

1
ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ
СО АН СССР

В. Н. Байер, А. Г. Грозин

ЖЕСТКИЕ АДРОННЫЕ
ПРОЦЕССЫ В КХД

1. ЖЕСТКИЕ ПАРТОННЫЕ ПРОЦЕССЫ

ПРЕПРИНТ 82—82



ЖЕСТКИЕ АДРОННЫЕ ПРОЦЕССЫ В КХД

I. ЖЕСТКИЕ ПАРТОННЫЕ ПРОЦЕССЫ

В.Н.Байер, А.Г.Грозин

А н н о т а ц и я

Работа является первой частью обзора, посвященного жестким адронным процессам в КХД, т.е. таким процессам, в жесткой стадии которых (на малых расстояниях) формируются или уничтожаются целые адроны. Рассматриваются следующие вопросы:

- 1) КХД и жесткие процессы
- 2) Полные сечения и ширины
- 3) Функции распределения и фрагментации партонов

HARD HADRON PROCESSES IN QCD

I. Hard Parton Processes

V.N.Baier, A.G.Grozin

A b s t r a c t

The paper presents the first part of the review devoted to hard hadron processes, i.e. the processes at the hard stage of which the entire hadrons are produced or annihilate. The following problems are discussed:

1. QCD and hard processes,
2. Total cross sections and widths,
3. Parton distribution and fragmentation functions.

0. ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время квантовая хромодинамика (КХД) является единственным серьезным претендентом на роль теории сильных взаимодействий. Основным свойством КХД является асимптотическая свобода: на малых расстояниях взаимодействие становится слабым, и можно использовать теорию возмущений. На больших расстояниях, напротив, взаимодействие становится сильным, и в этой области не существует надежных теоретических методов. Общепринято, что взаимодействие на больших расстояниях приводит к удержанию цвета, т.е. к тому, что цветные объекты (кварки и глюоны) могут существовать только внутри бесцветных адронов, но не отдельно. Эффекты удержания имеют характерный импульс $\mu \sim 300 \text{ МэВ}$, и соответственно характерный размер $R_c \sim 1/\mu$, взаимодействие становится слабым на расстояниях, много меньших R_c .

Таким образом, в настоящее время применение КХД к адронной физике ограничено жесткими процессами. В них выделяется собственно жесткая стадия, происходящая на малых расстояниях и поэтому поддающаяся рассмотрению в рамках теории возмущений КХД, и мягкая стадия, про которую приходится делать те или иные предположения. Жесткие процессы можно разделить на 2 класса по составу частиц, участвующих в собственно жесткой стадии. В первом классе в жесткой стадии участвуют партоны (кварки, антикварки, глюоны), а также, возможно, лептоны и фотоны. Такие процессы естественно назвать жесткими партонными процессами. В другом классе среди участников жесткой стадии есть целые адроны. Такие процессы мы будем называть жесткими адронными процессами. Жесткие партонные процессы уже давно являются объектом подробного анализа (библиография по этим вопросам чрезвычайно обширна, поэтому укажем ряд недавних обзоров /1-15/). Жесткие адронные процессы стали широко обсуждаться лишь в последние годы. Среди ранних работ следует упомянуть /16-21/. Сейчас имеется несколько активно работающих в этой области групп. Среди общих работ по этой проблематике укажем /5-6, 22-26/; /4, 27-28/; /29-31/; /7, 32-36/; /37-38/. Ссылки на работы по более частным вопросам будут даны далее в соответствующих местах обзора.

Целью настоящего обзора является замкнутое описание жестких адронных процессов в теории возмущений КХД. Оказывается, что для понимания широкого круга вопросов в этой области достаточно использование весьма простого аппарата, если не углубляться в вопросы обоснования подхода. Мы старались везде подчеркивать физическую картину рассматриваемых процессов, а также технические приемы, позволяющие получить результат наиболее простым путем. В главе I для полноты изложения приводятся некоторые сведения о жестких партонных процессах. В главе 2 общий способ описания жестких адронных процессов демонстрируется в более простом случае мезонных процессов. В главах 3-4 обсуждаются конкретные процессы с участием мезонов. В главе 5 рассматриваются процессы с участием барионов. В главе 6 принятый подход применяется к некоторым процессам с многоадронными системами, и показано, что развитый аппарат может оказаться полезным в области, обычно относимой к жестким партонным процессам. В главе 7 рассматривается интересный класс жестких адронных процессов — рождение изолированного адрона и струй. В заключении проводится сравнение различных процессов с точки зрения экспериментальной доступности и той информации, которую они могут дать о структуре адронов.

I. ЖЕСТКИЕ ПАРТОННЫЕ ПРОЦЕССЫ

I.1. КХД И ЖЕСТКИЕ ПРОЦЕССЫ

Константа связи КХД α_s зависит от масштаба импульсов Q (или расстояний $1/Q$) в рассматриваемом процессе

$$\alpha_s(Q^2) = \frac{\alpha_s(Q_0^2)}{1 + \frac{\beta}{4\pi} \alpha_s(Q_0^2) \ln \frac{Q^2}{Q_0^2}} \quad (\text{I.1.1})$$

где $\beta = \frac{11}{3}N - \frac{2}{3}n_f$, $N=3$ — число цветов, n_f — число активных ароматов на интервале от Q_0^2 до Q^2 , т.е. число сортов кварков, которые при этих импульсах являются ультрарелятивистскими (разморожены). В интервале, не содержащем порогов, эту формулу можно переписать в виде

$$\alpha_s(Q^2) = \frac{4\pi}{\beta \ln \frac{Q^2}{\Lambda^2}} \quad (\text{I.1.2})$$

При пересечении порога рождения тяжелого кварка $Q \sim m_q$, $\alpha_s(Q^2)$ должна оставаться непрерывной, но темп ее эволюции меняется; поэтому Λ должна испытывать скачок. Выписанные формулы представляют собой первое приближение; строго говоря, зависимость $\alpha_s(Q^2)$ определяется из уравнения Гелл-Манна-Лоу

$$Q^2 \frac{d}{dQ^2} \frac{\alpha_s(Q^2)}{4\pi} = - \left(\frac{\alpha_s(Q^2)}{4\pi} \right)^2 \left[\beta + \beta_1 \frac{\alpha_s(Q^2)}{4\pi} + \beta_2 \left(\frac{\alpha_s(Q^2)}{4\pi} \right)^2 + \dots \right] \quad (\text{I.1.3})$$

в котором в настоящее время кроме главного (однопетлевого) члена β вычислены двухпетлевая /39-41/ и трехпетлевая /42/ поправки. Пороговые эффекты проанализированы в /43/.

Наиболее простым примером жестких процессов являются процессы типа e^-e^+ аннигиляции в адроны при больших энергиях, в которых нет адронов в начальном состоянии (заметим, что реальные или слабо виртуальные фотоны содержат примесь векторных мезонов и также могут вести себя подобно адронам). В этом случае, если полная энергия процесса $Q \gg \mu$, жесткая стадия происходит на расстояниях $\sim 1/Q$ (и поэтому сечение ведет себя как $1/Q^2$). В жесткой стадии образуются энергичные партонны, разлетающиеся и превращающиеся в адронные

струи. Если среди начальных частиц есть адроны, большая полная энергия недостаточна для того, чтобы процесс был жестким. В большинстве случаев взаимодействие происходит на характерных адронных расстояниях $\sim 1/\mu$ и имеет большое сечение $\sim 1/\mu^2$. Адрону передается малый импульс $\sim \mu$, в результате чего он упруго рассеивается, возбуждается с образованием резонанса или превращается в группу адронов, имеющих относительные импульсы $\sim \mu$ и движущихся в направлении движения начального адрона. Такие мягкие процессы невычислимы в теории возмущений КХД. Однако иногда налетающая частица (лептон или партон) пролетает на малом расстоянии $\sim 1/Q$ от одного из партонов и передает ему большой импульс $\sim Q$. Сечение такого жесткого процесса мало $\sim 1/Q^2$ (рис. I.1). Провзаимодействовавший партон вылетает под большим углом и образует струю, остальные продолжают двигаться вперед. Т.к. остаток от адрона тоже стал цветным, он также образует струю.

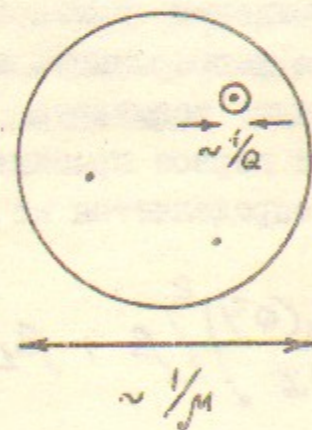


Рис. I.1

Характеристики жестких процессов можно разделить на ряд групп по силе тех гипотез о мягкой стадии процесса, которые приходится привлекать для их рассмотрения. Наиболее общее предположение, именуемое партон-адронной дуальностью, состоит в том, что переход родившихся в жесткой стадии процесса партонов в адроны не меняет сечения. Поскольку жесткие партоны не могут вылетать в свободном состоянии, они с вероятностью 1 переходят в адроны ("адронизатор работает со 100%-ым КПД"). Это предположение достаточно для получения

многих важнейших предсказаний КХД, таких, как полное сечение e^-e^+ аннигиляции в адроны, полные ширины состояний кваркония и т.д.

Более сильное предположение — это гипотеза о струях: энергичный партон, образовавшийся в жесткой стадии процесса, на мягкой стадии превращается в адронную струю, летящую в направлении его импульса. Она позволяет более детально сравнивать с экспериментом сечения, вычисленные в теории возмущений КХД: дифференциальное сечение рождения нескольких партонов, ни один из которых не является мягким или почти параллельным другому, равно сечению рождения струй, рассматриваемых как целое. Струю удается экспериментально выделить, только если ее энергия $\geq 4-5$ ГэВ, поэтому область применимости гипотезы струй начинается несколько дальше, чем партон-адронной дуальности. В настоящее время детально изучены двухструйные и трехструйные события в e^-e^+ аннигиляции (см., например, /44-47/), а также струи в глубоко неупругом рассеянии и адрон-адронных столкновениях.

Более четко эта картина формулируется на языке инфракрасно-стабильных величин, которые приблизительно остаются неизменными при переходе от партонов к адронным струям. Вообще инфракрасно-стабильными называют характеристики конечного состояния, нечувствительные к физике больших расстояний. Инфракрасную стабильность можно проверить в теории возмущений. Именно, устроим инфракрасное обрезание на промежуточных расстояниях $1/Q_0$, таких, что $Q \gg Q_0 \gg \mu$. Здесь еще применима теория возмущений. Если некоторая величина нечувствительна к такому обрезанию (и поэтому имеет конечный предел при его снятии), то она инфракрасно-стабильна. Отсюда следует, что ее значение, сформировавшееся в жесткой стадии на малых расстояниях $\sim 1/Q$, не портится на промежуточных расстояниях $\sim 1/Q_0$ теоретико-возмущенческими процессами. Относительно мягких процессов на расстояниях $\sim 1/\mu$ предполагается, что они дают лишь степенные поправки $\sim \mu^2/Q^2$ к инфракрасно-стабильным величинам.

Сечения в теории возмущений имеют инфракрасные особенности $\propto \ln \frac{d\omega}{\omega}$ при излучении мягкого глюона и коллинеарные особенности $\propto \ln \frac{d\theta}{\theta}$ при распаде одного партона на два почти

параллельных, т.к. в обоих этих случаях пропагатор партона перед распадом становится мягким. Области, где проявляются обе особенности, дают дважды логарифмические вклады в сечение, их общий анализ проведен в /48/. По теореме Киношита-Ли-Науэнберга /49-50/, инфракрасные и коллинеарные особенности в виртуальных и реальных поправках к сечению сокращаются, если производится суммирование по почти вырожденным начальным и конечным состояниям. Так, в однопетлевом приближении КХД /51/

$$2 \operatorname{Re} \langle f|i \rangle_0 \langle f|i \rangle_1^* + \int_{\Gamma_f} |\langle f|i \rangle_1|^2 d\phi_f + \int_{\Gamma_i} |\langle f|i \rangle_1|^2 d\phi_i \quad (I.I.4)$$

не содержит инфракрасных и коллинеарных особенностей. Здесь $\langle f|i \rangle_0$ - борновская амплитуда, $\langle f|i \rangle_1$ - однопетлевая поправка к ней, $|f \rangle$ и $|i \rangle$ - состояния, почти вырожденные с $|f \rangle$ и $|i \rangle$ соответственно и отличающиеся от них добавлением мягкого глюона или расщеплением одного из партонов на почти коллинеарную пару.

Инфракрасно-стабильная величина не должна изменяться при излучении глюона с частотой, стремящейся к 0, или при распаде партона на два параллельных. В частности, такими величинами являются поток энергии в данном направлении или в данный конус /52/, корреляция потоков энергии /53/, а также корреляции потоков других сохраняющихся величин. Инфракрасно-стабильны также характеристики формы события, линейно построенные из импульсов частиц, например траст (thrust), характеризующий степень двухструйности события.

Полные сечения и ширины, а также сечения и ширины, дифференциальные по инфракрасно-стабильным характеристикам, в теории возмущений КХД представляются в виде ряда по $\alpha_s(Q^2)/\pi$:

$$\sigma = \alpha_s^n(Q^2) \left[a_0 + a_1 \frac{\alpha_s(Q^2)}{\pi} + a_2 \left(\frac{\alpha_s(Q^2)}{\pi} \right)^2 + \dots \right] + O\left(\frac{\mu^2}{Q^2}\right) \quad (I.I.5)$$

Все зависящие от α_s члены ряда (I.I.5), кроме первого, зависят от точного выбора точки нормировки (т.е. аргумента α_s) и схемы перенормировки. От них зависит также α_s

(см. (I.I.3)), но сумма ряда (I.I.5) остается неизменной. Если характерные расстояния процесса достаточно малы, так что взаимодействие является слабым, ряд теории возмущений может быть сделан быстро сходящимся. Для этого необходимо, чтобы точка нормировки (аргумент α_s) по возможности точно соответствовала характерным расстояниям рассматриваемого процесса, и в схеме перенормировки вычитание производилось на характерных расстояниях, по возможности точно соответствующих точке нормировки. При этих условиях неопределенность, обусловленная зависимостью оборванного ряда (I.I.5) от нефизических параметров (точки нормировки и схемы перенормировки), порядка отброшенного члена (более подробное обсуждение см., например, в /1,7,54/).

Чрезвычайно важным является анализ области применимости теории возмущений КХД. Для того, чтобы она была применима при рассмотрении некоторого процесса, необходимо выполнение двух условий:

- 1) ряд по $\alpha_s(Q^2)$ в (I.I.5) должен достаточно быстро сходиться, и
- 2) степенные поправки по μ^2/Q^2 в (I.I.5) должны быть малы.

Эти поправки не могут быть вычислены в теории возмущений. Для некоторых физических характеристик, например, вакуумных средних Т-произведений токов в евклидовой области, удается выразить их через вакуумные средние нескольких операторов, феноменологически характеризующих структуру вакуума КХД /55/.

Если в жестком процессе имеются адроны в начальном состоянии, или мы интересуемся более детальным устройством конечного состояния, инфракрасно-стабильных величин становится недостаточно. Для некоторых таких процессов имеет место факторизация вкладов больших и малых расстояний. Это значит, что если выбрать условную границу $1/Q_0$ между малыми и большими расстояниями, то все, что нужно знать о физике больших расстояний, сводится к нескольким неизвестным функциям:

$$\sigma = \sum \int dx f_i(x, Q_0) \sigma_i(x, Q_0) + O(\mu^2/Q^2) \quad (I.I.6)$$

Вклад малых расстояний вычисляется по теории возмущений:

$$\sigma_i(x, Q) = \alpha_s^n(Q^2) \left[a_0 + a_1 \frac{\alpha_s(Q^2)}{\pi} + \dots \right] \quad (I.1.7)$$

Функции $f_i(x, Q)$ невычислимы в теории возмущений КД, можно предсказать лишь их эволюцию с изменением Q_0 :

$$Q_0^2 \frac{d}{dQ_0^2} f(x, Q_0) = \frac{\alpha_s(Q_0^2)}{4\pi} \int dy P(x, y) f(y) \quad (I.1.8)$$

$$P = P_0 + P_1 \frac{\alpha_s(Q_0^2)}{\pi} + \dots \quad (I.1.9)$$

Однако, поскольку одни и те же функции $f_i(x)$ присутствуют в разных жестких процессах, они могут быть определены из одних экспериментов и использованы для получения предсказаний для других.

Факторизация является отнюдь не тривиальным свойством, и ее наличие должно доказываться для каждого процесса отдельно. Для некоторых процессов факторизация справедлива в каждом порядке теории возмущений, для других имеются нарушающие факторизацию вклады, предположительно подавленные судаксовскими формфакторами, так что факторизация восстанавливается при частичном суммировании ряда теории возмущений, и наконец для третьих такое подавление оказывается недостаточно эффективным, и факторизация, по-видимому, отсутствует (см., напр., /4/).

Для того, чтобы использование формул (I.1.6-I.1.9) имело смысл, должны быть малы поправки теории возмущений a_1, P_1, \dots . Они вычислены для ряда процессов (см., напр., /14-15/). Заметим, что кроме неоднозначностей, связанных с выбором схемы перенормировки и точки нормировки, в таких поправках возникает неоднозначность разделения на жесткую (σ_i) и мягкую (f_i) части, и для получения физически осмысленного ответа необходимо знать обе поправки (a_1 и P_1), вычисленные при одинаковых соглашениях. Кроме того, должны быть малы степенные поправки по μ^2/Q^2 ; их обсуждение см. в /56/.

Если в начальном состоянии имеется адрон, и один из его партонов участвует в жесткой стадии процесса, то сечение за-

висит от функции распределения партонов в адроне: $w_h^p(z) dz$ есть вероятность того, что в адроне h имеется партон p с долей импульса z (плюс любые другие партоны с любыми импульсами):

$$\sigma_h = \int_0^1 dz w_h^p(z) \sigma_p(z) \quad (I.1.10)$$

где $\sigma_p(z)$ - сечение жесткого рассеяния партона p . Ярким примером является глубоко неупругое рассеяние, где эта картина приводит к скейлингу, а медленная эволюция функций распределения партонов - к логарифмическим отклонениям от него.

Если мы интересуемся внутренним устройством струй, то приходится делать более сильные предположения. Фрагментация партона в адронную струю - это процесс, происходящий на больших расстояниях. Поэтому характерные относительные импульсы адронов в струе $\sim \mu$. Строго говоря, фрагментация разных партонов в адроны не может идти независимо, т.е. партон - цветной объект, и он один не может превратиться в бесцветную совокупность адронов. Однако эффекты обесцвечивания проявляются там, где струи соприкасаются, т.е. относительные импульсы частиц из разных струй $\sim \mu$, и не влияют на быстрые адроны данной струи. В этом состоит гипотеза мягкого обесцвечивания /10-11/. Именно, можно ввести функцию фрагментации: $w_h^p(z) dz$ есть вероятность того, что партон p фрагментирует в адрон h с долей импульса z (плюс любые другие адроны с любыми импульсами). Вероятность найти адрон h с долей энергии струи z , происходящий от фрагментации партона p с долей энергии струи z' , равна вероятности найти такой партон $\mathcal{D}^p(z') dz'$, умноженной на вероятность фрагментации $w_h^p(z/z') d(z/z')$, поэтому распределение адронов в струе $\mathcal{D}^h(z)$ выражается через распределение партонов $\mathcal{D}^p(z')$:

$$\mathcal{D}^h(z) = \int_0^1 dz' \int_0^1 dz'' \delta(zz'' - z) \mathcal{D}^p(z') w_h^p(z/z'') = \int_z^1 \frac{dz'}{z'} \mathcal{D}^p(z') w_h^p\left(\frac{z}{z'}\right) \quad (I.1.11)$$

Аналогично можно ввести функцию фрагментации партона в несколько инклюзивных адронов (она отлична от 0 только при относительных импульсах $\sim \mu$), и получить многочастичное инклюзивное распределение $\mathcal{D}^{h_1 \dots h_n}(z_1, \dots, z_n)$ /57/.

