29

ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ
СО АН СССР

Л.С.Пеккер

РАССЕЯНИЕ ЧАСТИЦ НА СКАЧКАХ ПОТЕНЦИАЛА В АМБИПОЛЯРНОЙ ЛОВУШКЕ С ТЕПЛОВЫМ БАРЬРОМ

ПРЕПРИНТ 82 - 37

Новосибирск

РАССЕЯНИЕ ЧАСТИЦ НА СКАЧКАХ ПОТЕНЦИАЛА В АМБИПОЛЯРНОЙ ЛОВУШКЕ С ТЕПЛОВЫМ БАРЬЕРОМ

Л.С.Пеккер

А Н Н О Т А Ц И Я

В настоящей работе обращается внимание на эффект дополнительного рассеяния частиц на дебаевских скачках потенциала в модифицированных амбиполярных ловушках. При определенных условиях это рассеяние может приводить к более быстрому, чем за счет парных столкновений, заполнению барьерного пробкотрона "Центральными" ионами, что, по-видимому, может ограничить эффективность работы теплового барьера.

РАССЕЯНИЕ ЧАСТИЦ НА СКАЧКАХ ПОТЕНЦИАЛА В АМБИПОЛЯРНОЙ ЛОВУШКЕ С ТЕПЛОВЫМ БАРЬЕРОМ

Л.С.Пеккер

I. Для улучшения удержания плазмы вдоль магнитного поля в амбиполярной ловушке [I,2] желательно увеличить температуру электронов в крайних пробкотронах. Этого можно добиться при неизменном энерговкладе в крайние пробкотроны, отделив горячие электроны крайних пробкотронов от более холодных электронов центральной ловушки. Для этой цели Д.Е.Болдуин и Б.Г.Логан [3] предложили установить между центральной и крайними ловушками дополнительные пробкотроны с большим пробочным отношением, плотность плазмы в которых должна быть мала по сравнению с плотностью в центральном пробкотроне. "Вычищение" захваченных в промежуточные ловушки "центральных" ионов предполагается осуществлять, например, при помощи перезарядки на нейтральном пучке атомов, инжектированном почти параллельно оси системы. При таком распределении плотности плазмы (рис.I) потенциал φ в дополнительных пробкотронах, поддерживающий квазинейтральность плазмы, является барьером (рис.Iа) (авторы этой идеи назвали его "тепловым") для проникновения электронов из центрального пробкотрона в крайний и наоборот. В последнее время предлагаются и другие модификации амбиполярной ловушки [I,2], в которых тем или иным способом формируются тепловые барьеры (см., например [4,5]).

Как было показано в [6], распределение потенциала в амбиполярной ловушке с тепловым барьером может иметь разрывы с характерной амплитудой, порядка температуры электронов и характерной шириной порядка дебаевского радиуса. Один скачок потенциала может возникать при переходе из центрального пробкотрона в барьерную (промежуточную) ловушку, а второй – в точке 2 рис.I. В работе [6] плотность захваченных в барьерную ловушку ионов считалась равной нулю и в этом предположении была получена величина скачка φ^* в точке I рис.I как функция отношения температуры ионов и электронов. Позже в [7] для модельной функции распределения захваченных ионов исследовался скачок потенциала в зависимости от плотности захваченных ионов.

В настоящей работе мы хотим обратить внимание на эффект дополнительного рассеяния частиц на описанных выше дебаевских скачках потенциала в модифицированных амбиполярных ловушках. При определенных условиях это рассеяние может приводить к более быстрому, чем за счет парных столкновений, заполнению барьерного пробкотрона "центральными" ионами, что, по-видимому, может ограничить эффективность работы теплового барьера.

Вначале полезно показать, следуя [6], что распределение потенциала в амбиполярной ловушке [3] меняется скачком в точке I рис.I.

