

25

ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ  
СО АН СССР

П.Б.Лысянский

ИССЛЕДОВАНИЕ КИНЕТИКИ ПЛАЗМЫ  
В ПРОБКОТРОНЕ С «MIN В» ПРИ  
ИНЖЕКЦИИ АТОМАРНЫХ ПУЧКОВ

ПРЕПРИНТ 82 - 32



Новосибирск

ИССЛЕДОВАНИЕ КИНЕТИКИ ПЛАЗМЫ В ПРОБОТРОНЕ С  
ПРИ ИНЖЕКЦИИ АТОМАРНЫХ ПУЧКОВ

И. Б. Лисьянский

А Н Н О Т А Ц И Я

В работе исследуется распределение ионов и электронов плазмы в проботроне с "min B". Плазма поддерживается инжекцией высокоэнергетичных атомарных пучков. Функция распределения ионов существенно образом зависит от геометрии магнитного поля ловушки, параметров и расположения атомарных пучков.

Для решения задачи предлагается метод пробных частиц, моделирующих ионы плазмы с учетом парных столкновений между частицами.

Модельная геометрия магнитного поля с "min B" позволяет находить распределение источников ионов в пространстве скоростей, возникающих в результате ионизации и перезарядки инжектируемых атомов.

A b s t r a c t

The distribution of plasma ions and electrons is considered in the "min B" mirror. The plasma is sustained by injecting high energy neutral beams. An ion distribution depends significantly on the geometry of the trap's magnetic field and on the parameters and position of the injected beams.

To resolve the problem, the direct method is developed, in which plasma ions are simulated by test particles taking into account Coulomb collisions.

The model of the magnetic field geometry with "min B" allows the distribution of ion sources in velocity space, which arises as a result of ionization and charge exchange of injected atoms, to be determined.

## I. Качественное описание задачи и модели

Рассмотрим ступок плазмы, стационарно удерживаемый в открытой магнитной ловушке-пробкотроне. Будем считать, что возмущение магнитного поля ловушки плазмой мало ( $\beta \ll 1$ ) и плазма устойчива.

Основным предметом нашего исследования является ионная компонента плазмы. Потери ионов происходят вследствие их рассеяния в конус потерь и компенсируются за счет ионизации инжектируемых в плазму высокоэнергетичных атомарных пучков. Существенную роль в нашем случае играют процессы перезарядки инжектируемых атомов.

При движении в адиабатической магнитной ловушке сохраняется энергия  $\mathcal{E}$  и магнитный момент  $\mu$  заряженной частицы. Кроме того, будем считать, что при пролете вдоль ловушки ведущий центр частицы смещается в результате дрейфа на небольшую величину, так что период дрейфа частицы вокруг оси ловушки много больше периода ее продольных колебаний  $t_{dr} \gg t_{||}$ . При этом траектория ведущего центра частицы лежит вблизи некоторой магнитной поверхности — дрейфовой оболочки. Существенно, что в рассматриваемой ловушке (типа ИНЬ-ЯНЬ) дрейфовые оболочки частиц с разными  $\mathcal{E}$  и  $\mu$ , стартовавших из одной точки пространства, отличаются на небольшую величину. В случае полного совпадения дрейфовых оболочек для разных частиц говорят, что они обладают свойством "вложенности". Как показано в работах [1], невыполнение этого свойства может приводить к ухудшению поперечного удержания плазмы.

В данной ловушке будем считать условие вложенности выполненным. Время жизни плазмы при этом определяется продольными потерями, и можно исследовать кинетику плазмы на отдельной дрейфовой оболочке, однозначно задаваемой сечением в меридианной плоскости ловушки.

Существенно, что характерное время рассеяния частиц плазмы много больше периода дрейфа  $\tau_0 \gg t_{dr}$ . При этом эффекты рассеяния частиц усредняются по дрейфовой оболочке. Все частицы плазмы за время дрейфа проходят вблизи точки  $B_0$  — минимума магнитного поля на этой дрейфовой оболочке. Тогда функция распределения частиц по скоростям  $f(\vec{v})$  в этой точке однозначно характеризует плазму дрейфовой оболочки и позволяет определить плотность в любой точке поверхности. В свою очередь функция  $f(\vec{v})$  определя-

ется распределением источников ионов  $I(\vec{v})$ , процессами перезарядки и граничными условиями — задулением  $f(\vec{v})$  в области конуса потерь. Зная распределение тока в инжектируемых пучках, геометрию магнитного поля дрейфовой оболочки и параметры плазмы на ней, можно найти интенсивность источников ионов  $I(\vec{v})$ , также приведенную к точке  $B_0$ .

Распределение ионов  $f_i(\vec{v})$  на дрейфовой оболочке находится численно. При этом ионы плазмы моделируются статистическим ансамблем пробных частиц. Вектор скорости  $\vec{v}$  каждой пробной частицы с течением времени изменяется небольшими случайными квантами. Это соответствует парным кулоновским столкновениям пробного иона с электронами и ионами "фоновой" плазмы. Если скорость  $\vec{v}$  пробного иона попадает в область конуса потерь, ион считается потерянным, а его параметры учитываются при вычислении характеристик потока продольных потерь. В соответствии с условиями стационарности, взамен "инжектируется" пробная частица, вектор скорости которой выбирается в области источников ионов. Процессы перезарядки моделируются так: в соответствии с отношением сечений на каждую появившуюся в результате ионизации пробную частицу вносятся определенное количество "перезарядных" пробных ионов, а из ансамбля удаляется столько же старых частиц.

Через промежутки времени, сравнимые с характерным временем рассеяния ионов, производится статистическая обработка ансамбля. Найденная таким образом функция распределения ионов  $f_i(\vec{v})$  используется в следующей итерации как функция распределения фоновых ионов.

Для нахождения плотности плазмы в любой точке дрейфовой поверхности находится время пребывания в этой точке каждой пробной частицы, т.е. вносимая ею доля плотности. Распределение плотности, полученное на данной итерации, используется для самосогласования модели на следующей с помощью введения зависимости характерной частоты рассеяния пробной частицы от ееpitch-угла.

Электроны плазмы открытой ловушки находятся в глубокой яме амбиполярного потенциала, уравновешивающего потери ионов и электронов квазинейтральной плазмы. Поэтому функция распределения электронов  $f_e(\vec{v})$  близка к максвелловской, а вдоль силовых линий устанавливается бoльцмановское распределение электронов. Температура электронов  $T_e$  зависит не только от взаимодействия

между частицами плазмы, но от многих других причин, в частности, от условий контакта плазмы с материальными стенками. В амбиполярной ловушке [2], концевой пробкотрон которой рассматривается в данной работе,  $T_e$  зависит еще от взаимодействия с плазмой смежной центральной части ловушки. Поэтому при моделировании величина  $T_e$  на дрейфовой оболочке задается как параметр. В магнитном поле с "min B" геометрия дрейфовых поверхностей существенно разная, что приводит к различию в параметрах плазмы в радиальном направлении.

Описанное выше моделирование ионов производится итерационно для нескольких вложенных одна в другую по радиусу дрейфовых оболочек пробкотрона, поэтому с помощью таких расчетов можно исследовать плазму во всем объеме ловушки.

На основе модели написана программа для исследования плазмы и потоков переноса в концевом пробкотроне установки АМБАЛ [3], магнитное поле которого обладает свойством "min B" и формируется катушками типа ИНБ-ЯНБ.

В результате расчетов обнаружены небольшие провалы плотности плазмы вблизи медленной плоскости пробкотрона на периферийных дрейфовых оболочках. При бoльцмановском распределении электронов это приводит к появлению небольших потенциальных ям для ионов. Наличие таких ям улучшает условия микростабильности плазмы в открытой ловушке.

## 2. Нахождение функции распределения ионов по скоростям

### 2.1. Рассеяние пробной частицы на фоновой плазме

Рассмотрим рассеяние пробной частицы сорта  $\alpha$ , на компоненте  $\beta$  фоновой плазмы с распределением  $f_\beta(\vec{v})$ . В приближении кулоновского рассеяния на малые углы этот процесс определяется "диффузионными коэффициентами" [4], или скоростями изменения моментов [5]:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} (\overline{\Delta v_j})^{\alpha/\beta} &= -L^{\alpha/\beta} \left(1 + \frac{m_\alpha}{m_\beta}\right) \frac{\partial \Psi_\beta}{\partial v_j} \\ \frac{d}{dt} (\overline{\Delta v_j \Delta v_k})^{\alpha/\beta} &= -2L^{\alpha/\beta} \cdot \frac{\partial^2 \Psi_\beta}{\partial v_j \partial v_k} \\ L^{\alpha/\beta} &= \lambda \left( \frac{4\pi e_\alpha e_\beta}{m_\alpha} \right)^2, \end{aligned} \quad (I)$$

где  $m$  и  $e$  — массы и заряды частиц,  $\lambda$  — кулоновский логарифм.