Таким образом, в партонной модели можно записать общую формулу для сечения жестких партонных процессов:

$$d\sigma = \int \prod_i w_{h_i}^{p_i}(z_i) dz_i \dots d\sigma_{p_i}^{p_f} \prod_f w_{h_f}^{p_f}(z_f) dz_f \quad (I.I.I2)$$

Она соответствует следующей картине: в начальных адронах h_i имелись партоны p_i с долями импульсов z_i ; эти партоны, а также возможно другие начальные точечные частицы (лептоны, фотоны), рассеялись на малых расстояниях с сечением $d\sigma_{p_i}^{p_f}$, вычисляемым в борновском приближении КХД, и превратились в партоны p_f , а также возможно другие точечные частицы; эти партоны фрагментировали в конечные инклюзивно наблюдаемые адроны h_f с долями импульсов z_f , входящие в состав струй.

Кроме только что описанных жестких партонных процессов, существуют жесткие адронные процессы, где в жесткой стадии участвуют целые адроны. Если из области малых расстояний вылетает бесцветная пара примерно коллинеарных партонов, они могут с некоторой амплитудой вероятности образовать мезон. Аналогично, мезон в начальном состоянии с некоторой амплитудой вероятности может представлять собой бесцветную пару примерно коллинеарных партонов, которые могут оба участвовать в жесткой стадии процесса.

Чтобы быть уверенным, что адрон в конечном (начальном) состоянии сформировался (уничтожился) на малых расстояниях, нужно потребовать, чтобы он был хорошо отделен в фазовом пространстве от других адронов в конечном и начальном состоянии. Действительно, если адрон в конечном состоянии образовался на больших расстояниях в составе струи, то вокруг него должны быть другие адроны с характерными относительными импульсами $\sim \mu$. Другая возможность — этот адрон мягким образом получился из какого-то начального адрона, которому был передан малый импульс, тогда в начальном состоянии имеется такой адрон, что импульс его относительно рассматриваемого конечного адрона $\sim \mu$. Аналогично, если не все партоны начального адрона поглотились на малых расстояниях, то в направлении этого адрона в конечном состоянии должна лететь струя. Если же вообще этому адрону был передан малый импульс, все равно в конечном состоянии будет адрон или группа

адронов, относительный импульс которых с начальным адроном $\sim \mu$.

Жесткие адронные процессы происходят гораздо реже партонных. Действительно, если в данном направлении уже летит партон, то весьма редко будет рождаться второй, почти коллинеарный с первым, так, что они смогут образовать мезон. Аналогично, если передать большой импульс одному из партонов начального адрона, то остальные скорее всего ничего не заметят и будут продолжать двигаться вперед, и только очень редко этот партон завернет своего партнера. Формирование или уничтожение каждого мезона на малых расстояниях дает в сечении малый множитель $\sim \mu^2/Q^2$, а бариона — $\sim \mu^4/Q^4$. В партонной модели поведение амплитуд жестких адронных процессов описывается правилами кваркового счета [58-59], аналогичными скейлингу в жестких партонных процессах.

Амплитуда формирования или уничтожения адрона на малых расстояниях содержит волновую функцию этого адрона. Для мезона, волновая функция $f_M^P(x)$ имеет смысл амплитуды вероятности найти в мезоне M ровно 2 партона, партон p с долей импульса x и другой партон с долей импульса $x' \equiv 1-x$. Подчеркнем, что волновая функция $f(x)$ — величина эксклюзивная (ровно 2 партона с долями импульса x и x' и больше ничего) и когерентная (амплитуда вероятности), в отличие от функции распределения партонов $\omega(z)$, которая является величиной инклюзивной (партон с долей импульса z плюс все что угодно) и некогерентной (вероятность). Вообще говоря, они не связаны друг с другом.

1.2. ПОЛНЫЕ СЕЧЕНИЯ И ШИРИНЫ

Одним из важнейших для КХД жестких процессов является e^-e^+ аннигиляция в адроны. В борновском приближении она представляет собой процесс $e^-e^+ \rightarrow q\bar{q}$ (рис.1.2а). Принято сравнивать сечения различных процессов $e^-e^+ \rightarrow X$ с сечением $e^-e^+ \rightarrow \mu^+\mu^-$, поэтому далее мы будем всегда вместо сечений выписывать безразмерные отношения $dR(X) = d\sigma(X)/\sigma(\mu^+\mu^-)$, где $\sigma(\mu^+\mu^-) = 4\pi\alpha^2/3Q^2$. Т.к. кварки отличаются от мезонов только своими зарядами и наличием цвета, полное сече-

ние равно

$$R_0 = N \sum_q Q_q^2 \quad (I.2.1)$$

где Q_q - заряд кварка. Известны однопетлевая (рис. I.2.6 и интерференция рис. I.2в с I.2а, см./60-61/) и двухпетлевая /62-64/ поправки к полному сечению

$$R = R_0 \left[1 + \frac{\alpha_s(Q^2)}{\pi} + c \left(\frac{\alpha_s(Q^2)}{\pi} \right)^2 + \dots \right] \quad (I.2.2)$$

где c зависит от схемы перенормировки. Полное сечение, вычисленное в КХД, согласуется с экспериментом /44-47/, точность которого, к сожалению, пока не достаточна для обнаружения поправок (I.2.2).

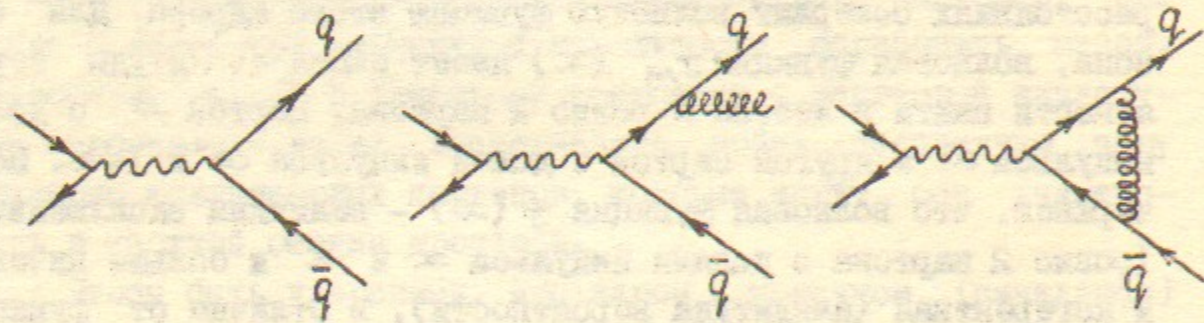


Рис. I.2

Дифференциальное сечение трехструйных событий $e^-e^+ \rightarrow q\bar{q}g$ (рис. I.2.6)

$$\frac{dR}{dz_+ dz_-} = \frac{C_F}{2} N \sum_q Q_q^2 \frac{\alpha_s}{\pi} \frac{z_+^2 + z_-^2}{(1-z_+)(1-z_-)} \quad (I.2.3)$$

где $C_F = \frac{N^2 - 1}{2N}$; вместо энергий частиц ϵ_i используются безразмерные доли энергии $z_i = 2\epsilon_i/q$, $\sum z_i = 2$; для безмассовых частиц z_i могут меняться от 0 до 1. Доли энергии кварка и антикварка обозначены z_{\pm} , доля энергии глюона $z = 2 - z_+ - z_-$. В настоящее время теоретически изучены также четырехструйные события и однопетлевые поправки к

трехструйным (см./I,8/ и имеющиеся там ссылки). Из (I.2.3) можно получить угловое распределение и корреляции потоков энергии /53/, поток энергии в конус /52/ и другие инфракрасно-стабильные характеристики.

Часто используемой инфракрасно-стабильной характеристикой формы (степени двухструйности) события является траст T

$$T = \max_{|\vec{n}=1} \frac{\sum_i |\vec{p}_i \cdot \vec{n}|}{\sum_i |\vec{p}_i|} = \max_{I_{1,2}} \frac{\sum_{i \in I_1} |\vec{p}_i|}{\sum_i |\vec{p}_i|} \quad (I.2.4)$$

Вектор \vec{n} определяет ось струй, а разбиение частиц на две подгруппы $I_{1,2}$ определяет их принадлежность к той или иной струе. Для идеально двухструйного события $T = 1$; для сферического события с большим числом частиц $T = 1/2$. Для идеально трехструйного события минимальное значение $T = 2/3$ достигается, когда струи имеют равную энергию и образуют углы 120° друг с другом. Для трехструйного события траст равен наибольшей из долей энергии z_+ , z_- , z , причем ось струй \vec{n} направлена по импульсу этой наиболее энергичной частицы. Поэтому из (I.2.3) однократным интегрированием легко получить /65/

$$\frac{dR}{dT} = \frac{C_F}{2} N \sum_q Q_q^2 \frac{\alpha_s}{\pi} \left[\frac{2(3T^2 - 3T + 2)}{T(1-T)} \ln \frac{2T-1}{1-T} - \frac{3(3T-2)(2-T)}{1-T} \right] \quad (I.2.5)$$

Экспериментальное изучение трехструйных событий /44-47/ подтверждает предсказания КХД.

Поляризационные эффекты в e^-e^+ аннигиляции обсуждаются в Приложении I.

Аналогично e^-e^+ аннигиляции, адронные распады τ лептона /66-67/ $\tau \rightarrow \nu_\tau + \text{адроны}$ в борновском приближении представляют собой распад $\tau \rightarrow \nu_\tau u d_e$, где $d_e = d \cos \vartheta_c + s \sin \vartheta_c$, ϑ_c - угол Кабиббо. Вводя отношение $R_\tau = \Gamma(\tau \rightarrow \nu_\tau + \text{адроны}) / \Gamma(\tau \rightarrow \nu_\tau e \bar{\nu}_e)$, где $\Gamma(\tau \rightarrow \nu_\tau e \bar{\nu}_e) = \frac{G^2 m_\tau^5}{192 \pi^3}$, мы имеем

$$R_\tau = N \quad (I.2.6)$$

Рождение адронов в Кабиббо - разрешенном векторном канале распада τ по изотопической симметрии связано с изовекторным

каналом в e^-e^+ аннигиляции /68-69, 66/:

$$dR_{\tau}^V = \cos^2 \vartheta_c dR_{e^+e^-}^{I=1} (Q^2) 2(1-z')^2 (1+2z') dz' \quad (I.2.7)$$

где $z' = 1 - z_\nu = Q^2/m_c^2$. Инвариантные массы адронной системы, на которых набирается полная ширина (I.2.6), не очень велики, поэтому эта формула не может претендовать на большую точность.

Сечение рождения двух струй в $\gamma\gamma$ столкновении /70/ (рис. I.3а), отнесенное к сечению рождения $\mu\bar{\mu}$ пары с той же кинематикой, равно

$$R_{\gamma\gamma} = N \sum_q Q_q^4 \quad (I.2.8)$$

Экспериментально в настоящее время исследуются не столкновения реальных фотонов, а столкновения эквивалентных фотонов на e^-e^+ встречных пучках, сечение $e^-e^+ \rightarrow e^-e^+\mu\bar{\mu}$ в этом случае равно

$$d\sigma = \frac{\alpha^4}{8\pi} \frac{x^2 + (1-x)^2}{\alpha(1-x)} \frac{1}{P_{\perp min}^2} \frac{Q^2}{m^2} \frac{d\cos\vartheta_+ d\cos\vartheta_-}{\sin^4(\frac{\vartheta_+ + \vartheta_-}{2})} \quad (I.2.9)$$

где

$$x = \frac{\cos \frac{\vartheta_+}{2} + \cos \frac{\vartheta_-}{2}}{\sin(\frac{\vartheta_+ + \vartheta_-}{2})}$$

$P_{\perp min}$ - наименьший поперечный импульс μ^\pm , ϑ_\pm - углы их вылета (см., напр., /71/, где также обсуждается рождение двух глюонных струй в $\gamma\gamma$ столкновениях и трех глюонных струй в e^-e^+ аннигиляции). Однако реальный или слабо виртуальный фотон содержит примесь адронной компоненты, поэтому могут возникать струи вперед (рис. I.3б, в), аналогичные струям вперед в адронных столкновениях. Такие события не должны включаться в полное сечение (I.2.8). Экспериментально наблюдалось небольшое число двухструйных событий в двухфотонных процессах, и сечение согласуется с (I.2.8).

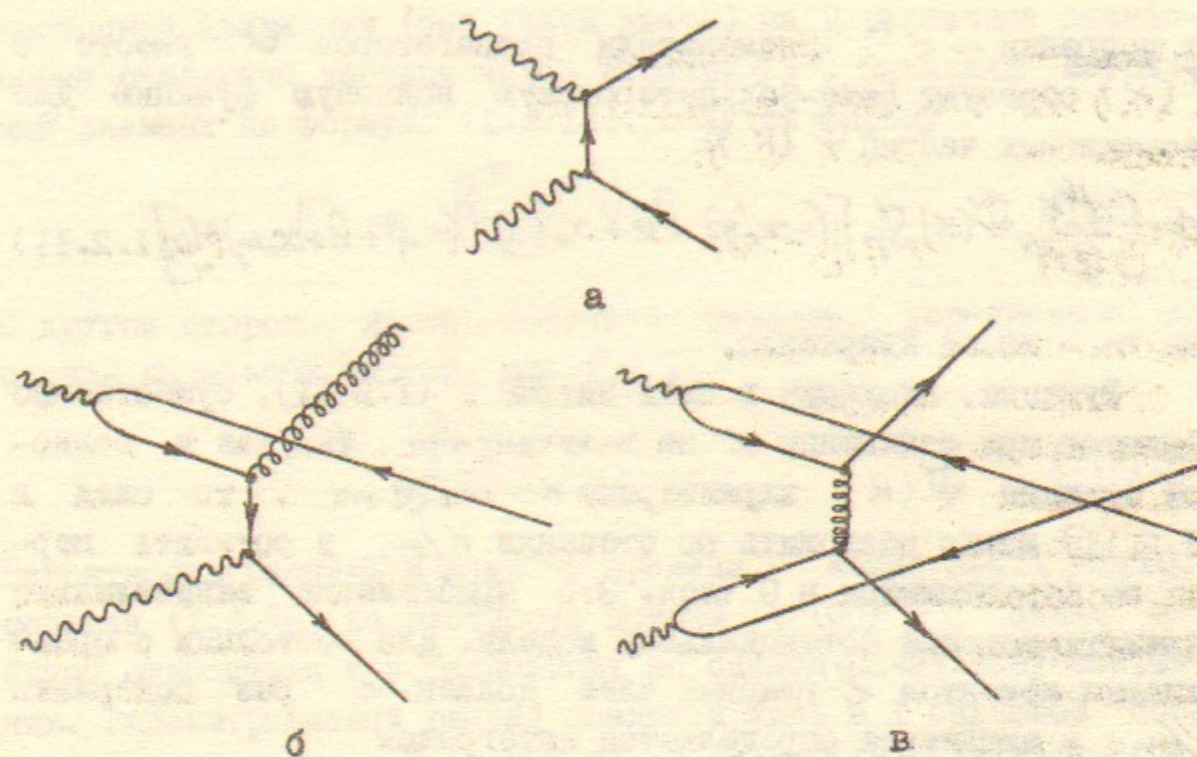


Рис. I.3

Особое место в физике адронов занимают состояния кваркония благодаря нерелятивистскому характеру движения кварков ($v \ll 1$), находящихся почти на массовой поверхности (см. обзоры /72,73/). Мы будем обсуждать распады кваркония, следуя подходу, основанному на Бете-Сальпетеровской волновой функции (см. обзор /74/, ср. также /38/). Он фактически эквивалентен нерелятивистской потенциальной модели (см., напр., обзор /73/). Излагаемый подход применим для процессов с конюющимися (напр., распады) или нерелятивистским кварконием, в ультрарелятивистском случае должен использоваться подход, аналогичный случаю легких мезонов, см. пункт 2.4.

Рассмотрим процесс с участием кваркония и выразим его амплитуду через ампутированную Бете-Сальпетеровскую амплитуду $X(k)$

$$M = \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \text{Sp} [G(-x_0 p + k) X(k) G(x_0 p + k) M_H(k)] \quad (I.2.10)$$

где $x_0 = m_q / (m_q + m_{\bar{q}})$ (если кварки одинаковы, $x_0 = 1/2$). Sp обозначает след по спиновым и цветовым индексам. Выделим спиновую структуру $X(k) = \tilde{X}(k) \Gamma$. Для паракваркония $\Gamma = \gamma^5$ и для ортокваркония $\Gamma = \hat{e}$, любые другие структуры сводятся к этим в пренебрежении движением кварков, учет же отличный да-

ет поправки $\sim \sigma^2$. Знаменатели пропагаторов G вместе с $\tilde{X}(k)$ образуют Бете-Сальпетеровскую волновую функцию для бесспиновых частиц $\tilde{\Psi}(k)$:

$$M = \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \tilde{\Psi}(k) \text{Sp} [(-x_0' \hat{p} + \hat{k} + x_0' m) \Gamma(x_0 \hat{p} + \hat{k} + x_0 m) M_H] \quad (1.2.11)$$

где m — масса кваркония.

Функции, входящие в след матриц в (1.2.11), существенно меняются при изменении k на величину $\sim m$. Так как в волновой функции $\tilde{\Psi}(k)$ характерные $k \sim m\sigma \ll m$, то след в (1.2.11) можно разложить по степеням k/m и оставить первый не обращающийся в 0 член. Это приближение эквивалентно нерелятивистской потенциальной модели. Для состояния с орбитальным моментом l главный член должен l раз содержать k/m , и амплитуда определяется интегралом

$$\Psi_{l, \dots, n_e} = 4x_0 x_0' \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \tilde{\Psi}(k) \frac{k^{l_1}}{m} \dots \frac{k^{l_e}}{m} \quad (1.2.12)$$

В частности, в случае s -волновых состояний амплитуда

$$M = \Psi_0 \frac{1}{4} \text{Sp} [(-\hat{p} + m) \Gamma(\hat{p} + m) M_H(0)] \quad (1.2.13)$$

содержит волновую функцию в нуле

$$\Psi_0 = 4x_0 x_0' \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \tilde{\Psi}(k) \quad (1.2.14)$$

Это естественно, т.к. жесткий процесс происходит на расстояниях $\sim 1/m$, много меньших радиуса кваркония $\sim 1/m\sigma$, поэтому амплитуда процесса пропорциональна амплитуде вероятности того, что кварк и антикварк оказались в одной точке. Введем скалярную величину $\Psi_e^2 = (-1)^l \Psi_{l_1, \dots, l_e} \Psi_{l_1, \dots, l_e}$, по порядку величины $\Psi_e \sim \Psi_0 \sigma^l$.

Нужно еще найти связь Ψ_0 с обычной нерелятивистской волновой функцией в нуле, квадрат модуля которой есть плотность вероятности. Проще всего это сделать, сравнив ширину какого-нибудь распада, выраженную через Ψ_0^2 , с той же шириной, выраженной через $|\Psi(0)|^2$. Поскольку связь универсальна, достаточно рассмотреть простейший случай — распад 1S_0 .