2. Получим выражение для плотности ионов в барьерном пробкотроне в зависимости от потенциала φ и пробочного отношения $R(\eta)$, равного $H(1)/H(\eta)$, где H(I) магнитное поле в точке I рис.I. Так как время удержания в ловушке много больше τ_{ii} – времени ион-ионных столкновений, то функцию распределения ионов в центральном пробкотроне можно считать максвелловской с температурой, равной T_i на данной силовой линии. Из законов сохранения энергии и магнитного момента

$$\varepsilon \equiv \frac{m_i}{2}\left(V_{\parallel}^2 + V_{\perp}^2\right) + e\varphi, \quad \mu \equiv \frac{m_i V_{\perp}^2}{2} \tag{I}$$

следует, что плотность пролетных ионов $n_{пр}$ равна:

$$n_{пр} = \frac{n_ц}{2}\int\limits_{max(e\varphi,0)}^{\infty} exp\left(-\frac{\varepsilon}{T_i}\right)\frac{d\varepsilon}{T_i^{3/2}}\int\limits_0^{min(\varepsilon/R,\, \varepsilon - e\varphi)}\frac{H\,d\mu}{\sqrt{\varepsilon - e\varphi - \mu H}},$$

где $n_ц$ – плотность плазмы в центральном пробкотроне на данной силовой линии. После интегрирования имеет: для $R \geqslant 1$ (на отрезке η от точки I до точки 2 рис.I)

$$n_{пр}(\varphi,R) = n_ц \times \begin{cases} exp\left(-\frac{e\varphi}{T_i}\right)\left(1 - \sqrt{\frac{R-1}{R}}\, exp\left(-\frac{e\varphi}{T_i(R-1)}\right)\right) & \varphi > 0 \\ exp\left(-\frac{e\varphi}{T_i}\right)\left[1 - erf\left(\sqrt{\frac{e\varphi}{T_i}}\right) - \sqrt{\frac{R-1}{R}} \times \right. & \\ \left. \times\, exp\left(\frac{-e\varphi}{(R-1)T_i}\right)\left(1 - erf\left(\sqrt{\frac{-e\varphi R}{T_i(R-1)}}\right)\right)\right] & \varphi < 0 \end{cases} \tag{2}$$

и для $R < $ I (на отрезке η от точки 2 до точки 3 рис.I)

$$n_{пр}(\varphi,R) = n_ц \times \begin{cases} exp\left(-\frac{e\varphi}{T_i}\right) & \varphi > 0 \\ exp\left(-\frac{e\varphi}{T_i}\right)\left[1 - erf\left(\sqrt{-\frac{e\varphi}{T_i}}\right) + \frac{2}{\sqrt{\pi}}\sqrt{\frac{1-R}{R}} \times \right. & \\ \left. \times\, exp\left(\frac{e\varphi}{T_i(1-R)}\right) \times \int\limits^{e\varphi R/(1-R)} exp(x^2)\,dx\right] & \varphi < 0 \end{cases} \tag{2}$$

Влетая в барьерную ловушку, ионы центрального пробкотрона ускоряются, плотность их падает и потенциал уменьшается. С другой стороны, плотность электронов n_e связана с потенциалом формулой $n_e = n_ц \times exp(e\varphi/T_e)$, где T_e – температура электронов. Таким образом, из условия квазинейтральности следует, что справа от точки I рис.I распределение потенциала задается следующим уравнением [x]:

$$exp\left(\frac{e\varphi}{T_e}\right) = exp\left(-\frac{e\varphi}{T_i}\right)\left[1 - erf\left(\sqrt{-\frac{e\varphi}{T_i}}\right) - \sqrt{\frac{R-1}{R}} \times \right.$$
$$\left. \times\, exp\left(-\frac{e\varphi}{T_i(R-1)}\right)\left\{1 - erf\left(\sqrt{\frac{-e\varphi R}{T_i(R-1)}}\right)\right\}\right], \tag{3}$$

