

Б.18

48

ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ  
СО АН СССР

В.Н.Байер, В.М.Катков, В.М.Страховенко

ИЗЛУЧЕНИЕ ПРИ ПЛОСКОСТНОМ  
КАНАЛИРОВАНИИ РЕЛЯТИВИСТСКИХ  
ЭЛЕКТРОНОВ В ТОЛСТЫХ  
КРИСТАЛЛАХ

ПРЕПРИНТ 82-62



Новосибирск

ИЗЛУЧЕНИЕ ПРИ ПЛОСКОСТНОМ КАНАЛИРОВАНИИ  
РЕЛЯТИВИСТСКИХ ЭЛЕКТРОНОВ В ТОЛСТЫХ  
КРИСТАЛЛАХ

В.Н.Байер, В.М.Катков, В.М.Страховенко

АННОТАЦИЯ

Обсуждается кинетика распределения по поперечной энергии в процессе каналирования электронов. Получены асимптотические выражения для интенсивности излучения в заданный коллиматор при каналировании электронов в кристаллах большой толщины. Найдены оптимальные толщины, при которых выход излучения при каналировании является максимальным. Проведен анализ спектрального распределения интенсивности для каналирования в кристалле алмаза.

RADIATION OF RELATIVISTIC ELECTRONS AT PLANAR CHANNELING  
IN THICK CRYSTALS

V.N.Baier, V.M.Katkov, V.M.Strakhovenko

Institute of Nuclear Physics,  
630090 Novosibirsk, USSR

A b s t r a c t

Kinetics of the distribution over transverse energy at the electron channeling is discussed. The asymptotic expressions for the radiation intensity into a given collimator are derived for the electron channeling in thick crystals. The optimal thickness at which the radiation output is maximal is found. The spectral distribution of radiation intensity at electron channeling in a single diamond crystal is analysed.

Излучение при каналировании релятивистских электронов и позитронов вызвало в последние годы большой интерес (см./1-3/ и цитированную там литературу). Последовательному теоретическому анализу поддается пока только излучение при плоскостном каналировании, где поперечное движение заряженной частицы происходит в одномерной потенциальной яме, образованной плоскостями кристалла. Для описания эффекта необходимо решить задачу движения и излучения при заданном значении интеграла движения  $\mathcal{E}_\perp$  - поперечной энергии частицы в конкретном потенциале  $U(x)$ :

$$\mathcal{E}_\perp = U(x) + \varepsilon v_x^2 / 2 \quad (1)$$

где  $\varepsilon$  - энергия частицы;  $v_x$  - x-компонента скорости. Затем характеристики излучения нужно усреднить с функцией распределения (ФР) по  $\mathcal{E}_\perp$ . Исходная поперечная энергия частицы зависит от точки влета  $x_0$  и угла влета  $\vartheta$  частицы в кристалл:

$$\mathcal{E}_\perp = U(x_0) + \varepsilon \vartheta^2 / 2 \quad (2)$$

Поскольку поперечные размеры падающего на кристалл пучка много больше расстояния между плоскостями  $d$ , то распределение по поперечной координате  $x_0$  можно считать равномерным и начальное распределение по  $\mathcal{E}_\perp$  при заданном угле  $\vartheta$  есть /1,4/

$$\frac{dN(\mathcal{E}_\perp)}{d\mathcal{E}_\perp} = \varphi(\mathcal{E}_\perp) = \frac{1}{d} \sum_i \left| \frac{dU(x_0)}{dx_0} \right| \quad (3)$$

где  $x_i$  - корни уравнения (2).

По мере проникновения частиц вглубь кристалла ФР меняется в зависимости от пройденного пути  $l$ . Одним из основных процессов, определяющих ФР  $\varphi(\mathcal{E}_\perp)$  является многократное рассеяние. Расстояние, на котором среднеквадратичный угол рассеяния в соответствующей аморфной среде становится равным характерному углу в задаче каналирования - углу Линхарда  $\vartheta_c = \sqrt{2u_0/\varepsilon}$ , мы называем длиной деканалирования  $l_d$  /1,4/:

$$l_d \approx \frac{\alpha}{2\pi} g_0 L_{rad} \quad (4)$$

где  $\rho_0 = 2u_0 \varepsilon / m^2 c^4$ ;  $u_0$  - глубина потенциальной ямы канала;  $m$  - масса электрона;  $\alpha = e^2 / \hbar c = \frac{1}{137}$ ;  $L_{rad}$  - радиационная длина в аморфном веществе.

Другим важным фактором, влияющим на кинетику процесса, является тормозное излучение. Характерная длина, на которой частица теряет свою энергию, порядка  $L_{rad}$  и не зависит от энергии частицы. Интенсивность излучения, обусловленная движением в непрерывном потенциале  $U(x)$  становится сравнимой с интенсивностью тормозного излучения при  $\gamma \equiv \varepsilon / m \sim 10^4 (\rho_0 \sim 1) / 5$ . При дальнейшем увеличении энергии частицы это излучение становится главным из радиационных процессов. Введем характерную длину излучения при каналировании

$$L_{ch}^{-1} = \frac{1}{\varepsilon} \frac{d\varepsilon}{d(ct)} = \frac{I(\varepsilon)}{c\varepsilon} \sim \alpha \left( \frac{u_0}{mc^2} \right)^2 \frac{x_c \gamma}{d^2} \sim \alpha \rho_0 \frac{u_0}{mc^2} \frac{x_c}{d^2} \quad (5)$$

где  $x_c = \hbar / mc$  - комптоновская длина волны электрона. Сравнивая  $L_{ch}$  с  $l_d$

$$\frac{l_d}{L_{ch}} \sim \alpha^2 \frac{x_c}{d} \frac{u_0}{mc^2} \frac{L_{rad}}{2\pi d} \rho_0^2 \sim 10^{-3} \rho_0^2 \quad (6)$$

приходим к выводу, что при плоскостном каналировании электронов  $l_d \ll L_{ch}$  вплоть до энергии  $\varepsilon \sim 10^{11}$  эВ, т.е. определяющим процессом, меняющим ФР, является многократное рассеяние. При этом потери энергии могут быть учтены в адиабатическом приближении.