состояния кваркония (без учета цвета) на 2 различные безмассовые скалярные частицы через вершину $g\gamma^5$. Вычисляя матричный элемент по формуле (1.2.13), получим ширину

$$\Gamma = \frac{g^2 m^3}{4\pi} \Psi_0^2 \quad (1.2.15)$$

С другой стороны, легко получить сечение, усредненное по спинам начальных частиц, при $\sigma \ll 1$

$$\sigma = \frac{g^2}{16\pi\sigma} \quad (1.2.16)$$

Вероятность распада в единицу времени Γ' можно найти умножив сечение (1.2.16) на плотность потока $|\Psi(0)|^2 \sigma$, однако, она будет относиться к усредненному по спинам начальному состоянию. Рассматриваемый распад возможен лишь в 1 спиновом состоянии из 4 (с полным спином 0), поэтому эта вероятность Γ' связана с вероятностью распада паракваркония Γ соотношением $\Gamma' = \Gamma/4$. Отсюда мы имеем формулу Померанчука (см., напр., /75/):

$$\Gamma = 4 |\Psi(0)|^2 (\sigma^5)_{\sigma \rightarrow 0} \quad (1.2.17)$$

Подставляя (1.2.16) в (1.2.17) и сравнивая с (1.2.15), имеем

$$\Psi_0^2 = \frac{|\Psi(0)|^2}{m^3} \quad (1.2.18)$$

Величины Ψ_e отличаются от Ψ_0 наличием $\frac{k}{m}$ под интегралом, что в координатном представлении соответствует производным волновой функции в 0. Теперь учтем цвет. В формуле (1.2.11) Sp берется по спиновым и цветовым индексам, поэтому Γ явно подразумевает единичную цветовую матрицу. С учетом этого обстоятельства имеем окончательную формулу /38/

$$\Psi_e^2 = \frac{1}{N} \left| \frac{\nabla^{i_1} \dots \nabla^{i_e} \Psi_0}{m^{e+3/2}} \right|^2 \quad (1.2.19)$$

Величину Ψ_0 можно рассматривать как безразмерную константу связи связанного состояния; множитель Ψ_0^2 в сечении характеризует малость вероятности образования связанного

состояния по сравнению со свободной кварк-антикварковой парой. Поскольку радиус кваркония $\sim \frac{1}{m\sigma}$, $|\psi(0)|^2 \sim (m\sigma)^3$, и следовательно $\psi_0 \sim \sigma^{3/2}$. Качественно ψ_0^2 представляет из себя двухчастичный фазовый объем той области, в которую должны попасть кварк и антикварк, чтобы образовать связанное состояние. Экспериментальные значения ψ_0 для различных состояний кваркония см. в табл. 3.1.

В случае ортокваркония с $\ell \neq 0$ вычисленный описанным образом матричный элемент относится, однако, к состоянию кваркония с отдельно фиксированной поляризацией суммарного спина e и орбитального момента $\psi_e^{i_1 \dots i_\ell}$. Для вычисления матричного элемента для физического состояния с фиксированной поляризацией суммарного момента необходимо взять линейную комбинацию полученных матричных элементов с коэффициентами Клебша-Гордана сложения моментов ℓ и 1 в j , т.е. сделать замену

$$\psi_e^{i_1 \dots i_\ell} e_j \rightarrow \psi_e K^{i_1 \dots i_\ell j} (j, m) \quad (I.2.20)$$

где K - тензоры, построенные из коэффициентов Клебша-Гордана. Поскольку полная вероятность рождения состояний кваркония со всеми j, m равна вероятности, независимо просуммированной по поляризациям спина и орбитального момента, коэффициенты K удовлетворяют соотношению полноты

$$\sum_{j, m} K_{i_1 \dots i_\ell j}^* K^{i'_1 \dots i'_\ell j} = \delta_{(i_1 \dots i_\ell)}^{(i'_1 \dots i'_\ell)} \delta_j^{j'}, \quad (I.2.21)$$

(где круглые скобки означают симметризацию) которое удобно использовать для определения нормировок. Приведем здесь явные формулы, которые необходимы для рассмотрения распадов Р-волновых состояний. В них $q_0 = p/m$ - единичный временной орт, $e = e_z$ - единичный вектор вдоль оси распада (отвечающий проекции момента на эту ось, равной 0), $e_\pm = \frac{e_x \pm ie_y}{\sqrt{2}}$ векторы, соответствующие проекциям момента ± 1 , $\delta_L^{\mu\nu} = q^\mu q^\nu - e^\mu e^\nu - g^{\mu\nu}$. Итак,

$$\begin{aligned} K^{\alpha\beta}(0) &= \frac{1}{\sqrt{3}} (q^\alpha q^\beta - g^{\alpha\beta}) \\ K^{\alpha\beta}(1) &= \frac{i}{\sqrt{2}} \varepsilon^{\mu\alpha\beta\nu} q_\mu n_\nu \\ K^{\alpha\beta}(2,0) &= \sqrt{\frac{2}{3}} (e^\alpha e^\beta - \frac{1}{2} \delta_L^{\alpha\beta}) \\ K^{\alpha\beta}(2,\pm 1) &= \frac{1}{\sqrt{2}} (\ell^\alpha e_\pm^\beta + \ell^\beta e_\pm^\alpha) \\ K^{\alpha\beta}(2,\pm 2) &= e_\pm^\alpha e_\pm^\beta \end{aligned} \quad (I.2.22)$$

В формуле для $K^{\alpha\beta}(1)$ n^ν - вектор поляризации суммарного момента 1. В случае момента 2 явные формулы (I.2.22) становятся неудобными из-за присутствия векторов e_\pm , поэтому для вычисления ширин или сечений лучше пользоваться проекторами

$$\begin{aligned} \sum_{\substack{j=2 \\ m=\pm 2}} K_{ij}^* K_{i'j'} &= \frac{1}{2} [-\delta_{ij} \delta_{i'j'} + \delta_{ii'} \delta_{jj'} + \delta_{ij'} \delta_{i'j} + \delta_{ij} l_i l_{j'} + \\ &+ \delta_{ij'} l_i l_j - \delta_{ii'} l_j l_{j'} - \delta_{jj'} l_i l_{i'} - \delta_{ij'} l_i l_j - \delta_{ij} l_i l_{j'} + l_i l_j l_{i'} l_{j'}], \\ \sum_{\substack{j=2 \\ m=\pm 1}} K_{ij}^* K_{i'j'} &= \frac{1}{2} [\delta_{ii'} l_j l_{j'} + \delta_{jj'} l_i l_{i'} + \delta_{ij'} l_i l_j + \delta_{ij} l_i l_{j'} - 4 l_i l_j l_{i'} l_{j'}], \end{aligned}$$

$$\sum_{j=0} K_{ij}^* K_{i'j'} = \frac{1}{3} \delta_{ij} \delta_{i'j'}, \quad (I.2.23)$$

$$\sum_{j=1} K_{ij}^* K_{i'j'} = \frac{1}{2} (\delta_{ii'} \delta_{jj'} - \delta_{ij'} \delta_{i'j}),$$

$$\sum_{j=2} K_{ij}^* K_{i'j'} = \frac{1}{2} (\delta_{ii'} \delta_{jj'} + \delta_{ij'} \delta_{i'j} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \delta_{i'j'})$$

Пользуясь изложенной схемой и вычислив амплитуду жест-

кой стадии M_H в борновском приближении, можно получить ширины распадов кваркония. К ним имеются радиационные $O(\alpha_s), O(\alpha_s^2) \dots$ и релятивистские $O(v^2) \dots$ поправки. В случае позитрония $v \sim \alpha$, и релятивистская поправка одного порядка со второй радиационной. В случае кваркония v^2 - независимый параметр, больший, чем α_s^2 . Вычисление релятивистской поправки $O(v^2)$ требует более детальной информации о структуре связанного состояния, чем Ψ_e . Поэтому в рамках рассматриваемого приближения имеет смысл только вычисление первой радиационной поправки $O(\alpha_s)$. Как мы уже обсуждали в пункте I.1, поправки к сильным распадам зависят от аргумента и способа определения (т.е. схемы перенормировки) α_s в борновском члене; для электромагнитных распадов это не так. Вообще говоря, на уровне поправки $O(\alpha_s)$ разделение жесткой амплитуды и волновой функции Ψ_0 становится неоднозначным, существует возможность переопределить $\Psi_0 \rightarrow \Psi_0(1 + c \frac{\alpha_s}{\beta})$, что сдвинет на $2c$ коэффициенты во всех поправках (см. обсуждение в /74/).

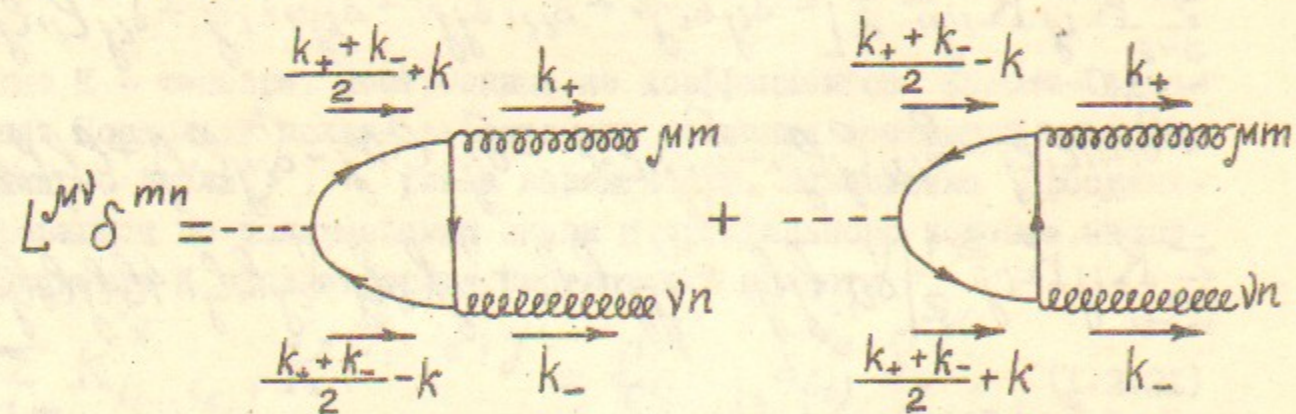


Рис. I.4

Перейдем к последовательному рассмотрению распадов кваркония с использованием описанного формализма и начнем с S-четных состояний. Вычислим, имея в виду дальнейшие приложения, амплитуду перехода кваркония в 2 виртуальных глюона (рис. I.4) /38/. Ограничимся S и P волновыми состояниями $^1S_0(\eta_q), ^3P_0(X_0), ^3P_1(X_1), ^3P_2(X_2)$. Для η_q этот блок равен

$$L^{\mu\nu}(\eta_q) = \frac{4g^2\psi_0}{1-k_+^2-k_-^2} i \varepsilon^{\mu\nu\alpha\beta} k_{+\alpha} k_{-\beta} \quad (I.2.24)$$

Для X состояний с отдельно фиксированной поляризацией суммарного спина e^μ и орбитального момента ψ_2^μ он равен

$$L^{\mu\nu}(X_q) = \frac{4g^2}{(1-k_+^2-k_-^2)^2} \left\{ (k_+-k_-)\psi_1 \left[(k_+-k_-) \cdot e g^{\mu\nu} + 2(k_-^\mu e^\nu - k_+^\nu e^\mu) \right] + (1-k_+^2-k_-^2) \left[-(\psi_1^\mu e^\nu + \psi_1^\nu e^\mu) + (k_+^2-k_-^2)(\psi_1^\mu e^\nu - \psi_1^\nu e^\mu) + (k_+-k_-) \cdot \psi_1 (e^\mu q^\nu - e^\nu q^\mu) - (k_+-k_-) \cdot e (\psi_1^\mu q^\nu - \psi_1^\nu q^\mu) \right] \right\} \quad (I.2.25)$$

В формулах (I.2.24 - 26) импульсы k_+, k_- приведены в единицах m . Чтобы спроектировать эту амплитуду на физические состояния X_0, X_1, X_2 , в ней надо произвести замену (I.2.20) с использованием тензоров (I.2.22). Формулы (I.2.24-I.2.25) можно переписать в явно калибровочно-инвариантном виде

$$L^{\mu\nu}(\eta_q) = \frac{-ig^2\psi_0}{1-k_+^2-k_-^2} (\tilde{F}_{+\alpha\beta}^\mu F_{-\alpha\beta}^\nu + \tilde{F}_{-\alpha\beta}^\nu F_{+\alpha\beta}^\mu) \quad (I.2.26)$$

$$L^{\mu\nu}(X_q) = \frac{-8g^2}{(1-k_+^2-k_-^2)^2} \left\{ F_{+\alpha\beta}^\mu e^\alpha F_{-\gamma\beta}^\nu \psi_2^\gamma + F_{-\alpha\beta}^\nu e^\alpha F_{+\gamma\beta}^\mu \psi_1^\gamma - \frac{2}{(1-k_+^2-k_-^2)(k_+^2-k_-^2)} \left[F_{+\alpha\beta}^\mu e^\alpha \omega_+^\beta \cdot F_{-\gamma\delta}^\nu \psi_1^\gamma \omega_-^\delta - F_{-\alpha\beta}^\nu e^\alpha \omega_-^\beta F_{+\gamma\delta}^\mu \psi_1^\gamma \omega_+^\delta \right] \right\}$$

где $F_{+\alpha\beta}^\mu = k_{+\alpha} \delta_{\beta}^\mu - k_{+\beta} \delta_{\alpha}^\mu, F_{-\alpha\beta}^\nu = k_{-\alpha} \delta_{\beta}^\nu - k_{-\beta} \delta_{\alpha}^\nu,$

$$\omega_+^\alpha = (1-k_+^2-k_-^2)q - k_-, \omega_-^\alpha = (1-k_+^2-k_-^2)q - k_+, q = k_+ + k_-$$

В качестве простого частного случая из (I.2.24-25) можно получить амплитуды распада на 2 реальных глюона. Тогда для X_1 получим 0 в соответствии с теоремой Ландау, для X_2 амплитуда отлична от 0 только если проекция момента на ось распада равна ± 2 , и спиральности глюонов противоположны.

Отсюда следуют известные формулы для адронных ширин /73-74, 76/

$$\begin{aligned} \Gamma(\eta_q \rightarrow \text{адроны}) &= 8\pi N_C m \alpha_s^2 \psi_0^2 \\ \Gamma(X_0 \rightarrow \text{адроны}) &= 96\pi N_C m \alpha_s^2 \psi_1^2 \\ \Gamma(X_2 \rightarrow \text{адроны}) &= \frac{128\pi}{5} N_C m \alpha_s^2 \psi_1^2 \end{aligned} \quad (\text{I.2.27})$$

Ширин распадов на 2 фотона можно получить отсюда заменой зарядового множителя $\alpha_s^2 \rightarrow Q_9^4 \alpha^2$ и цветового шпура $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} 2N_C \rightarrow NN$, откуда

$$\begin{aligned} \Gamma(\eta_q \rightarrow \gamma\gamma) &= 16\pi N^2 Q_9^4 m \alpha^2 \psi_0^2 \\ \Gamma(X_0 \rightarrow \gamma\gamma) &= 192\pi N^2 Q_9^4 m \alpha^2 \psi_1^2 \\ \Gamma(X_2 \rightarrow \gamma\gamma) &= \frac{256\pi}{5} N^2 Q_9^4 m \alpha^2 \psi_1^2 \end{aligned} \quad (\text{I.2.28})$$

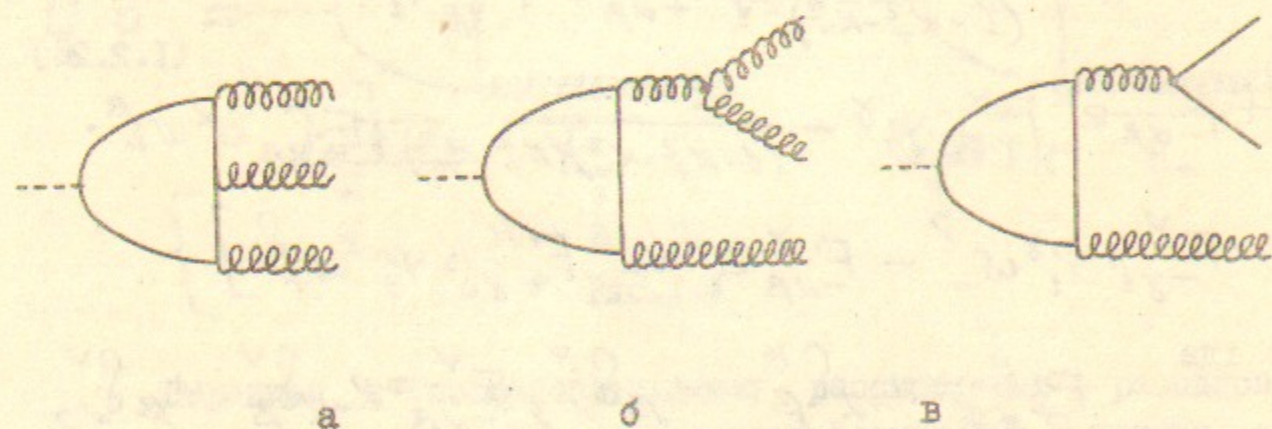


Рис. I.5

Адронная ширина X_1 определяется диаграммами рис. I.5. В рассматриваемом приближении они логарифмически расходятся, когда глюон становится мягким. Реально логарифм обрезается характерной виртуальностью кварка в кварконии. Логарифмические особенности диаграмм рис. I.5а и б сокращаются, и в

логарифмическом приближении ширина определяется распадом $X_1 \rightarrow q\bar{q}g$ (рис. I.5в) /77/. Ее можно найти из (I.2.24), считая один из глюонов реальным и мягким, при этом получится результат /78/ (см. также /73/):

$$\Gamma(X_1 \rightarrow \text{адроны}) = \frac{128}{9} n_f N_C m \alpha_s^3 \psi_1^2 L \quad (\text{I.2.29})$$

где $L \approx \ln \frac{m}{\Delta}$, Δ - характерная виртуальность кварков в кварконии, n_f - число сортов кварков более легких, чем q .

