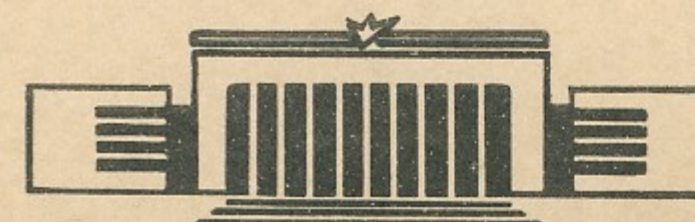


31

ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ  
СО АН СССР

В.Е.Балакин, Н.А.Соляк  
ЭФФЕКТЫ ВСТРЕЧИ ВО ВЛЭППе

ПРЕПРИНТ 82—123



Новосибирск

## ЭФФЕКТЫ ВСТРЕЧИ ВО ВЛЭШе

Балакин В.Е., Соляк Н.А.

### АННОТАЦИЯ

Рассматриваются основные эффекты, играющие важную роль при встрече плоских сгустков высокой плотности в электрон-позитронных и электрон-электронных столкновениях. В приближении сильный-слабый пучок проведен аналитический анализ этих эффектов.

Встреча сильно взаимодействующих реальных плоских сгустков моделировалась численно для случая центрального и нецентрального столкновений. Анализ результатов моделирования показывает, что при центральном столкновении электрон-позитронных сгустков в области параметров ВЛЭШа наблюдается уменьшение поперечных размеров пучков при встрече и получаемая светимость больше, чем следует из аналитического рассмотрения. При нецентральном столкновении за счет притяжения пучков светимость уменьшается медленнее, чем для слабо взаимодействующих сгустков.

Проведенный анализ позволяет сделать вывод о возможности получения необходимой светимости  $L = 10^{32} \text{ см}^{-2} \text{ сек}^{-1}$  во всем диапазоне энергии ВЛЭШа.

Введение

Циклические ускорители, хорошо зарекомендовавшие себя в области энергий до  $\sim 2 \times 30$  ГэВ становятся слишком громоздкими и дорогостоящими сооружениями при энергии сталкивающихся сгустков порядка  $2 \times 100$  ГэВ и выше. Это связано с тем, что радиус циклической машины растет пропорционально квадрату энергии из-за потерь энергии на синхротронное излучение. Следовательно, дальнейший прогресс в физике высоких энергий требует нетрадиционного подхода к строительству ускорителей нового поколения.

Таким новым подходом к проблеме явилась идея ВЛЭШ-линейного *collider'a* — устройства состоящего из двух линейных ускорителей, стреляющих навстречу друг другу. В линейном ускорителе проблем, связанных с излучением не существует, поэтому длина машин определяется лишь выбранным темпом ускорения и конечной энергией сгустков. Однако возникает проблема получения высокой светимости. Однократное использование ускоренных сгустков и малая, по сравнению с циклическими ускорителями, частота повторений, могут быть скомпенсированы лишь ускорением более плотных сгустков и умением фокусировать их в малый размер (порядка одного квадратного микрона). Малый эмиттанс пучков в линейных ускорителях и достижимые в настоящее время точности изготовления, выставки и контроля элементов ускорителя позволяют получать необходимые размеры сгустков в месте встречи.

При этом, если встречаются противоположно заряженные сгустки, то их расталкивающие электрические поля компенсируются, а стягивающие магнитные поля складываются, поэтому частицы в таком поле совершают колебательные движения. Для одинаково заряженных сгустков складываются электрические поля и сгустки разваливаются. Это имеет место в любом ускорителе, однако для ВЛЭШ'a, где плотность пучков

в месте встречи неизмеримо выше, движение в этих полях является не поправкой, а основным эффектом, определяющим такие важнейшие характеристики ускорителя, как некогерентность, светимость, фазовый объем после встречи.

Можно выделить несколько эффектов, связанных со сложным движением частиц в месте встречи. Это, прежде всего, синхротронное излучение, приводящее к потерям энергии, появлению некогерентности пучков и фона  $\gamma$ -квантов, спектр и угловое распределение которого определяется траекториями движения частиц в сгустке. Возможно развитие двухпучковых неустойчивостей, разрушающих пучки и ограничивающих светимость. Этот эффект опасен при нецентральной столкновении сгустков. При определенных параметрах пучков в месте встречи имеет место и обратный, пинч-эффект, который приводит к уменьшению поперечных размеров и, следовательно, к увеличению светимости. При работе с поляризованными сгустками возникает прецессия спина, что приводит к частичной деполаризации. Все вышесказанные эффекты мы будем называть эффектами встречи.

В нашем Институте изучались эффекты встречи для цилиндрических и плоских сгустков с целью выбора параметров пучка ВЛЭП'а для получения необходимой светимости. Основные результаты этих исследований были декларативно изложены в работах /1,2/. Расчеты для цилиндрических сгустков показали, что существует область параметров встречи, где имеет место пинч-эффект (аналогичный результат был повторен в работе /3/, однако для выбранных параметров ВЛЭП'а цилиндрические пучки не позволили получить нужной светимости, в основном из-за больших потерь на излучение, связанной с этим некогерентностью и раздуванием пучков. Требование уменьшить синхротронные потери привело к необходимости использования плоских сгустков.

Для решения самосогласованной задачи было проведено численное моделирование эффектов встречи, но прежде чем переходить к изложению результатов моделирования, приведем аналитическое решение этой задачи в случае, когда один из пучков слабый и практически не оказывает никакого влияния на встречный сильный пучок. Это позволит понять физическую картину явлений, кроме того, многие, полученные на этой стадии результаты применимы и для случая встречи одинаково плотных сгустков.

## 1. АНАЛИТИЧЕСКОЕ РАССМОТРЕНИЕ

### 1. ПОЛЯ СГУСТКА

Прежде чем рассматривать столкновение двух сгустков, определим поля релятивистского сгустка эллиптического сечения со средними размерами  $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ , движущегося вдоль оси  $z$ . Для большей общности мы выпишем поля для различных случаев распределения плотности внутри сгустка.

1) Равномернозаряженный цилиндрический сгусток, его полуось  $a, b$  и длина  $d$  связана со среднеквадратичными размерами следующим образом:  $a = 2\sigma_x$ ;  $b = 2\sigma_y$ ;  $d = 2\sqrt{3}\sigma_z$

$$\rho = \frac{N}{8\sqrt{3}\pi\sigma_x\sigma_y\sigma_z}$$

2) Сгусток имеет по  $z$  гауссово распределение с постоянной плотностью в радиальном направлении

$$\rho = \frac{N}{2(2\pi)^{3/2}\sigma_x\sigma_y\sigma_z} \exp\left(-\frac{z^2}{2\sigma_z^2}\right)$$

3) Сгусток имеет трехмерное гауссово распределение

$$\rho = \frac{N}{(2\pi)^{3/2}\sigma_x\sigma_y\sigma_z} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma_x^2} - \frac{y^2}{2\sigma_y^2} - \frac{z^2}{2\sigma_z^2}\right)$$

Зная поле релятивистской частицы, мы можем определить поле сгустка с произвольным распределением плотности. Суммарное электрическое поле ультрарелятивистского сгустка практически не имеет продольной составляющей ( $E_z \ll E_{\perp}$ ), а поперечная составляющая равна

$$E_x = E_0 \left( \frac{x}{\sigma_x} \right); \quad E_y = E_0 \left( \frac{y}{\sigma_y} \right)$$

где: 1)  $E_0 = \frac{eN}{2\sqrt{3} \sigma_z (\sigma_x + \sigma_y)}$

2)  $E_0 = \frac{eN}{\sqrt{2\pi} \sigma_z (\sigma_x + \sigma_y)} \exp\left(-\frac{z^2}{2\sigma_z^2}\right)$

3)  $E_0 = \frac{2eN}{\sqrt{2\pi} \sigma_z (\sigma_x + \sigma_y)} \frac{1 - \exp\left(-\frac{\alpha^2}{2}\right)}{\alpha^{3/2}} \exp\left(-\frac{z^2}{2\sigma_z^2}\right)$

для трех различных случаев распределения плотности. Надо заметить, что поле эллиптического сгустка зависит не от  $x, y$ , в отдельности, а от параметра  $\alpha = \left( \left( \frac{x}{\sigma_x} \right)^2 + \left( \frac{y}{\sigma_y} \right)^2 \right)^{1/2}$ , играющего роль безразмерного радиуса. Магнитное поле сгустка равно

$$\vec{H} = [\beta \vec{E}]$$

## 2. ПОТЕРИ НА ИЗЛУЧЕНИЕ. НЕМОНОХРОМАТИЧНОСТЬ

Для релятивистской частицы, движущейся навстречу сгустку, действие электрического и магнитного полей совпадают по величине и направлению

$$F = e (\vec{E} + [\beta \vec{H}]) \approx 2e\vec{E}$$

Предполагая, что частица движется параллельно оси  $z$  определим для нее относительные потери на излучение

$$\delta = \frac{1}{mc^2 \gamma} \int I dt; \quad I = \frac{2}{3} \frac{e^2}{m^2 c^3} \gamma^2 \dot{\gamma}^2 - \text{интенсивность излучения.}$$

Для различных случаев распределения плотности внутри сгустка относительные потери энергии частицы, пролетающей на расстоянии  $\alpha$

от оси составят:

$$\delta_1 = \frac{2}{3\sqrt{3}} \delta_0 \alpha^2$$

$$\delta_{1\max} = \frac{8}{3\sqrt{3}} \delta_0 \approx 1.54 \delta_0$$

$$\delta_2 = \frac{2}{3\sqrt{\pi}} \delta_0 \alpha^2$$

$$\delta_{2\max} = \frac{8}{3\sqrt{\pi}} \delta_0 \approx 1.5 \delta_0$$

$$\delta_3 = \frac{16}{3\sqrt{\pi}} \delta_0 \frac{1 - e^{-\alpha^2/2}}{\alpha^{3/2}}$$

$$\delta_{3\max} \approx 1.23 \delta_0$$

где обозначено  $\delta_0 = \frac{r_e^3 N^2 \gamma}{\sigma_z (\sigma_x + \sigma_y)}$ ,  $r_e = \frac{e^2}{mc^2} = 2.8 \cdot 10^{-13}$  см