Если толщина кристалла  $L \ll l_d$ , то влиянием многократного рассеяния на ФР можно пренебречь, такой кристалл мы называем тонким / I, 4 /. Если  $L \gtrsim l_d$ , то необходимо учитывать изменение ФР, такой кристалл мы будем называть толстым.

Подробный теоретический анализ излучения при каналировании в тонких кристаллах в области применимости дипольного приближения был проведен в работе авторов / I /. В настоящее время в этой области нет экспериментов на тонких кристаллах. На тонких кристаллах проводились эксперименты по излучению позитронов с  $\varepsilon = 4+14$  ГэВ в кристалле алмаза и с  $\varepsilon = 10$  ГэВ - в кристалле кремния, но при таких энергиях уже нельзя пользоваться дипольным приближением. Детальное сравнение результатов этих

экспериментов с теорией, основанной на работе / 6 /, было проведено недавно авторами / 7 /. Показано, что широкий круг экспериментальных данных вполне удовлетворительно описывается теорией.

Для оценки возможности использования излучения при каналировании в качестве источника жесткого направленного излучения, сосредоточенного в сравнительно узком интервале частот необходимо знать спектр фотонов, излученных в заданный телесный угол. Очень важно определить оптимальную толщину  $L_0$  кристалла, обеспечивающую наибольший энергетический выход излучения в некотором интервале частот. Эта оптимальная толщина существенно превышает длину деканалирования  $l_d$  (4). Действительно, если не учитывать поглощения фотонов, то выход излучения растет с толщиной по крайней мере до тех пор, пока частицы не излучат заметную долю своей энергии, для ультрарелятивистских электронов это происходит на длинах  $\gtrsim L_{rad}$ . С другой стороны, поглощение фотонов также становится существенным на длинах  $\sim L_{rad}$ . Итак,  $L_0 \sim L_{rad} \gg l_d$  т.е. необходимо рассмотреть процесс в толстых кристаллах. Отметим, что эксперименты в дипольной области проводились на кристаллах толщиной  $L \gg l_d$  и использовали коллимацию фотонного пучка, что необходимо в этих условиях для выделения эффекта / I /. Настоящая работа посвящена описанию излучения при плоскостном каналировании в толстых кристаллах.

Перейдем к рассмотрению эволюции ФР. Введем ФР, зависящую от поперечной энергии  $\varepsilon_{\perp}$  (I) и координаты  $x$  на глубине  $l$

$$F(\varepsilon_{\perp}, x, l) = \varphi(\varepsilon_{\perp}, l) f(\varepsilon_{\perp}, x) \quad (7)$$

где

$$f(\varepsilon_{\perp}, x) = \sqrt{\frac{\varepsilon}{2}} \frac{1}{T \sqrt{\varepsilon_{\perp} - u(x)}}; \quad \int f dx = \frac{dt}{T} \quad (8)$$

$T$  - период движения частицы (над барьером) и полпериода (для частиц в канале). Условия нормировки имеют вид

$$\int F d\varepsilon_{\perp} dx = \int \varphi(\varepsilon_{\perp}, l) d\varepsilon_{\perp} = \int f dx = 1 \quad (9)$$

Изменение ФР за счет многократного рассеяния частиц описывается кинетическим уравнением

$$\frac{\partial F}{\partial l} = \int [w(\varepsilon_1 - \sigma, \sigma) F(\varepsilon_1 - \sigma) - w(\varepsilon_1, \sigma) F(\varepsilon_1)] d\sigma \quad (10)$$

где  $w(\varepsilon_1, \sigma)$  - вероятность процесса, при котором поперечная энергия меняется от  $\varepsilon_1$  до  $\varepsilon_1' = \varepsilon_1 + \sigma$ . Считая, что изменение поперечной энергии невелико и разлагая по степеням  $\sigma$ , приходим к уравнению Фоккера-Планка

$$\frac{\partial F}{\partial l} = \int d\sigma \left[ -\sigma \frac{\partial(wF)}{\partial \varepsilon_1} + \frac{\sigma^2}{2} \frac{\partial^2(wF)}{\partial \varepsilon_1^2} \right] = \quad (11)$$

$$= -\frac{\partial}{\partial \varepsilon_1} \left( \frac{\Delta \varepsilon_1}{\Delta l} F \right) + \frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial \varepsilon_1^2} \left( \frac{(\Delta \varepsilon_1)^2}{\Delta l} F \right)$$

где

$$\frac{\Delta \varepsilon_1}{\Delta l} = \int d\sigma \cdot \sigma w(\varepsilon_1, \sigma), \quad \frac{(\Delta \varepsilon_1)^2}{\Delta l} = \int d\sigma \cdot \sigma^2 w(\varepsilon_1, \sigma) \quad (12)$$

средняя и среднеквадратичная потеря поперечной энергии (на единицу длины). Воспользовавшись формулой (1), имеем\*

$$\Delta \varepsilon_1 = \frac{1}{2} \varepsilon (\Delta \nu_x)^2, \quad (\Delta \varepsilon_1)^2 = \varepsilon^2 \nu_x^2 (\Delta \nu_x)^2 = 4(\varepsilon_1 - u(x)) \Delta \varepsilon_1 \quad (13)$$