Вычислены радиационные поправки к адронным и двухфотонным ширинам η_q, X_0, X_2 /79-80, 74/. В случае X_0, X_2 они содержат логарифмическую особенность, как и ширина X_1 (I.2.28). Поправки к двухфотонным ширинам не зависят от схемы перенормировки:

$$\begin{aligned} \Gamma(\eta_q \rightarrow \gamma\gamma) &= \Gamma_0 \left[1 - \left(5 - \frac{\pi^2}{4}\right) \frac{\alpha_s}{\pi} \right] \\ \Gamma(X_0 \rightarrow \gamma\gamma) &= \Gamma_0 \left[1 + \left(\frac{\pi^2}{4} - \frac{7}{3}\right) \frac{\alpha_s}{\pi} \right] \\ \Gamma(X_2 \rightarrow \gamma\gamma) &= \Gamma_0 \left[1 - 4 \frac{\alpha_s}{\pi} \right] \end{aligned} \quad (\text{I.2.30})$$

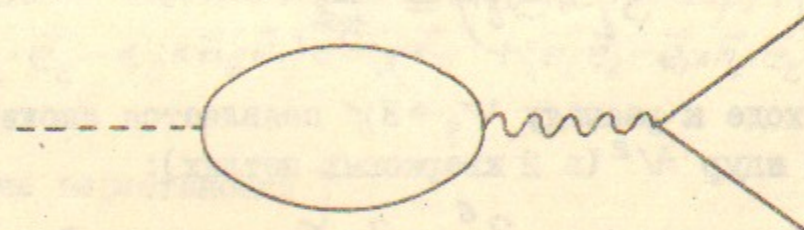


Рис. I.6

Перейдем к векторному кварконии $^1S_1(\psi_q)$ и рассмотрим его распад на e^-e^+ или $\mu^-\mu^+$ (рис. I.6). Простое вычисление дает

$$\Gamma(\psi_q \rightarrow e^-e^+) = \frac{16\pi}{3} N^2 Q_9^2 m \alpha^2 \psi_0^2 \quad (\text{I.2.31})$$

Существуют, конечно, также адронные распады через виртуальный фотон, их ширина получается умножением (I.2.31) на R (I.2.1-2). Вычислена радиационная поправка к этому распаду /81-82/:

$$\Gamma = \Gamma_0 \left(1 - \frac{16}{3} \frac{\alpha_s}{\pi}\right) \quad (\text{I.2.32})$$

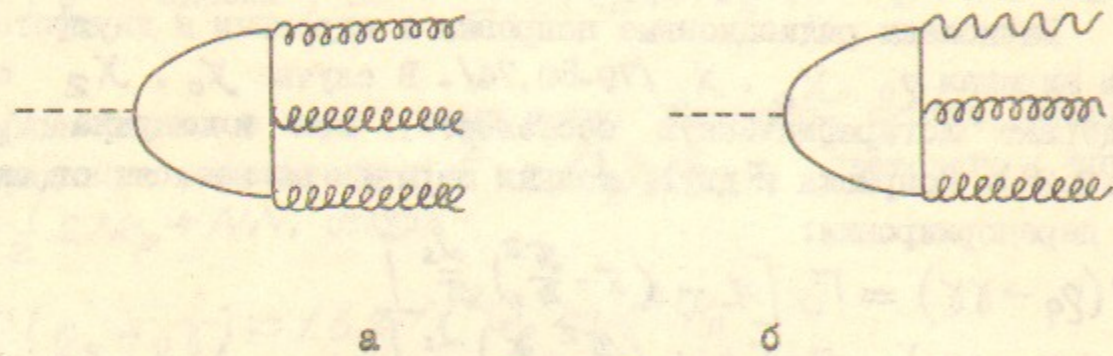


Рис. I.7

Ширины распадов Ψ_0 на $3g$ -адроны и $\gamma + 2g = \gamma$ -адроны (рис. I.7а, б) легко получить из формулы Ора-Пауэлла для трехфотонного распада ортопозитрония (см., напр., /75/)

$$\Gamma(\Psi_0 \rightarrow 3\gamma) = \frac{2^6}{3^2} (\pi^2 - 9) m \alpha^3 \Psi_0^2 \quad (\text{I.2.33})$$

При переходе к распаду $\Psi_0 \rightarrow 3g$ появляется множитель Q_9^6 и цветовой шпур N^2 (в 2 кварковых петлях):

$$\Gamma(\Psi_0 \rightarrow 3g) = \frac{2^6}{3^2} N^2 Q_9^6 (\pi^2 - 9) m \alpha^3 \Psi_0^2 \quad (\text{I.2.34})$$

При переходе же к распаду $\Psi_0 \rightarrow 3g$ α^3 заменяется на α_s^3 , и появляется цветовой шпур $[sp(t^a t^b t^c)]_{sym}^2 = \frac{1}{4} d^{abc} \frac{1}{4} d^{abc} = \frac{1}{16} \frac{N^2 - 4}{N} 2N C_F$, так что

$$\Gamma(\Psi_0 \rightarrow \text{адроны}) = \frac{2^3}{3^2} (N^2 - 4) C_F (\pi^2 - 9) m \alpha_s^3 \Psi_0^2 \quad (\text{I.2.35})$$

И наконец, при переходе к распаду $\Psi_0 \rightarrow \gamma + 2g$ α^3 заменяется на $Q_9^2 \alpha_s^2$, множитель тождественности $\frac{1}{3!}$ - на $\frac{1}{2!}$, и появляет-

ся цветовой шпур $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot 2 C_F N$, что дает

$$\Gamma(\Psi_0 \rightarrow \gamma + \text{адроны}) = \frac{2^5}{3} N C_F Q_9^2 m \alpha_s^2 \Psi_0^2 (\pi^2 - 9) \quad (\text{I.2.36})$$

Недавно была вычислена (численно) радиационная поправка к ширинам $\Psi_0 \rightarrow$ адроны и γ -адроны /83/, что является значительно более сложной задачей, чем в случае двухчастичных распадов. С учетом этого, относительная вероятность распада $\Psi_0 \rightarrow e^- e^+, \mu^- \mu^+$ становится, пожалуй, наилучшим местом для определения из эксперимента α_s и, следовательно, Λ . Ее экспериментальное значение дает для α_s в схеме перенормировки $\overline{MS}: \alpha_s^{MS}(0,48(2)M_Y) = 0,158_{-0,010}^{+0,012} \Delta_{4/3}^{MS} = 100_{-25}^{+34}$ Мэв (индекс указывает на интервал между порогами 3 и 4 кварков).

Представляют интерес более детальные характеристики распадов $\Psi_0 \rightarrow 3g, \gamma + 2g$, чем полные ширины. Эффективная вершина распада позитрония на 3 фотона имеет структуру (см., напр., /84/)

$$M \sim (F^{\alpha\beta} F_{\alpha\beta} F^{\mu\nu} F_{\mu\nu} - \tilde{F}^{\alpha\beta} F_{\alpha\beta} \tilde{F}^{\mu\nu} F_{\mu\nu}) \quad (\text{I.2.37})$$

где $F^{\alpha\beta}$ ($\tilde{F}^{\alpha\beta}$) - тензор (дуальный тензор) электромагнитного поля, $F_{\mu\nu}$ - тензор поля позитрония. В трехмерном виде (соответствующая формула в /84/ содержит опечатку)

$$M \sim [(\vec{e}_1 \times \vec{n}_1 \cdot \vec{e}_2 + \vec{e}_2 \times \vec{n}_2 \cdot \vec{e}_1) \vec{e} \cdot \vec{e}_3 \times \vec{n}_3 + (\vec{e}_1 \vec{e}_2 - \vec{e}_1 \times \vec{n}_1 \cdot \vec{e}_2 \times \vec{n}_2) \vec{e} \cdot \vec{e}_3 + \dots] \quad (\text{I.2.38})$$

+ циклические перестановки]

где $\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3$ - поляризации фотонов, $\vec{n}_1, \vec{n}_2, \vec{n}_3$ - их направления движения, а \vec{e} - поляризация позитрония. Возводя (I.2.38) в квадрат и производя суммирование по поляризациям фотонов и усреднение по поляризации позитрония, легко получить дифференциальную ширину для неполяризованного позитрония (см., напр., /75, 84/)

$$\frac{1}{\Gamma} \frac{d\Gamma}{dz_1 dz_2} = \frac{1}{\pi^2 - 9} \left[\left(\frac{1-z_3}{z_1 z_2} \right)^2 + \left(\frac{1-z_2}{z_1 z_3} \right)^2 + \left(\frac{1-z_1}{z_2 z_3} \right)^2 \right] \quad (\text{I.2.39})$$

Интегрируя по одной из частот, получим спектр

$$\frac{1}{\Gamma} \frac{d\Gamma}{dz} = \frac{2}{z^2 - g} F(z) \quad (I.2.40)$$

$$F(z) = \frac{z(1-z)}{(2-z)^2} + \frac{2-z}{z} + \left[\frac{e(1-z)}{z^2} - \frac{2(1-z)^2}{(2-z)^3} \right] \ln(1-z)$$

Формулы (I.2.39-40) относятся и к распадам $\Psi_q \rightarrow 3g, \gamma + 2g$.
Формулу (I.2.38) можно непосредственно проверить при условии восстановления осей струй. Из (I.2.39) можно интегрированием получить, например, $\frac{1}{\Gamma} \frac{d\Gamma}{d\Omega}$ или поток энергии в конус и корреляцию потоков энергии для адронных распадов Ψ_q , а (I.2.40) дает спектр прямых фотонов в распаде $\Psi_q \rightarrow \gamma + \text{адроны}$.

Исходя из (I.2.38), нетрудно также рассмотреть распад поляризованного Ψ_q /85,86/. Для дифференциальной ширины тогда получится /85/

$$\frac{4\pi}{\Gamma} \frac{d\Gamma}{dz_1 dz_2 d\Omega_2} = \frac{3}{8} \frac{1}{z^2 - g} \left[(1 - \vec{n}_2 \vec{n}_3)^2 (1 - (\vec{e} \vec{n}_1)^2) + (1 - \vec{n}_1 \vec{n}_3)^2 (1 - (\vec{e} \vec{n}_2)^2) + (1 - \vec{n}_1 \vec{n}_2)^2 (1 - (\vec{e} \vec{n}_3)^2) \right] \quad (I.2.41)$$

$$= \frac{3}{2(z^2 - g)} \left[\left(\frac{1-z_1}{z_1 z_3} \right)^2 \sin^2 \alpha_1 + \left(\frac{1-z_2}{z_1 z_3} \right)^2 \sin^2 \alpha_2 + \left(\frac{1-z_3}{z_1 z_2} \right)^2 \sin^2 \alpha_3 \right]$$

где α_i - угол между \vec{e} и \vec{n}_i . Поляризационные эффекты максимальны, когда \vec{e} лежит в плоскости распада, и полностью отсутствуют, когда \vec{e} ей перпендикулярно. Ширина (I.2.41) обращается в 0, когда направления движения всех глюонов близки к $\perp \vec{e}$. Спектр глюонов или фотонов, летящих под углом α к вектору поляризации \vec{e} , дается формулой

$$\frac{(g^2 - g) d\Gamma}{\Gamma dz d(\cos \alpha)} = F_{||}(z) \cos^2 \alpha + F_{\perp}(z) \sin^2 \alpha \quad (I.2.42)$$

причем $F(z) = \frac{1}{3} (F_{||}(z) + 2F_{\perp}(z))$, а

$$F_{||}(z) = -3 \frac{1-z}{z^4} \left[2z \frac{z^2 + 3(2-z)^2}{(2-z)^2} + \frac{z^4 + 3(2-z)^4}{(2-z)^3} \ln(1-z) \right] \quad (I.2.43)$$

Спектры $F_{||}(z), F_{\perp}(z), F(z)$ изображены на рис. I.8. Они поддаются прямому сравнению с экспериментом как спектры прямых фотонов в процессе $e^- e^+ \rightarrow \Psi_q \rightarrow \gamma + \text{адроны}$. Обращение в 0 $F_{||}(z)$ при $z \rightarrow 1$ связано с тем фактом, что в этом случае

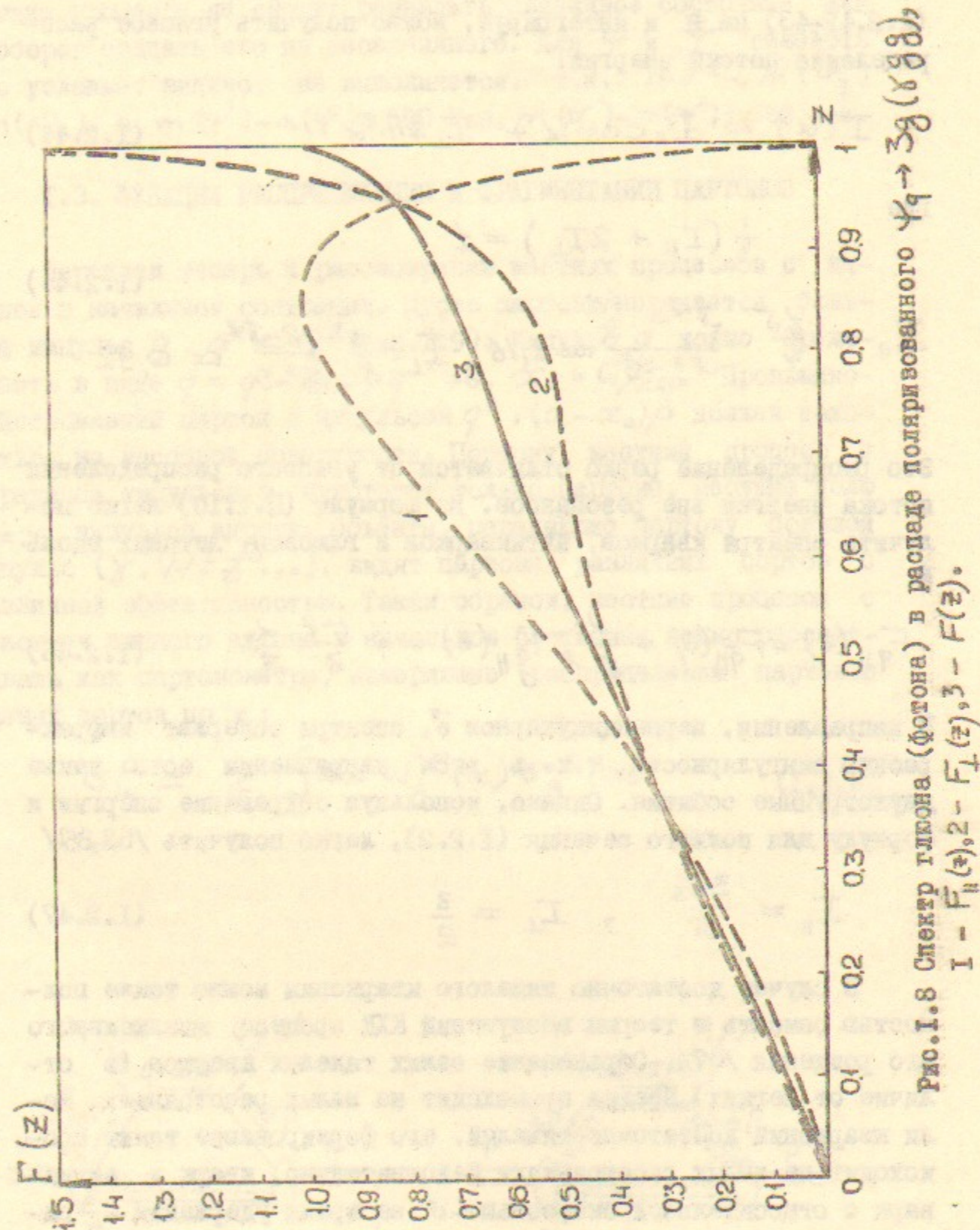


Рис. I.8 Спектр глюона (фотона) в распаде поляризованного $\Psi_q \rightarrow 3g(\gamma\gamma\gamma)$,
 $I - F_{||}(z), 2 - F_{\perp}(z), 3 - F(z)$.

все глюоны должны лететь вдоль вектора \vec{e} . Умножая (I.2.42-43) на \vec{z} и интегрируя, можно получить угловое распределение потока энергии:

$$I(\alpha) = I_{\parallel} \cos^2 \alpha + I_{\perp} \sin^2 \alpha \quad (I.2.44)$$

где

$$\frac{1}{3} (I_{\parallel} + 2I_{\perp}) = 1 \quad (I.2.45)$$

$$I_{\parallel} = \frac{15}{4} \frac{\pi^2 - \frac{48}{5}}{\pi^2 - 9} \approx 1,16, \quad I_{\perp} = \frac{3}{8} \frac{12 - \pi^2}{\pi^2 - 9} \approx 0,92$$

Это распределение резко отличается от углового распределения потока энергии вне резонансов. Из формулы (II.1.10) легко получить спектры кварков, антикварков и глюонов, летящих вдоль \vec{e} :

$$F_{q\parallel}(z) = F_{\bar{q}\parallel}(z) = \frac{\alpha_s}{\pi}, \quad F_{g\parallel}(z) = 4 \frac{1-z}{z} \frac{\alpha_s}{\pi} \quad (I.2.46)$$

В направлении, перпендикулярном \vec{e} , спектры содержат инфракрасную сингулярность, т.к. в этом направлении есть также двухструйные события. Однако, используя сохранение энергии и формулу для полного сечения (I.2.2), легко получить /53,85/

$$I_{\parallel} = \frac{3\alpha_s}{\pi}, \quad I_{\perp} = \frac{3}{2} \quad (I.2.47)$$

В случае достаточно тяжелого кваркония можно также полностью описать в теории возмущений КХД процесс инклюзивного его рождения /87/. Образование самих тяжелых кварков (в отличие от легких) всегда происходит на малых расстояниях. Если кварконий достаточно тяжелый, его формирование также происходит на малых расстояниях. Действительно, кварк и антикварк с относительной скоростью $\sim \sigma$ за время удержания $\sim \frac{1}{\mu}$ разойдутся на расстояние $\sim \frac{\sigma}{\mu}$. Если оно много больше размера мезона $\sim \frac{1}{m\sigma}$, они уже не смогут образовать связанное состояние. Кварконий в этом смысле является достаточно тяжелым, если $m\sigma^2 \gg \mu$. Это условие легко понять и из энергетичес-

ких соображений: если энергия связи мезона $\sim m\sigma^2 \gg \mu$, то мягкие процессы не смогут развалить связанное состояние или наоборот создать его из несвязанного. Для Ψ и Υ семейств это условие, видимо, не выполняется, т.к. $m\sigma^2 \sim m(\Psi_q') - m(\Psi_q)$, а $m(\Psi') - m(\Psi) \approx 590$ МэВ, $m(\Upsilon') - m(\Upsilon) \approx 560$ МэВ.

I.3. ФУНКЦИИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ И ФРАГМЕНТАЦИИ ПАРТОНОВ

Перейдем теперь к рассмотрению жестких процессов с адроном в начальном состоянии. Пусть партону передается большой импульс q , $q^2 = -Q^2$ (рис. I.9). Импульс q можно представить в виде $q = q' - x_0 p$, $q'^2 = 0$, $x_0 = Q^2/2q_0 p$. Провзаимодействовавший партон с импульсом $q' + (x - x_0)p$ должен находиться на массовой поверхности. Поэтому жесткий процесс с передачей импульса q чувствует только партоны, несущие долю $x = x_0$ импульса адрона. Объекты, передающие партону большой импульс ($\gamma, W^{\pm}, Z^0, \dots$), видят партоны различных сортов с различной эффективностью. Таким образом, жесткие процессы с участием данного адрона в начальном состоянии можно рассматривать как партонметры, измеряющие распределения партонов разных сортов по x :

$$\sigma_h^p = \sum_a \int_0^1 dx w_h^a(x) \sigma_a^p(x) \quad (I.3.1)$$

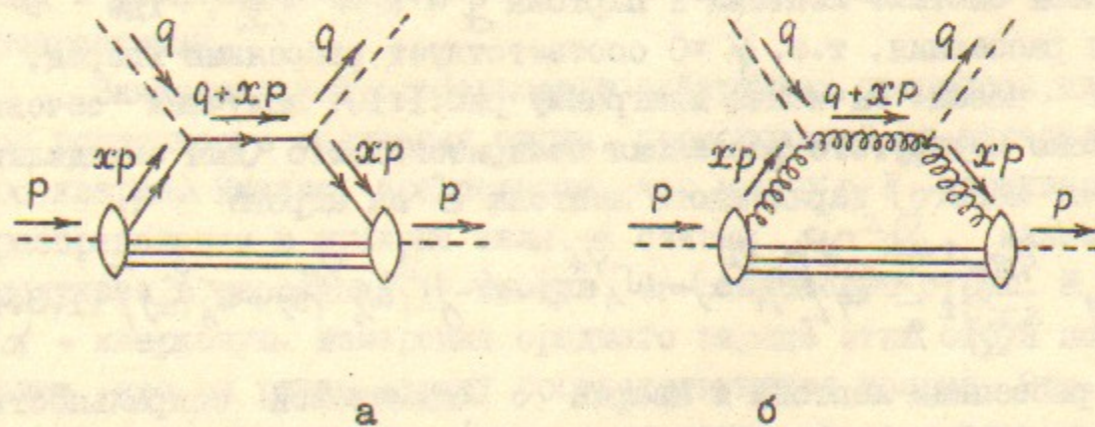


Рис. I.9

где σ_h^p - сечение жесткого процесса p с участием адрона h , w_h^a - распределение партонов a в адроне h , σ_a^p - сечение процесса p с участием партона a . Функции распределения партонов в адроне должны удовлетворять правилам сумм, отражающим сохранение зарядов и импульса:

$$\int [w_h^q(x) - w_h^{\bar{q}}(x)] dx = n_h^q \quad (I.3.2)$$

где n_h^q - число валентных кварков q в адроне h , и

$$\sum_a \int w_h^a(x) x dx = 1 \quad (I.3.3)$$

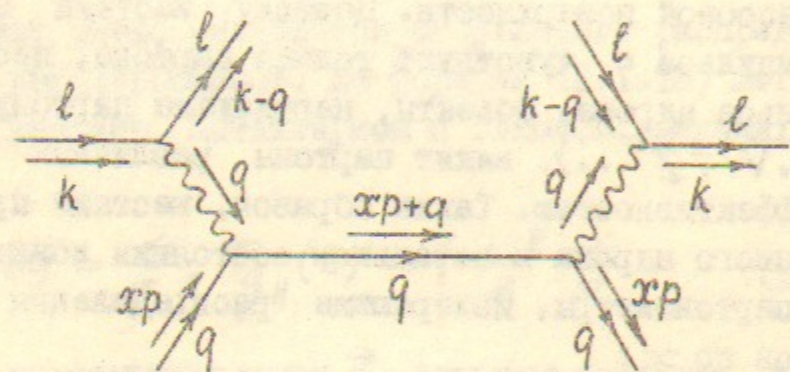


Рис. I.10

В случае глубоко неупругого лептон-адронного рассеяния имеется вторая, кроме x_0 , независимая кинематическая переменная y - доля энергии лептона, переданная адронам: $y = Pq^0/PK$, где K - начальный импульс лептона. В брейтовской системе лептона и партона $y = \sin^2 \theta/2$, где θ - угол рассеяния, т.е. $y=0$ соответствует рассеянию вперед, а $y=1$ - назад. Вычисляя диаграмму рис. I.10, получаем сечение глубоко неупругого рассеяния поляризованного (для определенности, левого) заряженного лептона l на адроне h :

$$\frac{d\sigma^{l_2 \rightarrow l_1}}{dx dy} = \frac{4\pi\alpha^2}{sx y^2} \sum_q Q_q^2 \left[w_h^{q_L}(x) + w_h^{\bar{q}_L}(x) + (1-y)^2 (w_h^{q_R}(x) + w_h^{\bar{q}_R}(x)) \right] \quad (I.3.4)$$

