

ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ
СО АН СССР

А.М.Кондратенко, А.В.Пахтусова, Е.Л.Салдин

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ЛАЗЕРА НА
СВОБОДНЫХ ЭЛЕКТРОНАХ ДЛЯ
ПОЛУЧЕНИЯ ВСТРЕЧНЫХ ФОТОННЫХ
ПУЧКОВ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЙ

ПРЕПРИНТ 81 - 130



ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ЛАЗЕРА НА СВОБОДНЫХ
ЭЛЕКТРОНАХ ДЛЯ ПОЛУЧЕНИЯ ВСТРЕЧНЫХ
ФОТОННЫХ ПУЧКОВ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЙ

А.М. Кондратенко, Е.В. Пахтусова, Е.Л. Салдин

А Н Н О Т А Ц И Я

Рассматривается схема получения встречных пучков гамма-квантов, использующая комптоновское рассеяние встречного светового сгустка на электронном пучке высокой энергии. Получение светового сгустка с требуемыми параметрами предполагается осуществить с помощью генерации в ондуляторе когерентного излучения тем же электронным пучком. Детально анализируется спектральная плотность пучков гамма-квантов и спектральная светимость. Приведенная схема численно иллюстрируется.

I. Введение

В работе /1/ обращено внимание, что в рамках проектов встречных линейных электрон-позитронных пучков может быть целесообразным создание встречных фотонных пучков (ВФП) путем обратного комптоновского рассеяния релятивистских электронных пучков на световом сгустке. При достаточной интенсивности светового потока можно получать светимость ВФП порядка электрон-позитронных. Оценки возможностей использования квантовых лазеров, сделанные в /1/ для проекта ВЛЭП /2/, показывают, что решение задачи получения высокой светимости на сегодняшнем этапе предъявляет весьма серьезные требования к параметрам лазеров. Немаловажным с технической точки зрения могут оказаться и вопросы эффективной работы всей системы.

В данной работе предлагается схема ВФП, не использующая внешнего светового источника и целиком базирующаяся на ускорительной технике. Для получения плотного светового сгустка используется когерентное излучение, генерируемое релятивистским электронным пучком в открытом ондуляторе. Взаимодействие электронов через поля излучения приводит в известных условиях к неустойчивости определенных гармоник плотности в продольном направлении, т.е. к группированию электронов и к когерентному излучению. Теория лазеров, основанных на указанном принципе, для открытых ондуляторов описана в работах /3-9/.

Принципиальная схема ВФП может быть такой, как показано на рис.1. Для генерации когерентного излучения и конверсии в высокоэнергетические фотоны используется один и тот же пучок электронов на разных стадиях ускорения. Это позволяет также автоматически решить проблему фазировки, оптимальной длины светового сгустка и требуемой частоты повторения.

Электронный сгусток, ускоренный до некоторой промежуточной энергии, пропускается через ондулятор. При достаточной длине ондулятора роль начального возбуждения, необходимого для развития радиационной неустойчивости, могут играть статистические флуктуации плотности сгустка ("дробовой шум"). На выходе ондулятора получается световой сгусток, по длине равный электронному и движущийся вместе с ним. Энергия светового сгустка составляет малую долю энергии электронного пучка на участке

генерации. Для создания необходимого опережения светового сгустка, электроны в определенном месте движутся по искривленной траектории. Далее электронный пучок ускоряется до максимальной энергии. При этом световой сгусток движется либо в вакуумной камере линейного ускорителя, либо по параллельному каналу. С помощью линзы световой сгусток оптимальным образом фокусируется на налетающие электроны. Высокоэнергетические гамма-кванты, полученные при обратном комптоновском рассеянии, движутся вдоль электронных траекторий и встречаются с аналогично полученными с противоположной стороны. Для предотвращения столкновений электронов после конверсии в месте встречи вводится магнитное поле, разводящее электронные пучки.

2. Генерация излучения релятивистским пучком электронов в открытом ондуляторе

Для определенности рассмотрим релятивистский цилиндрический электронный пучок, движущийся через спиральный ондулятор (поперечное винтовое магнитное поле). Отдельные электроны в ондуляторе излучают на характерной длине волны

$$\lambda_p = \lambda_0 (1 - \beta_{||}) \approx \lambda_0 / (2\gamma_{||}^2)$$

где λ_0 - период ондулятора, $\beta_{||}$ - продольная скорость электронов в ондуляторе ($c = 1$).

Инкремент нарастания модуляции плотности на длине волны λ определяется пиковым током пучка eN , поперечной площадью πz_0^2 , величиной вынужденной поперечной скорости и вращения в ондуляторе и величиной отстройки $\Delta\lambda = \lambda - \lambda_p$. Простые аналитические выражения для инкрементов можно выписать в двух предельных случаях широкого и тонкого пучков, когда инкремент максимален в точном резонансе ($\Delta\lambda = 0$). В случае широкого пучка при

$$z_0^2 \gg z_p^2 \equiv \frac{\lambda \gamma_{||}^2}{\alpha} \sqrt{\frac{\lambda}{N z_e}} \quad (2.1)$$

($z_e = e^2/m$, $\lambda = \lambda/2\pi$, $\gamma = \mathcal{E}/m$ - релятивистский фактор), инкремент равен [6-12]:

$$\Lambda = \left(-i \frac{N z_e}{\gamma \gamma_{||}^2} \cdot \frac{u^2}{\lambda z_0^2} \right)^{1/3} \quad (2.2)$$

Для тонкого пучка, когда излучение выходит за поперечные размеры пучка, считая в пределе

$$\ln(z_p^2/z_0^2) \gg 1,$$

инкремент вычисляется с помощью следующей формулы [8,9]:

$$\Lambda = \frac{u}{\lambda} \left[\frac{N z_e}{2\gamma \gamma_{||}^2} \ln \frac{z_p^2}{z_0^2} \right]^{1/2} \quad (2.3)$$

Практически логарифмической точности вычисления инкремента для тонкого пучка часто оказывается недостаточной. Приведем трансцендентное уравнение, позволяющее находить максимальный инкремент с точностью до членов порядка $\approx [10 \ln^2(z_p^2/z_0^2)]^{-1}$

$$\Lambda^2 \approx \frac{N z_e}{2\gamma \gamma_{||}^2} \frac{u^2}{\lambda} \ln \frac{\lambda}{i \Lambda^* z_0^2} \quad (2.4)$$