Потенциальные функции  $\varphi_\beta$  и  $\psi_\beta$  зависят только от распределения фоновых частиц:

$$\varphi_\beta(\vec{v}) = -\frac{1}{4\pi} \int \frac{f_\beta(\vec{v}')}{|\vec{v} - \vec{v}'|} d\vec{v}' \quad (2)$$

$$\psi_\beta(\vec{v}) = -\frac{1}{8\pi} \int |\vec{v} - \vec{v}'| \cdot f_\beta(\vec{v}') d\vec{v}'$$

Нахождение  $\varphi(\vec{v})$  и  $\psi(\vec{v})$  по известной  $f(\vec{v})$  в силу электростатической аналогии связано с решением уравнения Пуассона и принципиальных трудностей не вызывает. Как показано многими авторами (см., например, [6]), применение в формулах (1) функций  $\varphi_\beta$  и  $\psi_\beta$ , вычисленных в приближении изотропности функции распределения  $f_\beta(\vec{v})$ , не вносит существенных погрешностей при расчетах кинетики в открытой магнитной ловушке. Поскольку это приближение сильно упрощает численные расчеты, в дальнейшем всюду будем им пользоваться.

Введем декартову систему координат, ось  $Z$  которой параллельна вектору скорости пробной частицы  $\vec{v}$  в данный момент времени. Для удобства будем использовать относительные скорости пробных частиц  $\bar{v}_\alpha = v_\alpha / v_{\beta 0}$ . Характерная скорость частиц  $\beta$  фоновой плазмы  $v_{\beta 0} = \sqrt{2\bar{E}_\beta / m_\beta}$ ,  $\bar{E}_\beta$  — средняя энергия фоновых частиц. Рассмотрим рассеяние пробного протона на протонах фоновой плазмы с изотропной функцией распределения  $f_i(v)$ , с условием нормировки  $\int f_i(v) v^2 dv = 1$ . Используя (1), (2), можно найти средние и среднеквадратичные изменения компонент скорости пробной частицы за время  $\Delta t \ll \tau_0^i$ :

$$\begin{aligned} \overline{\Delta V_z} &= \frac{2\Delta t}{\tau_0^i} \cdot E(v) \\ \overline{\Delta V_x} &= \overline{\Delta V_y} = 0 \\ \overline{\Delta V_z^2} &= \frac{2\Delta t}{\tau_0^i} \cdot [\varphi(v) - E_1(v)] \\ \overline{\Delta V_x^2} &= \overline{\Delta V_y^2} = \frac{\Delta t}{\tau_0^i} \cdot E_1(v), \end{aligned} \quad (3)$$

где

$$\begin{aligned} E(v) &= -\frac{1}{v^2} \int_0^v f_i(v') \cdot v'^2 dv' \\ \varphi(v) &= \int_0^v E(v') dv' \\ E_1(v) &= \frac{2}{v^3} \int_0^v \varphi(v') v'^2 dv' \\ \tau_0^i &= \frac{\sqrt{m_i} \cdot (\bar{E}_i)^{3/2}}{\pi \sqrt{2} e^4 \lambda n} \end{aligned} \quad (4)$$

Для моделирования рассеяния с помощью датчика случайных чисел изменяется скорость пробной частицы так, чтобы выполнялись характеристики (3) этого случайного процесса.

При рассеянии ионов на фоновых электронах возникают два упрощающих обстоятельства. Во-первых, время жизни электронов в открытых ловушках велико по сравнению с характерным временем электрон-электронного рассеяния. Поэтому можно считать их функцию распределения максвелловской, что позволяет выразить интегралы в (4) через известные функции [5,7]. Во-вторых, в интересующем нас случае характерная скорость электронов много больше скоростей пробных ионов, т.е.  $v_i = v_i / v_{e0} \ll 1$ . Это дает возможность получить простые разложения в формулах (4). Основным эффектом при рассеянии ионов на электронах при этом является передача энергии [5]. После несложных выкладок можно получить изменение относительной энергии пробной частицы  $\varepsilon = \varepsilon_i / \bar{E}_i$  за время  $\Delta t$ :

$$\Delta \varepsilon = -\frac{4\Delta t}{\sqrt{\pi} \tau_0^i} \cdot \sqrt{\frac{m_e \cdot \bar{E}_i}{m_i \cdot T_e}} \cdot \left( \frac{2}{3} \frac{\bar{E}_i}{T_e} \cdot \varepsilon - 1 \right) \quad (5)$$

Используя аддитивность рассеяния, по формулам (3), (5) можно находить изменение во времени скоростей пробных частиц.

Продольные потери пробных частиц происходят при попадании вектора скорости в область конуса потерь (Рис.1). При адиабатическом движении можно записать условие вылета частицы вдоль силовой линии ловушки:

$$v_\perp^2 < v_\parallel^2 (R-1) + \frac{e \cdot \Delta \varphi_0}{\varepsilon_i} \quad (6)$$

где  $V_{||}$ ,  $V_{\perp}$  — компоненты относительной скорости частицы вдоль и поперек магнитного поля в точке  $B_0$ ;

$R$  — максимальное пробочное отношение;

$\Delta \varphi_a$  — разность потенциалов между точками  $B_0$  и  $B_{max}$

При моделировании стационарного процесса на смену каждой потерянной пробной частице инжектируется новая с параметрами ( $V_{||}$ ,  $V_{\perp}$ ), выбираемыми в области пространства скоростей, соответствующей реальной инжекции атомарных пучков.

## 2.2. Ионизация и перезарядка инжектируемых атомов

Соотношение эффектов ионизации и перезарядки зависит от параметров плазмы и инжектируемых атомарных пучков. В данной работе рассматривается параллельный моноэнергетичный пучок атомов  $H^0$ , пересекающий дрейфовую поверхность, как показано на Рис. 2.

Вероятности ионизации и перезарядки инжектируемых атомов пропорциональны средним сечениям:

$$\bar{\sigma} \equiv \frac{\sigma(|\vec{v} - \vec{v}_{inj}|) \cdot |\vec{v} - \vec{v}_{inj}|}{|\vec{v}_{inj}|} \quad (7)$$

где  $v_{inj}$  — скорость частиц в пучке инжекции,  $v$  — скорости частиц плазмы, а усреднение производится по соответствующим компонентам плазмы.

Сечения ионизации  $\sigma_i^e$  протоном и перезарядки  $\sigma_x$  как функции относительной энергии  $\varepsilon = \frac{m(\vec{v} - \vec{v}_{inj})^2}{2}$  атома  $H^0$  и протона взяты из работы [8]:

$$\lg \sigma_i^e = -0.8712 \cdot (\lg \varepsilon)^2 + 8.156 \cdot \lg \varepsilon - 34.833 \quad (8)$$

$$\sigma_x = \frac{0.6937 \cdot 10^{-14} \cdot (1 - 0.155 \lg \varepsilon)^2}{1 + 0.1112 \cdot 10^{-14} \cdot \varepsilon^{3.3}}$$

При инжекции пучка в замагниченную плазму вероятность ионизации и перезарядки ионом с энергией  $\varepsilon_i$  иpitch-углом  $\theta$  находится усреднением (7) по ларморовскому вращению иона. Соответствующие средние сечения как функции  $\varepsilon_i$  при разных  $\theta$  и  $\varepsilon_{inj} = 25$  кэВ приведены на Рис. 3. В рассматриваемой ловушке пробочное отношение  $R = 2$  и ионы с pitch-углами  $\theta < \pi/4$  в плазме отсутствуют. Как видно на Рис. 3, зависимость от pitch-угла при этом можно пренебречь.

Сечение ионизации атома электроном  $\sigma_i^e$ , усредненное по распределению Максвелла при  $v_e \gg v_{inj}$ , зависит только от температуры электронов и при  $T_e = 1$  кэВ  $\sigma_i^e = 10^{-16} \text{ см}^2$ .

Зная распределение ионов плазмы по энергиям  $f_i(\varepsilon)$ , можно найти вероятность перезарядки для иона с энергией  $\varepsilon$ :

$$P_x(\varepsilon) = \frac{\bar{\sigma}_x(\varepsilon) \cdot f_i(\varepsilon) \sqrt{\varepsilon}}{\int \bar{\sigma}_x(\varepsilon) \cdot f_i(\varepsilon) \sqrt{\varepsilon} d\varepsilon} \quad (9)$$

и отношение вероятностей ионизации и перезарядки

$$q = \frac{\int \bar{\sigma}_i^e(\varepsilon) f_i(\varepsilon) \sqrt{\varepsilon} d\varepsilon + \sigma_i^e}{\int \bar{\sigma}_x f_i(\varepsilon) \sqrt{\varepsilon} d\varepsilon}$$

Используемый в модели алгоритм ионизации и перезарядки выглядит так. Взамен попавшей в конус потерь пробной частицы вводится новая, что соответствует ионизации инжектируемого атома. Одновременно увеличивается на 1 величина  $\delta$ , характеризующая разность потоков ионизации и перезарядки. Если  $\delta > 0$ , то производится перезарядка: с помощью датчика случайных чисел, используя (9), генерируется энергия иона  $\varepsilon_x$ , который должен перезарядиться и покинуть плазму. Предполагается, что плазма достаточно прозрачна для перезарядных нейтралов, так что ионизация и перезарядка вторичных атомов не существенна и, кроме того, стенки вакуумной камеры ловушки поглощают падающий на них поток перезарядных нейтралов.