где $\varphi < 0$. Домножая обе части уравнения (3) на $exp(e\varphi/T_i)$, введем две функции $I_0(\varphi)$ и $I_1(\varphi,R)$, равные соответственно левой и правой частям получившегося уравнения. Эти функции являются монотонно возрастающими функциями потенциала, и I_1 монотонно убывает с ростом R (см., например, рис.2). При $\varphi = 0$ $I_0 \geqslant I_1$, причем равенство достигается только при $R = 1$; при $\varphi \to -\infty$ $I_1(\varphi,R) \to 1/(R\sqrt{\pi\varphi}) > I_0(\varphi)$. Так как при $\varphi = 0$ и $R \to$ I $\partial I_1/\partial\varphi \to \infty$, то уравнение $I_0(\varphi) = I_1(\varphi,R)$ имеет при $R = 1$ два решения, а при $R > 1$ – только одно. Таким образом, не существует непрерывного решения $\varphi = \varphi(R)$ вблизи $\varphi = 0$. Следовательно, при $R =$ I потенциал имеет скачок (ширина которого l порядка дебаевской длины). На рисунке 2 представлены I_0 и I_1, как функции φ для различных значений R при $T_e = T_i$; φ^* – скачок потенциала.

Так как в амбиполярных ловушках параметры плазмы таковы,

---

[x] Мы здесь пренебрегли плотностью захваченных в барьерную ловушку "центральных ионов".

что дебаевский радиус иона r_{Di} много меньше ларморовского ρ_{Ai}, то дрейфовое описание движения ионов при наличии скачка потенциала является некорректным. Несохранение адиабатического инварианта μ приводит в этом случае к изменению величины скачка потенциала. Однако, если угол между направлением электрического поля в скачке и магнитным полем мал, что выполняется в параксиальном приближении, то величина скачка изменится мало. Основной эффект, к которому приводит наличие скачка потенциала, связан с дополнительным рассеянием частиц (см.пункт 3).

3. Обозначим через H_{max} поверхность, являющуюся геометрическим местом точек, в которых магнитное поле в центральном пробкотроне достигает максимального значения; в частности, точка I рис.Iа принадлежит этой поверхности. В параксиальном приближении угол α, образованный касательной к силовой линии в максимуме магнитного поля и нормалью к поверхности H_{MAX}, порядка r/L_n, где r – характерный размер плазмы в поперечном направлении, а L_n – длина магнитной пробки. Выделим на поверхности H_{MAX} небольшую площадку, которую в рассматриваемом приближении можно считать плоской, и свяжем с ней две декартовые системы координат: одну, (x, y, z), так, что ось z направлена параллельно электрическому полю в скачке потенциала * и ось y перпендикулярна направлению магнитного поля в рассматриваемой точке, а другую, (x', y', z'), с осью z', направленной по магнитному полю (рис.3). ℓ – ширина скачка потенциала на рисунке 3.

Пусть ион, подлетая к скачку потенциала со стороны центрального пробкотрона (слева от скачка), имеет скорость $V_{\parallel 0}$ по направлению магнитного поля, и $V_{\perp 0}$ – в поперечном направлении, причем $V_y = V_{\perp 0}\sin\zeta$, где ζ – угол между $V_{\perp 0}$ и осью x' (см.рис.3). Так как $r_{Di} \ll \rho_{Ai}$, то влиянием магнитного поля на движение частицы при пролете скачка потенциала можно пренебречь и считать, что в результате пролета скачка скорость иона изменяется только вдоль оси z, а изменение пространственных координат пренебрежимо мало. Отсюда, как легко видеть,

---

* Направление электрического поля, очевидно, совпадает с направлением нормали к поверхности

следует, что после пролета скачка потенциала (в точке 2 рис.3) ион будет иметь скорости вдоль и поперек магнитного поля, соответственно равные $V_{\parallel 1}$ и $V_{\perp 1}$:

$$V_{\parallel 1}^2 = V_{\parallel 0}^2 - 2e\varphi^*/m - 2V_{\perp 0}\alpha\cos\zeta\left(V_{\parallel 0} - \sqrt{V_{\parallel 0}^2 - 2e\varphi^*/m}\right)$$
$$V_{\perp 1}^2 = V_{\perp 0}^2 + 2V_{\perp 0}\alpha\cos\zeta\left(V_{\parallel 0} - \sqrt{V_{\parallel 0}^2 - 2e\varphi^*/m}\right) \quad (4)$$

Здесь учтена малость угла α.