Полагая, что налетающие частицы имеют такое же распределение по плотности, как и во встречном сгустке, определим распределение частиц по потерям

$$\left( \frac{dn}{d\delta_1} \right) = \left( \frac{3\sqrt{3}}{8} \right) \frac{1}{\delta_0} = \frac{1}{\delta_{\max 1}}$$

$$\left( \frac{dn}{d\delta_2} \right) = \frac{3\sqrt{\pi}}{8} \frac{1}{\delta_0} = \frac{1}{\delta_{\max 2}}$$

$$\left( \frac{dn}{d\delta_3} \right) = \frac{e^{-\alpha^2/2} \alpha d\alpha}{d\delta_3} = \frac{3\sqrt{\pi}}{16} \frac{1}{\delta_0} f(\delta_3)$$

Все три случая представлены на рис. I. Для случаев 1, 2  $dn/d\delta$  не зависит от энергии потерь, а для гауссовской плотности распределения 3 имеет острый пик при потерях, близких к максимальным. Этот пик обусловлен тем, что поле  $E$  в таком сгустке, достигая максимального значения при  $\alpha \sim 1$ , остается практически неизменным вплоть до  $\alpha \sim 2$ , и лишь затем начинает уменьшаться. В этот

диапазон попадает около 1/3 частиц, имеющих разброс по потерям не более 10%.

Вычислим средние потери  $\bar{\delta}$  и дисперсию  $\mathcal{D}\delta$  во всех трех случаях:

$$\bar{\delta}_1 = \frac{1}{2} \delta_{\max 1} = \frac{4}{3\sqrt{3}} \delta_0 \approx 0.77 \delta_0$$

$$\bar{\delta}_2 = \frac{4}{2} \delta_{\max 2} = \frac{4}{3\sqrt{\pi}} \delta_0 \approx 0.75 \delta_0$$

$$\bar{\delta}_3 = \ln \frac{4}{3} \frac{16}{3\sqrt{\pi}} \delta_0 \approx 0.86 \delta_0$$

и, соответственно, среднеквадратичное отклонение от среднего составляет:

$$\mathcal{D}\delta_1 = \frac{7}{9} \delta_0 \approx 0.444 \delta_0$$

$$\mathcal{D}\delta_2 = \frac{4}{3\sqrt{3\pi}} \delta_0 \approx 0.434 \delta_0$$

$$\mathcal{D}\delta_3 \approx 0.116 \frac{16}{3\sqrt{\pi}} \delta_0 \approx 0.35 \delta_0$$

Именно эту величину мы и будем называть немонохроматичностью. Для различных случаев распределения плотности численные значения ее слегка отличаются, но мы примем средние из них. Для плоских сгустков немонохроматичность равна

$$\Delta \approx 0.4 \delta_0 = 0.4 \frac{r_e^3 N^2 \gamma}{\sigma_x^2 \sigma_z}; \quad R \gg 1$$

Параметр немонохроматичности пучка определяет разрешающую способность ускорителя, его возможности для изучения узких резонансов. Поэтому  $\Delta$  может быть выбрано в качестве независимого параметра, исходя из которого определяются необходимые характеристики сгустков в месте встречи.

Эффекты встречи, которые мы здесь обсуждаем не являются единственной причиной немонохроматичности пучка. По совокупности всех параметров можно считать характерной величиной немонохроматичность

$$\Delta \approx 1\%$$

### 3. СПЕКТР ИЗЛУЧЕНИЯ

Представляет интерес спектр излучения сгустка. Поскольку для параметров ВЛЭШ'а квантовость излучения можно пренебречь /4/

$$\gamma = \frac{H}{H_0} \gamma \ll 1$$

$$H_0 = \frac{m^2 c^3}{e \hbar} = 4.4 \cdot 10^{13} \text{ тс}$$

то справедливо классическое рассмотрение /5/. В классическом случае для частицы, движущейся в поле  $H$  спектральный состав излучения описывается выражением

$$\frac{dI}{d\omega} = \frac{\sqrt{3}}{2\pi} \frac{e^3 H}{m c^2} F\left(\frac{\omega}{\omega_c}\right), \quad F(\zeta) = \xi \int_{\zeta}^{\infty} K_{5/3}(\xi) d\xi$$

где обозначено  $\omega_c = \frac{3}{2} \frac{e H}{m c} \gamma^2$ ;  $K_\nu(\xi)$  - функция Макдональда. Будем, как и прежде, полагать, что частицы сгустка движутся по невозмущенным траекториям. Спектральные потери для каждой частицы за время встречи составят

$$\frac{dW}{d\omega} = \int \frac{dI}{d\omega} dt$$

Вычисляя для равномерно заряженного сгустка получаем, что частица, пролетающая на расстоянии  $\alpha$  от оси теряет на частоте  $\omega$

$$\frac{dW_e}{d\omega} = \frac{\sqrt{3}}{2\pi} \frac{N r_e^2}{\sigma_z} m e \alpha F\left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)$$

В этот же интервал частот дают вклад и другие частицы. Суммируя все вклады, получаем спектральные потери для сгустка в целом

$$\frac{dW}{d\omega} = \frac{2\sqrt{3}}{\pi} \frac{N^2 r_e^2}{\sigma_x} mc G\left(\frac{\omega}{\Omega_c}\right), \quad G(\xi) = \xi^3 \int_{\xi}^{\infty} \frac{F(t)}{t^4} dt$$

где  $\Omega_c = \sqrt{3} \frac{r_e N c}{\sigma_x \sigma_z} \gamma^2$  - характерная частота, соответствующая границе сгустка. Перепишем спектральное распределение через параметр относительной энергии фотона  $\xi = \frac{\omega}{\Omega_c} = \frac{\epsilon_\omega}{\epsilon_c}$ , где характерная энергия равна:

$$\epsilon_c = \hbar \Omega_c = \frac{\sqrt{3}}{2\pi} \left( \frac{r_e \lambda_e}{\sigma_x \sigma_z} \right) N mc^2 \gamma^2, \quad \lambda_e = \frac{h}{mc} = 2.426 \cdot 10^{-10} \text{ см.}$$

тогда

$$\frac{dW}{d\xi} = \frac{6}{\pi} mc^2 \gamma N \cdot \frac{N^2 r_e^2 \gamma}{\sigma_x^2 \sigma_z} G(\xi)$$

Или выражая через ранее введенный параметр  $\delta_0$  и полную энергию сгустка  $W_0$ , получим

$$\frac{dW}{d\xi} = \frac{6}{\pi} W_0 \delta_0 G(\xi)$$

или в пересечение на на одну частицу

$$\frac{dW}{d\xi} = \frac{d(W/W_0)}{d\xi} = \frac{6}{\pi} \delta_0 G(\xi)$$

Определим теперь количество излучаемых фотонов на данной частоте  $\omega$ :

$$\frac{dN_\omega}{d\xi} = \frac{dW}{d\xi} \frac{1}{\hbar \omega} = 4\sqrt{3} \frac{r_e^2 N^2}{\lambda_e \sigma_x} \frac{G(\xi)}{\xi}$$

или в пересчете на одну частицу

$$\frac{dN_\omega}{d\xi} = 4\sqrt{3} \frac{r_e^2 N}{\lambda_e \sigma_x} \frac{G(\xi)}{\xi}$$

Графики функций  $G(\xi)$  и  $P(\xi) = \frac{G(\xi)}{\xi}$ , дающих представление о спектре распределения потерь и количестве излучаемых  $\gamma$ -квантов, приведены на рисунке 2. Вычислим, например, количество фотонов, излучаемых одной частицей за время столкновения, при энергии  $\epsilon_e = 100$  ГэВ. Для параметров сгустка, взятых из таблицы I получаем:

$$\frac{dN_\omega}{d\xi} \approx 3 \cdot P(\xi)$$

С ростом энергии число фотонов падает  $\gamma^{-1/2}$ .

В заключении выразим полученные выражения через независимый параметр немонахроматичности  $\Delta$ , введенный в предыдущем параграфе

$$\frac{dW}{d\xi} = \frac{15}{\pi} \Delta G(\xi)$$

$$\frac{dN_\omega}{d\xi} = 4\sqrt{7.5} \left( \frac{\Delta \sigma_z r_e}{\lambda_e^2 \gamma} \right)^{1/2} P(\xi)$$

$$\epsilon_c = \frac{\sqrt{7.5}}{2\pi} \left( \frac{\Delta \gamma \lambda_e^2}{r_e \sigma_z} \right)^{1/2} mc^2 \gamma$$

Эти выражения и графики функций  $G$ ,  $P$  дают полную информацию о спектре излучения сгустков при встрече. Численные значения  $\epsilon_c$  для различных энергий пучка приведены в таблице I.

#### 4. СВЕТИМОСТЬ

Важной величиной, характеризующей эффективность установок со встречными пучками, является светимость  $L$ , которая определяется как отношение скорости счета  $\mathcal{N}$  к сечению процесса  $\Sigma$

$$\eta = L \Sigma$$

Светимость выражается интегралом

$$L = 2f \int \rho^{(+)}(\vec{r}, t) \rho^{(-)}(\vec{r}, t) d\vec{r} d(ct)$$

где  $\rho^{(\rightarrow)}$ ,  $\rho^{(\leftarrow)}$  - плотности встречных сгустков,  $f$  - частота столкновений сгустков в единицу времени. Светимость для двух одинаковых сгустков равна

$$L = \frac{N^2 f}{4\pi\sigma_x\sigma_y}$$

Для реальных сгустков, обладающих фазовым объемом среднеквадратичные размеры  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$  зависят от  $z$  и выражаются через  $\beta$  - бета-функцию в точке встречи следующим образом:

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{\varepsilon_x \beta_x}{\gamma}} = \sigma_{x0} \left(1 + \frac{z^2}{\beta_{x0}^2}\right)^{1/2}$$

$$\sigma_y = \sqrt{\frac{\varepsilon_y \beta_y}{\gamma}} = \sigma_{y0} \left(1 + \frac{z^2}{\beta_{y0}^2}\right)^{1/2}$$

$\sigma_{x0}$ ,  $\sigma_{y0}$  - минимальные размеры сгустков в точке встречи.