Максимальный инкремент в этом случае достигается при

$$\lambda = \lambda_p (1 + \lambda_0 \text{Im} \Lambda).$$

В приведенных формулах не учитывалось влияние кулоновского взаимодействия между электронами и предполагался бесконечно малый разброс продольных скоростей электронов в пучке $|\Delta\beta_{||}|$. Для оценки влияния этих факторов, мешающих развитию радиационной неустойчивости, полезно для инкремента привести поправки, вычисленные по теории возмущений. Суммарная поправка для широкого пучка в соответствии с результатами работ [3-6] равна

$$\delta\Lambda = -\frac{\omega_p^2}{3|\Lambda|^2} (2\Lambda^* - \Lambda) - \frac{\langle (\Delta\beta_{||})^2 \rangle}{\lambda} \left(\frac{1}{\Lambda} + \frac{i\sqrt{3}}{|\Lambda|} \right), \quad (2.5)$$

где $\omega_p^2 = 4N z_e / (\gamma \gamma_{||}^2 z_0^2)$ - квадрат плазменной частоты, $\langle (\Delta\beta_{||})^2 \rangle$ - среднеквадратичный разброс продольных скоростей, который можно выразить через среднеквадратичные разбросы энергий \mathcal{E} и углов θ пучка:

$$\langle (\Delta\beta_{||})^2 \rangle = \frac{1}{\gamma_{||}^4} \frac{\langle (\Delta\mathcal{E})^2 \rangle}{\mathcal{E}^2} + \frac{1}{4} \langle \theta^2 \rangle. \quad (2.6)$$

В случае тонкого пучка имеем:

$$\delta\Lambda = -\frac{\omega_p^2}{2\Lambda} - \frac{3}{2} \frac{\langle (\Delta\beta_{||})^2 \rangle}{\lambda^2 \Lambda} \quad (2.7)$$

Таким образом, амплитуда модуляции пучка при прохождении в ондуляторе характерной длины $l_g = (ReA)^{-1}$ вырастает в e раз. Пройдя длину $L \approx l_g \ln(1/a)$, где a - степень начальной модуляции пучка на резонансной гармонике, пучок будет иметь степень модуляции порядка единицы, и в этом состоянии будет излучать на длине порядка l_g . Мощность когерентного излучения W составит по порядку величины

$$W = N \gamma m \lambda_0 / l_g. \quad (2.8)$$

При усилении модуляции из дробового шума, начальный уровень модуляции, например, для тонкого пучка, по порядку величины равен:

$$a \approx [N l_g (1 - \beta_{||})]^{-1/2}$$

При этом угловая расходимость выходного излучения примерно равна $\Delta\theta \approx \sqrt{\lambda/l_g}$ (для широкого пучка $\Delta\theta \approx \min(z_0/L, (\lambda/l_g)^{1/2}$), $\Delta\theta \ll \gamma^{-1}$) степень монохроматичности $\Delta\lambda/\lambda \approx \lambda_0/l_g$.

Для иллюстрации численно конкретизируем схему, приведенную на рис. I. Пусть после предварительного этапа ускорения, пучок на входе в ондулятор имеет следующие параметры ¹⁾: энергия пучка 10 ГэВ, радиус, длина пучка и число частиц в нем: $z_0 = 10^{-2}$ см, $l_b = 1$ см, $N_e = 10^{12}$ ($eN = 5$ кА), угловой разброс $\theta = 10^{-5}$, энергетический разброс ²⁾ $\Delta E/E \approx 10^{-4}$. Параметры ондулятора: период $\lambda_0 = 20$ см, величина магнитного поля ондулятора ³⁾ $H_0 = 20$ кГс. В таком ондуляторе поперечная скорость ¹⁾ параметры электронного пучка и способы их получения, приведенные в численных примерах, заложены в основу проекта ВЛЭШ /2/.

2) При ускорении высокоплотных пучков для подавления неустойчивости возникает необходимость изменения энергии электронов вдоль ступки. Это изменение энергии ΔE_s не мешает развитию радиационной неустойчивости, если выполнено следующее условие

$$\Delta E_s l_g (1 - \beta_{||}) / E l_b \ll \lambda_0 / l_g$$

В нашем примере интегральное изменение энергии допустимо вплоть до $\Delta E_s \sim E$.

3) Приведенный размер и угловой разброс пучка соответствует эмиттансу $\epsilon = z_0 \theta / 2 = 0,5 \cdot 10^{-7}$ см и β - функции на участке генерации $\beta = z_0^2 / 2E = 20$ м. Спиральный ондулятор обладает собственной фокусировкой в поперечном направлении, характеризуемой частотой свободных колебаний, равной $\lambda_b^{-1} = eH_0 / (\sqrt{2} m \gamma)$. В рассматриваемом примере эта фокусировка является достаточной и не требуется дополнительной фокусирующей системы.

вращения электронов равна $u = K/\gamma$, где $K = \frac{e}{m} H_0 \lambda_0$ - параметр ондуляторности (в нашем случае $K = 40$). Длина волны когерентного излучения $\lambda = 4 \cdot 10^{-5}$ см. Согласно формуле (2.1), $\gamma_n^2 = 2,6 \cdot 10^{-3} \text{ см}^2$. При вычислении длины нарастания нужно пользоваться формулами для инкремента тонкого пучка ($\gamma_n^2 / z_0^2 = 26 \gg 1$). Из формулы (2.4) $l_g = 3,2$ м. Уточнение по формуле (2.7) дает возрастание l_g до 3,4 м.

Требуемая длина ондулятора при развитии модуляции из спектра флуктуаций равна $L \approx 40$ м. Мощность когерентного излучения

$$W \approx N E \sqrt{2 N z_0 / \gamma} = 2,5 \cdot 10^{11} \text{ вт.}$$

Доля энергии пучка, переходящая в когерентное излучение составит $\approx 0,5\%$. Площадь поперечного сечения светового сгустка на выходе из ондулятора по порядку величины равна $\pi z_n^2 \approx 10^{-2} \text{ см}^2$, угловая расходимость излучения ⁴⁾ $\Delta\theta \leq 2 \cdot 10^{-4}$.