Далее, пролетев барьерную ловушку и отразившись от магнитной пробки (правее точки 2 рис.I) или от амбиполярного потенциала, ион через время $t_{\parallel}$, снова подлетает к скачку потенциала*. Будем считать, для простоты, что угол $\Delta\psi$ проворота ведущего центра этого иона вокруг оси ловушки за время $t_{\parallel}$ много меньше единицы **. В этом случае можно пренебречь смещением частицы с исходной силовой линии, т.е. считать, что ион возвращается в ту же точку на поверхности H_{MAX}, от которой он стартовал в промежуточный пробкотрон. Пролетев второй раз скачок потенциала и влетая в центральную ловушку, ион будет иметь в точке I рис.3 следующие скорости:

$$V_{\parallel 2}^2 = V_{\parallel 0}^2 - 2V_{\perp 0}\alpha\left(\cos(\zeta+\Delta\zeta) - \cos(\zeta)\right)\left(\sqrt{V_{\parallel 0}^2 - 2e\varphi^*/m} - V_{\parallel 0}\right)$$
$$V_{\perp 2}^2 = V_{\perp 0}^2 + 2V_{\perp 0}\alpha\left(\cos(\zeta+\Delta\zeta) - \cos(\zeta)\right)\left(\sqrt{V_{\parallel 0}^2 - 2e\varphi^*/m} - V_{\parallel 0}\right), \quad (5)$$

где $\Delta\zeta$ – изменение фазы ларморовского вращения за время $t_{\parallel}$. Из (5) следует, что магнитный момент иона после двух пролетов скачка потенциала будет равен $\mu_0 + \Delta\mu$, где

$$\mu_0 = m_i V_{\perp 0}^2/(2H_0),$$

$$\Delta\mu = 2\alpha\sqrt{\mu_0/H_0}\left(\cos(\zeta+\Delta\zeta) - \cos(\zeta)\right)\left(\sqrt{\varepsilon - \mu_0 H_0 - e\varphi^*} - \sqrt{\varepsilon - \mu_0 H_0}\right)$$

---

* Здесь для удобства рассмотрения предполагается, что скачок потенциала в точке 2 рис.I отсутствует.

** Как будет видно ниже, предположение о малости $\Delta\psi$ не является принципиальным и оценка V_{eff} (7) в случае $\Delta\psi \gtrsim 1$ не меняется.

(H_0 – значение магнитного поля на поверхности H_{max} , а ε , напомним, энергия частицы).

Изменение зависящего от μ угла $\Delta\zeta$, связанное с тем, что при прохождении скачка потенциала магнитный момент частицы изменяется, эквивалентно сбою фазы частицы ζ . Оценим этот сбой фазы. В результате рассеяния на скачке потенциала время пролета ионом барьерного пробкотрона изменяется на величину порядка $t_{\parallel}\frac{\Delta\mu}{\mu} \simeq \frac{r}{V_{Ti}}$, где вместо $t_{\parallel}$ и $\frac{\Delta\mu}{\mu}$ подставлены их характерные значения L_n/V_{Ti} и r/L_n соответственно. Здесь $V_{Ti} = \sqrt{2\varepsilon/m_i}$. Соответствующее изменение фазы $\Delta\zeta$ может быть оценено как произведение $t_{\parallel}\Delta\mu/\mu$ и ω_{Hi} – ионной циклотронной частоты; следовательно сбой фазы ζ порядка $r/\rho_{Li} \gg 1$.