Далее из ансамбля удаляется пробная частица с ближайшей к  $\varepsilon_x$  энергией, а вместо нее впускается новая. Одновременно величина  $\delta$  уменьшается на  $q$ .

Использование такой модели позволяет учитывать процессы ионизации и перезарядки в магнитных ловушках и получать характеристики потока перезарядных атомов, вылетающих из плазмы.

## 2.3. Вариации плотности плазмы вдоль ловушки

Неизотропность функции распределения ионов по скоростям приводит к вариациям их плотности на дрейфовой поверхности проботрона. Каждая частица ансамбля вносит вклад в плотность плазмы в некоторой точке на поверхности, пропорциональный времени пребывания ее в этой точке. В описанной ниже модели дрейфовой

оболочки величина магнитного поля  $B(z)$  не зависит от азимута и имеет минимум  $B_0$  в сечении  $Z=0$ . С учетом сохранения магнитного потока относительную плотность в сечении  $Z$  можно определить, зная параметры  $N$  пробных частиц ( $v_{ne}, v_{lo}$ ) в сечении  $Z=0$ :

$$\eta(z) \equiv \frac{n(z)}{n(0)} = \frac{B(z)}{B_0 \cdot N} \sum_{k=1}^N \left[ \frac{v_{ne}}{v_{ne}(z)} \right]_k \quad (10)$$

Используя законы сохранения энергии и магнитного момента частицы, находим:

$$\frac{v_{ne}}{v_{ne}(z)} = \frac{\cos \theta}{\sqrt{1 - \frac{B(z)}{B_0} \sin^2 \theta - e \Delta \Phi_a(z)}}$$

Здесь  $\varepsilon$  и  $\theta$  — энергия и питч-угол частицы в сечении  $Z=0$ ;  $\Delta \Phi_a(z)$  — разность потенциалов между точками  $Z$  и  $0$ . Подставляя полученное выражение в сумму (10), можно определять вариации плотности плазмы вдоль дрейфовой поверхности.

#### 2.4. Самосогласование модели

Через небольшие промежутки времени  $\Delta t < \tau_0^i$  производится статистическая обработка ансамбля пробных частиц, в результате которой получаются средняя энергия  $\bar{\varepsilon}_i$  и распределение частиц ансамбля по скоростям  $f_i(v)$  (гистограмма), а также восстанавливается профиль плотности  $n(z)$ . В соответствии с самосогласованием в течение следующей итерации считается, что ионы фоновой плазмы имеют такое же распределение и находятся функции (3) и (4). Кроме того, в рассеянии пробных частиц учитывается вариация плотности  $n(z)$ . При этом величина  $n$  в формуле (4) для  $\tau_0^i$  заменяется эффективной плотностью, зависящей от питч-угла частицы:

$$n(\theta) = \frac{\int_0^{z_k} n(z) dt}{\int_0^{z_k} dt} = \frac{\int_0^{z_k} \frac{n(z) dz}{\sqrt{1 - \frac{B(z)}{B_0} \sin^2 \theta}}}{\int_0^{z_k} \frac{dz}{\sqrt{1 - \frac{B(z)}{B_0} \sin^2 \theta}}} \quad (11)$$

Здесь не учитываются изменения амбиполярного потенциала, т.к. в противном случае эффективная плотность  $n$  будет функцией двух аргументов — питч-угла и энергии и потребует сложной аппроксимации при расчете. В нашем случае такое приближение не вносит

большой погрешности потому, что средняя энергия ионов  $\bar{\varepsilon}_i \gg T_e$  и изменение потенциала  $\Delta \Phi_a \sim T_e/e$  мало влияет на распределение эффективной плотности  $n(\theta)$ .

Поведение амбиполярного потенциала при больцмановском распределении электронов определяется изменением плотности квазинейтральной плазмы и температурой электронов:

$$\Delta \Phi_a = -T_e \ln \frac{n(z)}{n(0)}$$

После статистической обработки и вычисления всех необходимых величин начинается следующая итерация — рассеяние, потери, ионизация и перезарядка ансамбля пробных частиц. Время установления стационарного процесса порядка  $\tau_0^i$  — обычно около 10 итераций. После установления можно продолжать суммировать гистограммы при статистической обработке и тем самым уменьшать уровень флуктуаций, что позволяет при сравнительно небольшом ансамбле пробных частиц ( $N \leq 1000$ ) получать необходимую точность расчетов.

#### 3. Распределение источников ионов в пространстве скоростей для эллиптического пучка инжекции, пересекающего дрейфовую поверхность пробкотрона с "min B".

##### 3.1. Модель геометрии дрейфовой поверхности

Распределение инжектированных ионов определяется, в основном, геометрией и значениями магнитного поля в области пересечения атомарным пучком дрейфовой оболочки (Рис.2).

Для описания геометрии магнитного поля была принята модель (ср. [1]), достаточно хорошо аппроксимирующая магнитное поле ловушки типа ИНЬ-ЯНЬ вблизи центра, где проходит атомарный пучок. Силовая линия с координатами  $(x_0, y_0)$  в медианной плоскости ловушки  $Z=0$  в плоскости  $Z$  имеет координаты:

$$\begin{aligned} x &= x_0 \cdot e^{\alpha z} \cdot \sqrt{\frac{B(z)}{B_0}} \\ y &= y_0 \cdot e^{-\alpha z} \cdot \sqrt{\frac{B(z)}{B_0}} \end{aligned} \quad (12)$$

Здесь предполагается, что величина магнитного поля  $B(z)$  не зависит от координат  $x, y$  и имеет минимум в центре ловушки  $B_{min} \equiv B_0 = B(0)$ . Величина коэффициента  $\alpha$  подбирается при аппроксимации реального магнитного поля. В центральной части ловушки с хорошей точностью выполняется аппроксимация:

$$R(z) = \frac{B(z)}{B_0} = 1 + \beta z^2 \quad (I3)$$

Сечение дрейфовой поверхности медианной плоскостью  $Z=0$  близко к окружности [9]. Магнитная поверхность с круглым сечением радиуса  $\Gamma_0$  в центре, образованная силовыми линиями (I2), переходит в эллипс

$$\frac{x^2}{a^2} + \alpha^2 y^2 = \Gamma^2, \quad (I4)$$

$$a = e^{\alpha z}; \quad \Gamma^2 = \frac{\Gamma_0^2}{R(z)}$$

### 3.2. Атомарный пучок

В концевых пробкотронах установки АМБАЛ атомарные пучки инжектируются так, как показано на Рис.2. Будем считать пучки монохроматическими (реально разброс энергий  $\sim 2+5\%$ ) и параллельными оси  $y$  (реально угол расходимости  $\sim 1+2^\circ$ ). Измерения на модельных атомарных пучках [10] дают форму спада интенсивности пучка по осям  $Z$  и  $X$  - см.Рис.4. Достаточно точной является следующая аппроксимация поперечного распределения плотности тока пучка:

$$j(\rho) = j(0) \cdot e^{-\rho^2} \quad (I5)$$

$$\rho^2 = c \cdot x^2 + d \cdot z^2$$

Постоянные  $c$  и  $d$  находятся при аппроксимации экспериментальных зависимостей.