При рассеянии лептона и кварка с одинаковой спиральностью (рис. I.11а), в силу сохранения спиральности лептона и кварка

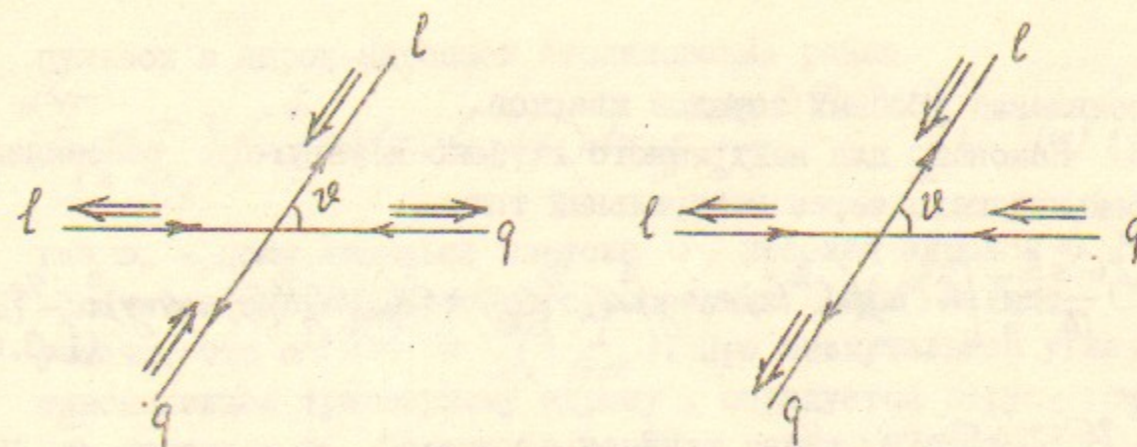


Рис. I.11

проекция момента на направление движения частиц как до, так и после рассеяния равна 0, если же спиральности противоположны (рис. I.11б), проекции равны 1, что дает дополнительный множитель $(1-y)^2$. Аналогично, для нейтринного глубоко неупругого рассеяния, происходящего через заряженный слабый ток,

$$\frac{d\sigma_h^{\nu_e \rightarrow l}}{dx dy} = \frac{2G_F^2 s x}{\pi} \left[w_h^{d_L}(x) + w_h^{s_L}(x) + (1-y)^2 (w_h^{\bar{u}_L}(x) + w_h^{\bar{c}_L}(x)) \right] \quad (I.3.5)$$

$$\frac{d\sigma_h^{\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{l}}}{dx dy} = \frac{2G_F^2 s x}{\pi} \left[w_h^{\bar{d}_R}(x) + w_h^{\bar{s}_R}(x) + (1-y)^2 (w_h^{u_R}(x) + w_h^{c_R}(x)) \right]$$

Эти формулы справедливы существенно выше порога рождения очарованных частиц. Проследив за тем, во что превращаются кварки и антикварки после рассеяния (переходы внутри дублетов происходят с вероятностью $\propto \cos^2 \theta_c$, а между ними - $\propto \sin^2 \theta_c$), легко выделить в этих сечениях вклады, связанные с рождением адронных систем с определенной странностью и очарованием.

Замечательной особенностью нейтринных процессов является возможность получения струи, происходящей от определенного кварка. Именно, предполагая, что при $x \sim 1$ антикварковые распределения в нуклоне малы, и считая $\sin^2 \theta_c$ малым, мы получаем в рассеянии ν чистую u -кварковую струю, а $\bar{\nu}$ - d -кварковую. Измерения среднего заряда этих струй показывают, что он равен заряду соответствующего кварка. Это, пожалуй, самое наглядное (хотя и не самое теоретически чистое)

проявление дробных зарядов кварков.

Наконец, для нейтринного глубоко неупругого рассеяния, происходящего через нейтральный ток,

$$\frac{d\sigma_h^{\nu \rightarrow \nu}}{dx dy} = \frac{2G^2 s x}{\pi} \sum_q \left[C^2(q_L) (w_h^{q_L}(x) + (1-y)^2 w_h^{\bar{q}_L}(x)) + C^2(q_R) (w_h^{q_R}(x) + (1-y)^2 w_h^{\bar{q}_R}(x)) \right] \quad (I.3.6)$$

$$\frac{d\sigma_h^{\bar{\nu} \rightarrow \bar{\nu}}}{dx dy} = \frac{2G^2 s x}{\pi} \sum_q \left[C^2(q_L) (w_h^{\bar{q}_L}(x) + (1-y)^2 w_h^{q_L}(x)) + C^2(q_R) (w_h^{\bar{q}_R}(x) + (1-y)^2 w_h^{q_R}(x)) \right]$$

где в модели Вайнберга-Салама заряды правых и левых кварков по отношению к нейтральному току равны $C(q_{L,R}) = I_3(q_{L,R}) - Q_q \sin^2 \vartheta_w$, ϑ_w - угол Вайнберга. Используя формулы (I.3.4-6), изотопическую симметрию функций распределения партонов в p и n , а также правила сумм (I.3.2-3), удастся получить большое количество соотношений для глубоко неупругого рассеяния e, μ (через γ), $\nu, \bar{\nu}$ (через W, Z^0) на p, n (см., напр., /94-96/).

При столкновении двух адронов кварк из одного может аннигилировать с антикварком из другого в лептонную пару с большой инвариантной массой Q^2 (процесс Дрелла-Яна). Его сечение равно

$$\frac{d\sigma_{h_1 h_2}^{e^+ e^-}}{dQ^2} = \frac{4\pi d^2}{3NQ^4} \sum_q Q^2 \int_0^1 dx_1 dx_2 \delta\left(\frac{Q^2}{s} - x_1 x_2\right) \left[w_{h_1}^q(x_1) w_{h_2}^{\bar{q}}(x_2) + w_{h_1}^{\bar{q}}(x_1) w_{h_2}^q(x_2) \right] \quad (I.3.7)$$

s - квадрат полной энергии начальных адронов в их ц-системе. Сечение процесса Дрелла-Яна в случае мезон-барионного рассеяния существенно больше, чем барион-барионного, поскольку мезон в отличие от бариона содержит валентный антикварк.

При столкновении двух лептонов ($e^- e^+$ аннигиляция) может родиться кварк-антикварковая пара. Инклюзивное сечение рождения адрона с долей энергии $x = 2E/Q$ равно

$$\frac{d\sigma_h^{e^- e^+}}{dx} = \frac{4\pi d^2}{3Q^2} N \sum_q Q^2 \left[w_q^h(x) + w_{\bar{q}}^h(x) \right] \quad (I.3.8)$$

где $w_{q, \bar{q}}^h(x)$ - функция фрагментации кварка q (или антикварка \bar{q}) в адрон h .

Наконец, два партона из столкнувшихся адронов могут превратиться в два партона с большим поперечным импульсом. Инклюзивное сечение рождения адрона с большим поперечным им-

пульсом в адрон-адронном столкновении равно

$$E_h \frac{d^3\sigma}{d^3p_{h, a, a_2}} = \sum \int w_{h_1}^{a_1}(x_1) dx_1 w_{h_2}^{a_2}(x_2) dx_2 \frac{d\sigma_{a_1 a_2 \rightarrow a a'}}{dt} \frac{1}{x} w_a^h(x) \quad (I.3.9)$$

где x - доля импульса партона a , несомая адроном h , и $\frac{d\sigma}{dt}$ - сечение партон-партонного рассеяния (при выводе (I.3.9) учтено, что $dt dx = \frac{d^3p_h}{E_h} \frac{1}{\pi x}$). При азимутальном угле, противоположном триггерному адрону, образуется струя, вызванная партоном a' . Партоновые сечения равны /97-98/

$$\frac{d\sigma_{ab \rightarrow cd}}{dt} = \frac{\pi ds^2}{s^2} \sum_{ab \rightarrow cd} \quad (I.3.10)$$

где величины $\sum_{ab \rightarrow cd}$ приведены в табл. I.1.

Партонометр рассматривает адрон с разрешением $\sim 1/Q$, и видит партоны с виртуальностью вплоть до Q^2 . В квантовой теории поля партон, видимый как целое с разрешением Q_0 , при рассмотрении с большим разрешением $Q \gg Q_0$ оказывается окруженным шубой более виртуальных партонов. Поэтому функция распределения партонов начинает зависеть от разрешения Q . При увеличении разрешения кварк может быть разрешен на кварк и глюон, а глюон на два глюона или кварк и антикварк. Это может повторяться многократно, т.е. возникает дерево последовательных разрешений партона на партоны с большей виртуальностью, последний из которых имеет виртуальность вплоть до Q^2 (рис. I.12). Партон, являющийся виртуальной частицей в шубе партона более низкого уровня, в свою очередь оказывается источником партонов более высоких уровней, и начинает точно такой же каскад, только в уменьшенном масштабе.

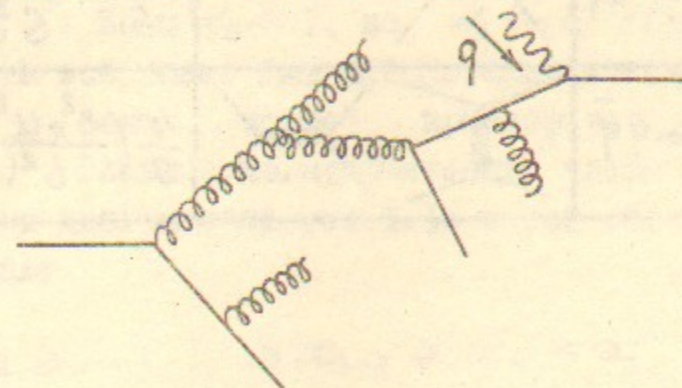


Рис. I.12

Таблица I.I

Величины Σ , определяющие сечения партон-партонного рассеяния (формула (I.3.10))

Процесс	Диаграммы	Σ
$gg \rightarrow gg$		$\frac{g}{2} \left(3 - \frac{tu}{s^2} - \frac{su}{t^2} - \frac{st}{u^2} \right)$
$gg \rightarrow q\bar{q}$		$\frac{1}{6} \left(\frac{t}{u} + \frac{u}{t} \right) - \frac{3}{8} \frac{t^2 + u^2}{s^2}$
$q\bar{q} \rightarrow gg$		$\frac{32}{27} \left(\frac{t}{u} + \frac{u}{t} \right) - \frac{8}{3} \frac{t^2 + u^2}{s^2}$
$gg \rightarrow q\bar{q}$		$-\frac{4}{9} \left(\frac{s}{u} + \frac{u}{s} \right) + \frac{s^2 + u^2}{t^2}$
$qq' \rightarrow qq'$		$\frac{4}{9} \frac{s^2 + u^2}{t^2}$
$qq \rightarrow qq$		$\frac{4}{9} \left(\frac{s^2 + u^2}{t^2} + \frac{s^2 + t^2}{u^2} \right) - \frac{8}{27} \frac{s^2}{tu}$
$q\bar{q} \rightarrow q\bar{q}$		$\frac{4}{9} \frac{u^2 + t^2}{s^2}$
$q\bar{q} \rightarrow q\bar{q}$		$\frac{4}{9} \left(\frac{s^2 + u^2}{t^2} + \frac{u^2 + t^2}{s^2} \right) - \frac{8}{27} \frac{u^2}{ts}$

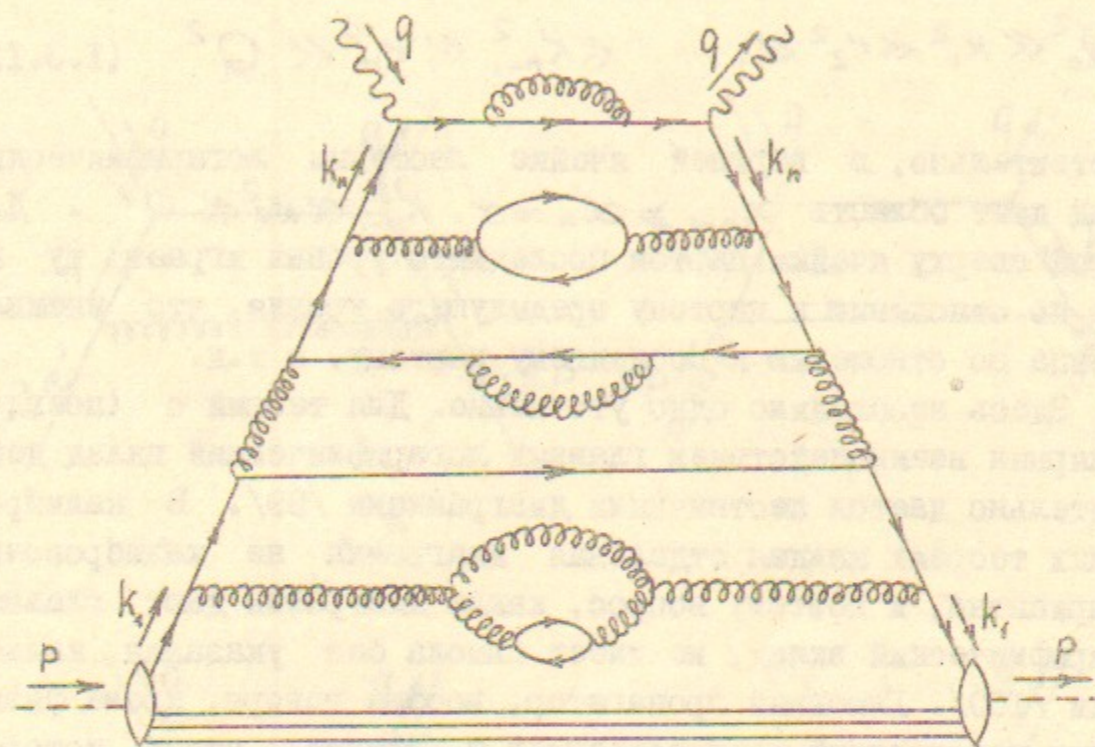


Рис. I.13

Обсудим, как возникает такая картина при вычислении диаграмм для жестких процессов. Если для процесса с передачей импульса Q использовать функции распределения партонов, нормированные в той же точке Q , то сечение процесса будет даваться партонной формулой (I.3.1) (рис. I.9). Если же точка нормировки $Q_0 \ll Q$, то возникнут логарифмические поправки. При $\alpha_s \sim 1$ инфракрасные логарифмы отсутствуют, и на каждую α_s приходится один коллинеарный логарифм, т.е. поправки имеют вид $(\alpha_s \ln Q^2/Q_0^2)^n$. Если $\alpha_s \ll 1$, но $\alpha_s \ln Q^2/Q_0^2 \sim 1$, то необходимо учитывать все такие главные логарифмические члены, но на их фоне можно пренебречь членами $\alpha_s^k (\alpha_s \ln Q^2/Q_0^2)^{n-k}$. Главные логарифмические члены как раз и даются лестничными диаграммами рис. I.13 в той области, где доли импульса убывают

$$\alpha' = \alpha_1 \geq \alpha_2 \geq \dots \geq \alpha_{n-1} \geq \alpha_n = \alpha \quad (I.3.11)$$

а виртуальности возрастает вверх по лестнице

$$Q_0^2 \ll k_1^2 \ll k_2^2 \ll \dots \ll k_{n-1}^2 \ll k_n^2 \ll Q^2 \quad (I.3.I2)$$

Действительно, в верхней ячейке лестницы логарифмический вклад дает область $x_{n-1} \gg x_n = x$, $k_{n-1}^2 \ll k_n^2 \ll Q^2$. Для второй сверху ячейки партон последнего уровня играет ту же роль по отношению к партону предыдущего уровня, что внешняя частица по отношению к последнему партону, и т.д.

Здесь необходимо одно уточнение. Для теорий с (псевдо) скалярным взаимодействием главный логарифмический вклад действительно дается лестничными диаграммами /99/. В калибровочных теориях каждая отдельная диаграмма не калибровочно инвариантна, и поэтому вопрос, какие диаграммы дают главный логарифмический вклад, не имеет смысла без указания калибровки /100/. Глюонный пропагатор, вообще говоря, кроме физических поляризаций распространяет и лишние, вклад которых выпадает в силу калибровочной инвариантности из суммы диаграмм. Поэтому при выборе нефизической калибровки, кроме нормальных поперечных глюонов-партонов, излучаются продольные глюоны непартонной природы. Чтобы каждой отдельной диаграмме можно было дать партонную интерпретацию, необходима физическая калибровка, в которой пропагатор по возможности не передает лишних поляризаций. Этому условию удовлетворяет аксиальная калибровка $q \cdot A = 0$ /101-102/ или более общая планарная калибровка /10/. Анализ главных логарифмических членов в нефизических калибровках требует дополнительных усилий для суммирования вкладов продольных (тормозных) глюонов /100, 103/.