Здесь  $\nu_x$  - x-компонента угла многократного рассеяния электрона. Отметим, что величина  $\Delta \varepsilon_1$ , вообще говоря, зависит от координаты  $x$ . Проинтегрировав обе части уравнения (9) по  $x$ , получаем уравнение для ФР  $\varphi(\varepsilon_1, l)$ :

$$\frac{\partial \varphi}{\partial l} = -\frac{\partial}{\partial \varepsilon_1} \left( \left\langle \frac{\Delta \varepsilon_1}{\Delta l} \right\rangle \varphi \right) + 2 \frac{\partial^2}{\partial \varepsilon_1^2} \left( \left\langle \frac{\Delta \varepsilon_1}{\Delta l} (\varepsilon_1 - u(x)) \right\rangle \varphi \right) \quad (14)$$

где введено обозначение для среднего

$$\langle \varphi \rangle \equiv \int \varphi f(x) dx = \sqrt{\frac{\varepsilon}{2}} \frac{1}{T} \int \frac{\varphi dx}{\sqrt{\varepsilon_1 - u(x)}} \quad (15)$$

Уравнение (14) можно представить в следующей форме

$$\frac{\partial \varphi}{\partial l} = 2 \frac{\partial}{\partial \varepsilon_1} \mathcal{D} \frac{\partial \varphi}{\partial \varepsilon_1} \quad (16)$$

\* Ниже используется система единиц  $\hbar = c = 1$ .

где

$$\mathcal{D} = \sqrt{\frac{\varepsilon}{2}} \int \left( \frac{\Delta \varepsilon_1}{\Delta l} \right) \sqrt{\varepsilon_1 - u(x)} dx \quad (17)$$

Уравнения типа (16) известны в задаче о плоскостном каналировании (см., например, /8/).

Величина  $(\Delta \nu_x)^2 / \Delta l$  достаточно велика только в узком интервале  $x \sim u \ll d$  ( $u$  - амплитуда тепловых колебаний), где  $u(x) \ll u_0$  и поэтому в случае плоскостного каналирования электронов коэффициент  $\mathcal{D}$  можно представить в виде

$$\mathcal{D} = \left( \frac{\varepsilon}{2} \right)^{3/2} \sqrt{\varepsilon_1} d \left( \frac{\Delta \nu_x^2}{\Delta l} \right)_{am} \quad (18)$$

где  $(\Delta \nu_x^2 / \Delta l)_{am}$  скорость изменения среднеквадратичного угла рассеяния в аморфной среде

$$\frac{\Delta \nu_x^2}{\Delta l} \approx \frac{2\pi}{\alpha \gamma^2} L_{rad}^{-1} \quad (19)$$

Сделаем замену переменных  $\tau = l/l_d$ ,  $l_d$  определено формулой (4),  $\xi = \sqrt{2\varepsilon_1/\varepsilon} / \nu_c = \sqrt{\varepsilon_1/u_0}$  и введем функцию  $g = \varphi d / \nu_c T$

С учетом (18), (19) уравнение (16) принимает вид

$$\frac{\partial g(\xi, \tau)}{\partial \tau} = \frac{1}{2\mathcal{X}(\xi)} \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} g(\xi, \tau) \quad (20)$$

Здесь

$$\mathcal{X}(\xi) = \frac{\xi}{d} \int \frac{dx}{\sqrt{\xi^2 - u(x)/u_0}} \quad (21)$$

Рассмотрим ФР на глубине  $l \gg l_d$  ( $\tau \gg 1$ ). В интересующей нас области движения частиц в канале или невысоко над барьером  $\xi \lesssim 1$ , т.е.  $\xi^2 \ll \tau$ . В этой области из уравнения (20) следует, что  $g(\xi, \tau)$  не зависит от  $\xi$ . При  $\sqrt{\tau} \gg \xi \gg 1$ , где  $\mathcal{X}(\xi) = 1$ , решение уравнения (20) имеет вид

\* Это утверждение может оказаться несправедливым при  $\xi \approx 1$ , когда  $\mathcal{X}(\xi)$  велико и сравнимо с  $\tau$ . Тогда диффузия в пространстве  $\xi(\varepsilon_1)$  за счет многократного рассеяния оказывается подавленной. Однако имеет место однократное рассеяние, за счет которого частицы будут легко проходить эту область  $\xi$ , ввиду узости интервала  $\xi$ , причем детали прохождения оказываются несущественными.

$$g(\xi, z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi z}} \int \exp\left\{-\frac{(\xi - \xi_0)^2}{2z}\right\} g(\xi_0, 0) d\xi_0 \quad (22)$$

где  $g(\xi, 0)$  - начальное распределение частиц. Если  $g(\xi, 0) \neq 0$  только при  $\xi \lesssim I$ , то при  $\xi \ll \sqrt{z}$  отсюда следует, что

$$g(\xi, z) \approx \frac{1}{\sqrt{2\pi z}} \int g(\xi_0, 0) d\xi_0 = \frac{1}{\sqrt{2\pi z}} \quad (23)$$

Поскольку (23) не зависит от  $\xi$ , то его можно распространить и на область  $\xi \lesssim I$ , так что решение (16) имеет асимптотический вид

$$\varphi(\xi^2, z) = \frac{T(\xi) v_c}{d \sqrt{2\pi z}} \quad (24)$$

Согласно (7), (8), (24) число частиц в заданном интервале значений  $\xi, x$  при фиксированном значении  $z$  есть

$$dF(\xi, x, z) = F(\xi^2, x, z) d\xi^2 dx = \frac{d\xi^2}{\sqrt{2\pi z}} \frac{dx}{d\sqrt{\xi^2 - u(x)/u_0}} \quad (25)$$

$$= 2 \frac{d\sqrt{\xi^2 - u(x)/u_0}}{\sqrt{2\pi z}} \frac{dx}{d} = \frac{d|\tilde{v}_x|}{\sqrt{2\pi z}} \frac{dx}{d}$$