### 3.3. Питч-угол и интенсивность источника ионов как функции координат точки пересечения дрейфовой поверхности атомарным пучком

Рассмотрим две близкие магнитные поверхности круглого сечения в плоскости  $Z=0$  с радиусами  $\Gamma_0$  и  $\Gamma_0 + \delta_0$  ( $\delta_0 \ll \Gamma_0$ ). Инжектируемые атомы, пересекающие плазму в точке  $x, z$  поверх-

ности, дают источник ионов в определенной точке ( $v_{||}, v_{\perp}$ ) пространства скоростей. Питч-угол  $\theta$  ионов, возникающих в этой точке, равен углу между силовой линией и атомарным пучком. Из (I4) получим:

$$\sin^2 \theta = \frac{1}{1 + d\theta^2} = \frac{1}{1 + \left(\frac{\partial y}{\partial z}\right)^2} = \frac{1}{1 + y^2 \left(\alpha + \frac{R'}{2R}\right)^2}$$

$$R' \equiv \frac{dR(z)}{dz}$$

Используя законы сохранения энергии и магнитного момента, приведем параметры этих частиц к медианной плоскости:

$$\sin^2 \theta_0 = \frac{\sin^2 \theta}{R(z) \cdot \left[1 - \frac{e \Delta \Phi_a(z)}{E_{inj}}\right]} = \frac{1}{R(z) \cdot \left[1 - \frac{e \Delta \Phi(z)}{E_{inj}}\right] \left[1 + y^2 \left(\alpha + \frac{R'}{2R}\right)^2\right]} \quad (I6)$$

Определим интенсивность  $I(x, z)$  источника с питч-углом  $\theta_0(x, z)$ . Она пропорциональна плотности тока инжекции  $j(x, z)$ , плотности плазмы  $n(z)$ , суммарному среднему сечению ионизации и перезарядки  $\bar{\sigma}_0 = \bar{\sigma}_i^+ + \bar{\sigma}_i^- + \bar{\sigma}_x$  и длине пути - расстоянию  $\Delta y$  между дрейфовыми поверхностями (см.Рис.5). Используя (I4), найдем  $\Delta y$ :

$$\Delta y = \frac{2\delta}{\cos \chi \cdot \cos \xi} = 2\delta \frac{\sqrt{(\alpha^2 y^2 + x^2) \left[1 + y^2 \left(\alpha + \frac{R'}{2R}\right)^2\right]}}{a^4 y} \quad (I7)$$

$$\text{tg } \chi = \frac{\partial y}{\partial x} = -\frac{x}{a^4 y}; \quad \text{tg } \xi = \frac{\partial y}{\partial z} = -y \left(\alpha + \frac{R'}{2R}\right)$$

Площадка  $S = \delta \cdot \Delta l$  в сечении  $Z$  перейдет в  $S_0$  в центре. Из сохранения потока  $B(z) \cdot \delta \cdot \Delta l = B_0 \cdot \delta_0 \cdot \Delta l_0$ , или

$$\frac{\delta}{\delta_0} = \frac{\Delta l_0}{\Delta l} \cdot \frac{1}{R(z)} \quad (I8)$$

Найдем  $\Delta l_0 / \Delta l$ :

$$(\Delta l)^2 = (\Delta x)^2 + (\Delta y)^2 = (\Delta x_0)^2 \frac{\alpha^2}{R} + (\Delta y_0)^2 \frac{1}{\alpha^2 R}$$

$$\frac{\Delta x_0}{\Delta y_0} = \frac{y_0}{x_0} = \alpha^2 \cdot \frac{y}{x}$$



$$(\Delta \ell)^2 = \frac{(\Delta y)^2}{R} \left( a^2 \frac{y^2}{x^2} + \frac{1}{a^2} \right); (\Delta \ell_d)^2 = (\Delta x_0)^2 + (\Delta y_0)^2 = (\Delta y_0)^2 \left( 1 + \frac{a^4 y^2}{x^2} \right);$$

$$\left( \frac{\Delta \ell_d}{\Delta \ell} \right)^2 = \frac{R(a^2 y^2 + \frac{x^2}{a^2})}{a^4 y^2 + \frac{x^2}{a^4}} = \frac{r_0^2}{a^4 y^2 + \frac{x^2}{a^4}};$$

$$\delta = \frac{\delta_0}{R} \cdot \frac{\Delta \ell_d}{\Delta \ell} = \frac{\delta_0 r_0 a^2}{R \sqrt{a^4 y^2 + x^2}} \quad (19)$$

Подставляя выражение для  $\delta$  в (17), получаем

$$\Delta y = \frac{2 \delta_0 r_0 \sqrt{1 + y^2 (\alpha + \frac{R'}{2R})^2}}{R \cdot a^2 \cdot y} \quad (20)$$

В расчетах, вообще говоря, нужно учесть ослабление пучка атомов на пути до пересечения верхней и нижней точек дрейфовой оболочки. Однако в нашем случае, как показывают оценки, ослабление пучка, пересекающего плазму по диаметру, невелико ( $\sim 20\%$ ), что позволяет получать достаточную точность, пренебрегая этим эффектом. Тогда интенсивность источника ионов с питч-углом  $\theta_0(x, z)$  из-за ионизации и перезарядки атомарного пучка, пересекающего дрейфовую поверхность в точках  $(x, \pm y, z)$ :

$$I(x, z) = 2 n(z) \cdot j(x, z) \frac{\delta_0 r_0 \bar{\sigma}_0 \sqrt{1 + y^2 (\alpha + \frac{R'}{2R})^2}}{R(z) \cdot a^2(z) \cdot y(x, z)} \quad (21)$$

Разбивая область пучка инжекции сеткой на небольшие площадки  $\Delta x \Delta z$ , можно численно находить по формулам (16), (21) гистограмму распределения интенсивности источников в пространстве скоростей  $I(\theta_0)$ .

### 3.4. Вычисление абсолютной величины плотности плазмы

В рассматриваемой ловушке частицы плазмы за характерное время рассеяния  $\tau_0^i$  совершают большое количество продольных и дрейфовых колебаний, т.е.  $\tau_0^i \gg t_{dr} \gg t_{||}$ . Абсолютная величина плотности такой плазмы изменяет только временной масштаб взаимодействия между частицами и, конечно, необходимый ток инжекции. Поэтому расчеты величины  $n\tau$ , распределения плотности

$\eta(z) = n(z)/n(0)$  и других параметров плазмы удобно проводить для некоторого фиксированного значения плотности плазмы в центре  $n_0(0)$ , а затем, зная ток инжекции, находить  $n(0)$  для конкретного варианта. Для этого надо приравнять потоки продольных потерь ионов в конус и ионизованных атомов инжекции  $J_{LC} = J_i$ .

Поток продольных потерь находится интегрированием по объему между двумя близкими оболочками:

$$J_{LC} = \frac{n(0)}{\tau_{||}^i} \int_V \eta(z) dV = \frac{n(0)}{\tau_{||}^i} \int_{-L}^L \eta(z) \cdot S(z) dz = \frac{2\pi r_0 \delta_0 n(0)}{\tau_{||}^i} \int_{-L}^L \frac{\eta(z)}{R(z)} dz \quad (22)$$

где  $\tau_{||}^i$  — время жизни плазмы по продольным потерям,

$S = 2\pi r_0 \delta_0$  — площадь кольца между оболочками.

$2L$  — длина ловушки (расстояние между магнитными пробками).

Заменяв  $\bar{\sigma}_0$  на  $\bar{\sigma}_i = \bar{\sigma}_i^i + \bar{\sigma}_i^e$  и интегрируя (21) по сечению пучка, найдем поток ионизованных атомов:

$$J_i = \int_{S_0} I(x, z) dx dz = 2 n(0) \delta_0 r_0 \bar{\sigma}_i \int_{S_0} \frac{\eta \cdot j \cdot \sqrt{1 + y^2 (\alpha + \frac{R'}{2R})^2}}{R \cdot a^2 \cdot y} dx dz \quad (23)$$

Приравнивая потоки потерь и ионизации, получим плотность плазмы в сечении  $z = 0$ :

$$n(0) = \frac{\bar{\sigma}_i n_0(0) \tau_{||}^i}{\pi} \frac{\int_{S_0} \frac{\eta \cdot j \cdot \sqrt{1 + y^2 (\alpha + \frac{R'}{2R})^2}}{R \cdot a^2 \cdot y} dx dz}{\int_{-L}^L \frac{\eta(z)}{R(z)} dz} \quad (24)$$

Величина  $n_0(0) \cdot \tau_{||}^i$  получается в результате моделирования при некоторой фиксированной плотности  $n_0(0)$ . Интегрирование в (24) производится численно.

## 4. Расчеты концевой пробкотрона амбиполярной ловушки АМБАЛ

### 4.1. Программа PLUG

Численное моделирование проводилось с помощью написанной на основе изложенной модели программы PLUG. Ансамбль до 1000 пробных частиц — протонов — рассеивается на протонах и электронах фоновой плазмы. На первой итерации для ионов берется максвелловское распределение. Оптимальное время одной итерации

$\Delta t = 0,1 \cdot \tau_0^i$ , что при 1000 пробных частиц составляет менее 1 минуты счета на мини ЭВМ Электроника 100/25. Функция распределения по скоростям устанавливается за 5-10 итераций. Затем, для получения хорошей точности, усредняются по времени несколько десятков итераций, что эквивалентно увеличению числа частиц в ансамбле. Таким образом, полный вариант расчета для одной дрейфовой поверхности занимает меньше 1 часа машинного времени, а качественные оценки можно получить через ~ 5 минут счета.