При описании эволюции различных величин с изменением разрешения удобно характеризовать разрешение такой величиной ξ /10/, что

$$d\xi = \frac{\alpha_s(Q^2)}{4\pi} \frac{dQ^2}{Q^2} \quad (I.3.I3)$$

Поскольку в главном логарифмическом приближении зависимость α_s от Q^2 определяется формулой (I.I.I), это соотношение нетрудно проинтегрировать:

$$\Delta\xi = \frac{1}{\beta} \ln \frac{\alpha_s(Q_0^2)}{\alpha_s(Q^2)} \quad (I.3.I4)$$

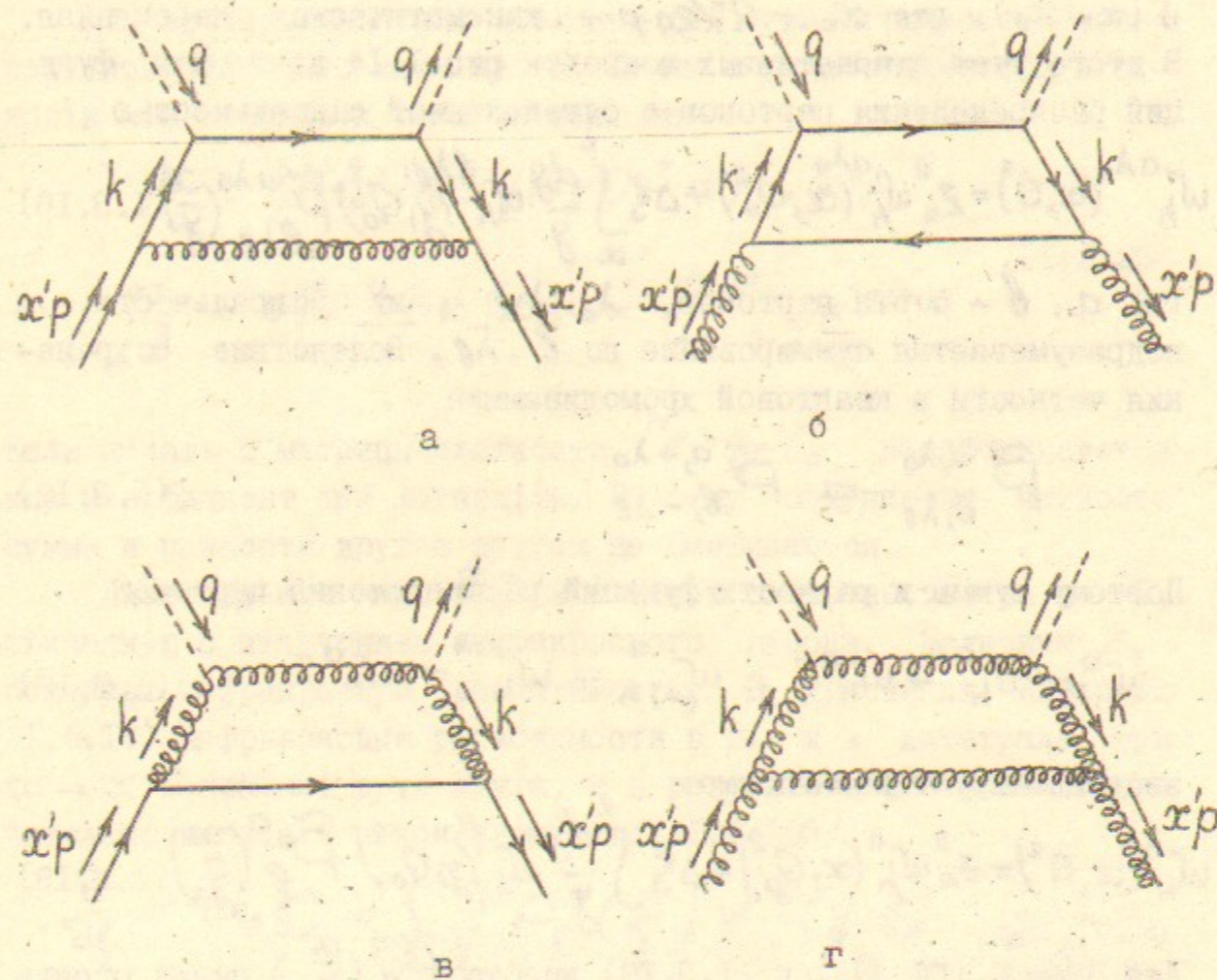


Рис. I. I4

Рассмотрим небольшое изменение разрешения $\Delta\xi \ll 1$ (точнее говоря, $\frac{d\xi}{\xi} \ln Q^2/Q_0^2 \ll 1$, $\ln Q^2/Q_0^2 \gg 1$). Тогда существенна логарифмическая часть однопетлевых поправок (рис. I. I4). Разложим

$$K = x p + \alpha q' + k_1 \quad (I.3.I5)$$

При вычислении интеграла по петле на рис. I. I4 запишем элемент интегрирования $d^4K = Q^2 \frac{d\alpha}{\alpha} dx d\vec{k}_1^2$. Интеграл по α берется при помощи δ -функции, выражающей требование, что перекладина лестницы (нижняя горизонтальная линия на рис. I. I4) находится на массовой поверхности: $\alpha = -\frac{x}{1-x} \frac{k_1^2}{Q^2}$. В интервале $Q_0^2 \ll k_1^2 \ll Q^2$ интеграл по

\tilde{K}_1^2 дает логарифм. Требование, чтобы верхняя горизонтальная линия на рис. I.14 была на массовой поверхности, приводит к $\delta(x-x_0)$, где $x_0 = Q^2/2q \cdot p$ - кинематическая переменная. В итоге учет однопетлевых поправок рис. I.14 дает для функций распределения партонов с определенной спиральностью

$$w_h^{a\lambda_a}(x, Q^2) = z_a^2 w_h^{a\lambda_a}(x, Q_0^2) + \Delta\xi \int_x^1 \frac{dy}{y} w_h^{b\lambda_b}(y, Q_0^2) \tilde{P}_{b\lambda_b}^{a\lambda_a}\left(\frac{x}{y}\right) \quad (I.3.16)$$

где a, b - сорта партонов, λ_a, λ_b - их спиральности, и подразумевается суммирование по b, λ_b . Вследствие сохранения четности в квантовой хромодинамике

$$\tilde{P}_{b, \lambda_b}^{a, \lambda_a} = \tilde{P}_{b, -\lambda_b}^{a, -\lambda_a} \quad (I.3.17)$$

Поэтому суммы и разности функций распределения партонов

$$w_h^a = w_h^{a+} + w_h^{a-}, \quad w_{(-)h}^a = w_h^{a+} - w_h^{a-} \quad (I.3.18)$$

эволюционируют независимо:

$$w_h^a(x, Q^2) = z_a^2 w_h^a(x, Q_0^2) + \Delta\xi \int_x^1 \frac{dy}{y} w_h^b(y, Q_0^2) \tilde{P}_b^a\left(\frac{x}{y}\right) \quad (I.3.19)$$

Для $w_{(-)h}^a(x, Q^2)$ в (I.3.19) вместо $\tilde{P}_b^a\left(\frac{x}{y}\right)$ будет стоять $\tilde{P}_{(-)b}^a\left(\frac{x}{y}\right)$, где

$$\tilde{P}_{(-)b}^a(z) = \tilde{P}_{b+}^{a+}(z) + \tilde{P}_{b-}^{a-}(z), \quad \tilde{P}_{(-)b}^a(z) = \tilde{P}_{b+}^{a+}(z) - \tilde{P}_{b+}^{a-}(z) \quad (I.3.20)$$

В силу сохранения спиральности кварка $\tilde{P}_{q+}^{q-}(z) = 0$, поэтому $\tilde{P}_q^q(z) = P_{(-)q}^q(z)$.

Фактор z_a^2 появился при учете собственно-энергетических и вершинных поправок в борновской диаграмме рис. I.9. Величина z_a имеет смысл амплитуды вероятности того, что партон q не распадается при изменении разрешения на $\Delta\xi$. Поэтому вероятность z_a^2 равна 1 минус вероятность распада:

$$z_q = 1 - \frac{\Delta\xi}{2} \int_0^1 \tilde{P}_q^g(z) dz$$

$$z_g = 1 - \frac{\Delta\xi}{2} \int_0^1 \left[\frac{1}{z} \tilde{P}_g^g(z) + z \tilde{P}_g^q(z) \right] dz \quad (I.3.21)$$

Разделение уравнений эволюции для сумм и разностей можно получить несколько иным путем. Суммы и разности матриц плотности для кварков и глюонов имеют вид

$$\Gamma_q = \frac{1}{2}(1+\gamma^5)\hat{p} \pm \frac{1}{2}(1-\gamma^5)\hat{p} = \hat{p}, \gamma^5 \hat{p} \quad (I.3.22)$$

$$\Gamma_g = e_+^\mu e_-^\nu \pm e_-^\mu e_+^\nu = \delta_{\perp}^{\mu\nu}, i\epsilon_{\perp}^{\mu\nu}$$

Если начать с матрицы плотности Γ_b , то Γ_a воспроизведется как коэффициент при логарифме. В силу сохранения четности суммы и разности друг с другом не смешиваются.

Диагональные ядра $\tilde{P}_q^a(z)$ имеют особенность при $z \rightarrow 1$, связанную с излучением инфракрасного глюона. Величины z_a содержат инфракрасную расходимость. В уравнении эволюции (I.3.19) инфракрасные расходимости в z_a и в интеграле при $x' \rightarrow x$ сокращают друг друга, и в результате его можно окончательно записать в конечном виде /I04-I05/

$$\frac{\partial}{\partial \xi} w^a(x, \xi) = \int_x^1 \frac{dy}{y} P_b^a\left(\frac{x}{y}\right) w^b(y, \xi) \quad (I.3.23)$$

Регуляризованные ядра P_b^a приведены в табл. I.2.

Уравнение (I.2.23) аналогично кинетическому уравнению типа Больцмана, где ξ играет роль времени, а $P_b^a(z)$ - вероятности распада в единицу времени партона b в партон a с полей импульса z , регуляризующие члены из z_a^2 описывают убыль партонов. Симметрия по отношению к перестановке продуктов распада приводит к соотношению ($z < 1$)

$$P_q^q(z) = P_q^g(1-z), \quad P_g^q(z) = P_g^q(1-z), \quad P_g^g(z) = P_g^g(1-z) \quad (I.3.24)$$

Имеются также соотношения

$$P_q^q(z) = -z P_q^q\left(\frac{1}{z}\right), \quad P_g^g(z) = -z P_g^g\left(\frac{1}{z}\right), \quad P_q^g(z) = \frac{c_f - z}{n_f} P_q^g\left(\frac{1}{z}\right) \quad (I.3.25)$$

Функции P с аргументом $z > 1$ имеют отношение к аннигиляционному каналу, когда поли импульса x убывают не вверх, а вниз по лестнице (рис. 1.13). Из формул (1.3.25) следует соотношение Грибова-Липатова для структурных функций партона в глубоко неупругом рассеянии и в аннигиляции /99-106/. Кроме того, существует соотношение Докшицера /105/

$$\frac{1}{C_F} (P_q^g(z) + P_q^g(z)) = \frac{1}{N} P_g^g(z) + \frac{1}{n_f} P_g^q(z) \quad (1.3.26)$$

происхождение которого непонятно.

Для соблюдения правил сумм (1.3.2-3) ядра должны удовлетворять соотношениям

$$\int_0^1 [P_a^q(z) - P_a^{\bar{q}}(z)] dz = 0 \quad (1.3.27)$$

$$\sum_q \int_0^1 P_a^b(z) z dz = 0 \quad (1.3.28)$$

Отсюда, кстати, можно восстановить члены $\delta(1-z)$ в P_a^b исходя из P_a^b при $z < 1$ /104/.

Несинглетные по аромату комбинации функций распределения кварков и антикварков $w^{NS}(x) = \sum_{q,\bar{q}} c_q w^q(x)$ ($\sum_q c_q = 0$) эволюционируют независимо от глюонов:

$$\frac{\partial}{\partial \xi} w^{NS}(x) = \int_x^1 \frac{dy}{y} P_q^g\left(\frac{x}{y}\right) w^{NS}(y) \quad (1.3.29)$$

Синглетная по аромату функция распределения кварков и антикварков $w^S(x) = \frac{1}{2n_f} \sum_{q,\bar{q}} w^q(x)$ и функция распределения глюонов $w^g(x)$ при эволюции смешиваются:

$$\frac{\partial}{\partial \xi} w^i(x) = \int_x^1 \frac{dy}{y} P_j^i\left(\frac{x}{y}\right) w^j(y) \quad (1.3.30)$$

где $i, j = s, g$; $P_g^s = 2n_f P_g^q$, $P_g^g = P_g^g$, $P_s^s = P_g^q$. Решения уравнений эволюции для синглетного сектора и несинглетных секторов можно поэтому искать отдельно.

Правая часть уравнения эволюции (1.3.23) имеет форму свертки. Поэтому для моментов

Регуляризованные ядра P_a^b и аномальные размерности γ_n уравнения Алтьерелли-Паризи (1,3.23) Таблица 1.2

		P_a^b	
S, P		$P_q^g = 2C_F \left[\frac{1+z^2}{(1-z)_+} + \frac{3}{2} \delta(1-z) \right]$	$C_F \left[1 - \frac{2}{(n+1)(n+2)} + 4\Sigma \right]$
Синглет		$P_g^g = 4N \left[\frac{z}{(1-z)_+} + \frac{1-z}{z} + z(1-z) \right] + \left(\frac{11}{3}N - \frac{2}{3}n_f \right) \delta(1-z)$	$N \left[\frac{1}{3} + \frac{2n_f}{3N} - \frac{4}{(n+2)(n+3)} + 4\Sigma \right]$
		$P_q^g = 2C_F \frac{1+(1-z)^2}{z}$	$-2C_F \frac{n^2+3n+4}{n(n+1)(n+2)}$
D		$P_g^q = 2n_f \left[z^2 + (1-z)^2 \right]$	$-2n_f \frac{n^2+3n+4}{(n+1)(n+2)(n+3)}$
		$P_g^g = 2N \left[(1+z^4) \left(\frac{1}{z} + \frac{1}{1-z} \right) - \frac{(1-z)^3}{z} \right] + \left(\frac{11}{3}N - \frac{2}{3}n_f \right) \delta(1-z)$	$N \left[\frac{1}{3} + \frac{2n_f}{3N} - \frac{8}{(n+1)(n+2)} + 4\Sigma \right]$
	Синглет	$P_q^g = 2C_F \frac{1-(1-z)^2}{z}$	$-2C_F \frac{n+3}{(n+1)(n+2)}$
		$P_q^q = 2n_f \left[z^2 - (1-z)^2 \right]$	$-2n_f \frac{n}{(n+1)(n+2)}$

Обозначения: $S(P)$ - сумма (разность) ядер с определенной спиральностью (1.3.20),
 $\Sigma = \sum_{j=2}^{n+1} \frac{1}{j}$, обобщенная функция $\frac{1}{(z-z)_+}$ определена как $\int_0^1 \frac{f(z)dz}{(1-z)_+} = \int_0^1 \frac{f(z)-f(1)}{z-z} dz$

$$M_n^a(\xi) = \int_0^1 \frac{dx}{x} x^{n+1} \omega^a(x, \xi) \quad (I.3.31)$$

мы имеем уравнение

$$\frac{\partial}{\partial \xi} M_n^a(\xi) = -(\gamma_n)_e^a M_n^b(\xi) \quad (I.3.32)$$

где

$$(\gamma_n)_e^a = - \int_0^1 P_e^a(z) z^{n+1/2} \frac{dz}{z} \quad (I.3.33)$$

Аномальные размерности приведены в табл. I.2. В несинглетном случае отсюда сразу получаем

$$M_n^{NS}(\xi) = M_n^{NS}(\xi_0) e^{-\gamma_n^{NS}(\xi - \xi_0)} \quad (I.3.34)$$

где $\gamma_n^{NS} = (\gamma_n)_e^a$. В синглетном случае для решения уравнения (I.3.24) необходимо диагонализировать 2×2 матрицу $(\gamma_n)_{ij}^c$, $i, j = s, g$. Все это имеет смысл и для непрерывных комплексных n , и совершая обратное преобразование Меллина к (I.3.31), можно восстановить $\omega^a(x)$ по M_n^a .

Эволюцию можно описывать двумя равноправными способами. Сечение жесткого процесса p с адронем h можно записать в следующих эквивалентных формах:

$$\begin{aligned} \sigma_h^p(x_0, Q) &= \int \frac{dy}{y} \frac{dx}{x} \omega_h^a(y, Q_0) \mathcal{D}_a^b\left(\frac{x}{y}, \Delta\xi\right) \sigma_e^p\left(\frac{x_0}{x}, Q\right) = \\ &= \int \frac{dx}{x} \omega_h^b(x, Q) \sigma_e^p\left(\frac{x_0}{x}, Q\right) = \int \frac{dy}{y} \omega_h^a(y, Q_0) \sigma_a^p\left(\frac{x_0}{y}, Q, \Delta\xi\right) \end{aligned} \quad (I.3.35)$$

где $\sigma_e^p\left(\frac{x_0}{x}, Q\right)$ - сечение процесса p с голым партоном e ; $\omega_h^a(y, Q_0)$ - распределение одетого партона a в адроне h ; $\mathcal{D}_a^b\left(\frac{x}{y}, \Delta\xi\right)$ - распределение голого партона b в одетом партоне a , т.е. функция Грина уравнения эволюции;

$$\omega_h^b(x, Q) = \int \frac{dy}{y} \mathcal{D}_a^b\left(\frac{x}{y}, \Delta\xi\right) \omega_h^a(y, Q_0) \quad (I.3.36)$$

- распределение голого партона b в адроне h ;

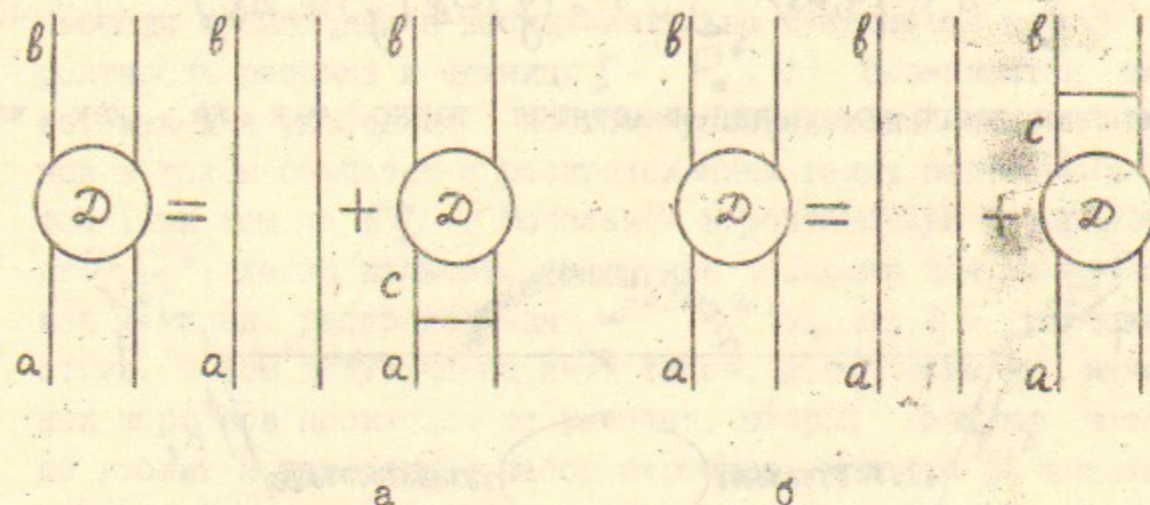


Рис. I.15

$$\sigma_a^p\left(\frac{x_0}{y}, Q, \Delta\xi\right) = \int \frac{dx}{x} \mathcal{D}_a^b\left(\frac{x}{y}, \Delta\xi\right) \sigma_e^p\left(\frac{x_0}{x}, Q\right) \quad (I.3.37)$$

- сечение процесса p с одетым партоном a . Функция Грина $\mathcal{D}_a^b(z, \Delta\xi)$ в главном логарифмическом приближении дается суммой лестничных диаграмм (в физической калибровке), и для нее можно двумя способами записать уравнение Бете-Сальпетера (рис. I.15):

$$\frac{\partial}{\partial \xi} \mathcal{D}_a^b(x, \Delta\xi) = \int \frac{dy}{y} P_a^c(y) \mathcal{D}_c^b\left(\frac{x}{y}, \Delta\xi\right) \quad (I.3.38)$$

$$\frac{\partial}{\partial \xi} \mathcal{D}_a^b(x, \Delta\xi) = \int \frac{dy}{y} \mathcal{D}_a^c(y, \Delta\xi) P_c^b\left(\frac{x}{y}\right) \quad (I.3.39)$$

Вместе с начальным условием $\mathcal{D}_a^b(x, 0) = \delta_a^b \delta(1-x)$ эти уравнения определяют функции \mathcal{D}_a^b ; явный вид и предельные случаи см. в /10/. В первом случае вводится плавающая виртуальность партона, а во втором - плавающее партонметрическое разрешение, и самый верхний партон лестницы играет роль внутреннего партонметра. Используя (I.3.36), из (I.3.39) можно получить уравнение эволюции для функции распределения (I.3.23). Точно также, используя (I.3.37), из (I.3.38) можно получить уравнение эволюции для сечения процесса с одетым партоном:

$$\frac{\partial}{\partial \xi} \sigma_a^p(x, Q, \Delta \xi) = \int \frac{dy}{y} P_a^b(y) \sigma_b^p\left(\frac{x}{y}, Q, \Delta \xi\right) \quad (I.3.40)$$

Решения этого уравнения находятся точно так же, как для (I.3.23).