В ондуляторе с сильным полем следует принимать во внимание возмущение движения электронов синхротронным излучением. Это излучение приводит как к уменьшению средней энергии частиц в пучке, так и к увеличению энергетического разброса вследствие квантовых флуктуаций.

Изменение средней энергии может быть скомпенсировано изменением периода или поля ондулятора так, что условие резонанса остается неизменным вдоль всего ондулятора. В рассматриваемом примере полная потеря энергии на синхротронное излучение составит $\Delta E_{с.ч.} \approx 2,5 \cdot 10^{-3} E$, поэтому необходимость в коррекции параметров ондулятора отпадает.

Более принципиальным может быть увеличение энергетического разброса пучка из-за квантовых флуктуаций синхротронного излучения (что особенно опасно для тонкого пучка, у которого зависимость инкремента при большом энергетическом разбросе экспоненциальная). Эффектом квантового увеличения энергетического разброса можно пренебречь, если выполнено условие

$$\Delta E_{кв} = \sqrt{\Delta E_{с.ч.} \hbar \omega_{с.ч.}} \ll E \lambda_0 / l_g,$$

где $\omega_{с.ч.} = \frac{3}{2} \frac{e}{m} \gamma^2 H_0$ - характерная частота синхротронного излучения. В нашем примере этим разбросом можно пренебречь, поскольку

4) Распирение светового сгустка в вакуумной камере можно ограничить с помощью оптических фокусирующих линз с малым отверстием для прохождения электронного пучка.

ку

$$\frac{\Delta \mathcal{E}_{\text{кв}}}{\mathcal{E}} \approx 2 \cdot 10^{-4} \ll \frac{\lambda_0}{l_g} \approx 10^{-2}$$

Для получения электронного пучка с приведенными выше параметрами представляется возможным использовать в качестве инжектора накопитель с достаточно сильным радиационным затуханием. Оно может быть обеспечено введением в накопитель вигглер-магнитов. Основным диффузионным процессом, определяющим эмиттанс пучка в накопителе при таком большом числе циркулирующих частиц, является внутреннее рассеяние электронов в сгустке друг на друге.

Параметры накопителя могут быть следующими: энергия электронов $\mathcal{E} = 1$ ГэВ, радиус поворотных магнитов $R_s = 10$ м, частоты бетатронных колебаний $\nu_b \approx 15$, длина вигглер-магнитов в двух противоположащих промежутках $l_w = 2 \times 20$ м, величина поля в вигглер-магнитах ⁵⁾ $H_w = 20$ кГс. При этом декремент радиационного затухания составит

$$\Lambda_{\text{rad}} \approx \frac{2}{3} \frac{\gamma^2 z_e^2 H_w^2}{m} \frac{l_w}{l_w + 2\pi R_s} \approx 10^3 \text{ сек}^{-1}$$

Вигглер-магниты увеличили декремент в 25 раз.

Эмиттанс пучка находится из условия равновесия диффузионных процессов и радиационного трения:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\delta x}{\gamma} \right)^2 = \Lambda \left(\frac{\delta x}{\gamma} \right)^2, \quad (2.9)$$

где $\frac{d}{dt} \left(\frac{\delta x}{\gamma} \right)^2 \approx \frac{Ne z_e^2 L_c}{\gamma^3 \Delta \theta \sigma^2 l_b}$ - коэффициент диффузии энергии из-за рассеяния внутри круглого пучка (поперечные размеры пучка выгоднее иметь одинаковыми для уменьшения эффектов внутреннего рассеяния), $\sigma = \frac{R_s}{\nu_b} \frac{\Delta \alpha}{\gamma}$, $\Delta \theta = \frac{1}{\nu_b} \frac{\Delta \alpha}{\gamma}$ - размер и угловой разброс пучка, L_c - кулоновский логарифм примерно равный 20.

Из соотношения (2.9) получаем, что эмиттанс $\mathcal{E} = \sigma \Delta \theta$ равен:

$$\mathcal{E} \approx \frac{R}{\nu_b} \left[\frac{Ne z_e^2 L_c}{\Lambda l_b \gamma^3 R_s^2} \right]^{2/5} \approx 5 \cdot 10^{-7} \text{ см.}$$

Из-за высокой плотности частиц в сгустке время жизни пучка определяется процессами однократного рассеяния электронов друг на друге (Тушек-эффект):

⁵⁾ Для простоты, параметры накопителя приведены для "гладкого" приближения фокусирующей системы, а промежутки с вигглер-магнитами имеют единичную матрицу бетатронного движения.

$$\tau_T^{-1} \approx \frac{Ne z_e^2}{\gamma^3 \sigma^2 \Delta \theta l_b \alpha^2} = \frac{\Lambda_{\text{rad}} \mathcal{E} \nu_b^3}{L_c R_s \alpha^2},$$

где α - энергетическая апертура накопителя. Для $\alpha \approx 10^{-2}$ получаем время жизни $\tau_T \approx 1$ сек, что при частоте инъекции сгустков в линейный ускоритель $f \approx 10$ Гц является вполне приемлемым.

Полученный эмиттанс соответствует приведенному выше в численном примере (с учетом уменьшения при ускорении).

Отметим, что создание специальных электронных накопителей с сильным радиационным затуханием и интенсивными пучками малого эмиттанса стимулируется, кроме отмеченных здесь (ВЛЭШ, ВФП), и другими потребностями физики высоких энергий, такими как электронное охлаждение пучков тяжелых частиц /10/, рентгеновские лазеры на свободных электронах /11/. Возможным препятствием на пути создания таких накопителей являются когерентные неустойчивости, вызываемые взаимодействием пучка с элементами камеры накопителя. Однако они не представляются принципиально неустраиваемыми. Видимые сегодня способы их подавления - увеличение радиационного затухания с помощью вигглер-магнитов и применение широкополосных обратных связей.