Для тестирования алгоритма исследовалась релаксация ансамбля пробных протонов, распределенных по Максвеллу с температурой  $T_i$  отдельно на фоновых протонах с температурой  $T_{i0}$  и электронах с температурой  $T_e$  [6]. Кроме того, в программе задавался запирающий ионы амбиполярный потенциал  $|e\Delta\varphi_a| > T_i$  и потери в конус сравнивались с формулами Пастухова [11]. Тестирование показало, что нужная точность в несколько процентов легко достигается при небольших временах счета. Такие же результаты дало сравнение с Фоккер-Планковскими расчетами, сделанными различными методами [12] для центробежной ловушки.

Внешними варьируемыми параметрами в программе PLUG являются:

- $N$  — количество пробных частиц;
- $\alpha, \beta, c, d$  — коэффициенты в формулах (14), (15);
- $R_{max}$  — максимальное пробочное отношение;
- $T_e, \bar{\varepsilon}_i$  — температура электронов и средняя начальная энергия ионов в кэВ;
- $\Delta\varphi_a$  — перепад амбиполярного потенциала между центром и пробкой, кВ;  $I_{inj}$  — ток инжекции в А.

В результате моделирования получаются распределение ионов плазмы и характеристики потоков продольных потерь и перезарядки.

#### 4.2. Результаты расчетов

Распределение интенсивности инжектируемого атомарного пучка и аппроксимация (15) изображены на Рис.4. Изменяя положение центра пучка вдоль оси  $Z$  пробкотрона, можно найти зависимость эффективного захвата пучка в плазме — Рис.6. Так как поперечные размеры пучка малы по сравнению с длиной пробкотрона и изменение плотности по координате  $Z$  не более 20%, зависимость  $\gamma(Z)$

в (21,24) не учитывалась.

Расчеты проводились для нескольких значений радиуса дрейфовой оболочки в центре. На Рис.7 приведены распределения источников ионов по питч-углам для различных оболочек. Сравнение с расчетами для пучка с однородным распределением плотности тока показало, что уменьшение эффективной ширины пучка приводит к сужению распределений источников. Соответствующие распределения пробных частиц показаны на Рис.8. Немонотонность этих распределений, особенно на внешних дрейфовых оболочках, приводит к провалу плотности плазмы в центре — Рис.9. Такое изменение плотности связано с образованием группы ионов, рождающихся с питч-углами, далекими от  $\pi/2$ . Основной целью наших расчетов было именно выяснение зависимости  $n(z)$ , так как провал плотности приводит к образованию небольшой потенциальной ямы для ионов. Наличие такой ямы (Рис.10) улучшает условия микростабильности пробкотрона по отношению к дрейфово-конусной неустойчивости ДКН [13]. Аппроксимация радиального изменения плотности плазмы, отнесенная к меридианной плоскости, показана на Рис.11 для нескольких сечений по  $Z$ . Поведение  $n(r)$  определяется разной эффективностью ионизации пучка на разных дрейфовых поверхностях, а также распределением источников ионов по скоростям.

#### Заключение

Разработанная модель отдельного пробкотрона позволяет в естественных приближениях находить распределение плотности плазмы по всему объему ловушки и параметры потоков потерь в конус и перезарядки, что является необходимым элементом при проектировании и работе с открытыми магнитными ловушками. Методика расчета распределения источников ионов в пространстве скоростей дает возможность учитывать сложную геометрию магнитного поля ловушки с "min B" и реальное распределение плотности тока в атомарных пучках. Применение метода пробных частиц позволяет находить решение задачи на ЭВМ небольшой мощности.

Следует отметить, что полученное в расчетах небольшое уменьшение плотности плазмы в центре (Рис.9) является "грубым" эффектом в том смысле, что оно определяется сильной неоднородностью функции распределения ионов по питч-углам (Рис.7). Численные флуктуации плотности в этой области намного меньше.

В дальнейшем предполагается использовать данную модель и программу для самосогласованного расчета амбиполярной ловушки с учетом кинетики в центральной и других частях установки. Кроме того, есть возможность исследования влияния холодного остаточного газа в пространстве, окружающем плазменный сгусток.

Пользуюсь случаем поблагодарить Г.И. Димова за постановку задачи и Б.М. Фомеля за полезные обсуждения.

#### Л и т е р а т у р а :

1. Д.Д. Рютов, Г.В. Ступаков. Физика плазмы, 4, 501, 1978.
2. Г.И. Димов, В.В. Закайдаков, М.Е. Кишиневский. Физика плазмы, 2, 597, 1976.
3. Г.И. Димов, Г.В. Росляков. Препринт ИЯФ СО АН СССР, 80-152, 1980.
4. Л. Спитцер. Физика полностью ионизованного газа, изд-во МИР, Москва, 1965.
5. Б.А. Трубиников. В сб. Вопросы теории плазмы, вып. I, 98, 1963.
6. Futch A.H. et al. Plasma Physics, 14, 211, 1972.
7. П.Б. Лысянский, М.А. Тиунов, Б.М. Фомель. Препринт ИЯФ СО АН СССР, 81-65, 1981.
8. Riviere A.C. Nuclear Fusion, 11, 262, 1971.
9. П.Б. Лысянский, Б.М. Фомель. Препринт ИЯФ СО АН СССР 79-58, 1979.
10. В.И. Давиденко, Г.И. Димов, И.И. Морозов, Г.В. Росляков. Препринт ИЯФ.
11. Pastukhov V.P. Nuclear Fusion, 14, 3, 1974.
12. Bekhtenev A.A. et al. Nuclear Fusion, 20, 579, 1980.
13. Post R.F., Rosenbluth M.N. Phys. Fluids, 9, 730, 1966.

Рис.1. Пространство скоростей открытой магнитной ловушки.

- 1 - область конуса продольных потерь;
- 2 - пробные частицы;
- 3 - область источников ионов.

Рис.2. Дрейфовая поверхность (1) ловушки и инжектируемый атомарный пучок (2).

Рис.3. Зависимость величин  $\langle \sigma_i^i \rangle + \langle \sigma_i^e \rangle$  и  $\langle \sigma_x \rangle$  от энергии ионов плазмы при различныхpitch-углах  $\theta$ .

Рис.4. Зависимость плотности тока по поперечным координатам инжектируемого пучка - измерения (сплошная) и аппроксимация (штриховые линии).

Рис.5. Дрейфовые поверхности ловушки.

Рис.6. Зависимость эффективности захвата инжектируемых атомов  $\eta_{eff}$  от координаты  $Z$  центра пучка. Длина ловушки  $2L=100$  см, максимальный радиус плазмы в центре  $r_{0max} = 11$  см.

Рис.7. Относительная интенсивность источников ионов в зависимости от pitch-угла для разных дрейфовых поверхностей.

Рис.8. Распределение ионов ансамбля по pitch-углам, соответствующее интенсивности источников на Рис.7.  $r_D = r_0 / r_{0max}$  - относительный радиус дрейфовой оболочки.

Рис.9. Продольные распределения относительной плотности плазмы для разных дрейфовых поверхностей.

Рис.10. Изменения амбиполярного потенциала вдоль ловушки.

Рис.11. Изменения плотности плазмы по радиусу в нескольких сечениях вдоль ловушки, приведенные к медианной плоскости.  $I_{inj} = 7A$ .