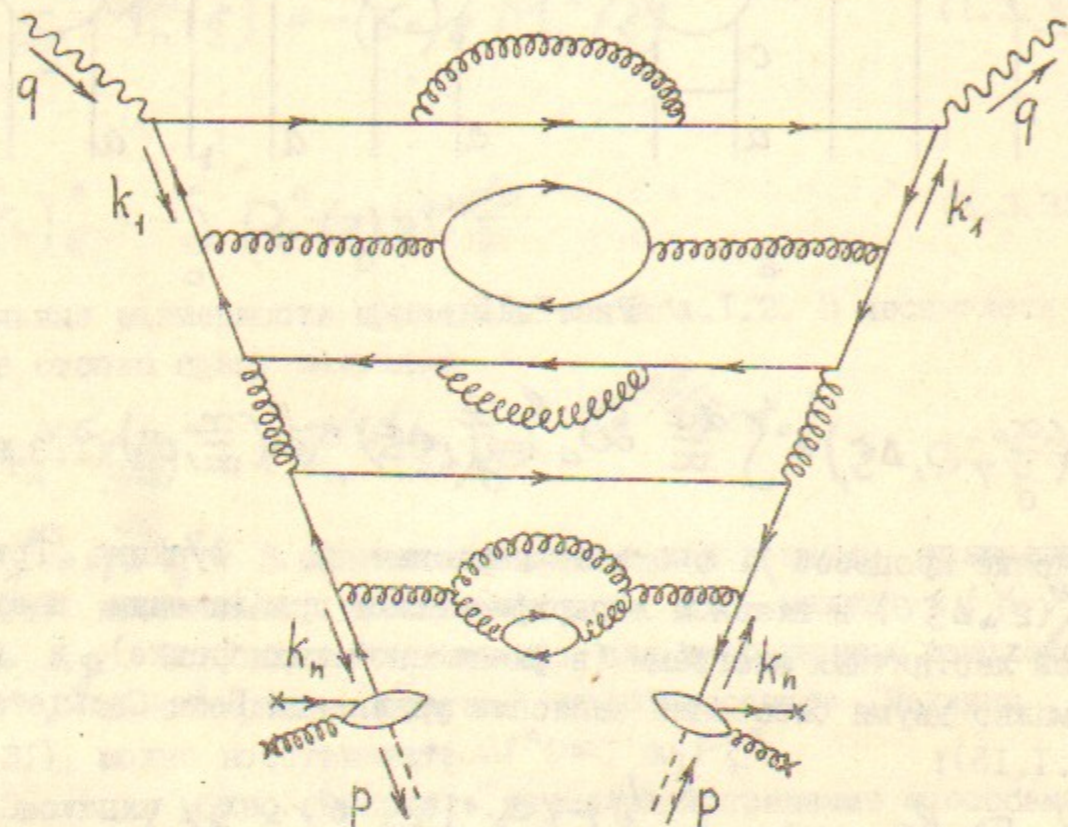


Рис. I.16

Аналогично функциям распределения, функции фрагментации партона в адроны тоже начинают в квантовой хромодинамике зависеть от Q . В жестком процессе рождается партон с виртуальностью вплоть до Q^2 , затем он разваливается на пары партонов с последовательно уменьшающейся виртуальностью, несущие уменьшающиеся доли его импульса (рис. I.16):

$$Q^2 \gg k_1^2 \gg k_2^2 \dots \gg k_n^2 \sim \mu^2, \quad z = x_1 \gg x_2 \dots \gg x_n = x_0 \quad (I.3.41)$$

В главном логарифмическом приближении упорядоченность по убыванию виртуальности (I.3.41) эквивалентна упорядоченности

по убыванию поперечного импульса k_{\perp}^2 или угла распада (т.е. распады происходят в последовательно сужающиеся конусы). Вероятности распада в единицу $\xi - P_a^b(z)$ оказываются такими же, как для рассеяния. Поэтому распределение одетых партонов в целом совпадает с распределением голых партонов в одетом (при том же $\Delta \xi$). Используя вероятностную интерпретацию ядер P_a^b , легко написать уравнение эволюции для многочастичной функции распределения $\omega^{a_1, \dots, a_n}(x_1, \dots, x_n, \xi)$ партонов в струе. В нем будут члены двух типов: когда один из выделенных партонов произошел от распада, второй продукт которого не входит в выделенный набор партонов, и когда 2 выделенных партона произошли от общего родителя (в эти члены входит $(n-1)$ - частичная функция распределения) /57, 107/.

Таким образом мы видим, что в квантовой хромодинамике остаются справедливыми представления партонной модели, только функции распределения и фрагментации начинают медленно зависеть от Q^2 . К этой картине существуют радиационные поправки: партонные сечения и ядра уравнений эволюции представляют собой ряд по α_s/π . С учетом этих поправок само разделение сечения процесса с адроном на партонное сечение и функцию распределения становится неоднозначным. Для получения физического ответа надо, конечно, использовать партонное сечение и функцию распределения, вычисленные при одинаковых соглашениях. Кроме того, функции распределения и фрагментации начинают эволюционировать по-разному. В настоящее время изучены первые радиационные поправки в глубоко неупругом рассеянии и инклюзивном рождении адрона в e^-e^+ аннигиляции (см., напр., /108, I-2, I4-I5/ и содержащиеся там ссылки).

В конечном состоянии жесткой стадии процесса (в низшем порядке по α_s) образуются 2 частицы - лептоны или партоны. Если они обе наблюдаются (в случае партона наблюдается адрон из соответствующей струи), то по партонной модели существует жесткая связь между их направлениями движения. В действительности она нарушается излучением дополнительных партонов и нетеоретиковозмущенческими эффектами (поперечные импульсы партонов в адроне и адронов при фрагментации партона). Примерами таких процессов являются: наблюдение 2 адронов из противоположных струй в e^-e^+ аннигиляции, наблюдение адрона

из струи рассеянного кварка в глубоко неупругом рассеянии, процесс Дрелла-Яна, наблюдение двух адронов из противоположных струй с большим P_T в адрон-адронном рассеянии. Для конкретности будем говорить о первом процессе, хотя то же самое с небольшими изменениями относится и к остальным /10/.

Угол неколлинеарности ϑ (предполагаем $\vartheta \gg \mu/Q$) определяется в главном логарифмическом приближении первым жестким распадом, т.к. углы в последующих распадах строго убывают. Поэтому поведение функции распределения по ϑ при относительно больших ϑ определяется партоновой диаграммой типа $2 \rightarrow 3$. Вероятность излучения глюона (и распада $g \rightarrow q\bar{q}$) содержит коллинеарную сингулярность $\alpha_s d\vartheta/\vartheta$, поэтому характерный угол ϑ (ширина струи)

$$\langle \vartheta \rangle \sim \int \vartheta \alpha_s \frac{d\vartheta}{\vartheta} \sim \alpha_s \quad (I.3.42)$$

При малых ϑ происходит отбор партоновых каскадов с запретом излучения глюонов с энергией $\gtrsim Q\vartheta$ на углы $\gtrsim \vartheta$, т.к. в противном случае излучивший кварк отклоняется на угол $\gtrsim \vartheta$. Поскольку вероятность излучения таких глюонов $\sim \alpha_s \ln^2 \vartheta$, при $\alpha_s \ln^2 \vartheta \gg 1$ возникает подавление сечения, связанное с этим отбором. Оно описывается эффективными дважды логарифмическими формфакторами кварков и глюонов. В процессе Дрелла-Яна дважды логарифмическое подавление возникает при $\alpha_s \ln^2(k_T/Q) \gg 1$ (где k_T - поперечный импульс лептонной пары) /10/, а в адронных процессах с большими поперечными импульсами - при $\alpha_s \ln^2(k_{out}^2/k_{in}^2) \gg 1$, где k_{in} - составляющая импульса в плоскости пучок-триггерная частица, а k_{out} - перпендикулярно ей /109/. В последнем процессе участвуют 4 партона, и формфактор входит в 4 степени - здесь эффект наиболее сильный. Дважды логарифмическое подавление возникает и при других способах запрета излучения, например в $d\sigma/dq^2$ при $\alpha_s \ln^2(1-T) \gg 1$ /110/ и в сечении Стермана-Вайнберга (когда требуется, чтобы в конус с углом ϑ попала энергия $\gtrsim \frac{Q}{2}(1-\epsilon)$) при $\alpha_s \ln^2 \vartheta \ln \epsilon \gtrsim 1$ /10, 4/.

Недавно была выяснена /48/ картина множественного рождения глюонов в дважды логарифмическом приближении. В КХД анализ значительно сложнее, чем в КЭД, т.к. глюон может из-

лучать глюоны, и поэтому статистическая независимость излучения мягких глюонов отсутствует. Окончательный результат оказывается, однако, удивительно простым. Пусть в борновском приближении рождаются несколько жестких партонов с углами ~ 1 . Тогда дважды логарифмические вклады будут происходить от излучения произвольного количества мягких глюонов, энергии которых строго упорядочены (рождение кварк-антикварковой пары приводит к потере инфракрасного логарифма). Области дважды логарифмичности и выражения для матричного элемента в них можно получить следующим образом /48/. Рисуем древесные диаграммы Фейнмана без четырехглюонных вершин. В силу сильной упорядоченности энергий энергия каждой виртуальной частицы примерно равна энергии самой энергичной из конечных частиц, на которые она распадается. Совокупность всех таких виртуальных линий образует линию этой конечной частицы. Она начинается с линии другой конечной частицы (первая частица излучается второй), или прямо в жесткой части диаграммы. Если частица j , излученная частицей i под углом ϑ_{ij} , в свою очередь излучает по ходу своей линии частицы k_1, k_2, \dots, k_m то

$$\vartheta_{ij} \gg \vartheta_{jk_1} \gg \vartheta_{jk_2} \dots \gg \vartheta_{jk_m} \quad (I.3.43)$$

Если частица родилась прямо в жесткой стадии, вместо угла ее излучения ϑ_{ij} в (I.3.43) стоит 1. В определенной таким образом области матричный элемент процесса равен /48/

$$M = M_0 F g^N (-1)^m \prod_{i=1}^N \frac{e_i \mathcal{P}_i}{k_i \mathcal{P}_i} \mathcal{G} \quad (I.3.44)$$

где M_0 - борновский матричный элемент без цветовой части; k_i, e_i - импульсы и поляризации глюонов; \mathcal{P}_i - импульс частицы, излучившей i -ый глюон; m - число глюонов, излученных антикварками; цветовая часть \mathcal{G} определяется диаграммой: в кварк-глюонных вершинах стоит t^a , в трехглюонных f^{abc} , причем $a(\vartheta)$ - индекс глюона с наименьшей (наибольшей) энергией. Формфактор F , обусловленный виртуальными поправками, равен

$$F = \exp \left[-\frac{1}{2} \sum \omega_{p_i}^{q_i g}(\vartheta) - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \omega_{k_i}^g(\vartheta_i) \right] \quad (I.3.45)$$

где первая сумма берется по жестким частицам с импульсами p_i ; ϑ_i - угол между импульсами i -ого глюона и излучившей его частицы; $\omega_{p_i}^{q_i g}(\vartheta)$ - борновская вероятность излучения глюона кварком или глюоном с импульсом p в конус с углом раствора ϑ :

$$\omega_p^{q_i g} = \frac{g^2}{(2\pi)^3} C_{F;V} \int \frac{d^3k}{2\omega} \frac{\vec{p} \cdot \vec{k}}{(pk)^2} \quad (I.3.46)$$

Здесь ϑ_k - угол между \vec{p} и \vec{k} , интегрирование по ϑ_k ведется до ϑ , по ω по p_0 . Сечение равно /48/

$$d\sigma = d\sigma_0 F^2 \prod_{i=1}^N \frac{g^2}{(2\pi)^3} c_i \frac{d^3k_i}{2\omega_i} \frac{\vec{p}_i \cdot \vec{k}_i}{(p_i k_i)^2} \quad (I.3.47)$$

где $d\sigma_0$ - сечение без излучения, $c_i = C_F (C_V)$ для излучения кварком (глюоном), $c_V = N$.

Следует подчеркнуть, что область, в которой матричный элемент имеет вид (I.3.44), состоит из многих подобластей, в которых дважды логарифмический вклад дают разные совокупности диаграмм, и формула (I.3.44) представляет собой сумму этих вкладов. Физический смысл этого можно пояснить следующим образом (рис. I.17) (см. /III/ и последнюю ссылку /II/). Если угол излучения глюона ω , $\vartheta \ll \vartheta_0$ кварк ϵ и глюон ω_0 излучают независимо. Если, однако, $\vartheta \gg \vartheta_0$, то за время формирования глюона ω , равное $t \sim 1/\omega \vartheta^2 = 1/k_L \vartheta$, кварк ϵ и глюон ω_0 успевают разойтись лишь на расстояние $t \vartheta_0 = \frac{1}{k_L} \frac{\vartheta_0}{\vartheta} \ll \frac{1}{k_L}$, много меньше длины волны излучаемого глюона. Поэтому они излучают когерентно, так что излучаемый глюон ω чувствует лишь их суммарный заряд. Мягкий глюон может лететь либо в собственном конусе одного из вторичных партонов (рис. I.17а, б) (ширина которого определяется их происхождением), либо излучаться их общим родителем (рис. I.17в). Сопоставленный последней диаграмме матричный элемент (I.3.44) в действительности учитывает когерентные вклады от излучения мягкого глюона на угол $\vartheta \gg \vartheta_0$ как самим родителем, так и его отпрысками. Если $\omega \ll \omega_0$, то при интегрировании по ϑ , кроме области $\vartheta \gg \sqrt{\frac{\omega_0}{\omega}} \vartheta_0$, отвечающей

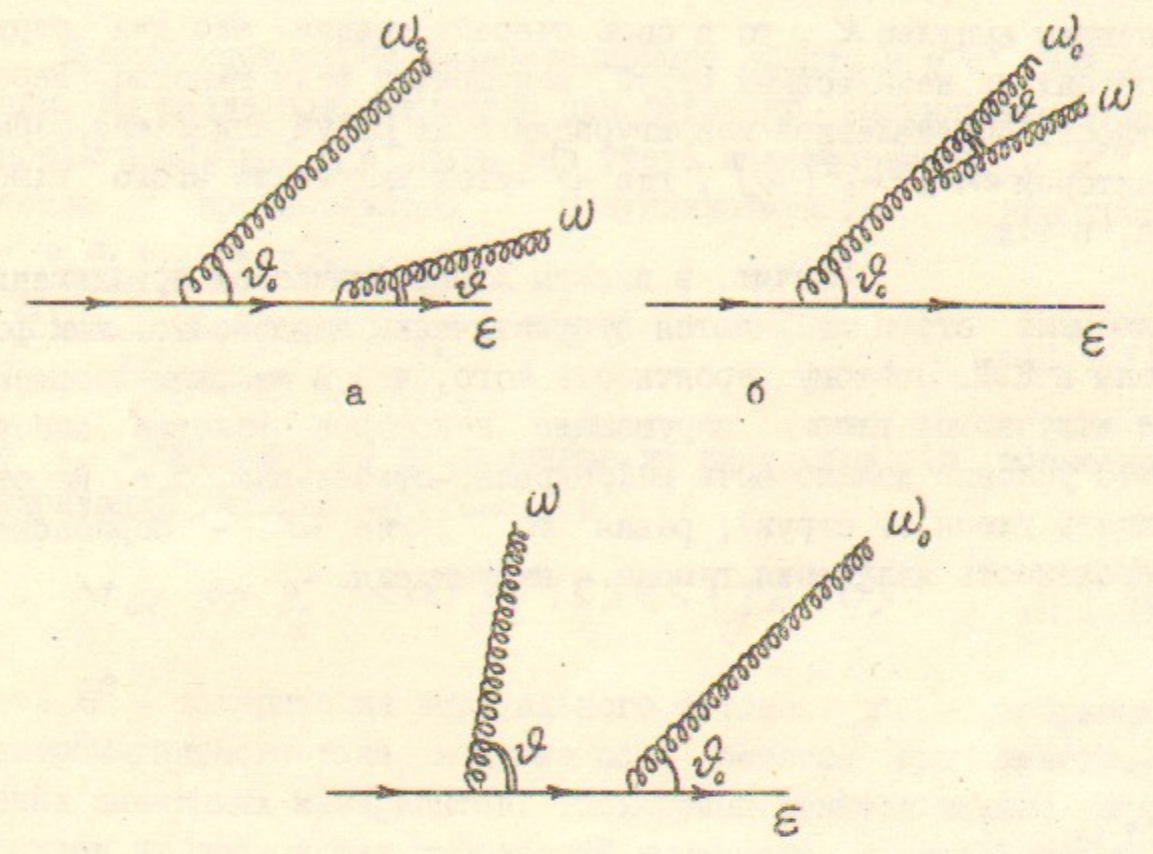


Рис. I.17

временам формирования $t < t_0$, есть вклад от интервала углов $\sqrt{\frac{\omega_0}{\omega}} \vartheta_0 > \vartheta > \vartheta_0$, который учитывает излучение мягкого глюона отпрысками на временах, больших времени их рождения (но меньших времени расхождения) $t_{раск} = \frac{1}{k_L \vartheta_0} > t > t_0$.

Таким образом возникает простая качественная картина излучения глюонов в дважды логарифмическом приближении /48/. Если не интересоваться деталями, то процесс выглядит как рождение струй (с углами $\ll 1$) с вероятностью, равной борновской. При более внимательном рассмотрении какой-либо из этих струй окажется, что она в свою очередь состоит из перекрывающихся глюонных струй, испущенных жестким партоном. Их угловой размер мал по сравнению с углом их излучения, причем они испускаются независимо с вероятностью, равной борновской вероятности излучения лидирующего глюона. Вероятность какой-либо определенной конфигурации струй подавлена фактором $\exp[-\omega_p^{q_i g}(\vartheta)]$. Если мы захотим еще и разоб-

ратся в структуре глюонной струи с лидирующим глюоном, имеющим импульс K , то в свою очередь увидим, что эта струя состоит из независимых струй, испущенных этим глюоном. Вероятность определенной конфигурации этих струй подавлена фактором $\exp[-\omega_K^g(\vartheta)]$, где ϑ - угол излучения этого глюона, и т.д.

Значит, в дважды логарифмическом приближении глюонные струи излучаются статистически независимо, как фотоны в КЭД. Поэтому вероятность того, что в жестком процессе не излучаются глюоны, нарушающие некоторое условие отбора (это условие должно быть инфракрасно-стабильным, т.е. не отличать глюон от струи), равна $e^{-\omega}$, где ω - борновская вероятность излучения глюона - нарушителя.