3. Фокусировка излучения на электронный пучок

На конечной стадии ускорения электронов требуется сфокусировать на электронный пучок световой сгусток, полученный на участке генерации. Для этой цели можно использовать линзу с фокусным расстоянием F , которая фокусирует световой сгусток навстречу электронному. Предположим, что запаздывание электронного пучка относительно светового сгустка выбрано оптимальным, т.е. равно $2R$, где R - расстояние от фокуса до места встречи. Будем также считать, что поперечные размеры электронного сгустка в месте встречи с излучением намного меньше поперечных размеров светового сгустка. Тогда амплитуду волны E , действующей на электрон на расстоянии Z от фокуса зеркала, из формулы Гюйгенса-Френеля можно в азимутально симметричном случае для непрерывного светового пучка записать в виде

$$|E| = \frac{1}{\lambda F} \left| \int_0^\infty \rho E_0(\rho) \exp\left[i \frac{z \rho^2}{2 \lambda F^2}\right] d\rho \right|, \quad (3.1)$$

где E_0 - поле волны, падающей на линзу.

Вероятность P рассеяния электрона встречным световым пучком равна

$$P = 1 - \exp\left[-\frac{2\lambda\sigma_c}{4\pi\hbar} \int_{-\infty}^\infty |E|^2 dz\right],$$

где

$$\sigma_c = 2\pi z_e^2 \left[\frac{\ln(1+\chi)}{\chi} - \frac{8+4\chi \ln(1+\chi)}{\chi^3} + \frac{8}{\chi^2} + \frac{2+\chi}{2(1+\chi)^2} \right]$$

полное сечение комптоновского рассеяния ($\chi = 4\gamma\hbar/m\lambda$)

С помощью (3.1) получаем, что

$$\int |E|^2 dz = \frac{2\pi}{\lambda} \int_0^\infty \rho |E_0|^2 d\rho = \frac{4\pi}{\lambda} W,$$

где W - мощность светового пучка, падающего на линзу. Отсюда

$$P = 1 - e^{-\delta}, \quad \delta = \frac{2W\sigma_c}{\hbar}. \quad (3.2)$$

Условие малости поперечной площади электронного пучка запишется в виде:

$$z_0^2 \ll \lambda^2 F^2 / (4\rho_0^2), \quad (3.3)$$

где ρ_0 - характерный радиус светового пучка, падающего на линзу.

Существует область параметров, когда формула (3.2), полученная для непрерывного светового пучка, справедлива и в нашем случае равных длин цилиндрических светового и электронного сгустков. Для этого требуется, чтобы характерный продольный размер области максимального поля встречной волны был значительно меньше длины сгустка:

$$F^2 \ll \rho_0^2 \ell_b / (2\lambda) \quad (3.4)$$

В обратном случае, когда

$$F^2 \gg \rho_0^2 \ell_b / (2\lambda) \quad (F \ll \rho_0^2 / \lambda)$$

6) В общем случае, когда мощность W изменяется вдоль светового сгустка в формуле (3.2) под W следует понимать значение мощности того участка светового сгустка, с которым электрон встретится в фокусе линзы. В формуле (3.5) W , очевидно, заменяется на ее среднее значение.

$$\delta = \frac{W\sigma_c}{\hbar} \left(\frac{\rho_0^2 \ell_b}{F^2 \lambda} \right) \quad (3.5)$$

В приведенных формулах предполагалось, что при взаимодействии электрона со встречной волной его вынужденное поперечное движение является нерелятивистским:

$$\frac{e^2}{m^2} E^2 \max(\lambda^2, \hbar^2/m^2) \ll 1,$$

что ограничивает пиковую мощность когерентного излучения следующим условием:

$$W \ll \frac{m}{z_e} \frac{F^2}{\rho_0^2} \frac{1}{(1+\chi)^2}.$$

Продолжим численное иллюстрирование схемы рис. I. Полагая, что электроны на участке конверсии обладают энергией 50 ГэВ, имеем ($\lambda = 4 \cdot 10^{-5}$ см) $\chi = 2,4$, $\sigma_c = 2,6 \cdot 10^{-25}$ см². В оптимальном случае, когда выполнены условия (3.3) и (3.4), параметр δ равен 2,7 ($W = 2,5 \cdot 10^{11}$ Вт), т.е. 90% электронов пучка испытает комптоновское рассеяние. Для эмиттанса $\epsilon = 10^{-8}$ см (который с учетом уменьшения при ускорении соответствует приведенному выше) оптимальный случай фокусировки можно реализовать при следующих параметрах: поперечный размер светового сгустка, падающего на линзу $\rho_0 = 1$ см, фокусное расстояние линзы $F = 50$ см, β - функция в месте встречи $\beta_0 = 2$ см, расстояние от фокуса до места встречи $R = 4$ см.

Для опережения световым сгустком электронного на расстоянии $2R = 8$ см требуется после участка генерации направить электроны по пути авс (см. рис. I). Требуемый интеграл магнитного поля равен ⁷⁾

$$(He)_a = (He)_c = \frac{1}{2} (He)_b = 6,7 \sqrt{\frac{R}{L_{ac}}} E(\Gamma \text{эВ})(\text{кГс} \cdot \text{м}),$$

где L_{ac} - расстояние между точками (а) и (с). Для $L_{ac} = 25$ м имеем $(He)_a = 27$ кГс.м. Максимальное отклонение траектории электрона в точке (в) составит $\sqrt{R L_{ac}} = 1$ м.

7) Предполагаем, что на участке запаздывания фокусирующая система такова, что удлинение сгустка из-за разброса энергии не происходит.

Для устранения встреч электронных пучков целесообразно между местами встречи и конверсии ввести поперечное магнитное поле. Для разведения пучков на $10\gamma_0^*$ ($\gamma_0^* = \sqrt{2\epsilon\beta_0}$ - размер электронного пучка в месте встречи, если бы конверсии не было) необходимая величина поля, введенная на длине $2R$, равна

$$H(\text{кГс}) = 335 \frac{\gamma_0^*(\mu)}{R^2(\mu)} E(\Gamma \rightarrow B) \approx 4 \text{кГс.}$$

4. Пространственная плотность пучков гамма-квантов

Для вычисления светимости встречных фотонных пучков необходимо знать распределение вторичных гамма-квантов по энергии и в пространстве. Энергия гамма-квантов, рассеянных под малым углом к траектории электрона в лабораторной системе равна

$$\hbar\omega = \mathcal{E} \frac{\chi}{1 + \chi + \gamma^2\theta^2}, \quad (4.1)$$