Для случая равных  $\beta$ -функций  $\beta_x = \beta_y = \beta$  получим

$$L = \frac{N^2 f \cdot \delta}{4\pi^{1/2} \sqrt{\varepsilon_x \varepsilon_y} \sigma_z} \exp\left(\frac{\beta^2}{\sigma_z^2}\right) \left[1 - \Phi\left(\frac{\beta}{\sigma_z}\right)\right]$$

где  $\varepsilon_x$ ,  $\varepsilon_y$  - нормализованные эмиттансы,  $\Phi(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt$

График функции  $g(\xi) = (1 - \Phi(\xi)) \exp(\xi^2)$  приведен на рисунке 13, из которого видно, что максимум светимости соответствует значению  $\beta = 0$ , а при увеличении  $\beta$  монотонно падает. Примем  $\beta = \sigma_z$ , поскольку меньшие значения  $\beta$ -функции в месте встречи реализовать технически сложно, а выигрыш в светимости при этом незначительный, тогда:

$$L \approx 0.75 \frac{N^2 f}{4\pi\sigma_{x0}\sigma_{y0}} = \frac{N^2 f}{4\pi\sigma_x\sigma_y}$$

где  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$  - эффективные размеры сгустка в месте встречи, которые выражаются через  $\sigma_{x0}$ ,  $\sigma_{y0}$  следующим образом:  $\sigma_x = \sigma_{x0} \sqrt{\frac{4}{3}} \approx 1.17\sigma_{x0}$ ;  $\sigma_y \approx 1.17\sigma_{y0}$ . Именно эти эффективные размеры входят во все ранее

полученные выражения для потерь и спектров излучения.

При встрече сильно взаимодействующих сгустков, плотность может существенно отличаться от своего невозмущенного значения, поэтому правильный ответ для светимости может дать численное моделирование. Результаты такого моделирования, обсуждаемые в следующей главе, показывают, что получаемая светимость может отличаться от аналитической оценки в несколько раз. Коэффициент увеличения светимости  $\kappa = L/L_0$  мы будем называть коэффициентом "коллапса" пучков в месте встречи.

## 5. ДИНАМИКА ПОПЕРЕЧНОГО ДВИЖЕНИЯ

Рассмотрим теперь динамику поперечного движения частиц в месте встречи. В результирующем поле встречного сгустка ( $E = H$ ) движение частицы в поперечном направлении  $\xi = x, y$  описывается уравнением колебаний

$$\frac{d^2 \xi}{dz^2} = - \frac{eE_0}{2mc^2 \gamma} \left(\frac{\xi}{\sigma_\xi}\right)$$

В общем случае волновой вектор  $k = \left(\frac{eE_0}{2mc^2 \gamma \sigma_\xi}\right)^{1/2}$  зависит от координат. Количество совершаемых частицей колебаний за время встречи определяется интегралом

$$V_\xi = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \bar{k}(z) dz$$

Этот параметр является важной характеристикой встречи; как показывают результаты численного моделирования, получаемая светимость зависит не только от площади пучков в месте встречи, но и от значения параметра  $V$ .

Вычисления для различных случаев распределения плотности приводят к следующим выражениям:



$$V_{1\mathcal{F}} = \sqrt[3]{3} V_{0\mathcal{F}} \approx 1.314 V_{0\mathcal{F}}$$

$$V_{2\mathcal{F}} = \sqrt[4]{2\pi} V_{0\mathcal{F}} \approx 1.58 V_{0\mathcal{F}}$$

$$V_{3\mathcal{F}} = \sqrt{2\sqrt{2\pi}} V_{0\mathcal{F}} \approx 2.27 V_{0\mathcal{F}}$$

где обозначено  $V_{0\mathcal{F}} = \frac{1}{2\pi} \left( \frac{r_e N \sigma_z}{\gamma \sigma_x \sigma_y} \frac{R}{R+1} \right)^{1/2}$ ;  $R = \frac{\sigma_x}{\sigma_y}$

Значение  $V_{3\mathcal{F}}$  вычислено для частиц, пролетающих вблизи оси при  $\lambda \ll l$ . В общем случае, усредняя по плотности налетающих частиц, получим среднеквадратичное значение  $V_{3\mathcal{F}}$

$$\langle V_{3\mathcal{F}} \rangle = \sqrt{V_{3\mathcal{F}}^2} = \sqrt{\frac{l_n^2}{2}} V_{3\mathcal{F}} \approx 1.32 V_{0\mathcal{F}}$$

Сравнение показывает, что  $V$  слабо зависит от конкретного вида распределения. Во всех трех случаях полагаем:

$$V_{\mathcal{F}} \approx 1.4 V_{0\mathcal{F}}$$

Выражая размеры  $\sigma_x, \sigma_y$  через светимость и некогерентность находим

$$V_{0x} = \frac{1}{2\pi} \left( \frac{2.5 \Delta \sigma_z^2}{\gamma^2 r_e^2 N} \right)^{1/2}$$

$$V_{0y} = V_{0x} \sqrt{R}$$

$$V_{0y} = \frac{1}{2\pi} \left( 4\pi \frac{l_e r_e \sigma_z}{f \gamma N} \right)^{1/2}$$

Часто вместо параметра  $V$  вводят другой параметр  $\mathcal{D}$  (disruption parameter), который определяется как \*)

$$\mathcal{D} = \frac{\sigma_z}{\mathcal{F}}$$

\*) Этот параметр аналогичен сдвигу частоты для циклических ускорителей со встречными пучками  $\Delta V_y \approx \frac{r_e}{2\pi} \frac{\gamma \beta^*}{\gamma \sigma_y (\sigma_x + \sigma_y)} = \frac{\mathcal{D}_y}{4\pi} \frac{\beta^*}{\sigma_z}$  где максимальное достижимое значение ограничено  $\Delta V_y \lesssim 0.05$ , что соответствует  $\mathcal{D}_y \lesssim 1$ .

где  $\mathcal{F}$  — расстояние на котором фокусируются частицы, пролетающие вблизи оси сквозь встречный пучок. Такое определение корректно, когда  $\sigma_z \ll \mathcal{F}$ , но его можно распространить для любых значений. Например, для гауссового распределения

$$\mathcal{D}_x = \frac{2 r_e N \sigma_z}{\gamma \sigma_x (\sigma_x + \sigma_y)} \quad \mathcal{D}_y = \frac{2 r_e N \sigma_z}{\gamma \sigma_y (\sigma_x + \sigma_y)}$$

Связь параметра разрушения  $\mathcal{D}$  с количеством колебаний в этом случае:

$$\mathcal{D}_{3\mathcal{F}} = \frac{(2\pi V_{3\mathcal{F}})^2}{\sqrt{2\pi}} = 2 (2\pi V_{0\mathcal{F}})^2$$

Параметры  $V_x, V_y$  не могут иметь произвольные значения. Ограничения по числу колебаний вдоль  $x$  связано с тем, что заметное уменьшение ширины пучка  $2\sigma_x$  приводит к росту некогерентности, поэтому необходимо, чтобы выполнялось неравенство

$$V_x < \frac{1}{2\pi} \quad (\text{что соответствует росту некогерентности не более, чем в } 1,5)$$

Ограничение по числу колебаний вдоль другого направления не так очевидно и появляется из анализа численного моделирования встречи. Условие получения необходимой светимости приводит к неравенству \*)

$$V_y \lesssim 2$$

При больших значениях  $V_y$  наблюдается разрушение сгустков и уменьшение светимости.

Значения  $V_x, V_y$  рассчитанные для пучков ВЛЭШ'а (см. таблицу I) удовлетворяют сформулированным требованиям.

\*) Соответствующие ограничения на параметр  $\mathcal{D}_y$ :  $\mathcal{D}_y \lesssim 50$  а не  $\mathcal{D}_y \lesssim 1$ , как ошибочно полагалось в ранних работах /6,7/, появившихся позже нашей публикации.

## 6. ФАЗОВЫЙ ОБЪЕМ

Высокую плотность частиц в месте встречи можно получить, если начальный фазовый объем сгустка мал. Обозначим через  $\varepsilon_n$  - нормализованный эмиттанс, тогда для получения размеров  $\sigma_{x_0}$ ,  $\sigma_{y_0}$  необходимо иметь:

$$\varepsilon_{nx} = \gamma \frac{\sigma_{x_0}^2}{\beta_{x_0}} \quad \varepsilon_{ny} = \gamma \frac{\sigma_{y_0}^2}{\beta_{y_0}}$$

где  $\beta_{x_0}$ ,  $\beta_{y_0}$  - соответствующие бетатронные функции в точке встречи. Эмиттансы, выраженные через эффективные размеры  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$

равны:

$$\varepsilon_{nx} = 0.75 \frac{\sigma_x^2}{\beta_{x_0}} \quad \varepsilon_{ny} = 0.75 \frac{\sigma_y^2}{\beta_{y_0}}$$

Для плоских пучков ВЛЭШ'а ( $R \gg 1$ ) интерес представляет эмиттанс в направлении  $y$ , который мал и требуются известные усилия для его получения. Выразим светимость через него и параметр немонохроматичности:

$$L \cong \frac{Nf}{4\pi} \left( \frac{1.9 \Delta}{\varepsilon_{ny} r_e^3} \right)^{1/2}, \quad \beta_y = \sigma_z$$

Примечательной особенностью этого соотношения является тот факт, что светимость не зависит от энергии. Это означает, что при увеличении длины ВЛЭШ'а мы сможем сохранить светимость на том же уровне без предъявления новых требований к инжектору, при условии, что ускорение не портит фазовый объем сгустка.