Таким образом последовательные значения азимутов на скачке ζ и $\zeta + \Delta\zeta$ являются не скоррелированными (сбой фазы много больше единицы), что и приводит к случайному изменению μ при прохождении частицей скачков потенциала. Другими словами, имеет место, так называемая "стохастическая неустойчивость" [8] движения пролетных ионов в ловушке. Рассеяние на скачках потенциала носит диффузионный характер и приводит, очевидно, только к изменению питч углов частиц, энергия же частиц не меняется. Эффективная частота такого рассеяния ν_{eff} порядка

$$\nu_{eff} = \overline{\left(\frac{\Delta\mu}{\mu}\right)^2}\frac{1}{t_{\parallel 0}} \sim \left(\frac{r}{L_n}\right)^2\frac{1}{t_{\parallel 0}} \qquad (7)$$

где $t_{\parallel 0}$ – время пролета ионом амбиполярной ловушки.

В случае неоклассического переноса [9] , когда смещение иона с исходной силовой линии за время пролета амбиполярной ловушки мало, из формул (6) нетрудно получить столкновительный член $St(f_i)$, описывающий рассеяние на скачках потенциала:

$$St(f_i) = \frac{1}{t_{\parallel 0}}\overline{\Delta\mu^2}\frac{\partial^2 f_i}{\partial\mu^2} = \frac{4\alpha^2\mu}{t_{\parallel 0}H}\left(\sqrt{\varepsilon-\mu H-e\varphi^*}-\sqrt{\varepsilon-\mu H}\right)^2\frac{\partial^2 f_i}{\partial\mu^2} \qquad (8)$$

где α , φ^*, H берутся на поверхности H_{max} , $f_i(\varepsilon,\mu,\vec{r})$ – функция распределения ведущих центров ионов, а черта над $\overline{\Delta\mu^2}$ означает усреднение по ζ .

Автор благодарен Д.Д.Рютову и Г.В.Ступакову за полезное обсуждение работы.

Литература

1. Г.И.Димов, В.В.Закайдаков, М.Е.Кишиневский. Физика плазмы, 2, 597, 1976.
2. T.K.Fowler, B.G.Logan. Comments on plasma Phys. and Contr. Fusion, 2, 167, 1977.
3. D.E.Baldwin, B.G.Logan, Phys. Rev. Lett., 43, 1318, 1978.
4. J. Kesner. Nuclear Fusion, 20, 557, 1980.
5. F.H. Coensgen, et. al. "TMX Upgrade Major Project Proposal", LLL-Prep-172, 1980.
6. Л.С.Пеккер. Препринт ИЯФ СО АН СССР, № 80-161, 1980.
7. R.H. Cohen. Nuclear Fusion, 21, 209, 1980.
8. Г.М.Заславский, Б.В.Чириков. УФН, 105, № 1, 3, 1971.
9. Д.Д.Рютов, Г.В.Ступаков. Физика плазмы, 4, 501, 1978.
10. Д.Д.Рютов, Г.В.Ступаков. ДАН СССР, 240, № 5, 1086, 1978.