где $\chi = 4\gamma\hbar/(m\lambda)$. Дифференциальное сечение комптоновского рассеяния на неполяризованных электронах в ультрарелятивистском приближении можно записать в виде [12]:

$$\frac{d\sigma_c}{\gamma^2 d\theta^2} = \frac{2\pi z_e^2}{(1 + \chi + \gamma^2\theta^2)(1 + \gamma^2\theta^2)} \left[\frac{\chi}{1 + \chi + \gamma^2\theta^2} + \frac{2(1 + \gamma^4\theta^4)}{1 + \gamma^2\theta^2} \right]. \quad (4.2)$$

В классическом пределе $\chi \ll 1$ из (4.2) легко получить известное Томсоновское сечение рассеяния встречной волны на электроны ($\gamma \gg 1$):

$$\frac{d\sigma_c}{\gamma^2 d\theta^2} = 4\pi z_e^2 \frac{1 + \gamma^4\theta^4}{(1 + \gamma^2\theta^2)^4}. \quad (4.3)$$

В существенно квантовой области при $\chi \gg 1$ для малых углов $\gamma^2\theta^2 \ll \chi$ имеем

$$\frac{d\sigma_c}{\gamma^2 d\theta^2} = \frac{2\pi z_e^2}{\chi(1 + \gamma^2\theta^2)}. \quad (4.4)$$

Рассмотрим случай, в которых вероятность dW излучить гамма-квант в направлении, задаваемом углами θ_x, θ_y , можно записать в виде

$$dW = \eta \frac{d\sigma_c}{\sigma_c d\theta^2} \frac{d\theta_x d\theta_y}{\pi}, \quad (4.5)$$

где $\theta^2 = \theta_x^2 + \theta_y^2$, η - коэффициент конверсии (полное число гамма-квантов, рожденных электроном). Это всегда имеет место при любом значении параметра жесткости χ , когда вероятность комптоновского рассеяния электрона мала, т.е. $\eta = \delta \ll 1$. В случаях, когда вероятность рассеяния порядка единицы ($\delta \geq 1$), также существуют ситуации, для которых соотношение (4.5) остается справедливым. Так в существенно квантовом пределе $\chi \gg 1$ (как следует из (4.1) и (4.4)) энергия электрона после излучения первого гамма-кванта становится порядка \mathcal{E}/χ . Поэтому для гамма-квантов с энергией $\hbar\omega \gg \mathcal{E}/\chi$ процессами множественного рождения можно пренебречь и коэффициент конверсии становится равным ⁸⁾

$$\eta = 1 - \exp(-\delta). \quad (4.6)$$

В классическом пределе $\chi \ll 1$ процессами множественного рождения пренебречь нельзя (при $\delta \geq 1$). Но при относительно малых потерях энергии на излучение во встречной волне

$$\delta \ll \chi^{-1}$$

выражение для dW остается прежним с коэффициентом конверсии $\eta = \delta$ (который может значительно превышать единицу).

Полную пространственную плотность гамма-квантов в точке с координатами (x, y, z) можно найти из формулы

$$\rho_\gamma = \frac{\eta}{\sigma_c} N_e \int \rho_e(x - R\theta_x, y - R\theta_y, z, t) \frac{d\sigma_c}{d\theta^2} \frac{d\theta_x d\theta_y}{\pi} \quad (4.7)$$

где ρ_e равна электронной плотности в случае, когда электроны от места конверсии продолжали бы двигаться по прямым траекториям ($\int \rho_e(x, y, z, t) dx dy dz = 1$), $R = R(z)$ - расстояние вдоль оси z между рассматриваемой точкой и точкой конверсии.

Выражение для спектральной плотности запишется в виде

⁸⁾ В случаях, когда $\chi \geq 1$, $\delta \geq 1$ следует принимать во внимание образование e^+e^- пар при столкновении фотонов светового сгустка со вторичными γ -квантами. Этим процессом можно пренебречь, если $\delta \ll \chi$. При $\chi \gg 137$ доминирующим процессом является рождение e^+e^- пар в кулоновском поле электрона. Поэтому в области $\chi \geq 137$ формула (4.6) перестает быть справедливой.

$$\frac{d\rho_\gamma}{d\omega} = \frac{\eta}{\sigma_c} N_e \frac{d\sigma_c}{d\omega} \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \rho_e(x-R_0\cos\varphi, y-R_0\sin\varphi, z, t) d\varphi, \quad (4.8)$$

где $\theta(\omega)$ определен соотношением (4.1).

Полезно выписать формулы для ρ_γ и $d\rho_\gamma/d\omega$ в предельных случаях больших и малых расстояний R_0 между местом конверсии и центром встреч. Если z_0^* - размер пучка в месте встречи, то при условии

$$R_0 + \frac{l_b}{2} \ll \frac{z_0^*}{\theta(\omega)} = \frac{\chi z_0^*}{\sqrt{1+\chi}} \sqrt{\frac{\nu}{1-\nu}} \quad (4.9)$$

($\nu = \omega(1+\chi)/(\epsilon\chi) \leq 1$ - отношение энергии излучаемого гамма-кванта к максимально возможной, l_b - длина пучка гамма-квантов) спектральная плотность гамма-квантов становится пропорциональной электронной плотности:

$$\frac{d\rho_\gamma}{d\omega} = \frac{\eta}{\sigma_c} N_e \frac{d\sigma_c}{d\omega} \rho_e(x, y, z, t). \quad (4.10)$$

Для больших расстояний

$$R_0 - \frac{l_b}{2} \gg \frac{\chi z_0^*}{\sqrt{1+\chi}} \sqrt{\frac{\nu}{1-\nu}} \quad (4.11)$$

спектральная плотность убывает пропорционально R^2 :

$$\frac{d\rho_\gamma}{d\omega} = \frac{\eta}{\sigma_c} \frac{N_e}{\pi R^2} \frac{d\sigma_c}{d\omega} \rho_{||}(z, t) \delta(\theta^2(\omega) - \frac{x^2+y^2}{R^2}), \quad (4.12)$$

где $\rho_{||}(z, t) = \int \rho_e dx dy$ - продольная плотность электронов, $\delta(\theta^2 - (x^2+y^2)/R^2)$ - дельта-функция.