Необходимое значение эмиттанса  $\varepsilon_{ny}$  вычисленное для параметров ВЛЭШ'а, взятых из таблицы I равно:

$$\varepsilon_{ny} \leq 4.5 \cdot 10^{-5} \text{ см. рад.}$$

По широкому размеру сгустка допустимы гораздо большие значения эмиттанса, вплоть до  $\varepsilon_{ny} R^2$ .

Конечный фазовый объем будет определяться теми углами, которые частицы приобретут в результате встречи. В направлении малого размера  $y$  приобретенный среднеквадратичный разброс углов для различных форм плотности распределения отличается незначительно и составляет

$$\theta_y \approx \left( \frac{r_e N \sigma_y}{\gamma \sigma_x \sigma_z} \right)^{1/2} = \left( \frac{N f \Delta}{1.6 \pi L r_e^2 \gamma^2} \right)^{1/2}, \quad \gamma \gg 1$$

а фазовый объем в этом направлении равен

$$\Delta \Omega_y = \theta_y \sigma_y = \frac{f N^{3/2}}{4 \pi L r_e \gamma} \left( \frac{\Delta \sigma_y}{\sigma_x} \right)^{1/2} = 2.5 \left( \frac{f^3 N^3 \Delta^2 \sigma_z}{64 \pi^3 r_e^5 L^3 \gamma^3} \right)^{1/2}$$

По ширине пучка частицы мало смещаются за время встречи ( $\gamma \ll 1$ ). Вычисления для разных распределений по плотности дают близкие результаты

$$\theta_{1x} \approx \theta_{2x} \approx \theta_{3x} = m \frac{r_e N}{\gamma \sigma_x} = \left( \frac{2.5 \Delta \sigma_z}{r_e \gamma^3} \right)^{1/2} m$$

где коэффициент  $m$  учитывает смещение частиц

$$m = \frac{\sin(2\pi \nu_z)}{2\pi \nu_x}$$

Хотя угол получается большим, однако он коррелирован с координатой частицы. Встречный сгусток действует как фокусирующая линза, а вносимый ею дополнительный фазовый объем составляет для сгустков с гауссовым распределением плотности

$$\Delta \Omega_{3x} \approx 0.1 \theta_x \sigma_x \approx 0.1 \frac{r_e N}{\gamma}$$

и вообще отсутствует для однородного распределения 1,2; т.е.

$\Delta \Omega_{1x} = \Delta \Omega_{2x} = 0$ . Полученная в результате численного моделирования фазовая картина сгустка с гауссовым распределением приведена на рисунке 10. Численные значения эмиттансов, и приобретенных при встрече углов и фазовых объемов даны в таблице I.

## 7. ВСТРЕЧА ОДИНАКОВО ЗАРЯЖЕННЫХ СГУСТКОВ

При встрече двух одинаково заряженных сгустков их электрические поля, имеющие одинаковые направления, складываются, а магнитные поля вычитаются. Если плотности распределения в обоих сгустках совпадают, тогда на частицы каждого пучка действует расталкивающая сила, равная  $\vec{F} = 2e\vec{E}$ .

Для плотных сгустков под действием этой силы сгустки быстро увеличивают свои размеры за время встречи, поэтому светимость в этом случае будет меньше, чем светимость для таких же сгустков, но имеющие заряды разного знака. Оценим, как будет изменяться светимость с ростом силы взаимодействующих сгустков, которую по-прежнему будем характеризовать параметром  $\nu$ . Вычисления, проведенные для равномерно заряженного сгустка, приводят к следующему результату:

$$L = L_0 \frac{1 - \exp(-2\pi\nu)}{2\pi\nu}$$

что при условии  $\nu \gg 1$  дает:

$$L = L_0 / 2\pi\nu$$

Потери на излучение с ростом силы взаимодействия будут расти, поскольку в среднем все частицы движутся в большем поле.

## 8. ПРОЧИЕ ЭФФЕКТЫ

Предложенная для ВЛЭШа эффективная конверсионная система /8/ позволяет работать с поляризованными сгустками. При встрече двух поляризованных сгустков спин каждой частицы начинает прецессировать вокруг суммарного магнитного поля  $\vec{H}$ , которое для разных частиц имеет различную величину и направление, в результате чего происходит деполяризация сгустков. Однако, как показывают

оценки, степень деполяризации для выбранных параметров ВЛЭШа сказывается незначительной и падает с ростом энергии частиц.

Другим эффектом, который можно отметить, является взаимодействие получающегося в результате встречи фона  $\gamma$ -квантов с встречным пучком. Этот эффект и другие, вклад которых в динамику движения частиц в месте встречи, светимость и некогерентность, сравнительно мал, мы здесь рассматривать не будем.

## II. ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭФФЕКТОВ ВСТРЕЧИ

### I. ЦЕНТРАЛЬНОЕ СТОЛКНОВЕНИЕ СГУСТКОВ

Самосогласованная задача движения частиц в месте встречи решалась численно. Расчеты проводились для двух одинаковых плоских сгустков, каждый из которых содержит 1600-3000 крупных "частиц". Рассчитывались такие характеристики, как светимость, некогерентность, спектр излучения, конечный фазовый объем. Для нормировки светимости каждый раз встреча просчитывалась чисто кинематически, когда силы пространственного заряда выключены.

Из-за релятивистского сжатия поле каждой частицы представляет собой "блин", поэтому частица испытывает влияние только тех соседей противоположного сгустка, которые находятся в той же плоскости. Сила действующая на частицу получалась суммированием сил от всех зарядов противоположного сгустка в данном сечении.

Качественно картина движения при центральном столкновении сгустков согласуется с аналитическим рассмотрением, многие вычисленные характеристики, например, число колебаний, потери энергии на излучение (рис.5), углы и фазовые объемы, приобретенные в результате

встречи, также оказываются близкими к полученным оценкам.

Результаты расчетов при центральном столкновении сгустков представлены на рисунках 3,4, где приведены зависимости коэффициента "коллапса"  $\kappa = l/l_0$  и относительных потерь на излучение от параметра  $\nu_y$  для различных форм распределения плотности. Из приведенных графиков видно, что в области параметров  $\nu_y = 0,2 \div 0,5$  имеет место пинч-эффект, который приводит к увеличению светимости почти в 2 раза. Максимум светимости соответствует случаю, когда на длине сгустка укладывается четверть колебания. Для гауссового распределения этот максимум плавный и продолжается до  $\nu_y \sim 1$ . Область  $\nu_y > 2$  для всех форм распределения плотности — это область неустойчивости, где сгустки заметно увеличиваются в размерах и светимость падает ( $\kappa < 1$ ). Таким образом, примем за допустимый рабочий диапазон ВЛЭПП'а область параметра  $\nu_y$ :  $0 \leq \nu_y < 2$ , в которой достигается расчетная светимость.

## 2. НЕЦЕНТРАЛЬНОЕ СТОЛКНОВЕНИЕ СГУСТКОВ

Были проведены расчеты и для нецентрального столкновения сгустков. Полученные результаты представлены на рисунках 5,6,7, где приведены графики зависимости светимости и относительных потерь на излучение от смещения сгустков  $\mathcal{X} = \frac{\Delta y}{y_0}$  ( $y_0$  — поперечный размер) при различных параметрах  $\nu_y$ .

Из этих данных видно, что за счет притяжения сгустков светимость падает гораздо медленнее, чем для невзаимодействующих пучков, поэтому даже при больших начальных смещениях когда сгустки не перекрываются, светимость не обращается в нуль, а медленно падает, исчезая лишь при  $\mathcal{X} \approx \frac{\sqrt{3} r_e N \sigma_z}{4 \sigma_x \sigma_y \gamma}$ , что для параметров ВЛЭПП'а составляет  $\mathcal{X} \sim 10 \div 20$ .

Притяжение сгустков облегчает их совмещение при настройке ускорителя. При больших смещениях  $\mathcal{X} \geq 10$  сгусток как целое приобретает угол  $\theta_y \sim (r_e N / \gamma \sigma_x)$  в направлении к встречному сгустку. Этот угол, например, при энергии  $\mathcal{E} = 100$  ГэВ составит  $\theta \approx 10^{-3}$ , что на длине  $l \approx 1$  м дает смещение  $\Delta y \approx 1$  мм, которое легко может быть измерено и по нему можно скорректировать положение пучков.

При нецентральном столкновении возникающая дипольная мода колебаний сгустков друг относительно друга оказывается при  $\nu_y \geq 2$  неустойчивой, в расчетах при больших  $\nu_y$  наблюдается рост амплитуды колебаний сгустков. Другой особенностью нецентрального столкновения является рост потерь на излучение при смещении сгустков (рис.8). Это достаточно очевидно, поскольку сгусток в целом движется в более сильном поле. При смещениях больших чем на диаметр сгустка рост потерь прекращается.

## 3. ВСТРЕЧА ОДИНАКОВО ЗАРЯЖЕННЫХ СГУСТКОВ

Результаты моделирования эффектов встречи для двух одинаково заряженных сгустков с равной плотностью распределения представлены на рисунках 8 и 9. На рис. 9 приведены зависимости светимости и относительных потерь на излучения для сгустков с гауссовым распределением плотности в зависимости от параметра  $\nu_y$ , характеризующего силу взаимодействия между ними. Поведение светимости при смещении сгустков (нецентральное столкновение) для различных параметров  $\nu_y$  ( $\nu_y = 1, 2$ ) показано на рис.9. Эти данные получены для сгустков с равномерной плотностью распределения.

Из полученных данных видно, что расталкивание приводит к уменьшению светимости. Для параметров ВЛЭПП'а ( $\nu_y \sim 1$ ) даже при небольших смещениях сгустков  $\mathcal{X} \approx 0,2$  светимость падает почти на порядок, по сравнению со значением для слабо взаимодействующих

пучков. Следовательно, ожидаемая светимость ВЛЭП'а при работе с  $e^+e^+$ ,  $e^-e^-$  пучками будет порядка  $L_{++} \approx 0.1 L_{\pm}$

Анализ рассмотренных эффектов встречи для плоских пучков позволяет сделать вывод о том, что при энергии 100-500 ГэВ необходимая светимость  $L = 10^{32} \text{ см}^{-2} \text{ сек}^{-1}$  при частоте повторений  $f = 10 \text{ Гц}$  и некогерентности  $\Delta \approx 1\%$  могут быть получены, если удастся создать сгустки с параметрами, указанными в таблице I.