где  $\tilde{v}_x = \pm \sqrt{\xi^2 - u(x)/u_0} = v_x/v_c$ ,  $v_x$  - мгновенная скорость частицы. Из формулы (25) следует, что распределение в фазовом пространстве по координате  $x$  и скорости  $v_x$  является однородным, что соответствует установлению статистического равновесия в рассматриваемой области значений  $\xi$ . Если нас интересует также и распределение по скорости  $v_y$  (плоскость  $x, y$  перпендикулярна плоскостям, образующим канал), для  $v_y \lesssim I$ , то проводя аналогичный анализ, приходим к однородному распределению в фазовом пространстве в двухмерном случае:

$$dF(v_x, v_y, x, z) = \frac{d\tilde{v}_x d\tilde{v}_y}{2\pi z} \frac{dx}{d} \quad (26)$$

Это распределение необходимо в случае, когда коллиimator ограничивает углы излучения как по координате  $x$  ( $\Delta_x$ ), так и по координате  $y$  ( $\Delta_y$ ).

Воспользовавшись формулой (26), получаем для интенсивности коллимированного по двум направлениям пучка фотонов  $\Delta_x, \Delta_y \lesssim v_c$  ( $\vec{\Delta} = \vec{\Delta}(\Delta_x, \Delta_y)$  - угол колликации, углы отсчитываются от оси коллиматора (рис. 1)).

$$I(\vec{\Delta}, z) = \int dF(\vec{v}, x, z) \int_{\vec{\Delta}} d\vec{v} I(\vec{v} - \vec{v}_1, x) =$$

$$= \frac{1}{2\pi z} \frac{1}{v_c^2} \int_{\vec{\Delta}} d\vec{v} \int I(x) \frac{dx}{d} = \frac{1}{2\pi z} \frac{1}{v_c^2} \Omega \bar{I} \quad (27)$$

Здесь  $\Omega$  - телесный угол коллиматора. В потенциале, использованном в /1/

$$u(x) = -v_0 [ch(|x/a_s| - \delta) - ch\delta], \quad \delta = \frac{d}{2a_s} \quad (28)$$

имеем

$$\bar{I} = \frac{1}{d} \int I(x) dx = \frac{4}{3} \frac{e^2 u_0^2 \gamma^2}{d^2 m^2} \Psi(\delta) \quad (29)$$

$$\Psi(\delta) = \frac{\delta^2}{(ch\delta - 1)^2} \left( \frac{sh 2\delta}{2\delta} - 1 \right)$$

В случае плоского коллиматора  $-\Delta \leq v_x \leq \Delta$

$$I(\Delta, z) = \int_{-\Delta}^{\Delta} d\tilde{v}_x \int_{-\infty}^{\infty} d\tilde{v}_y dF(v_x, x, z) I(v_x - \tilde{v}_x, \tilde{v}_y, x) = \sqrt{\frac{2}{\pi z}} \frac{\Delta}{v_c} \bar{I} \quad (30)$$

Формулы (27), (30) дают интенсивность излучения на глубине

$l \gg l_d$  в заданный телесный угол соответственно для двухмерного и щелевого коллиматора, заметим, что они справедливы при любых значениях параметра недипольности  $\rho_0$  (см. (4)).

Очевидный интерес представляет сравнение полной интенсивности излучения при каналировании и тормозного излучения в заданный коллиматора. Для тонких кристаллов такая оценка (без учета колликации) содержится в /5/. Для толстых кристаллов оценку можно сделать, исходя из полученных выше результатов. Для толщины

$L \lesssim 0,1 L_{rad}$ , где можно пренебречь поглощением фотонов, имеем например для круглого коллиматора (см. формулы (27), (29))

$$R = (S I_{ch} d\vec{v} dF) / (S I_{br} d\vec{v} dF) = \bar{I} / I_{br} =$$

$$= \frac{4}{3} \frac{e^2 u_0^2 \gamma^2}{d^2 m^2} L_{rad} \Psi(\delta) = \frac{2}{3} \Psi(\delta) \rho_0 \alpha \frac{u_0}{m} \frac{v_c L_{rad}}{d^2} \quad (31)$$

Отношение  $R$   $\Rightarrow$  приведено в Таблице I. Видно, что при  $\varepsilon = 1$  ГэВ  $R$  лежит между 10% и 20%. Исключение составляет алмаз, где излучение при каналировании усилено, поскольку потенциал  $U_0$  сравнительно велик, а расстояние  $d$  - мало.