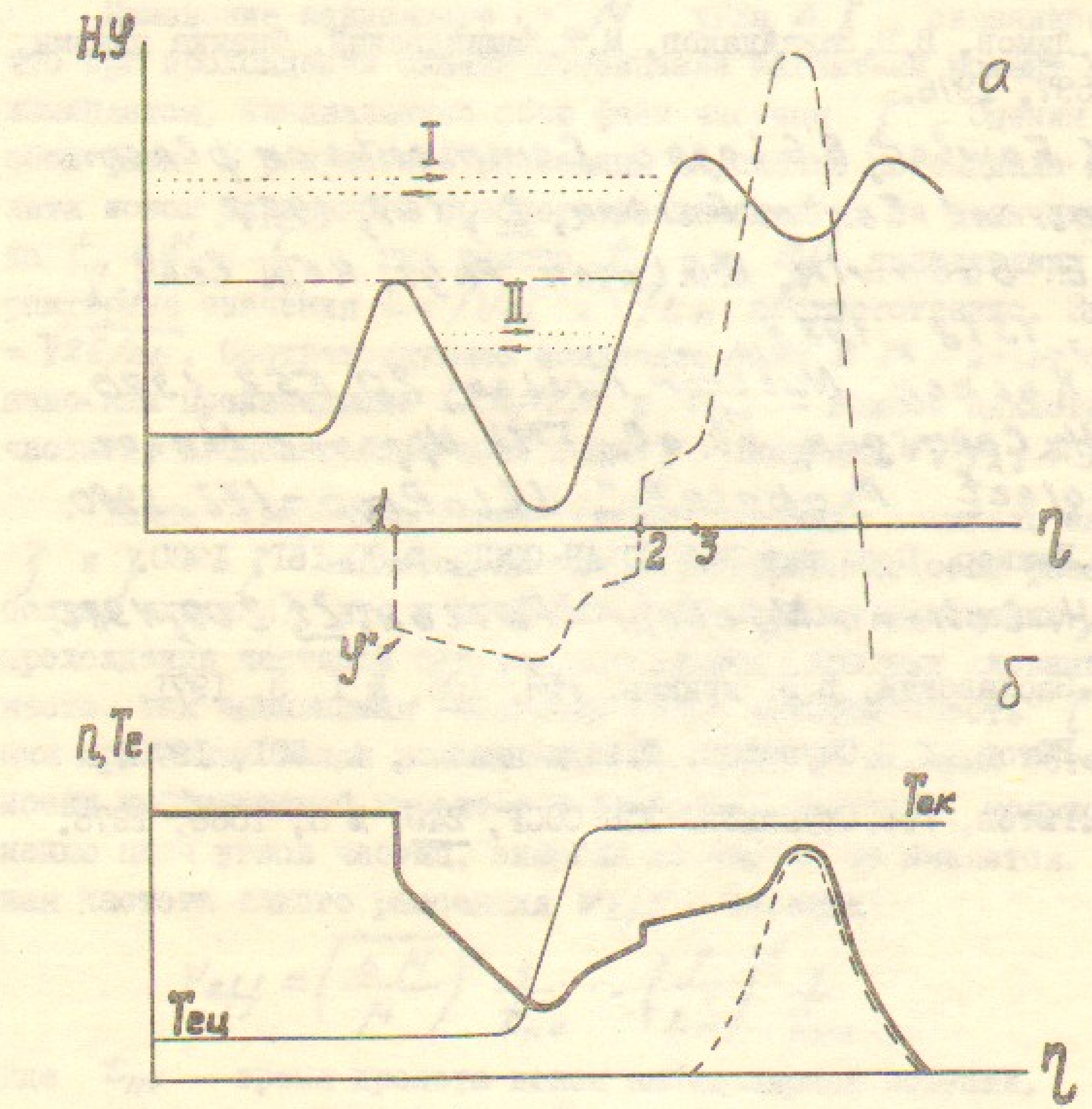

Рис.I. Амбиполярная ловушка с тепловыми барьерами.

а) – Распределение напряженности магнитного поля (сплошная линия) и электростатического потенциала (пунктирная) вдоль силовой линии ловушки. Траектория I показывает движение пролетного, а траектория II – захваченного иона;

б) – Распределение плотности плазмы (сплошная линия), плотности быстрых ионов (пунктирная) и температуры электронов вдоль силовой линии ловушки.