Таблица I

Параметры сгустков в месте встречи необходимые для получения светимости  $L = 10^{32} \text{ см}^{-2} \text{ сек}^{-1}$  при

$$f = 10 \text{ Гц}, \quad N = 10^{12} \text{ частиц},$$

$$2\sigma_z = 0.8 \text{ см}, \quad \Delta = 1\%$$

Энергия	100 Гэв	200 Гэв	300 Гэв	500 Гэв	Зависимость от $L, \gamma, \Delta$
$2\sigma_x, \text{ мкм}$	14	19	23	30	$(\gamma/\Delta)^{1/2}$
$2\sigma_y, \text{ мкм}$	0.25	0.18	0.15	0.11	$\frac{1}{L} (\Delta/\gamma)^{1/2}$
$R = \sigma_x/\sigma_y$	56	105	160	270	$(\gamma L)/\Delta$
$v_x$	0.18	0.09	0.06	0.036	$\Delta^{1/2}/\gamma$
$v_y$	1.32	0.94	0.76	0.59	$(L/\gamma)^{1/2}$
$\epsilon_{nx}, \text{ см.рад}$	0.15	0.48	1.15	3.1	$(\gamma L/\Delta)^2$
$\epsilon_{ny} \cdot 10^5, \text{ см.рад}$	4.5	4.5	4.5	4.5	$\Delta^{1/2}/L$
$\theta_x \cdot 10^3, \text{ рад}$	1.8	0.72	0.39	0.18	$(\Delta/\gamma^3)^{1/2}$
$\theta_y \cdot 10^3, \text{ рад}$	0.26	0.12	0.08	0.06	$(\Delta/L\gamma^2)^{1/2}$
$\delta\Omega_x \cdot 10^7, \text{ см.рад}$	1.2	0.67	0.45	0.26	$1/\gamma$
$\delta\Omega_y \cdot 10^9, \text{ см.рад}$	3.1	1.1	0.56	0.31	$(\Delta^2/L^3\gamma^3)^{1/2}$
$\epsilon_c, \text{ Гэв}$	0.67	2.2	3.1	4.9	$(\gamma^3\Delta)^{1/2}$

Приложение

Основные формулы для расчетов параметров встречи

1. Светимость

$$L = \frac{N^2 f}{4\pi \sigma_x \sigma_y}$$

выраженная через нормализованный эмиттанс;

$$L = \frac{Nf}{4\pi} \left( \frac{1.9 \Delta}{\varepsilon_{ny} r_e^3} \right)^{1/2}$$

Если  $P = m c^2 \gamma N f$  - мощность, уносимая пучком, то

$$L = \frac{P}{4\pi m c^2 \gamma} \cdot \left( \frac{1.9 \Delta}{r_e^3 \varepsilon_{ny}} \right)^{1/2}$$

2. Потери на излучение, некогерентность:

$$\Delta = 0.4 \frac{r_e^3 N^2 \gamma}{\sigma_x^2 \sigma_z}; \quad \bar{\delta} = 2\Delta$$

3. Характерная энергия излученных  $\gamma$  - квантов

$$\varepsilon_c = \frac{\sqrt{7.5}}{2\pi} \left( \frac{\gamma \Delta \lambda_e^2}{r_e \sigma_z} \right)^{1/2} m c^2 \gamma$$

4. Необходимые размеры  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$ ;  $R = \frac{\sigma_x}{\sigma_y}$ :

$$\sigma_x = \left( \frac{r_e^3 N^2 \gamma}{\Delta \sigma_z} \cdot 0.4 \right)^{1/2}$$

$$\sigma_y = \left( \frac{\Delta \sigma_z}{1.6 r_e^3 \gamma} \right)^{1/2} \frac{Nf}{2\pi L}$$

$$R = \frac{\sigma_x}{\sigma_y} = 1.6 \pi \frac{L r_e^3 \gamma}{f \Delta \sigma_z}$$

5. Количество колебаний:  $\nu_x$ ,  $\nu_y$

$$\nu_x = \frac{1.4}{2\pi} \left( \frac{r_e N \sigma_z}{\gamma \sigma_x^2} \right)^{1/2} = \frac{1.4}{2\pi} \left( \frac{2.5 \Delta \sigma_z^2}{\gamma^2 N r_e^2} \right)^{1/2}$$

$$\nu_y = \nu_x \sqrt{R} = \frac{1.4}{2\pi} \left( \frac{r_e N \sigma_z}{\gamma \sigma_x \sigma_y} \right)^{1/2} = \frac{1.4}{2\pi} \left( 4\pi \frac{L}{f} \frac{r_e \sigma_z}{N \gamma} \right)^{1/2}$$

6. Углы после встречи

$$\theta_x \approx \frac{r_e N}{\gamma \sigma_x} = \left( \frac{2.5 \Delta \sigma_z}{\gamma^3 r_e} \right)^{1/2}$$

$$\theta_y \approx \left( \frac{r_e N \sigma_y}{\gamma \sigma_x \sigma_z} \right)^{1/2} = \left( \frac{N \cdot f \cdot \Delta}{1.6 \pi L r_e^2 \gamma^2} \right)^{1/2}$$

7. Ограничения на начальный фазовый объем

$$\Omega_{ox} = \frac{\varepsilon_{nx}}{\gamma} \lesssim R^2 \Omega_{oy} = 0.4 \frac{r_e^3 N \gamma}{\Delta \sigma_z^2}$$

$$\Omega_{oy} \approx \frac{\varepsilon_{ny}}{\gamma} \lesssim \left( \frac{Nf}{4\pi L} \right)^2 \frac{2.5 \Delta}{r_e^3 \gamma}$$

8. Увеличение фазового объема в результате встречи

$$\Delta \Omega_x \approx 0.1 \sigma_x \theta_x = 0.1 \frac{r_e N}{\gamma}$$

$$\Delta \Omega_y = \sigma_y \theta_y = \left( \frac{f N}{4\pi r_e L \gamma} \right)^{3/2} \left( \frac{2.5 \Delta}{r_e} \right)^{1/2} \sqrt{\sigma_z}$$

## Л и т е р а т у р а

1. Балакин В.Е., Будкер Г.И., Скринский А.Н. О возможности создания установки со встречными электрон-позитронными пучками на сверхвысокие энергии. Материалы VI Всесоюзной конференции по ускорителям заряженных частиц. Дубна, 1978, с.140. Препринт ИФ 78-101, Новосибирск 1978.
2. V.E. Balakin, A.N. Skrinsky, A superhigh energy colliding electron-positron beam facility (VLEPP). Proceedings of Second ICFA Workshop 1979.
3. SLAC Report N229, 1980. SLAC-PUB-2335
4. Байер В.Н., Катков В.М., Фадин В.С. Излучение релятивистских электронов, Атомиздат М.1973.
5. Ландау Л.Д., Лившиц Е.М., Теория поля, Наука М., 1973.
6. C Pellegrini, M Tigner, Some remarks on plasma instabilities in electron and positron colliding beams. Proceedings of Second ICFA Workshop. 1979.
7. U. Amaldi, Energy recovery in superconducting colliding linacs without particle recovery. Proceedings of Second ICFA Workshop. 1979.
8. V.E. Balakin, A.A. Mikhailichenko, The conversion system for obtaining high polarized electrons and positrons. Preprint INP 79-85. Novosibirsk. 1979.

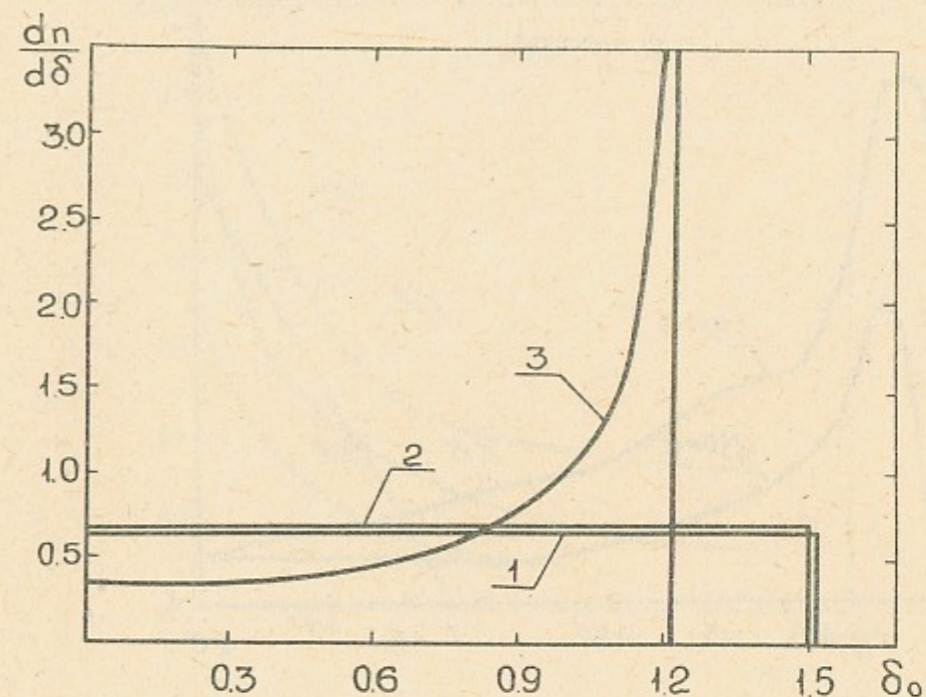


Рис.1. Распределение частиц по энергии, теряемой на излучение для различных случаев распределения их вдоль ступки.