Для оценки оптимальной толщины кристалла выпишем уравнение, учитывающее поглощение фотонов и уменьшение энергии электронов за счет излучения. Мы будем проводить оценки для энергии электронов  $\varepsilon = 1$  ГэВ, при которой, как было показано выше, в большинстве веществ основные потери энергии обусловлены тормозным излучением<sup>\*)</sup>. В силу того, что  $L_{rad} \gg l_d$ , изменение энергии со временем можно учесть в адиабатическом приближении. Итак

$$\frac{d\varepsilon}{d\ell} = -\frac{\varepsilon}{L_{rad}}, \quad \varepsilon = \varepsilon_0 \exp\left\{-\frac{\ell}{L_{rad}}\right\} \quad (32)$$

Отметим, что интенсивность излучения, попавшего в коллиматор, по разному зависит от энергии ( $\gamma$ ) электронов для разных типов коллиматоров. Для круглого коллиматора  $I \sim \gamma^4$  (27), а для щелевого коллиматора  $I \sim \gamma^3$  (30). С учетом этого обстоятельства, интересующие нас уравнения имеют вид:

$$\frac{d\Phi_{c2}}{dz} = -\Phi_{c2} + \frac{e^{-az}}{z+b}, \quad \frac{d\Phi_{pl}}{dz} = -\Phi_{pl} + \frac{e^{-cz}}{\sqrt{z}} \quad (33)$$

где<sup>\*\*)</sup>

$$z = \frac{L}{L_{ph}}, \quad a = \frac{4L_{ph}}{L_{rad}}, \quad b = \frac{l_d}{L_{ph}}, \quad c = \frac{3L_{ph}}{L_{rad}}$$

\*) Однако есть вещества, например алмаз, для которых уже при этой энергии необходимо учитывать также потери энергии на излучение при каналировании. Рассмотрение задачи с учетом этого эффекта дано в Приложении I.

\*\*) Приведенное выражение для коэффициента  $b$  пригодно при  $\Delta \leq \tilde{\nu}_c$ , для широких пучков фотонов ( $\Delta > \tilde{\nu}_c$ ) хорошей аппроксимацией является  $b = l_d(1 + \Delta^2/4\tilde{\nu}_c^2)/L_{ph}$ . Действительно, если представить  $l_d = 2\tilde{\nu}_c^2/\tilde{\nu}_s^2$  ( $\tilde{\nu}_s^2$  - скорость изменения угла многократного рассеяния (I9)), то видно, что для очень широкого пучка  $\Delta^2 \gg \tilde{\nu}_c^2$  и  $l_d(1 + \Delta^2/4\tilde{\nu}_c^2) \rightarrow \Delta^2/2\tilde{\nu}_s^2$  а именно эта величина определяет границу асимптотического поведения ФР (см. (22)).

Здесь  $L$  - толщина кристалла;  $L_{ph}$  - усредненная длина поглощения фотонов, учитывающая рождение пар и комптоновское рассеяние<sup>\*)</sup> в интервале частот 2,5-15 МэВ, что соответствует характерным частотам излучения в разных веществах при энергии электронов  $\varepsilon = 1$  ГэВ. Функция  $\Phi$  описывает отношение суммарной энергии фотонов, попавших в коллиматор, к полной энергии падающих электронов:

$$\frac{E_{c2}(z)}{\varepsilon} = \frac{\Delta^2 l_d}{2\tilde{\nu}_c^2 \varepsilon} \bar{I} \Phi_{c2}(z) \quad (34)$$

$$\frac{E_{pl}(z)}{\varepsilon} = \sqrt{\frac{2}{\pi b}} \frac{\Delta l_d}{\tilde{\nu}_c \varepsilon} \bar{I} \Phi_{pl}(z)$$

Решая уравнение (33), имеем

$$\Phi_{c2} \approx e^{-z} [Ei((z+b)(1-a)) - Ei(b(1-a))] \quad (35)$$

$$\Phi_{pl} = \sqrt{\frac{\pi}{c-1}} e^{-z} \Phi(\sqrt{z(c-1)})$$

Здесь  $Ei(x)$  - интегральная показательная функция;  $\Phi(x)$  - интеграл вероятностей. В предельном случае  $z \ll 1$

$$\Phi_{c2} \approx \ln\left(1 + \frac{z}{b}\right), \quad \Phi_{pl} \approx 2\sqrt{z} \quad (36)$$

Значения  $L = L_0$ , при которых  $E(z)/\varepsilon$  принимает максимальное значение и само значение  $E(z_0)/\varepsilon$  ( $z_0 = L_0/L_{ph}$ ) для некоторых кристаллов для круглого и щелевого коллиматора приведены в Таблице I<sup>\*\*)</sup>. Из нее видно, что  $L_0 \gg l_d$ , а выход излучения  $E(z)/\varepsilon$  на оптимальной длине даже для щелевого коллиматора (при  $\Delta = 1/\gamma$ ) меньше 1%.

\*) Поскольку при комптоновском рассеянии излученных фотонов характерные углы  $\tilde{\nu} \gg \tilde{\nu}_c \sim \Delta$ , то необходимо учитывать также и этот процесс.

\*\*) При расчете для всех кристаллов, кроме алмаза, использовались параметры, приведенные в таблице работы /I/ с учетом нулевых и температурных колебаний (в /I/ даны значения потенциала для статических кристаллов, полученные с помощью метода Томаса-Ферми). Для алмаза ( $Z = 6$ ) результат /I/ можно рассматривать как грубую оценку. Поэтому мы провели более точный расчет. Для статического кристалла алмаза  $U_0 = 31$  эВ и  $\delta = 1,73$  для плоскости (110), эти данные использованы ниже.