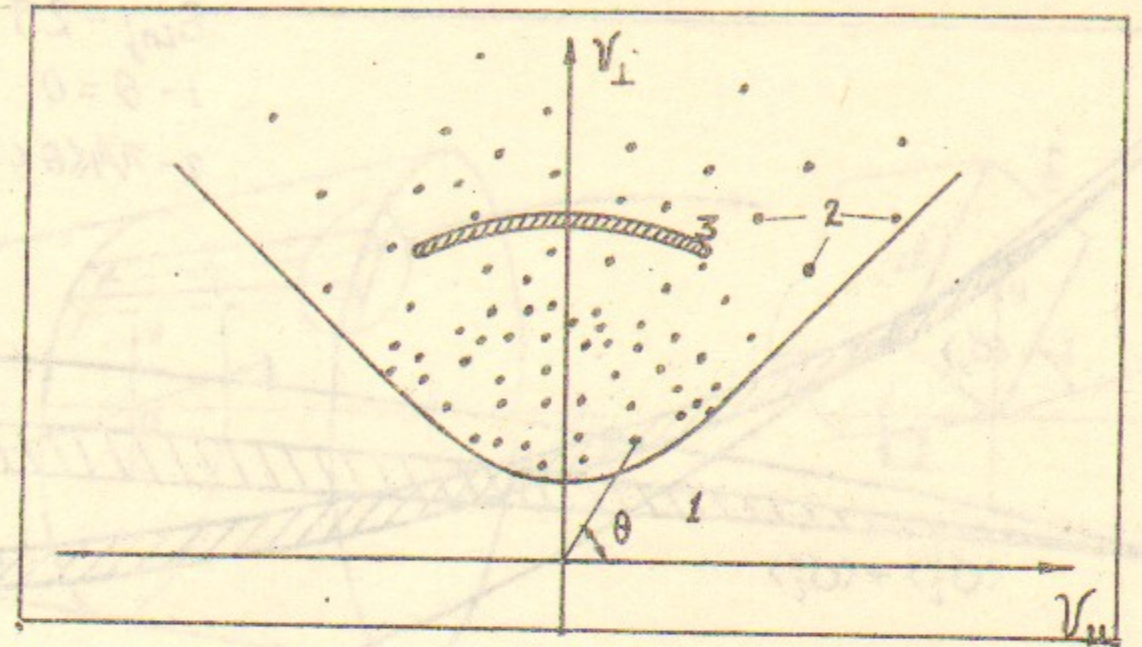


Рис.1

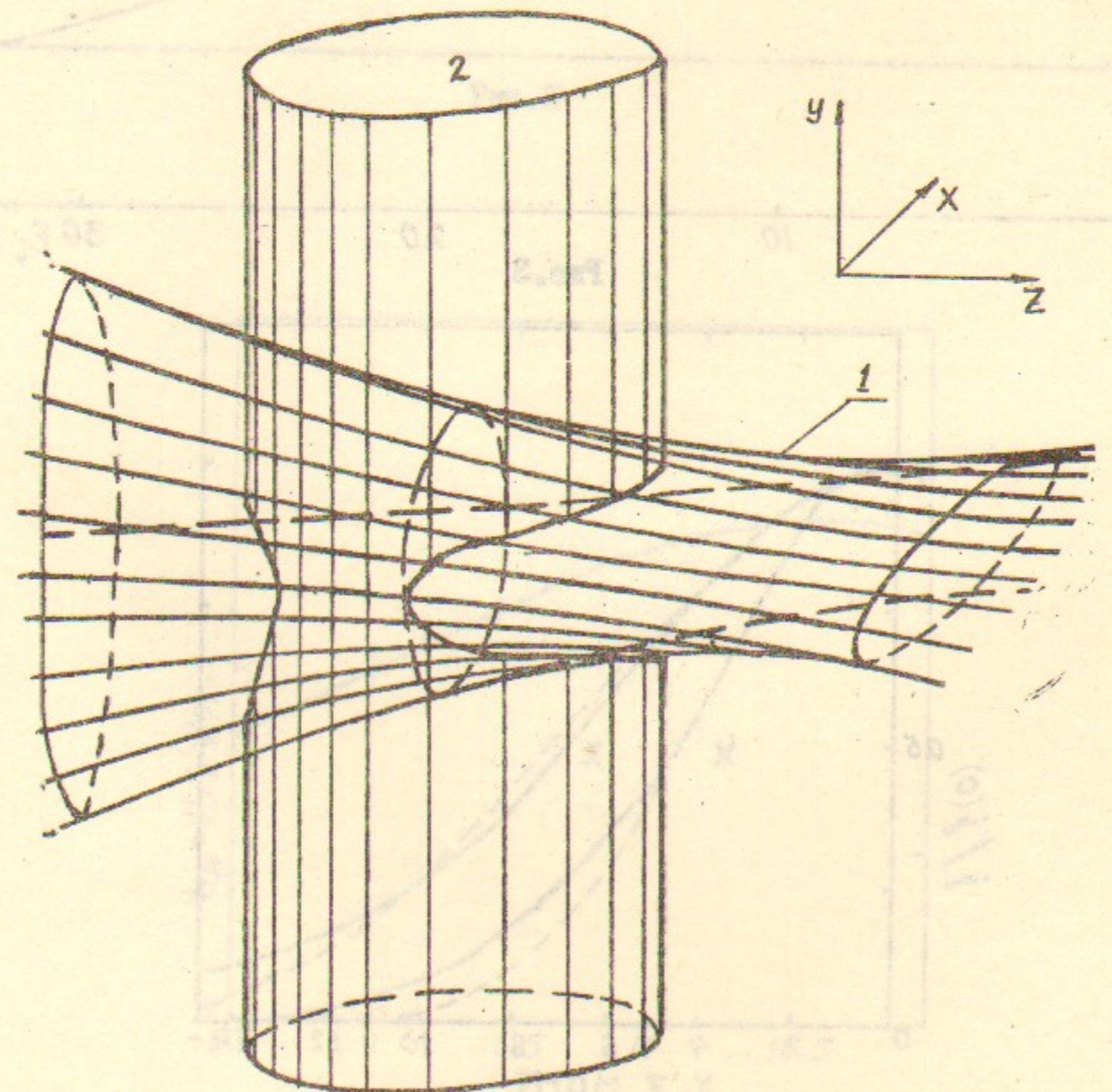


Рис.2

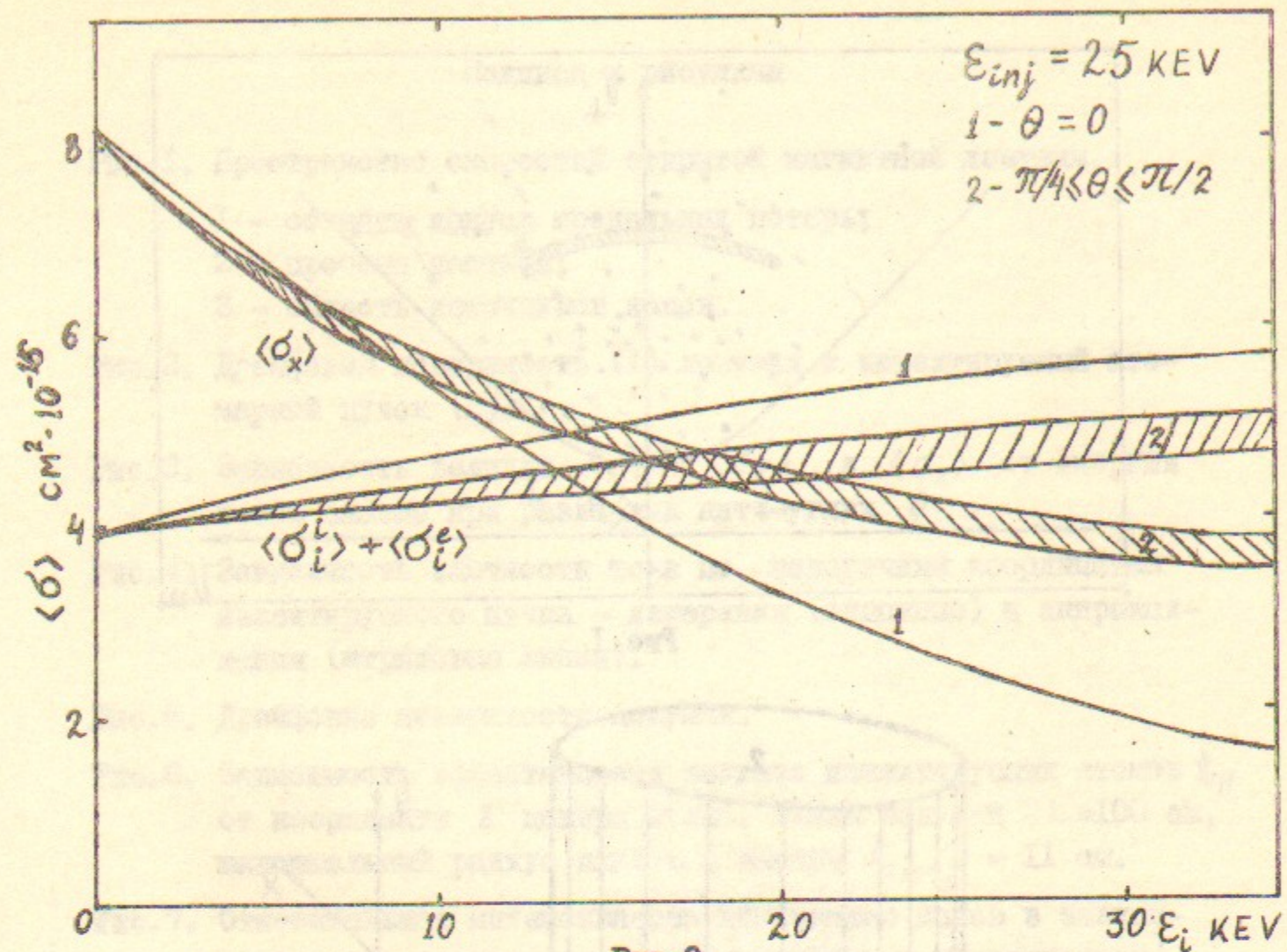


FIG. 3

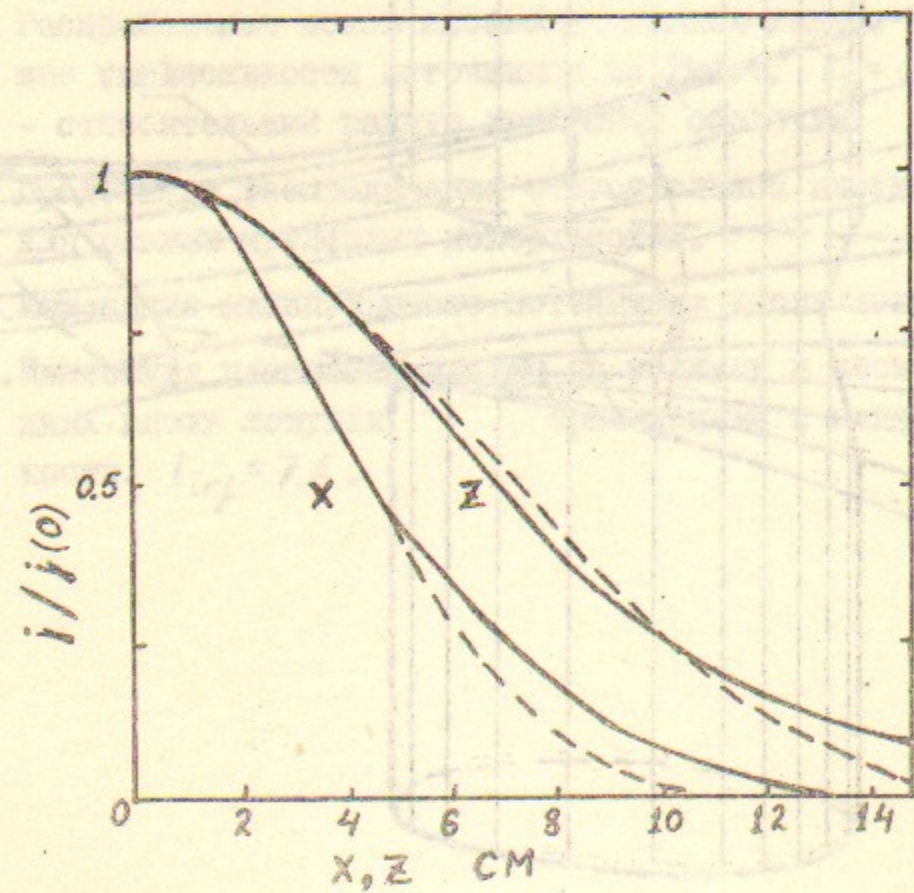


FIG. 4

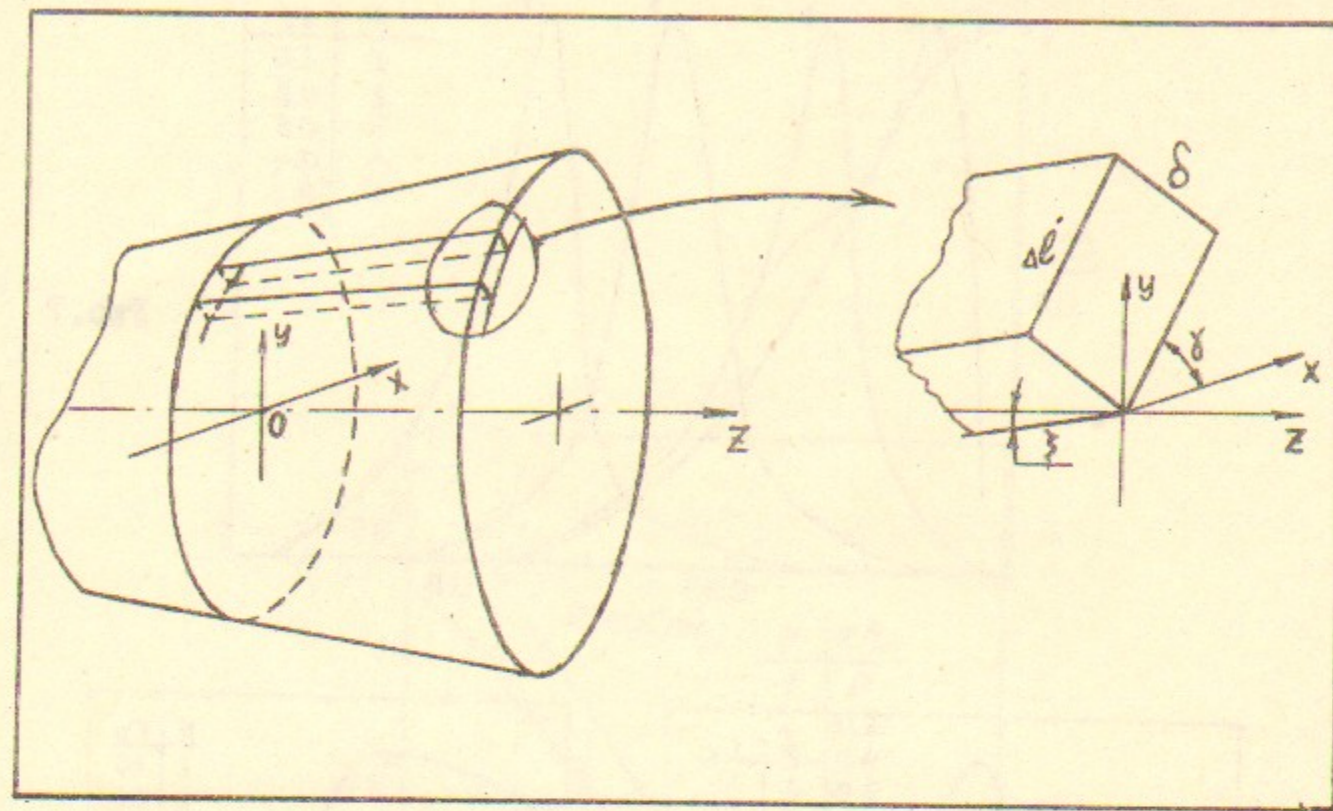


FIG. 5

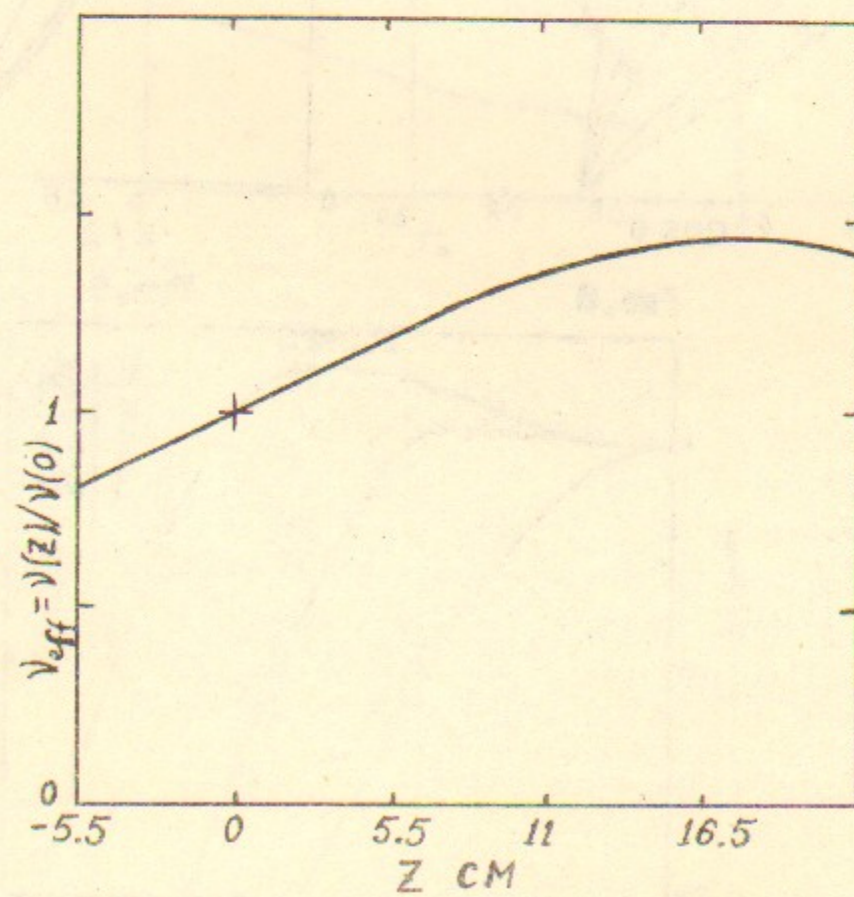


FIG. 6