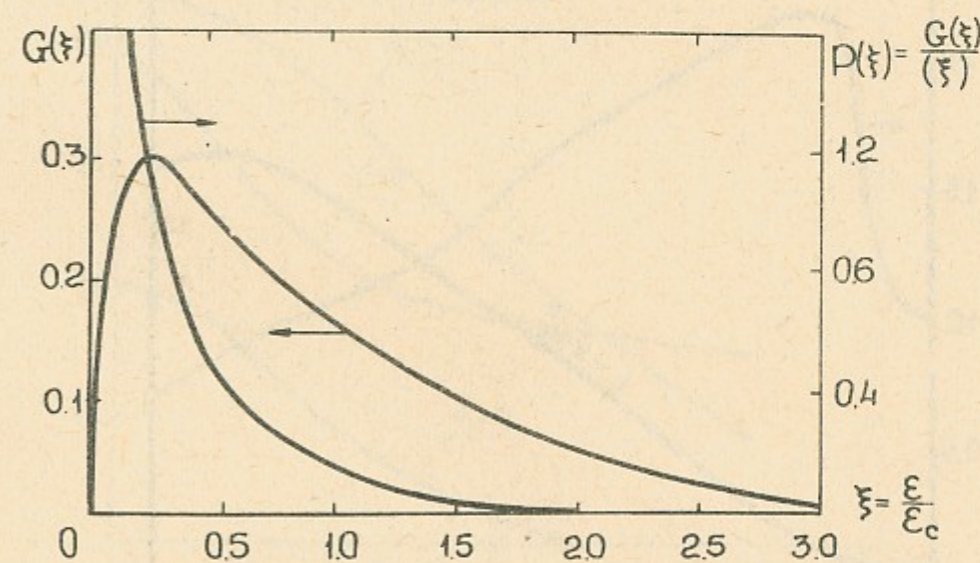


Рис.2. Функции  $G(\xi)$  и  $P(\xi)$  для расчета спектра излучения и количества излученных  $\gamma$ -квантов.

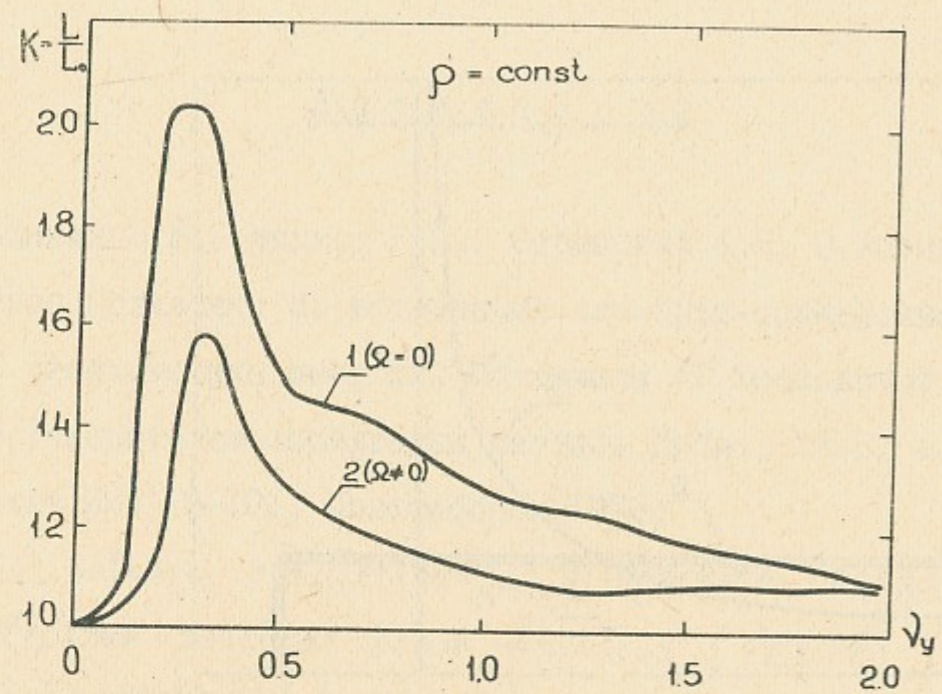


Рис. 3. Зависимость относительной светимости  $K = \frac{L}{L_0}$  от параметра  $v_y$  для встречи одинаковых сгустков с равномерным распределением плотности заряда ( $L_0$  - светимость, рассчитанная геометрически без учета эффектов встречи). 1) Фазовый объем сгустка  $\Omega = \emptyset$ . 2) Фазовый объем  $\neq 0$ ;  $\beta = \beta_z$

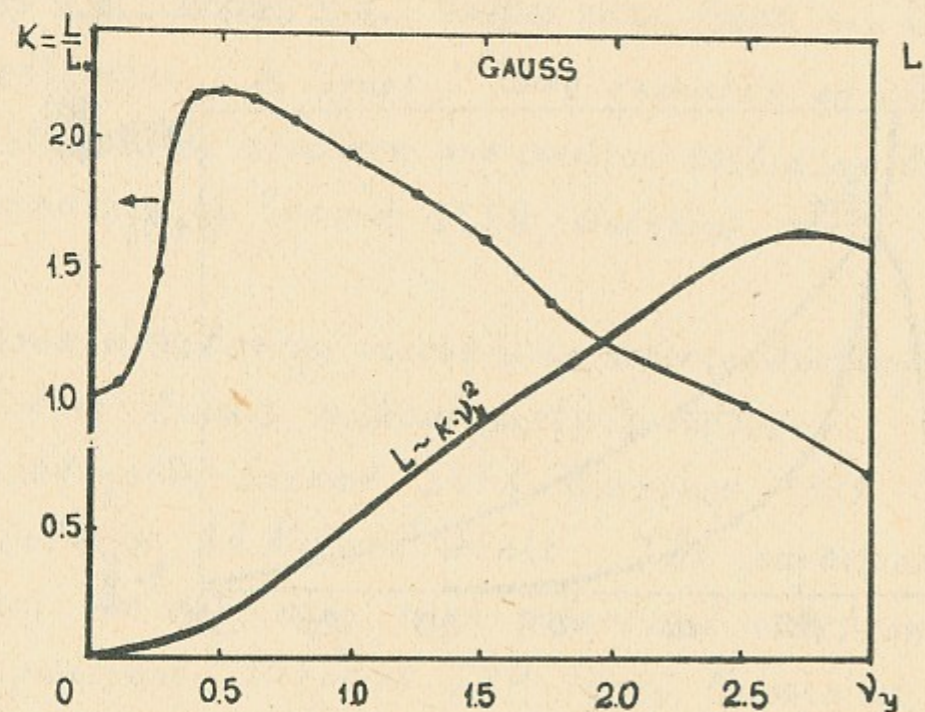


Рис. 4. Зависимость относительной и абсолютной светимости от параметра  $v_y$  при центральном столкновении сгустков с гауссовым распределением плотности.

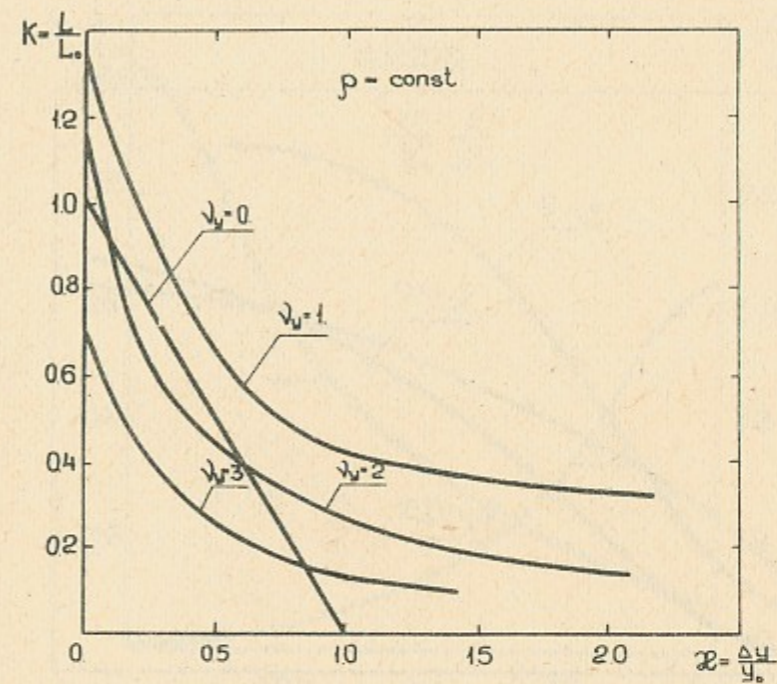


Рис. 5. Нецентральное столкновение. Зависимость относительной светимости от смещения для равномерно заряженных сгустков.

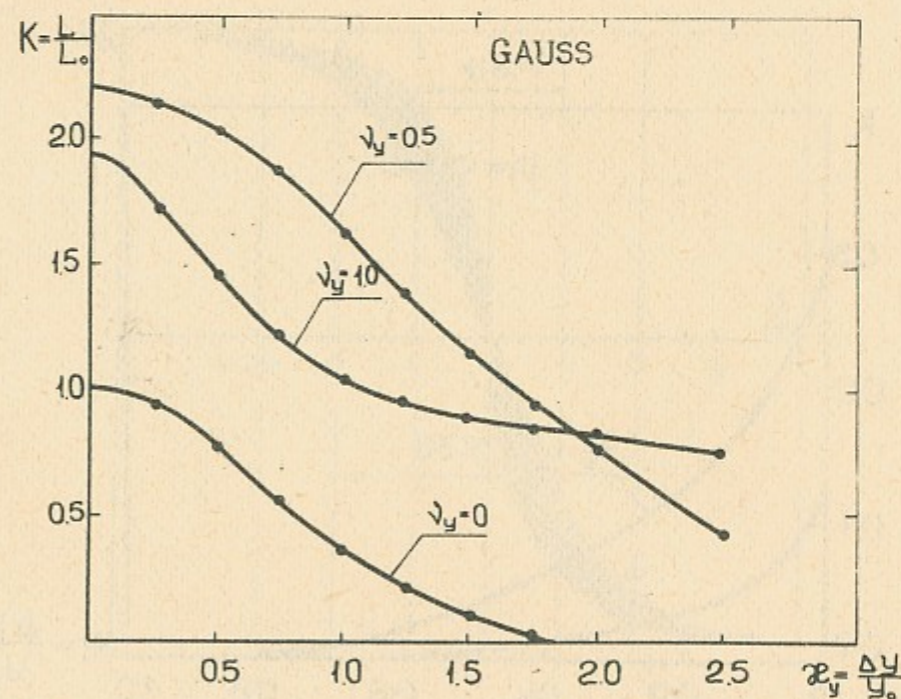


Рис. 6. Нецентральное столкновение. Зависимость относительной светимости от смещения для сгустков с гауссовым распределением плотности заряда.