Для полной плотности гамма-квантов, соответственно, имеем⁹⁾:

$$\rho_\gamma = \eta N_e \rho_e(x, y, z, t) \text{ при } R_0 + \frac{l_b}{2} \ll \frac{\chi z_0^*}{\sqrt{1+\chi}} \quad (4.13)$$

$$\rho_\gamma = \frac{\eta N_e}{\pi R^2} \rho_{||}(z, t) \frac{d\sigma_c}{d\omega} \left(\frac{x^2+y^2}{R^2} \right) \text{ при } R_0 - \frac{l_b}{2} \gg \chi z_0^*.$$

9) Для больших значений R углы намного больше χ^{-1} , как увидим из дальнейшего, дают малый вклад в полную светимость встречных пучков.

5. Светимость встречных фотонных пучков

Общепринятой величиной, характеризующей эффективность установок со встречными пучками, является светимость L :

$$L = 2 \int N^{(\rightarrow)} N^{(\leftarrow)} \int \rho^{(\rightarrow)}(\vec{z}, t) \rho^{(\leftarrow)}(\vec{z}, t) d\vec{z} dt, \quad (5.1)$$

где $N^{(\rightarrow)} \rho^{(\rightarrow)}$, $N^{(\leftarrow)} \rho^{(\leftarrow)}$ - плотность встречных сгустков, \int - число встреч сгустков в единицу времени.

В случае цилиндрического пучка плотность электронов можно записать в виде:

$$\rho_e = \frac{1}{2\pi\epsilon\beta_0(1+\frac{z^2}{\beta_0^2})} l_b g\left[\frac{z \mp vt}{l_b}\right] \cdot g\left[\frac{x^2+y^2}{2\epsilon\beta_0(1+\frac{z^2}{\beta_0^2})}\right]$$

где β_0 - бета-функция в месте встречи, z - расстояние от места встречи, функция $g(x)$ отлична от нуля и равна единице при $0 \leq x \leq 1$.

При этом светимость электрон-электронных пучков равна:

$$L_{ee} = \frac{2N_e^2 f}{\pi\epsilon\beta_0} \left[\arctg \frac{l_b}{2\beta_0} - \frac{\beta_0}{l_b} \ln\left(1 + \frac{l_b^2}{4\beta_0^2}\right) \right]$$

В частности для больших и малых β -функций имеем¹⁰⁾:

$$L_{ee} = N_e^2 f / (2\pi\epsilon\beta_0) \quad \text{при } \beta_0 \gg l_b$$

$$L_{ee} = N_e^2 f / (\epsilon l_b) \quad \text{при } \beta_0 \ll l_b$$

Общие выражения для светимости фотонных пучков можно получить подстановкой выражения для ρ_γ с помощью формулы (4.7). Здесь ограничимся выписыванием асимптотических выражений. Для малых расстояний R_0 между местами конверсии и встречи

10) В случае гауссовского распределения и равных β -функций в месте встречи ($\beta_x = \beta_y = \beta_0$) соответственно имеем ($\epsilon = \sqrt{\epsilon_x \epsilon_y}$)

$$\rho_e^{(\rightarrow)} = \frac{\beta_0}{(2\pi)^{3/2} \epsilon l_b (z^2 + \beta_0^2)} \exp\left[-\frac{\beta_0 \left(\frac{x^2}{\epsilon_x} + \frac{y^2}{\epsilon_y}\right)}{2(z^2 + \beta_0^2)} - \frac{(z \mp vt)^2}{2l_b}\right],$$

$$L_{ee} = \frac{N_e^2 f}{8\pi^{1/2} \epsilon l_b} \left[\exp\left(\frac{\beta_0^2}{l_b^2}\right) \right] \left[1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\beta_0/l_b} \exp(-x^2) dx \right]$$

$$R_0 + \frac{l_b}{2} \ll \frac{\chi z_0^*}{\sqrt{1+\chi}}$$

с помощью (4.13) получаем простое соотношение:

$$L_{\gamma\gamma} = \eta^2 L_{ee}$$

Для больших расстояний R_0 (при $R_0 \gg l_b/2$):

$$R_0 \gg \chi z_0^*$$

из-за угловой расходимости гамма-квантов светимость убывает пропорционально R_0^{-2} :

$$L_{\gamma\gamma} = f \frac{\eta^2 N_e^2}{\pi R_0^2 \sigma_c^2} \int \left(\frac{d\sigma_c}{d\theta^2} \right)^2 d\theta^2 \quad (5.4)$$

Отсюда, в классическом ($\chi \ll 1$) и квантовом ($\chi \gg 1$) пределах светимость, соответственно, равна

$$L_{\gamma\gamma} = \frac{27}{70} \frac{\eta^2 N_e^2}{\pi R_0^2} \chi^2 f,$$

$$L_{\gamma\gamma} = \frac{\eta^2 N_e^2 \chi^2 f}{\pi R_0^2 \ln^2(1+\chi)}.$$

Светимость не является полной характеристикой эффективности установок со встречными пучками. Даже для электрон-позитронных пучков в случае исследования резонансов, ширина которых намного уже энергетического разброса пучков, величина L_{ee} является чисто иллюстративной характеристикой. Необходимую информацию дает спектральная светимость, которая для фотонных пучков становится основной характеристикой эффективности взаимодействия. Полную спектральную светимость, необходимую для расчета эффективности регистрации детектора элементарных частиц, можно очевидно записать в виде

$$\frac{d^2 L_{\gamma\gamma}}{d\omega_1 d\omega_2} = 2f \int \frac{dp_x^{(\rightarrow)}}{d\omega_1} \frac{dp_x^{(\leftarrow)}}{d\omega_2} d\vec{z} dt, \quad (5.5)$$

и вычислить с помощью общего выражения (4.8) для $dp_x/d\omega$.