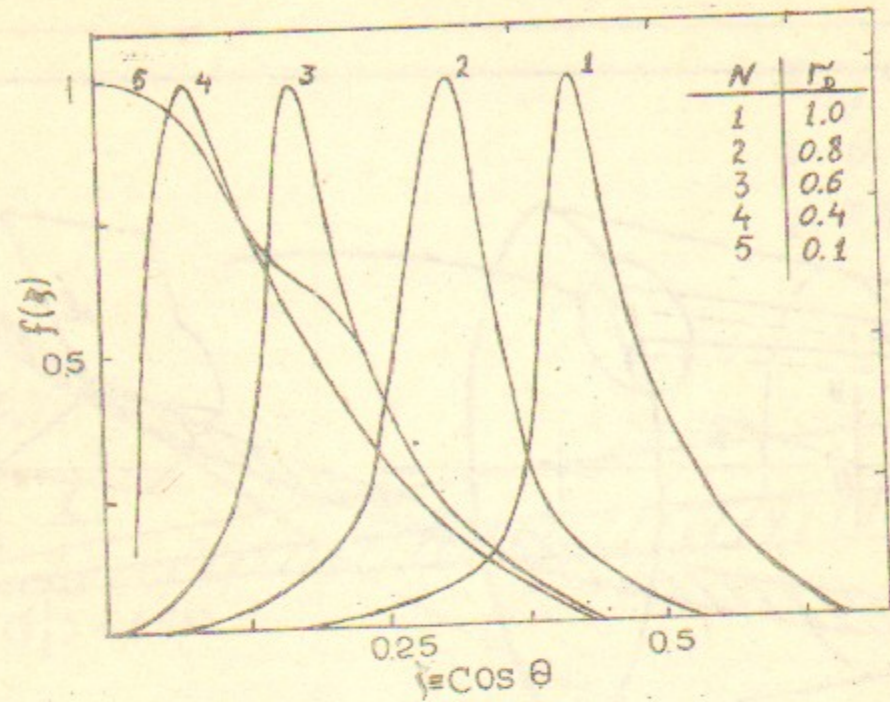


Рис. 7

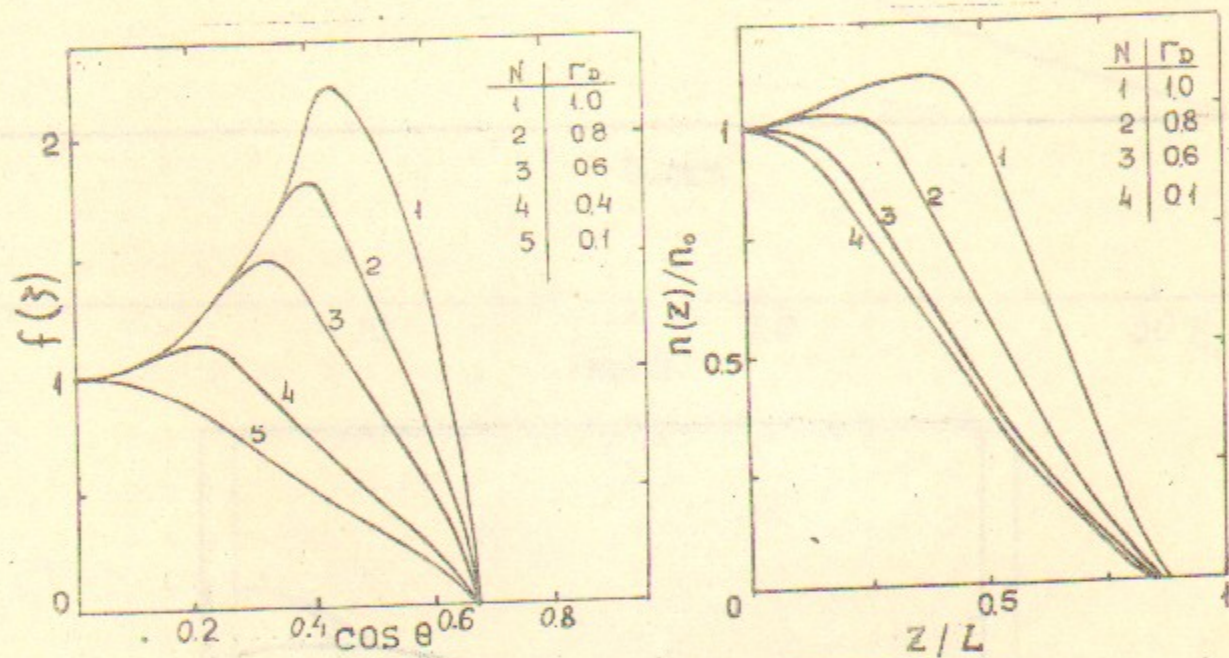


Рис. 8

Рис. 9

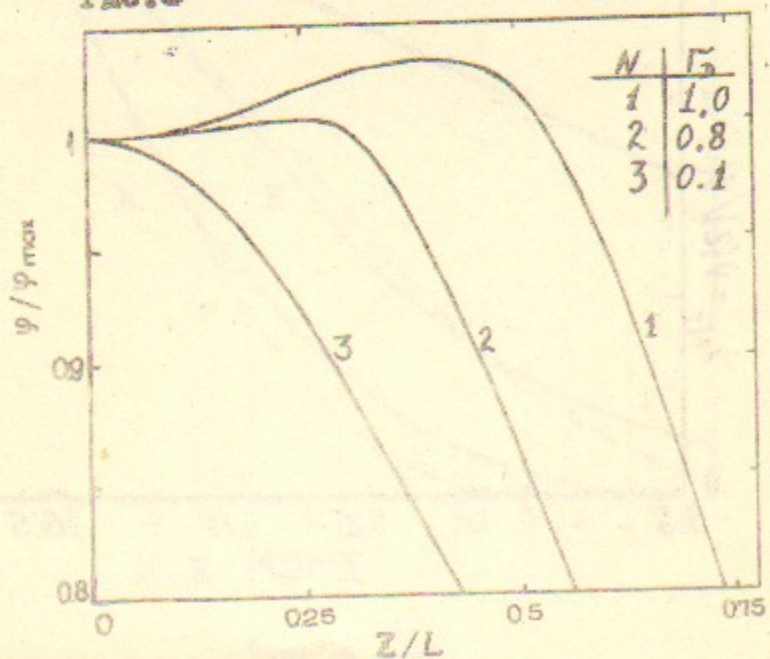


Рис. 10

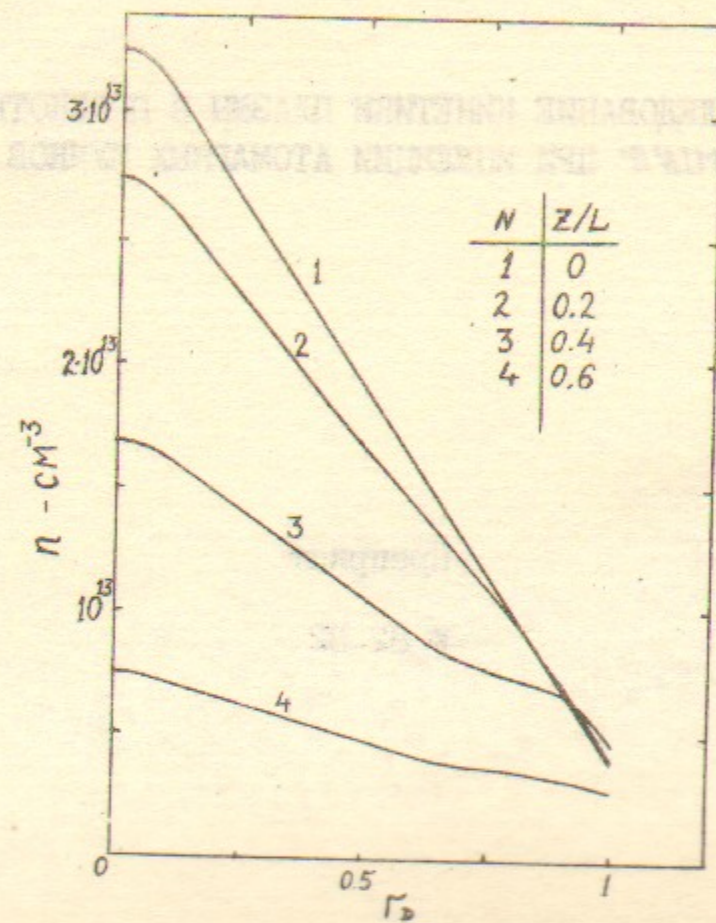


Рис. 11

П.Б.Лысянский

ИССЛЕДОВАНИЕ КИНЕТИКИ ПЛАЗМЫ В ПРОБКОТРОНЕ  
С "MINI" ПРИ ИНЖЕКЦИИ АТОМАРНЫХ ПУЧКОВ

Препринт

№ 82-32

Работа поступила - 24 февраля 1982 г.

---

Ответственный за выпуск - С.Г.Попов  
Подписано в печать 15.03-1982 г. МН 03157  
Формат бумаги 60x90 1/16. Усл.1,5 печ.л., 1,2 учетно-изд.л.  
Тираж 290 экз. Заказ № 32. Бесплатно

---

Ротапринт ИЯФ СО АН СССР, г.Новосибирск, 90