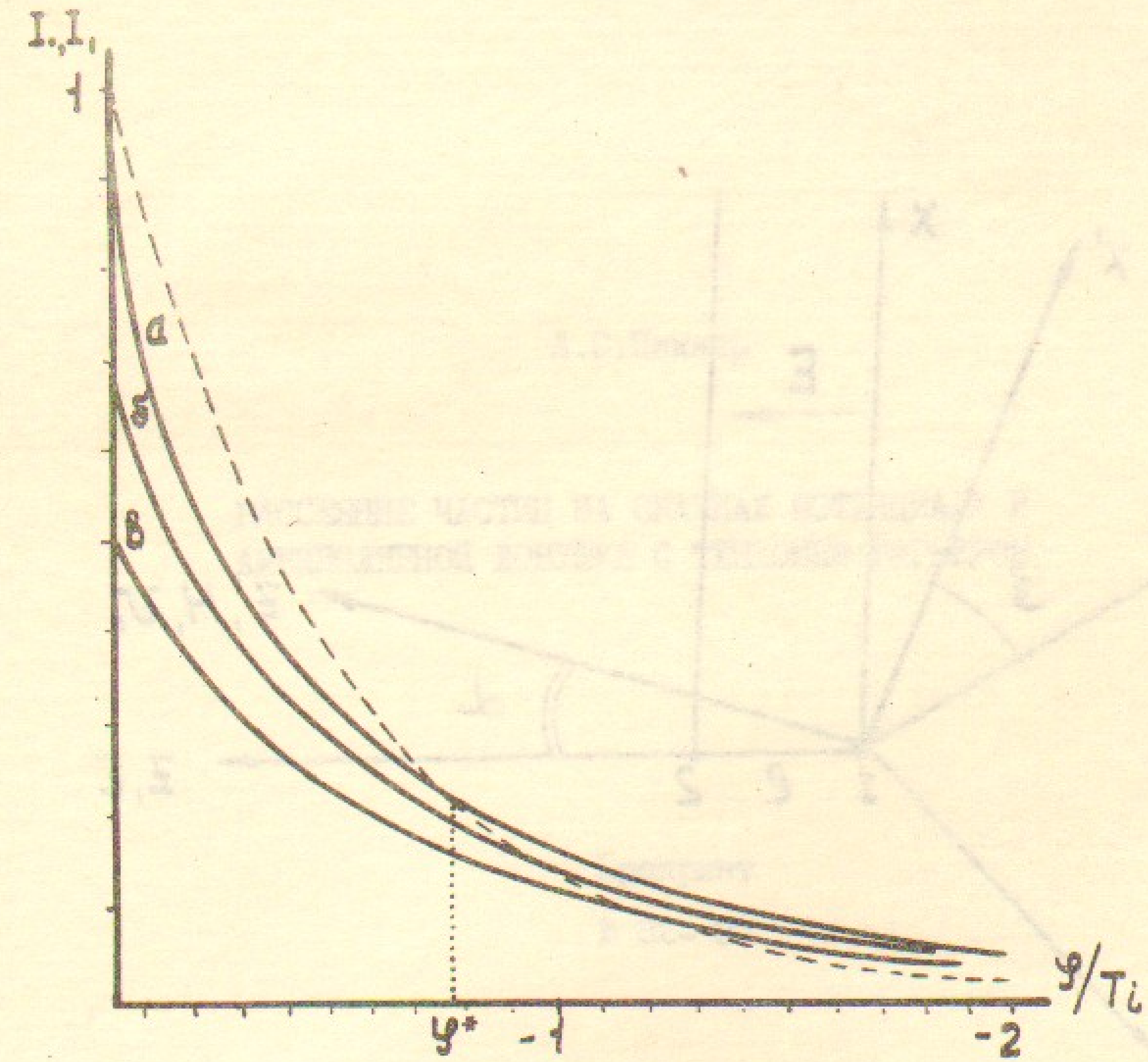

Рис.2. Зависимость $I_o(\varphi)$ (пунктирная линия) и $I(\varphi, R)$ (сплошные линии) при $T_e = T_i$. Линии а, б и в соответствуют пробочному отношению, равному I, I.I и I.3.