ПРИЛОЖЕНИЕ I

Кратко рассмотрим поляризационные эффекты в e^-e^+ аннигиляции. Мы везде подразумеваем однофотонную аннигиляцию ультррелятивистской e^-e^+ пары без учета интерференции с Z^0 . Сечение произвольного полуинклюзивного процесса $e^-e^+ \rightarrow a_1 + \dots + a_n + X$

$$\frac{d\sigma}{dI_n \dots dI_K d\Omega_{\vec{e}}} = M_{iK} e^{*i} e^K \quad (\text{П. I. I})$$

где I_K - инварианты, построенные из импульсов (и возможно поляризаций) частиц a_1, \dots, a_n , и

$$M_{iK} \propto \sum_s \langle 0 | j_i^+ | s \rangle \langle s | j_K | 0 \rangle \quad (\text{П. I. 2})$$

Здесь \vec{e} - поляризация виртуального фотона, j - оператор электромагнитного тока, и сумма по s берется при фиксированных значениях инвариантов. Трехмерный эрмитов тензор M_{iK} строится из подходящих комбинаций импульсов и поляризаций, умноженных на скалярные функции инвариантов. Для фиксированных значений инвариантов события отличаются друг от друга только вращением вектора \vec{e} относительно системы координат, жестко связанной с событием. Если поляризация электронов поперечна, вектор \vec{e} является вещественным, и теряется информация об антисимметричной части M_{iK} . Если поперечная поляризация является полной, виртуальный фотон линейно поляризован по биссектрисе между векторами поляризации электрона и позитрона $\vec{\zeta}_-$ и $\vec{\zeta}_+$. При этом измеряется величина

$$\frac{d\sigma}{d\Omega_{\vec{e}}} = M_{iK} e^i e^K \quad (\text{П. I. 3})$$

как функция направления \vec{e} в системе, связанной с событием. В случае частичной поляризации, фотон поляризован по биссектрисе с вероятностью $\rho_{||}$ и перпендикулярно ей с вероятностью ρ_{\perp} , где

$$\rho_{||} = \frac{1 + \zeta_- \zeta_+}{2}, \quad \rho_{\perp} = \frac{1 - \zeta_- \zeta_+}{2}, \quad (\text{П. I. 4})$$

где $\zeta_{\pm} = |\vec{\zeta}_{\pm}|$ - степень поляризации пучков e^{\pm} .

и необходимо усреднение сечений. В частности, для неполяризованных пучков измеряется величина

$$\frac{d\sigma}{d\Omega n} = \frac{1}{2} (M_{ik}^i - M_{ik} n^i n^k) \quad (\text{П. I. 5})$$

как функция направления оси пучков \vec{n} . В обоих случаях можно полностью восстановить симметричную часть M_{ik} . Поэтому поперечная поляризация не позволяет в принципе получить новую информацию по сравнению с неполяризованными пучками, хотя часто может давать практические преимущества. Это обстоятельство особенно ясно видно из формулы Бьеркена (цитируется в /88/), следующей из (П. I. 3, П. I. 5, П. I. 4):

$$\sigma = \sigma_z + \zeta_- \zeta_+ (\sigma_y - \sigma_x) \quad (\text{П. I. 6})$$

где σ - сечение для случая частичной поперечной поляризации, $\sigma_{x,y,z}$ - сечения для неполяризованных пучков, направленных по осям x, y, z , ось z направлена по оси пучков, y - по биссектрисе $\vec{\zeta}_-$ и $\vec{\zeta}_+$, - перпендикулярно им. Продольная же поляризация позволяет получить новую информацию - антисимметричную часть M_{ik} .

Например, при e^-e^+ аннигиляции в 2 частицы (без измерения их поляризаций) возможны 2 структуры в M_{ik} : $P_i P_k / \vec{p}^2$ и $\delta_{ik} - P_i P_k / \vec{p}^2$. Поэтому есть 2 независимых сечения:

$$\frac{dR}{d\cos\alpha} = \frac{3}{2} (R_{||} \cos^2\alpha + R_{\perp} \sin^2\alpha) \quad (\text{П. I. 7})$$

где α - угол между направлением разлета частиц и вектором поляризации фотона. Полное сечение равно

$$R = R_{||} + 2R_{\perp} \quad (\text{П. I. 8})$$

Если поперечная поляризация является частичной, необходимо усреднение с (П. I. 4) в частности, для неполяризованных частиц

$$\frac{dR}{d\cos\beta} = \frac{3}{2} \left(R_{\perp} \cos^2\beta + \frac{R_{||} + R_{\perp}}{2} \sin^2\beta \right) \quad (\text{П. I. 9})$$

где β - угол между направлением разлета частиц и осью пучков. Продольная поляризация ничего не дает, т.к. в M_{ik} невозможно построить антисимметричную структуру. В реакции $e^-e^+ \rightarrow \pi^-\pi^+$ отлично от нуля только $R_{||}$ (продольное угловое распределение) вследствие сохранения проекции момента на ось разлета, в реакции $e^-e^+ \rightarrow \mu^-\mu^+$ или $q\bar{q}$ отлично от 0 только R_{\perp} (поперечное угловое распределение) вследствие сохранения спиральности ультрарелятивистских фермионов. Одночастичная инклюзивная реакция $e^-e^+ \rightarrow q + X$ ничем не отличается от двухчастичной эксклюзивной, кроме лишнего параметра z - доли энергии частицы q . Поэтому она описывается двумя функциями $dR_{||}/dz$ и dR_{\perp}/dz .

В случае рождения 3 частиц есть 4 симметричных структуры ($\delta_{ik}, P_i P_k, P_{2i} P_{2k}, P_{2i} P_{2k} + P_{2i} P_{1k}$) и 1 антисимметричная ($i(P_{2i} P_{2k} - P_{2i} P_{1k})$) /89/. Поэтому для неполяризованных и поперечно поляризованных пучков нужны 4 независимых сечения. Конкретный их выбор и вычисление для $e^-e^+ \rightarrow q\bar{q}g$ см. в /90/. Значительно более компактно можно записать сечение в системе координат, связанной с событием /85/:

$$\frac{4\pi}{dz_+ dz_- d\Omega_g} = \frac{3}{2} N \sum Q_q^2 \frac{d_s}{\pi} \frac{z_+^2 + z_-^2 - z^2 (\vec{e}\vec{n})^2 + 2z_+ z_- (\vec{e}\vec{n}_+)(\vec{e}\vec{n}_-)}{(1-z_+)(1-z_-)} \quad (\text{П. I. 10})$$

где z_{\pm}, z - доли энергии кварка, антикварка и глюона, \vec{n}_{\pm} , \vec{n} - единичные векторы в их направлении движения. При наличии продольной поляризации появляется пятая структура, описывающая корреляцию ориентированной нормали к плоскости события с осью пучков. Эта корреляция отсутствует в борновском приближении, и возникает за счет взаимодействия в конечном состоянии. В распаде векторного кваркония на 3 глюона она вычислена /91/ и является чистым тестом самодействия глюонов в КХД. В трехструйных событиях вне резонансов ($e^-e^+ \rightarrow q\bar{q}g$, кварки легкие) эта корреляция оказывается равной 0 /92/, проверка этого также является тестом самодействия глюонов, т.к. происходит сокращение вкладов диаграмм с кварк-глюонными и трехглюонными вершинами, по отдельности же они имеют естественный порядок величины $\sim d_s/\pi$. В случае тяжелых кварков эта корреляция оказывается отличной от 0 /93/ и убывает как m^2/Q^2 .

ЛИТЕРАТУРА

1. A.J.Buras. *Physica Scripta* 23, 863 (1981);
Preprint FERMILAB-CONF-81/69-THY (1981).
2. C.H.Llewellyn Smith. *High Energy Physics-1980 (XX International Conference, Madison)*, ed. L.Durand and L.G.Pondrom, New York (1981).
3. E.Reya. *Phys. Reports* 69, 197 (1981).
4. A.H.Mueller. *Phys. Reports* 73, 239 (1981);
A.Duncan. *Physica Scripta* 23, 969 (1981).
5. S.J.Brodsky, G.P.Lepage. *Quantum Chromodynamics, Proc. of Summer Workshop, La Jolla Institute*, ed. W.Frazer and Henyey, AIP, New York (1979);
S.J.Brodsky. *Quantum Chromodynamics, Proc. of Summer Institute on Particle Physics, SLAC*, ed. A.Mosher, Stanford (1980); (1982).
6. C.Sachrajda. *Quantum Chromodynamics, Proc. of the X GIFT International Seminar on Theoretical Physics, Jaca, Huesca, Spain*, ed. J.L.Alonso and R.Tarrach, *Lecture Notes in Physics* 118 (1980).
7. А.В.Ефремов, А.В.Радюшкин. Труды 6 Международного совещания по проблемам квантовой теории поля, Алуста (1981);
А.В.Радюшкин. ЭЧАЯ (1982), в печати.
8. A.Ali. Preprint DESY 81-016 (1981);
G.Shierholz. Preprint DESY 80/124 (1980).
9. Б.Л.Иоффе. Материалы 13 зимней школы ЛИЯФ (1978)
10. Yu.L.Dokshitzer, D.I.Dyakonov, S.I.Troyan. *Phys. Reports* 58, 269 (1980).
11. Я.И.Азимов, Ю.Л.Докшицер, В.А.Хозе. Материалы 15 зимней школы ЛИЯФ (1980); УФН 132, 443 (1980);
Материалы 16 зимней школы ЛИЯФ (1981);
Материалы 17 зимней школы ЛИЯФ (1982)
12. G.Altarelli. *Phys. Reports* 81, 1 (1982).
13. A.V.Efremov, A.V.Radyushkin. *Riv. Nuovo Cim.* 3, N 2 (1980).

14. A.Peterman. *Phys. Reports* 53, 157 (1979).
15. A.J.Buras. *Rev. Mod. Phys.* 52, 199 (1980).
16. В.Л.Черняк, А.Р.Житницкий. Письма в ЖЭТФ 25, 544 (1977)
17. В.Л.Черняк, А.Р.Житницкий, В.Г.Сербо.
Письма в ЖЭТФ 26, 760 (1977)
18. А.В.Радюшкин. Препринт ОИЯИ P2-10717 (1977)
19. D.R.Jackson. Thesis (1977), unpublished;
G.R.Farrar, D.R.Jackson. *Phys. Rev. Lett.* 43, 246 (1979).
20. A.I.Vainshtein, V.I.Zakharov. *Phys. Lett.* 72B, 368 (1978).
21. G.Parisi. *Phys. Lett.* 84B, 225 (1979).
22. G.P.Lepage, S.J.Brodsky. *Phys. Lett.* 87B, 359 (1979).
23. S.J.Brodsky, Y.Frishman, G.P.Lepage, C.Sachrajda. *Phys. Lett.* 91B, 239 (1980).
24. G.P.Lepage, S.J.Brodsky. *Phys. Rev.* D22, 2157 (1980).
25. S.J.Brodsky, G.P.Lepage. *Physica Scripta* 23, 945 (1981).
26. S.J.Brodsky, G.P.Lepage. Preprint SLAC-PUB-2762 (1981).
27. A.Duncan, A.H.Mueller. *Phys. Lett.* 90B, 159 (1980).
28. A.Duncan, A.H.Mueller. *Phys. Rev.* D21, 1636 (1980).
29. В.Л.Черняк. Материалы 15 зимней школы ЛИЯФ (1980)
30. В.Л.Черняк, А.Р.Житницкий. ЯФ 31, 1053 (1980)
31. В.Л.Черняк, В.Г.Сербо, А.Р.Житницкий. ЯФ 31, 1069 (1980)
32. А.В.Ефремов, А.В.Радюшкин. Труды Международного семинара: Проблемы физики высоких энергий и квантовой теории поля, Протвино (1978)
33. А.В.Ефремов, А.В.Радюшкин. Труды 2 Международного семинара: Проблемы физики высоких энергий и квантовой теории поля, Протвино (1980)
34. А.В.Ефремов, А.В.Радюшкин. ТМФ 42, 147 (1980)
35. A.V.Efremov, A.V.Radyushkin. *Phys. Lett.* 94B, 245 (1980).
36. А.В.Ефремов, А.В.Радюшкин. Препринт ОИЯИ E2-80-512 (1980)

37. V.N.Baier, A.G.Grozin. Nucl. Phys. B192, 476 (1981).
38. В.Н.Байер, А.Г.Грозин. ЯФ 35, 1021 (1982)
39. W.Caswell. Phys. Rev. Lett. 33, 244 (1974).
40. D.R.T.Jones. Nucl. Phys. B75, 531 (1974).
41. А.А.Владимиров, О.В.Тарасов. ЯФ 25, 1104 (1977)
42. О.В.Тарасов, А.А.Владимиров, А.Ю.Жарков. Phys. Lett. 93B, 429 (1980).
43. Д.В.Ширков. ЯФ 34, 541 (1981)
44. В.Н.Виик, G.Wolf. Springer Tracts in Modern Physics 86 (1979).
45. В.Н.Виик. High Energy Physics - 1980 (XX International Conference, Madison), ed. L.Durand and L.G.Pondrom, New York (1981); K.H.Mess, В.Н.Виик. Preprint DESY 82-011(1982).
46. Sau Lan Wu. Preprints DESY 81-003, 071 (1981).
47. G.Wolf. Preprint DESY 81-086 (1981);
Rev. Mod. Phys. (1982), in print.
48. Б.И.Ермолаев, В.С.Фадин. Письма в ЖЭТФ 33, 285 (1981);
В.С.Фадин. Препринт ИЯФ 82-22 (1982); ЯФ №8 (1982),
в печати
49. T.Kinoshita. J. Math. Phys. 3, 656 (1962).
50. T.D.Lee, M.Nauenberg. Phys. Rev. 133B, 1549 (1964)
51. A.V.Smilga, M.I.Vysotsky. Nucl. Phys. B150, 173 (1979).
52. G.Sterman, S.Weinberg. Phys. Rev. Lett. 39, 1436 (1977).
53. C.L.Basham, L.S.Brown, S.D.Ellis, S.T.Love. Phys. Rev. D17, 2298 (1978);
Phys. Rev. Lett. 41, 1585 (1978); Phys. Rev. D19, 2018
(1979); Phys. Lett. 85B, 287 (1979).
54. W. Celmaster, D.Sivers. Phys. Rev. D23, 227 (1981).
55. М.А.Шифман, А.И.Вайнштейн, В.И.Закхаров. Nucl. Phys. B147, 385, 448, 519 (1979);
V.A.Novikov, М.А.Шифман, А.И.Вайнштейн, В.И.Закхаров.
Nucl. Phys. B191, 301 (1981).

56. E.V.Shuryak, A.I.Vainshtein. Phys. Lett. 105B, 65 (1981);
Preprints IYaF 81-77, 106 (1981).
57. K.Konishi, A.Ukawa, G.Veneziano. Phys. Lett. 78B, 243
(1978); Nucl. Phys. B157, 45 (1979).
58. S.J.Brodsky, G.R.Farrar. Phys. Rev. Lett. 31, 1153 (1973);
Phys. Rev. D11, 1309 (1975).
59. V.A.Matveev, R.M.Muradyan, A.V.Tavkhelidze. Lett. Nuovo
Cim. 7, 719 (1973).
60. A.Zee. Phys. Rev. D8, 4038 (1973).
61. T.Appelquist, H.Georgi. Phys. Rev. D8, 4000 (1973).
62. M.Dine, J.Sapirstein. Phys. Rev. Lett. 43, 668 (1979).
63. K.G.Chetyrkin, A.L.Kataev, F.V.Tkachov. Phys. Lett. 85B,
227 (1979);
Preprint Inst. for Nucl. Res. P-0170 (1980).
64. W.Celmaster, R.J.Consalves. Phys. Rev. Lett. 44, 560
(1980); Phys. Rev. D21, 3112 (1980).
65. A.De Rujuba, R.Petronzio, B.Laufrup. Nucl. Phys. B146,
50(1978).
66. Л.Б.Окунь. Лептоны и кварки. Наука (1981)
67. Я.И.Азимов, Л.Л.Франкфурт, В.А.Хозе. УФН 124, 459 (1978);
Я.И.Азимов, В.А.Хозе. УФН 132, 379 (1980)
68. N.Kawamoto, A.I.Sanda. Phys. Lett. 76B, 446 (1978).
69. F.J.Gilman, D.H.Miller. Phys. Rev. D17, 1846 (1978).
70. J.F.Gunion. Proc. $\gamma\gamma$ Collisions, Amiens 1980, ed.
G.Cochard and P.Kessler, Lecture Notes in Physics 134
(1980).
71. В.Н.Байер, Э.А.Кураев, В.С.Фадин. ЯФ 31, 700 (1980)
72. М.А.Шифман. Preprint ИТЭР-143 (1981).
73. V.A.Novikov, L.B.Okun, M.A.Shifman, A.I.Vainshtein,
M.B.Voloskin, V.I.Zakharov. Phys. Reports 41, 1 (1978).
74. E.Remiddi. Int. School of Physics E. Fermi, ed. N.Costa
and R.Catlo, Varenna (1980).

75. В.Б.Берестецкий, Е.М.Лифшиц, Л.П.Питаевский.
Квантовая электродинамика. Наука (1980)
76. R.Barbieri a.o. Phys. Lett. 60B, 183 (1976).
77. L.V.Okun, M.V.Voloshin. Preprint ITEP-152 (1976).
78. R.Barbieri a.o. Phys. Lett. 61B, 465 (1976).
79. R.Barbieri a.o. Nucl. Phys. B154, 535 (1979).
80. R.Barbieri a.o. Phys. Lett. 95B, 93 (1980); Nucl. Phys. B192, 61 (1981).
81. R.Barbieri a.o. Phys. Lett. 57B, 455 (1975); Nucl. Phys. B105, 125 (1976).
82. W.Celmaster. Phys. Rev. D19, 1517 (1979).
83. P.V.Mackenzie, G.P.Lepage. Phys. Rev. Lett. 47, 1244 (1981).
84. Ю.Швингер. Частицы, источники, поля, т.2. Мир (1976)
85. V.N.Baier, A.G.Grozin. Preprint LAL/80-29 (1980).
86. K.Koller, T.Walsh. Nucl. Phys. B140, 449 (1978);
K.Koller, H.Krasemann, T.F.Walsh. Z. Phys. C1, 71 (1979).
87. В.Н.Байер, А.Г.Грозин. ЯФ 33, 491 (1981); ЯФ 32, 817 (1980)
88. J.Ellis, M.K.Gaillard, G.Ross. Nucl. Phys. B111, 253 (1976).
89. V.N.Baier. Proc. 18 Int. Conf. on High Energy Physics, Tbilisi (1976).
90. G.Kramer, G.Schierholz, J.Willrodt. Phys. Lett. 78B, 249 (1978), Erratum 80B, 433 (1979); Z. Phys. C4, 149 (1980).
91. A.De Rujula, R.Petronzio, B.Lautrup. Nucl. Phys. B146, 50 (1978).
92. J.G.Körner, G.Kramer, G.Schierholz, K.Fabricius, I.Schmitt. Phys. Lett. 94B, 207 (1980).
93. K.Fabricius, I.Schmitt, G.Kramer, G.Schierholz. Phys. Rev. Lett. 45, 867 (1980).
94. Р.Фейнман. Взаимодействие фотонов с адронами. Мир (1975)
95. Ф.Е.Клоуз. Кварки и партонны. Мир (1982)

96. J.Drees. CERN School of Physics (1980).
97. B.L.Combridge, J.Kripfganz, J.Ranft. Phys. Lett. 70B, 234 (1977).
98. J.F.Owens, E.Reya, M.Glück. Phys. Rev. D18, 1501 (1978).
99. В.Н.Грибов, Л.Н.Липатов. ЯФ 15, 781 (1972)
100. В.Н.Грибов, Л.Н.Липатов. ЯФ 15, 1272 (1972)
101. Л.Н.Липатов. ЯФ 20, 181 (1974)
102. А.П.Бухвостов, Л.Н.Липатов, Н.П.Попов. ЯФ 20, 532 (1974)
103. L.V.Gribov. Nucl. Phys. B168, 429 (1980).
104. G.Altarelli, G.Parisi. Nucl. Phys. B126, 298 (1977).
105. Ю.Л.Докшицер. ЖЭТФ 73, 1216 (1977)
106. D.J.Pritchard. Z. Phys. C2, 205 (1979).
107. В.Н.Байер, А.Г.Грозин. ДАН 249, 341 (1979)
108. E.G.Floratos, S.Kounnes, R.Lacaze. Nucl. Phys. B192, 417 (1981).
109. М.Г.Рыский, С.И.Троян. ЯФ 33, 260 (1981)
110. P.Binetruy. Phys. Lett. 91B, 245 (1980).
111. Yu.L.Dokshitzer, V.S.Fadin, V.A.Khoze. Preprint LINP-745, Leningrad (1982); Phys. Lett. B, in print.