Выше изучалась полная интенсивность излучения при каналировании. Важно знать также спектральное распределение интенсивности. Вычисление этой характеристики излучения с учетом коллимации является существенно более сложной задачей. Рассмотрение ее будет проведено в другом месте. Здесь мы приведем результаты вычисления спектрального распределения интенсивности в алмазе при энергии  $\varepsilon = 1$  ГэВ для плоскости (110) для разных значений толщины кристалла  $L$  и углового раствора круглого коллиматора  $\Delta$ . Использовался потенциал типа "перевернутая парабола" /9/ и дипольное приближение ( $\rho_0 \ll 1$ ). ФР аппроксимировалась интерполяционной формулой, переходящей в точные выражения при  $l \rightarrow 0$  и  $l \gg l_d$ . Результаты вычислений приведены на рис.2. Кривые 1,2,3 построены для  $\Delta = 1/2\chi$  и  $L/l_d = 1, 10, 880$  соответственно. Все эти три кривые почти подобны и с хорошей точностью (с небольшими отклонениями, возникающими на левом склоне) получают друг из друга умножением ординаты на постоянный коэффициент, что показывает, что при заданном  $\Delta$  вклад в излучение дают частицы с ограниченными значениями  $\varepsilon_{\perp}, \vec{v}_{\perp}$ . Кривые 4,5 построены для  $L/l_d = 880$  и  $\Delta = 1/\chi; 2/\chi$ . Для удобства сравнения их ординаты уменьшены соответственно в 2,6 и 5,6 раза. Видно, что с ростом  $\Delta$  не только увеличивается абсолютная величина (правда этот рост слабее чем  $\Delta^2$ ), но и происходит изменение формы спектра. Правый склон (высокие частоты) поднимаются сильнее, чем, например, в области частот в районе максимума распределения. Это связано с тем, что с ростом  $\Delta$  в коллиматор попадает излучение от частиц со все большими значениями  $\varepsilon_{\perp}$ , а частота движения при больших  $\varepsilon_{\perp}$  растет  $\propto \sqrt{\varepsilon_{\perp}}$ . Эти утверждения хорошо иллюстрируются Таблицей 2, где приведены характеристики спектрального распределения интенсивности в алмазе в зависимости от угла коллимации. Проведенный анализ показывает, что: 1) поскольку характерные углы излучения  $\sim 1/\chi$ , то угол коллиматора должен быть не меньше этой величины; 2) если угол коллиматора увеличивать (напомним, что  $\mathcal{D}_c \sim 1/\chi$ ), то интенсивность излучения в области характерных частот излучения при каналировании меняется слабо, а рост интенсивности происходит в основном за счет расширения интервала частот излучения (расширения пиков, см. рис.2).

Все кривые на рис.2 построены для случая, когда угловой разброс падающего пучка  $\Delta_0 = \mathcal{D}_c$ . Сужение углового разброса в

падающем пучке (при  $L/l_d = 880$ ) не дает существенного выигрыша, так для  $\Delta_0 = 0,1 \mathcal{D}_c$  выход увеличивается лишь на 6+8%.

Мы провели сравнение спектрального распределения интенсивности в нашей модели с недавним экспериментом, проведенным в Томске /10/, где получены абсолютно нормированные спектры излучения электронов в алмазе (плоскость (001), энергия 600+900 МэВ, толщина кристалла  $L = 350$  мкм, т.е.  $L/l_d = 27$  при  $\varepsilon = 900$  МэВ и 40 при  $\varepsilon = 600$ ). Использовался коллиматор с  $\Delta = 2 \cdot 10^{-4}$  и расходимость начального пучка  $\Delta_0 \approx \Delta \approx \Delta_c$ . Детали сравнения будут приведены в другом месте. Форма спектрального распределения оказалась во вполне удовлетворительном согласии с экспериментом. Имеется однако расхождение в нормировке кривых: теория примерно в 2 раза превышает эксперимент.

В приведенном анализе спектрального распределения был использован потенциал типа "перевернутая парабола". В работе /1/ мы использовали другой потенциал, более пригодный, на наш взгляд, для описания излучения при каналировании. В принципе можно было взять и потенциал из /1/ (см. (28)), однако расчет был бы существенно более трудоемким. Как отмечено в /1/, результаты (для тонких кристаллов), полученные при применении этих двух типов потенциалов, находятся в неплохом количественном согласии друг с другом. Поскольку наш учет деканалирования был довольно грубым, то использование потенциала типа "перевернутая парабола" является вполне оправданным.

В некоторых кристаллах, например для плоскости (110) в вольфраме при  $\varepsilon = 1$  ГэВ, параметр недипольности  $\rho_0$  (4) уже не является пренебрежимо малым. Тем не менее, при этой энергии излучение при каналировании сосредоточено в основном в первой гармонике, максимум которой смещается влево.

Мы благодарны А.Н.Скринскому за внимание к работе и обсуждение.



Приложение I

Как показано выше, уже при энергии  $\varepsilon = 1$  ГэВ возможна ситуация (например для плоскости (110) в алмазе), когда потери энергии на излучение при каналировании сравниваются с потерями на тормозное излучение. В такой ситуации уравнение для потерь энергии имеет вид

$$\frac{d\varepsilon}{dz} = -(\varepsilon + \beta \varepsilon^2) \quad (\text{П.1})$$

где  $\tau = l/L_{rad}$ ,  $\beta = \frac{I_{ch}}{\varepsilon^2} L_{rad}$ ,  $I_{ch}$  - полная интенсивность излучения при каналировании; в асимптотической области, где это излучение описывается формулами (27) - (30) имеем  $\beta = 4e^2 u_0^2 L_{rad} \Psi(\delta) / 3d^2 m^4$ . Решение (П.1) с граничным условием  $\varepsilon(0) = \varepsilon_0$  есть

$$\varepsilon(z) = \varepsilon_0 \frac{e^{-z}}{1 + \beta \varepsilon_0 (1 - e^{-z})} \quad (\text{П.2})$$

Уравнение (33) тогда приобретает форму

$$\frac{d\Phi}{dz} = -\Phi + f(z) \quad (\text{П.3})$$

где

$$f_{cr}(z) = \frac{e^{-az}}{(z+b) [1 + \beta \varepsilon_0 (1 - e^{-az/4})]^4} \quad (\text{П.4})$$

$$f_{pl}(z) = \frac{e^{-cz}}{\sqrt{z} [1 + \beta \varepsilon_0 (1 - e^{-az/4})]^3}$$

Решение (П.3) запишем в виде

$$\Phi(z) = e^{-z} \int_0^z f(z) e^z dz \quad (\text{П.5})$$

При  $\beta \rightarrow 0$  (когда можно пренебречь потерями на излучение при каналировании) уравнения и решения естественно переходят в (33), (35). В общем случае следует использовать решения (П.5).