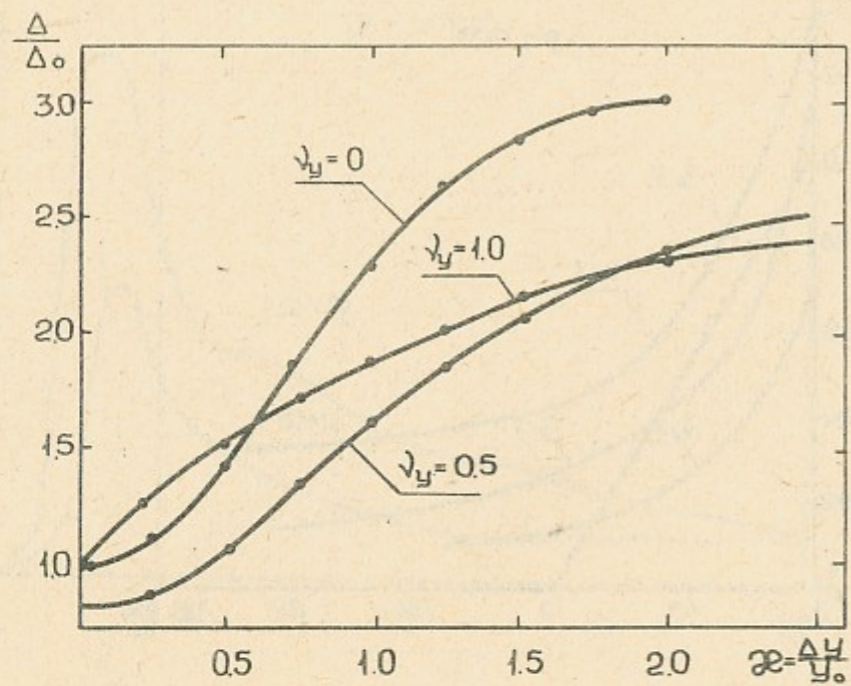


Рис.7. Потери на излучение при нецентральном столкновении противоположно заряженных сгустков с гауссовым распределением плотности заряда

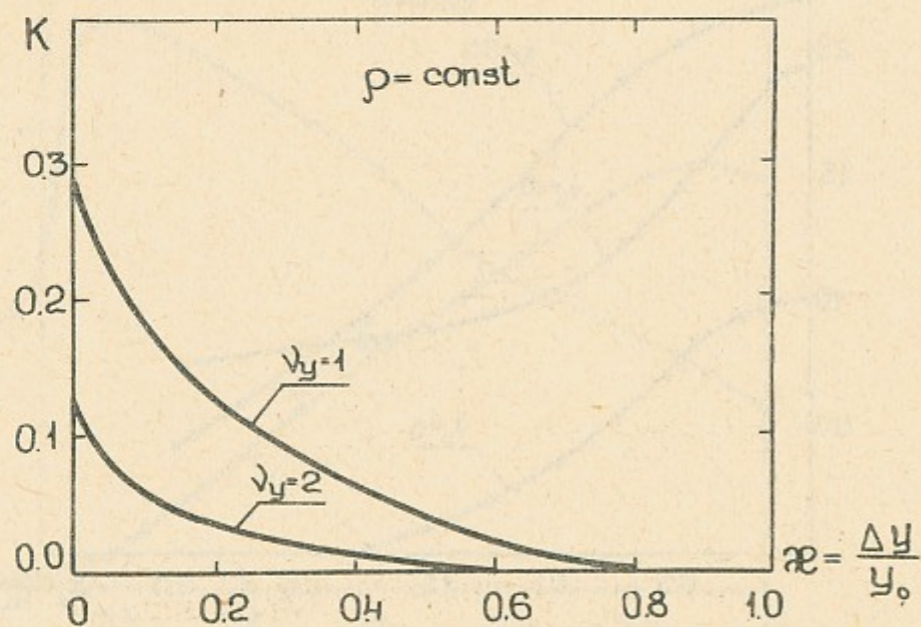


Рис.8. Зависимость относительной светимости от смещения для встречи двух одинаково заряженных сгустков. Нецентральное столкновение.

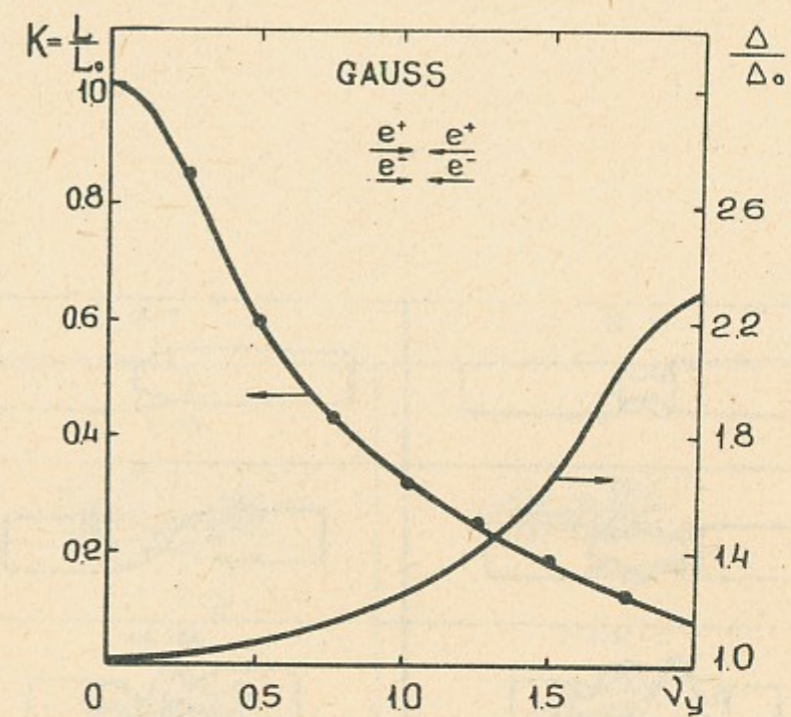


Рис.9. Относительная светимость и потери на излучение при центральном столкновении одинаково заряженных сгустков с гауссовым распределением плотности.

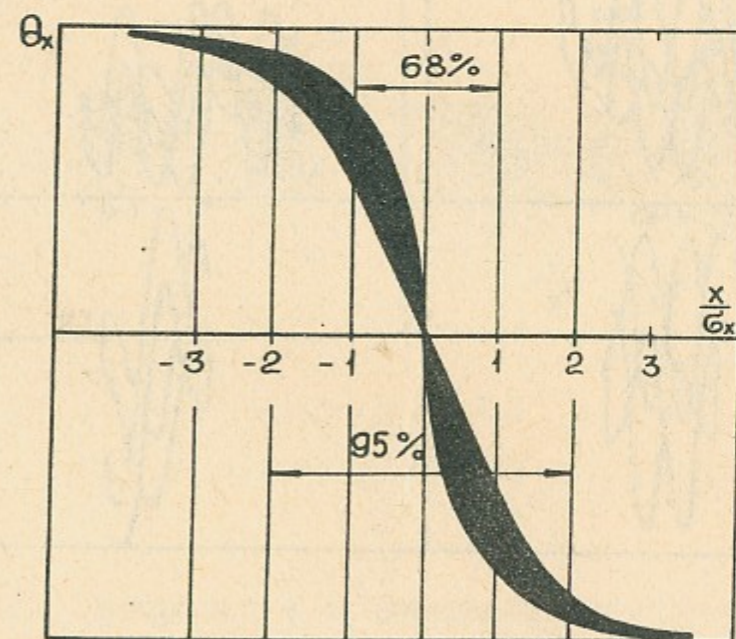
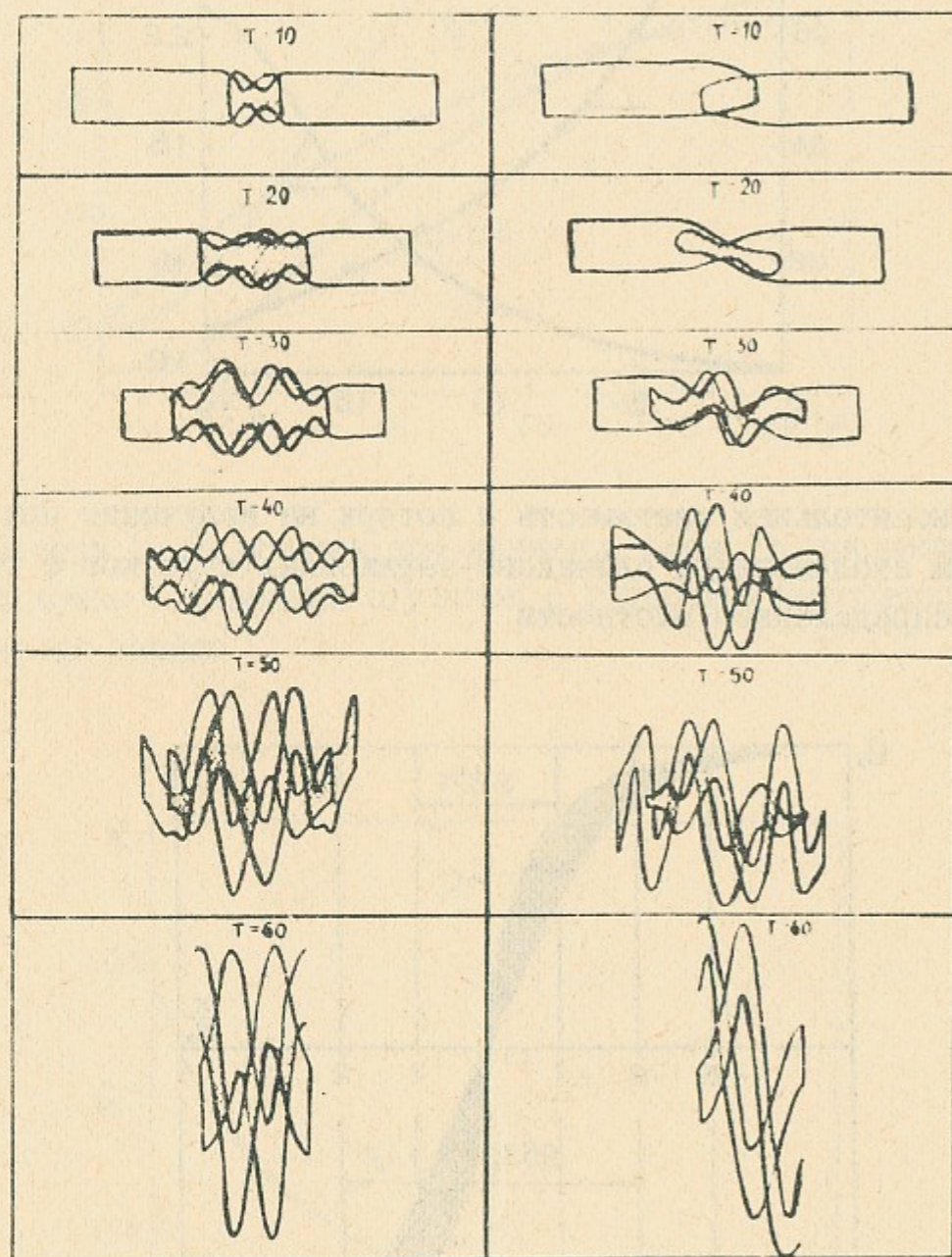