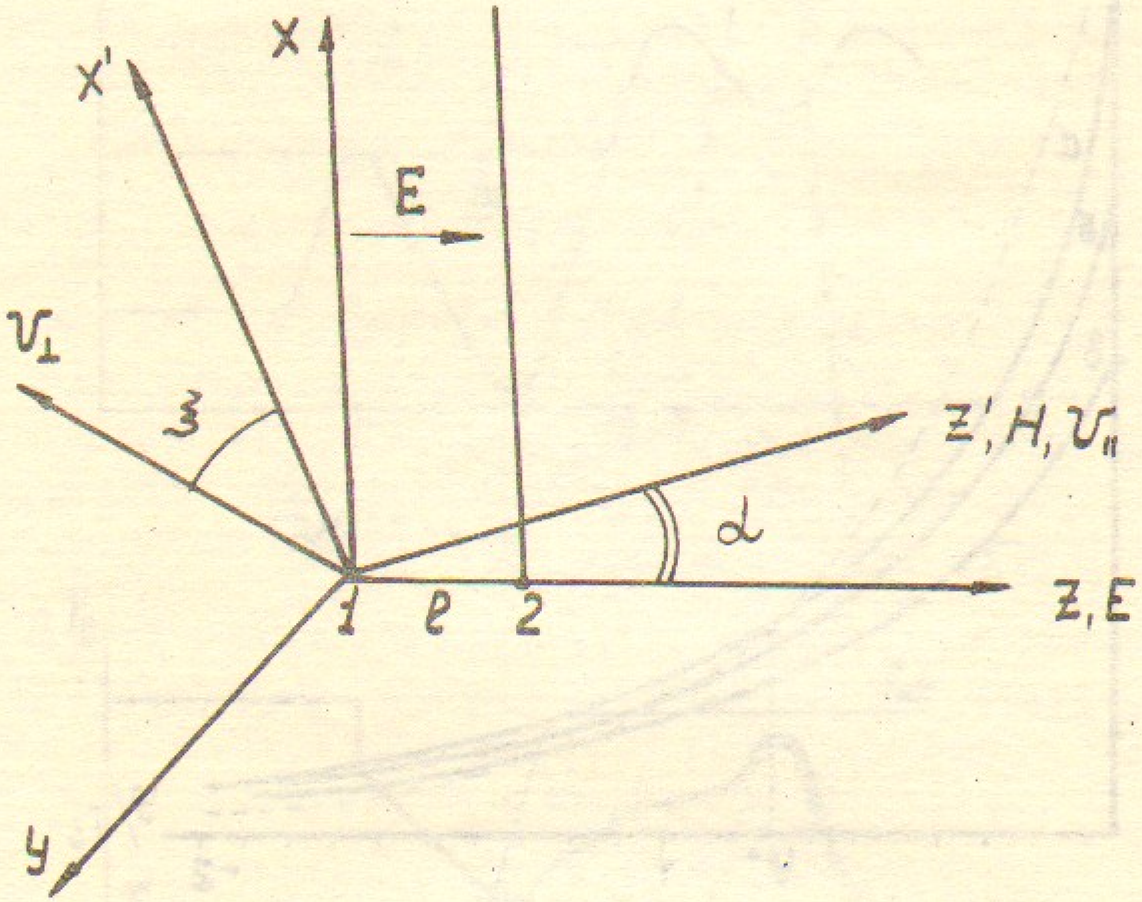

Рис.3. Системы координат, связанные со скачком потенциала.

Л.С.Пеккер

РАССЕЯНИЕ ЧАСТИЦ НА СКАЧКАХ ПОТЕНЦИАЛА В АМБИПОЛЯРНОЙ ЛОВУШКЕ С ТЕПЛОВЫМ БАРЬЕРОМ

Препринт
№ 82- 37

Работа поступила - 2I декабря 198I г.

Ответственный за выпуск - С.Г.Попов
Подписано к печати 29.03-I982г. МН 03I82
Формат бумаги 60x90 I/I6 Усл.0,8 печ.л., 0,6 учетно-изд.л.
Тираж 290 экз. Заказ № 37 . Бесплатно

Ротапринт ИЯФ СО АН СССР, г.Новосибирск,90