Для идеального регистратора хорошей характеристикой мо-

жет служить светимость, рассчитанная на единичный интервал частоты $\omega_0 = \sqrt{\omega_1 \omega_2}$ сталкивающихся фотонов в системе их центра масс:

$$\frac{dL_{\gamma\gamma}}{d\omega_0} = 4f \omega_0 \int_{\omega_0/\omega_{\max}}^{\omega_{\max}} \frac{d\omega_1}{\omega_1} \int d\vec{z} dt \frac{dp_x^{(\rightarrow)}}{d\omega_1} \frac{dp_x^{(\leftarrow)}}{d\omega_2} \quad (5.6)$$

Для малых расстояний R (условие (4.9) выполнено) в классическом пределе имеем ($v = \omega_0/\omega_{\max}$)

$$\omega_0 \frac{dL_{\gamma\gamma}}{d\omega_0} = \frac{9}{2} \eta^2 L_{ee} \left\{ v^2 (\ln \frac{1}{v^2} - 2) + 4v^4 (\ln \frac{1}{v^2} - 1) + 2v^6 (2 \ln \frac{1}{v^2} + 3) \right\} \quad (5.7)$$

Величина $\frac{dL_{\gamma\gamma}}{d\omega_0}$ максимальна при $v = 0.22$ и равна

$$\left(\frac{dL_{\gamma\gamma}}{d\omega_0} \right)_{\max} \approx 1.45 \frac{\eta^2 L_{ee}}{\omega_{\max}}$$

В квантовом пределе спектральная светимость имеет резкий максимум вблизи $(1-v) \sim \chi^{-1}$, что означает повышение монохроматичности фотонных пучков при увеличении χ . В области $(1-v) \ll 1$ имеем:

$$\omega_0 \frac{dL_{\gamma\gamma}}{d\omega_0} = \frac{2\eta^2 \chi}{\ln^2 \chi} \frac{\ln[1+2\chi(1-v)]}{[1+\chi(1-v)]} L_{ee}$$

Максимум спектральной плотности лежит при $v = 1 - 1.3/\chi$ и равен:

$$\omega_0 \left(\frac{dL_{\gamma\gamma}}{d\omega_0} \right)_{\max} \approx \frac{1.1 \eta^2 \chi L_{ee}}{\ln^2 \chi} \quad (5.8)$$

Таким образом, если существует запас в мощности W светового сгустка, используемого для конверсии ($\delta \gg 1$), то дальнейшее увеличение энергии ($\chi \sim \gamma$) конверсии (наращивание длины линейного ускорителя) приводит к возрастанию спектральной светимости пропорционально $\chi/\ln^2 \chi$.

Получим теперь формулы, показывающие как убывает спектральная светимость при увеличении расстояния R от места конверсии. При выполнении условия (4.II) спектральная плотность гамма-квантов определяется формулой (4.I2) и величина $dL_{\gamma\gamma}/d\omega_0$

принимает следующий вид:

$$\frac{dL_{yx}}{d\omega_0} = \frac{\eta^2 N_e^2 \gamma^2 f}{\pi R^2 (1+x) \omega_{\max}} \left(\frac{\omega_0}{\sigma_c} \frac{d\sigma_c}{d\omega_0} \right)^2 \quad (5.9)$$

В частности, в классическом и квантовых пределах, соответственно, имеем:

$$\frac{dL_{yx}}{d\omega_0} = \frac{9\eta^2 N_e^2 \gamma^2 f}{4\omega_{\max} \pi R_0^2} v^2 (2v^2 - 2v + 1)^2, \quad x \ll 1$$

$$\frac{dL_{yx}}{d\omega_0} = \frac{\eta^2 N_e^2 \gamma^2 f}{\omega_{\max} \pi R_0^2} \frac{x}{\ln^2 x} \frac{1}{[1+x(1-v)]^2}, \quad x \gg 1.$$

Обратим внимание, что светимость при любой частоте ω_0 может лишь убывать с увеличением расстояния от места конверсии II).

В заключение приведем значение спектральной светимости встречных фотонных пучков для рассмотренного численного примера. Полагая, что частота повторения $f = 10$ Гц, имеем ($L_{ee} = 5 \cdot 10^{31} \text{ см}^{-2} \text{ сек}^{-1}$):

$$\omega_0 \left(\frac{dL_{yx}}{d\omega_0} \right)_{\max} \approx 10^{32} \text{ см}^{-2} \text{ сек}^{-1}$$

6. Поляризация встречных фотонных пучков

Поляризация встречных фотонных пучков открывает дополнительные возможности для широкого класса экспериментов. В рассматриваемой схеме поляризация генерируемого светового сгустка определяется структурой магнитного поля ондулятора (например, когерентное излучение из спирального ондулятора полностью циркулярно поляризовано). Простота приготовления светового сгустка любой поляризации (циркулярной, линейной) позволяет управлять поляризацией вторичных гамма-квантов.

Рассмотрим случай комптоновского рассеяния циркулярно поляризованных фотонов неполяризованными электронами. Сечение

II) Условие (4.11) зависит от частоты фотона. Например, при частотах близких к максимальной ($v \rightarrow 1$) формула (5.9) перестает быть справедливой.

рассеяния, просуммированное по поляризациям конечного электрона, имеет вид: ($\hbar\omega_H = mX/4\gamma$ - энергия начального фотона):

$$\frac{d\sigma}{d\omega} = \frac{1}{2} \frac{d\sigma_c}{d\omega} + \frac{\pi Z e^2 \hbar}{X(\hbar\omega_H - \mathcal{E})} \xi \xi' \left(\frac{\hbar\omega_H - \mathcal{E}}{\hbar\omega - \mathcal{E}} + \frac{\hbar\omega - \mathcal{E}}{\hbar\omega_H - \mathcal{E}} \right) \left(1 + \frac{2(\omega - \omega_H)\hbar}{X(\hbar\omega - \mathcal{E})} \right) \quad (6.1)$$

где ξ и ξ' - спиральности начального и конечного фотонов, $d\sigma_c/d\omega$ - сечение рассеяния неполяризованных фотонов, получаемое из формулы (4.2). В классическом и квантовом пределах соответственно выпишем асимптотические выражения:

$$\frac{d\sigma}{d\omega} = \frac{2\pi Z e^2 \hbar}{\mathcal{E} X} \left[1 + \frac{2\hbar\omega}{\mathcal{E} X} \left(\frac{\hbar\omega}{\mathcal{E} X} - 1 \right) + \xi \xi' \left(1 - \frac{2\hbar\omega}{\mathcal{E} X} \right) \right], \quad x \ll 1$$

$$\frac{d\sigma}{d\omega} = \frac{\pi Z e^2 \hbar}{X(\mathcal{E} - \hbar\omega)} \left[1 + \xi \xi' \left(1 - \frac{2\hbar\omega}{X(\mathcal{E} - \hbar\omega)} \right) \right], \quad x \gg 1.$$

