}$$

(мы положили $\lambda = 18$ для интересующих нас температур ионов). Произведение $n k$ в (37) следует выразить через β , тогда получим

$$L = \frac{1.77 \cdot 10^5}{k_0 H_0^2} \frac{\delta n}{\beta} T_i^{5/2} (1+T) \left(1 + \frac{U_{\text{инт}}}{T_e} T\right) \left(1 + 3 \frac{T}{3}\right) \psi(Q, A) \quad (38)$$

Формулы (37), (36) и (38) позволяют провести оптимизацию реактора. В процессе оптимизации важно следить за величиной отношения $\delta n/n$, малость которого по сравнению с единицей, является одним из основных условий применимости, развиваемого здесь подхода. Для этого на первом этапе оптимизации зафиксируем значение $\delta n/n = \gamma < 1$. Из уравнения (37) тогда можно получить значение T_i как функцию A при заданном γ . Легко проверить, что функция $I(A)/A$ имеет резкий максимум при $A = 1,2$, равный приблизительно $3.97 \cdot 10^{-2}$. Для не слишком больших Q при этом значении A функция $\psi(Q, A)$ имеет, соответственно, минимум. Отсюда ясно, что при A вблизи единицы скорость реакции $\langle \sigma v \rangle_m$ и, следовательно, температура ионов должны иметь минимумы. Поскольку зависимость отношения $T_e/T_i = T$ от температуры ионов (если температура ионов не слишком мала (несколько кэВ), и энергии инжекции слабая, то минимум будет иметь и величина

$$L \cdot \frac{\delta n}{n} = L \cdot \gamma = \frac{12.93 \cdot 10^{19}}{k_0^2 H_0^2} \frac{\sqrt{1-\beta}}{\beta} T_i^{5/2} A^{1/2} (1+T) \left(1 + \frac{U_{\text{инт}}}{T_e} T\right) \left(1 + 3 \frac{T}{3}\right)$$

Определив T_e из уравнения (29) и этого, можно легко найти L

как функцию A при фиксированных Q и γ . Таким образом, для каждого заданного значения Q можно построить поверхность $L(A, \gamma)$. Минимальное значение $L^*(A, \gamma)$ соответствует оптимальному по длине реактору. По соответствующим минимуму L значениям A^* и γ^* определяются остальные параметры системы T_i и T_e . Для $Q = 3$ эти вычисления дают минимальную длину $L = 4200$ м при $T_i = 16,5$ кэВ, $T_e = 14$ кэВ, $\alpha_D = 0,45$. Результаты точных расчетов для $Q = 1, 2, 3$ запишем в таблицу I. При этом предполагалось, что $N = 10$, $n_{\max}^{(0)} = 45$ (Тл), $k_0 = 30$, $\beta_0 = 0,7$.

Таблица I

Q	L (м)	R (см)	$P_{\text{мин}}$ (ГДж)	E_0 (кэВ)	α_D	T_i (кэВ)	T_e (кэВ)	$\frac{\delta n}{n}$
1	700	26	3.95	124	0.67	11.4	6.15	0.26
2	2100	32	6.62	235	0.5	17	10.5	0.325
3	5300	32,6	6.78	241	0.5	18	12.6	0.17

Для сравнения приведем результат оптимизации, проведенной в [2], где влияние хвоста учитывалось путем удвоения мощности ядерного энерговыделения по отношению к плазме без быстрых ионов. При $Q = 3$, $k_0 = 30$, $N = 10$, $\beta_0 = 0,7$ были получены следующие оптимальные параметры реактора $T_i = 16,5$ кэВ, $T_e = 9,3$ кэВ, $L = 3200$ м, $R = 31$ см, $P_{\text{мин}} = 4,8$ ГВт. Как видно из таблицы I длина ловушки и $P_{\text{мин}}$ в наших расчетах получились несколько большими, чем в работе [2]. Это обстоятельство связано главным образом с корректным учетом вклада хвостовых ионов в мощность ядерного энерговыделения и увеличением β за счет вклада хвостовых ионов в поперечное давление.

Несмотря на ухудшение параметров ловушки по сравнению с теми, которые предсказывались в [2], они все же не кажутся бессмысленными, поскольку на основной части ловушки напряженность поля составляет лишь 1,5 Тл, а соответствующие соленоиды просты в изготовлении.

Л и т е р а т у р а :

1. В.В.Мирнов, Д.Д.Рютов. Письма в ЖТФ, 5, 678, 1979.
2. В.В.Мирнов, Д.Д.Рютов. Вопросы Атомной Науки и Техники, серия "Термоядерный синтез", 1(5), 57, 1980.
3. В.И.Карпучин, Н.Н.Сагпа (препринт ХФТИ 80-26).
4. Б.Н.Козлов, Атомная Энергия, 12, № 3, 238, 1962.
5. V. Brunelli, Il Nuovo Cimento 55B, № 2, p. 264, 1980
6. И.К.Конкашбаев, И.С.Ландман, Ф.Я.Улинич, ЖЭТФ, 74, 956, 1978.