Л и т е р а т у р а

1. В.Н.Байер, В.М.Катков, В.М.Страховенко. Ядерная физика, 33, 1284, 1981.
2. М.А.Кумахов, Ch.G.Trikalinos. Phys.Stat.Sol.(B) 92, 449, 1980.
3. В.А.Базылев, В.И.Глебов, Н.К.Жеваго. ЖЭТФ, 78, 62, 1980.
4. В.Н.Байер, В.М.Катков, В.М.Страховенко. Излучение релятивистских частиц при плоскостном каналировании. Препринт ИЯФ 80-03, 1980.
5. V.N.Baier, V.M.Katkov, V.M.Strakhovenko. Phys.Lett. 73A, 414, 1979.
6. В.Н.Байер, В.М.Катков, В.М.Страховенко. ЖЭТФ, 80, 1348, 1981.
7. В.Н.Байер, В.М.Катков, В.М.Страховенко. Недипольное излучение при плоскостном каналировании позитронов; сравнение теории с экспериментом. Препринт ИЯФ 81-139, 1981.
8. В.В.Белошицкий, М.А.Кумахов. ДАН СССР 212, 846, 1973.
9. В.Н.Байер, В.М.Катков, В.М.Страховенко. ДАН СССР 246, 1347, 1979.
10. А.Д.Адицев и др. Каналирование электронов с энергией 600-900 МэВ в плоскости (001) алмаза. Доклад на сессии ОЯФ АН СССР, Москва, 1982.

Таблица 1

Параметры, характеризующие излучение в толстых кристаллах  
для плоскости (110) при энергии  $\varepsilon = 1$  ГэВ

Кристалл (d - решет- ка типа ал- маза)	l <sub>d</sub> мкм	L <sub>p</sub> <sup>h</sup> см	Отноше- ние R (формула (31))	Угол Линхар- да $\vartheta_c \times 10^4$	Характер- ная энер- гия фото- нов $\hbar\omega_c = 2\hbar^2 k_0^2 / m_0$ МэВ	Оптимальная толщина (см)		Выход излуче- ния для $\Delta = 1/\chi$ на оптималь- ной толщине $\chi = E(L_0) 10^3 / \varepsilon$
						целовой коллиматор L <sub>0</sub> <sup>ц</sup>	круглый коллиматор L <sub>0</sub> <sup>к</sup>	
C(d)	30	12,4	0,48	2,4	8,8	4,0	1,5	9,0
Si(d)	23	16,1	0,16	2,2	5,6	4,2	1,6	3,2
Ge(d)	8,9	6,0	0,11	3,0	5,6	1,1	0,5	2,4
W	4,4	1,2	0,16	5,3	II	0,2	0,09	3,6

Таблица 2

Характеристики спектрального распределения  
интенсивности для плоскости (110) в алмазе  
при  $\varepsilon = 1$  ГэВ для круглого коллиматора

Угол коллима- ции $\Delta$	Выход излучения (E/ε) 10 <sup>3</sup> (в ин- тервал частот на полувысоте пика) по рис.2	Интервал энергий фо- тонов на полу- высоте пика (МэВ)	Доля энергии излучения, при- ходящейся на принятый интер- вал энергий (в %)
1/2χ	0,21	3 - 17	49
1/χ	0,75	3 - 21	48
2/χ	2,3	2 - 29	43