Рис.10. Фазовый объем сгустка по координате  $x$  после встречи. (численное моделирование)  $v_y = 0.15$



а) Центральное столкновение. б) Нецентральное столкновение  
 $\mathcal{E} = 0.2$   
 Рис. 11. Развитие неустойчивости при встрече противоположно заряженных сгустков с равномерным распределением плотности.  
 $V_y = 2.0$

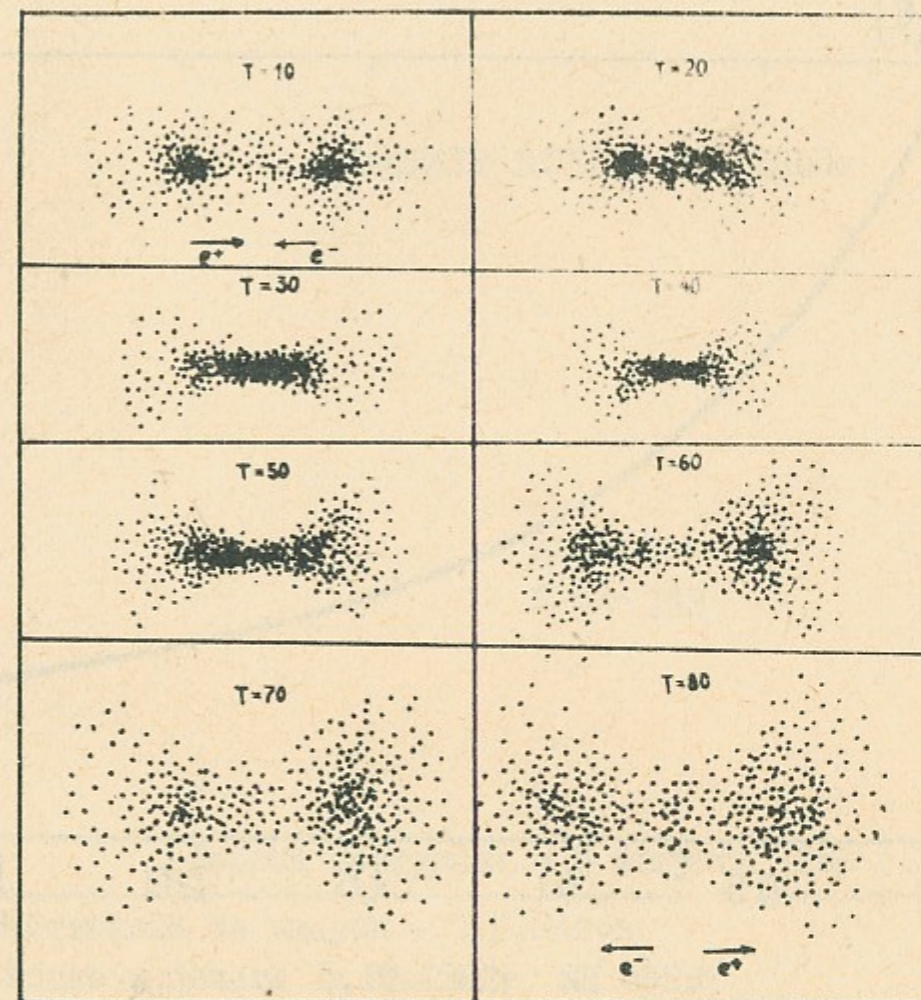


Рис. 12. Центральное столкновение противоположно заряженных сгустков с гауссовым распределением плотности.

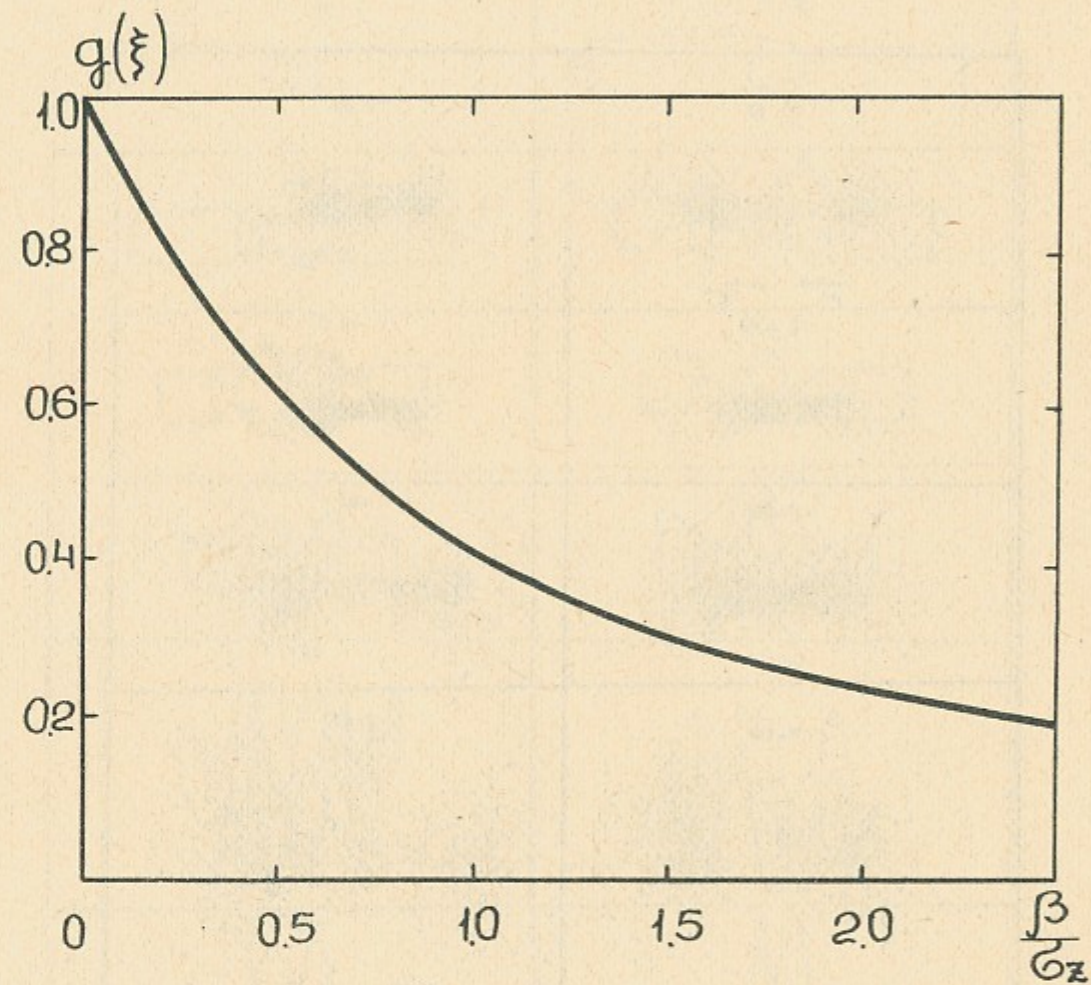


Рис. 13. Зависимость относительной светимости  $g(\xi) = \frac{L}{L_{max}}$  от параметра  $\xi = \frac{\beta}{\sigma_z}$  ( $\beta$  - бета-тронная функция в точке встречи;  $\beta_x = \beta_y = \beta$ ).

В.Е.Балакин, Н.А.Соляк

ЭФФЕКТЫ ВСТРЕЧИ ВО ВЛЭШЕ

Препринт  
№ 82-123

Работа поступила - 5 августа 1982 г.

Ответственный за выпуск - С.Г.Попов

Подписано к печати 5.10.1982г. МН 05897

Формат бумаги 60x90 1/16 Усл.2,0 печ.л., 1,8 учетно-изд.л.

Тираж 290 экз. Бесплатно. Заказ № 123.

Ротапринт ИЯФ СО АН СССР, г.Новосибирск, 90