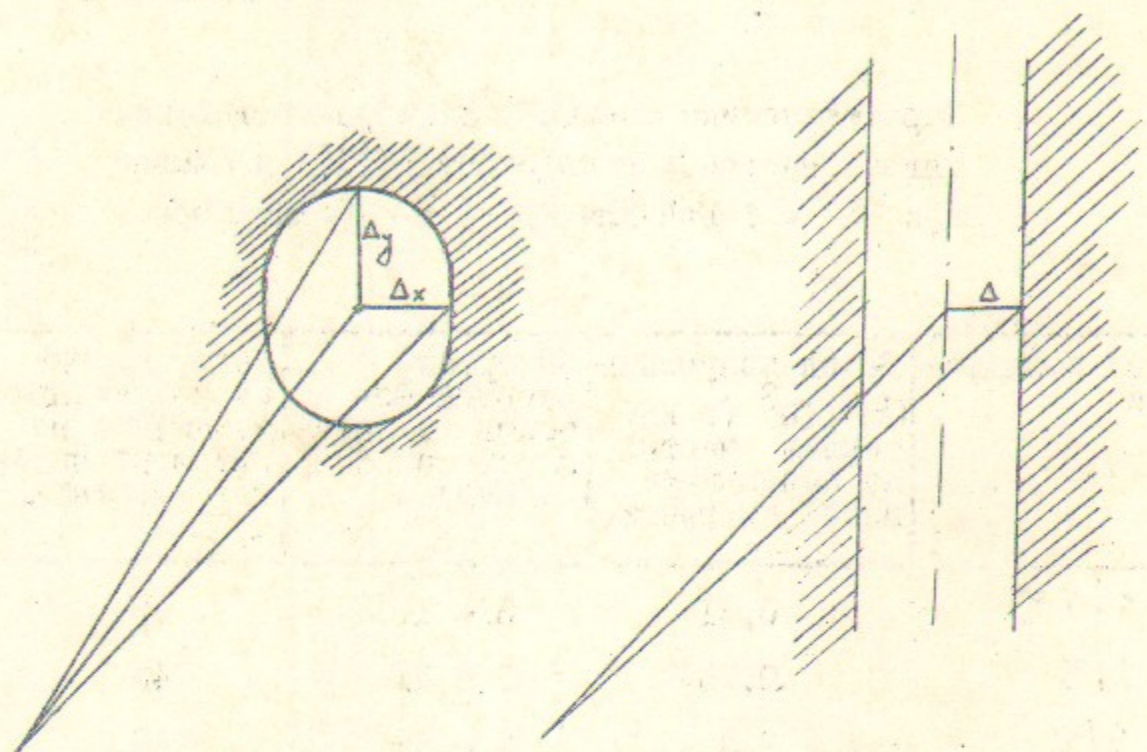


Рис.1

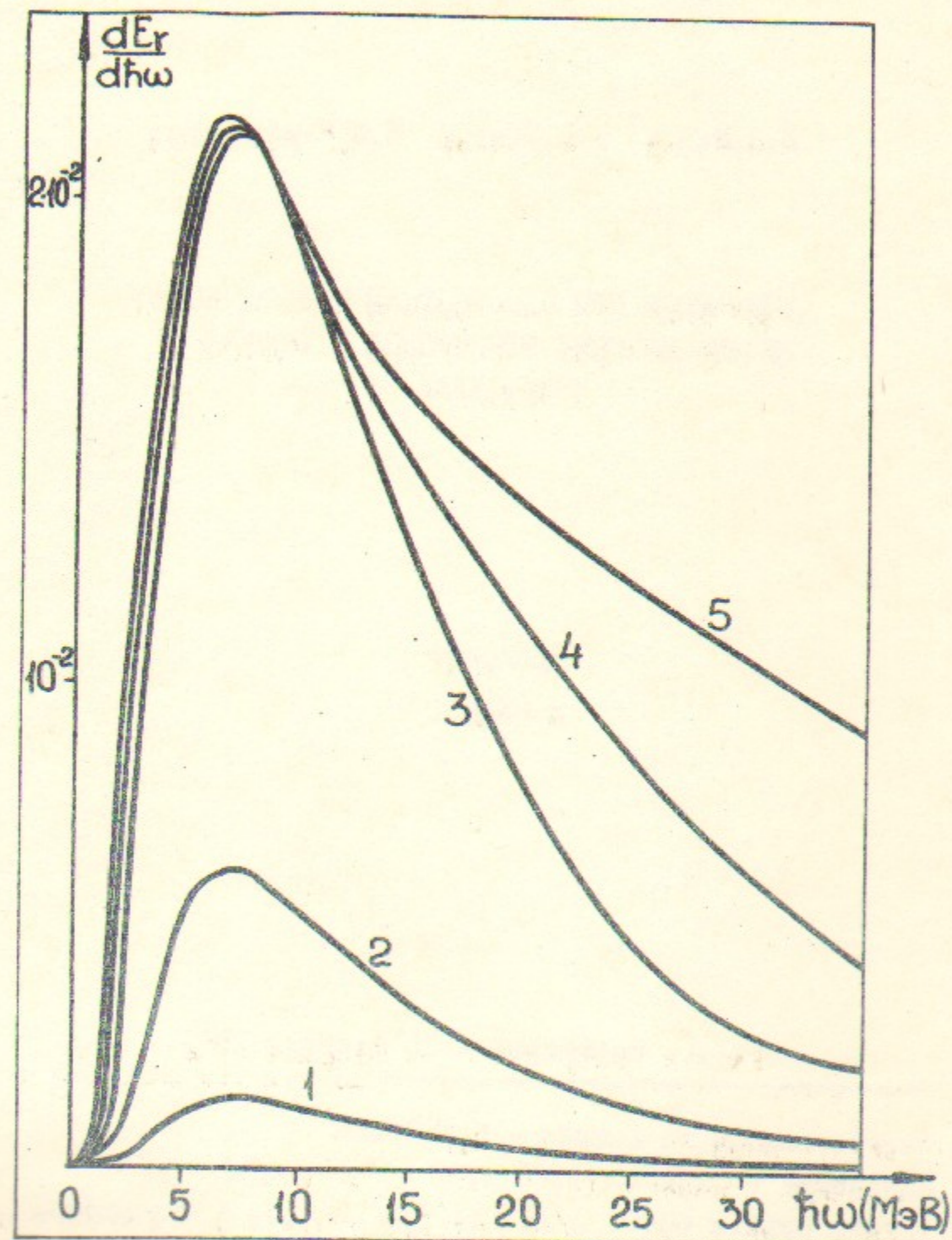


Рис.2

В.Н.Байер, В.М.Катков, В.М.Страховенко

ИЗЛУЧЕНИЕ ПРИ ПЛОСКОСТНОМ КАНАЛИРОВАНИИ  
РЕЛЯТИВИСТСКИХ ЭЛЕКТРОНОВ В ТОЛСТЫХ  
КРИСТАЛЛАХ

Препринт

№ 82-62

Работа поступила - 15 февраля 1982

---

Ответственный за выпуск - С.Г.Попов

Подписано к печати 12.05.1982 г. МН 03281

Формат бумаги 60x90 1/16 Усл.1,2 печ.л., 1,0 учетно-изд.л.

Тираж 290 экз. Бесплатно. Заказ № 62

---

Ротапринт ИЯФ СО АН СССР, г.Новосибирск, 90