При заданной спиральности начальных фотонов спиральности вторичных фотонов могут принимать оба значения ± 1 . В связи с этим полная светимость разбивается на парциальные, соответствующие разным комбинациям спиральностей сталкивающихся гамма-квантов. Обозначим произведение спиральностей начальных и конечных фотонов через $\xi = \xi \cdot \xi'$. Тогда в классическом пределе для малых расстояний R имеем:

$$\omega_0 \frac{dL_{yx}}{d\omega_0} = \left(\frac{9}{2} \eta^2 L_{ee} v^2 \right) \times \begin{cases} [(1+4v^2+v^4) \ln \frac{1}{v^2} - 3(1-v^4)], & \xi^{(\rightarrow)} = \xi^{(\leftarrow)} = 1 \\ \frac{1}{2} [2v^4 \ln \frac{1}{v^2} + 1 - 4v^2 + 3v^4], & \xi^{(\rightarrow)} = -\xi^{(\leftarrow)} = 1 \\ & \xi^{(\rightarrow)} = -\xi^{(\leftarrow)} = -1 \\ v^4 \ln \frac{1}{v^2}, & \xi^{(\rightarrow)} = \xi^{(\leftarrow)} = -1 \end{cases}$$

Для больших расстояний получаются следующие выражения:

$$\omega_0 \frac{dL_{\gamma\gamma}}{d\omega_0} = \left(\frac{g \eta^2 N_e \chi^2 f}{4 \pi R_0^2} v^3 \right) \times \begin{cases} (1-v)^4 \\ v^2(1-v)^2 \\ v^4 \end{cases}$$

Приведенные выше формулы иллюстрируются рисунками 2 и 3. Из графиков видим, что наиболее чистое состояние по комбинации спиральностей встречных гамма-квантов находится в области максимально возможной ω_0 ($\omega_{\max} - \omega_0 \ll \omega_{\max}$). Для больших расстояний и полная светимость обладает резко выделенной комбинацией спиральностей гамма-квантов.

Приведем аналогичные выражения для квантового случая. Для малых расстояний вычисления приводят к следующему результату:

$$\omega_0 \frac{dL_{\gamma\gamma}}{d\omega_0} = \left(\frac{2 \eta^2 \chi L_{ee}}{(\ln^2 \chi)(1+k)^2} \right) \times \begin{cases} \left[(2k + \frac{1}{1+k}) \ln(1+2k) - 2k \right] \\ \left[\frac{k}{1+k} \ln(1+2k) + \frac{2k^2}{1+2k} \right] \\ \left[\frac{\ln(1+2k)}{1+k} + \frac{2k}{1+2k} \right], \end{cases}$$

где $k = \chi(1-v)$

Для больших расстояний соответственно имеем:

$$\omega_0 \frac{dL_{\gamma\gamma}}{d\omega_0} = \left(\frac{\eta^2 N_e \chi^2 f}{\pi R_0^2 \ln^2 \chi} \cdot \chi v \right) \times \begin{cases} \frac{k^2}{(1+k)^4} \\ \frac{k}{(1+k)^4} \\ \frac{1}{(1+k)^4} \end{cases}$$

Графики, соответствующие последним выражениям, приведены на рис. 4, 5. Отметим, что в квантовом случае область частот ω_0 , в которой наблюдается преобладание одной парциальной светимости, расположена в χ - раз ближе к ω_{\max} ($\omega_{\max} - \omega_0 \approx \omega_{\max} / \chi$).

Выражения для парциальных светимостей при произвольных значениях χ и R можно получить, используя формулы (5.6), (4.12) и (6.1).

В заключение следует подчеркнуть, что доминирующая в светимости комбинация спиральностей встречных гамма-квантов простым изменением циркулярной поляризации одного из начальных световых сгустков может быть заменена на любую другую комбинацию.

Нам приятно поблагодарить Я.С.Дербенева за обсуждения в ходе выполнения работы. Мы пользуемся случаем выразить свою признательность А.Н.Скринскому за интерес к работе. Благодарим Г.Л.Коткина, В.Г.Сербо, В.И.Тельнова за высказанные замечания.

Л и т е р а т у р а :

1. И.Ф.Гинзбург, Г.Л.Коткин, В.Г.Сербо, В.И.Тельнов. Письма в ЖЭТФ 34, вып.9, (1981). Препринт, ИЯФ СО АН СССР 81-50 (1981).
2. В.Е.Балакин, Г.И.Будкер, А.Н.Скринский. Труды VI Всесоюзного совещания по ускорителям заряженных частиц, Дубна, т.1, 27, 1978.
3. N.M.Kroll, W.A.McMullin. Phys. Rev. A. 17, 300 (1978).
4. P.Sprangle, R.A.Smith, Phys. Rev. A21, 293 (1980).
5. P.Sprangle, R.A.Smith, V.L.Granatstein. NRL Memorandum Report 3911, 1978.
6. В.Л.Братмат, Н.С.Гинзбург, М.И.Петелин ЖЭТФ 76, 930 (1979).
7. Л.А.Вайнштейн ЖТФ 49, 1129 (1979).
8. А.М.Кондратенко, Е.Л.Салдин ЖТФ, 51, 1633 (1981).
9. А.М.Кондратенко, Е.Л.Салдин. Препринт ИЯФ СО АН 80-172 (1980).
10. Я.С.Дербенев, А.Н.Скринский. Труды VII Всесоюзного совещания по ускорителям заряженных частиц, Дубна, 1980, Препринт ИЯФ СО АН 79-87 (1979).
11. Я.С.Дербенев, А.М.Кондратенко, Е.Л.Салдин. Препринт ИЯФ СО АН 80-171 (1980).
12. В.Б.Берестецкий, Е.М.Лифшиц, Л.П.Питаевский. "Релятивистская квантовая теория" ч.1 § 86, "Наука", М., 1968.

Подписи к рисункам

Рис.1 Принципиальная схема встречных фотонных пучков.
 1 - инжектор электронов;
 2 - ускоряющая секция;
 3 - ВЧ-генератор;
 4 - ондулятор.

Рис.2 Спектральная светимость в классическом пределе для малых расстояний .

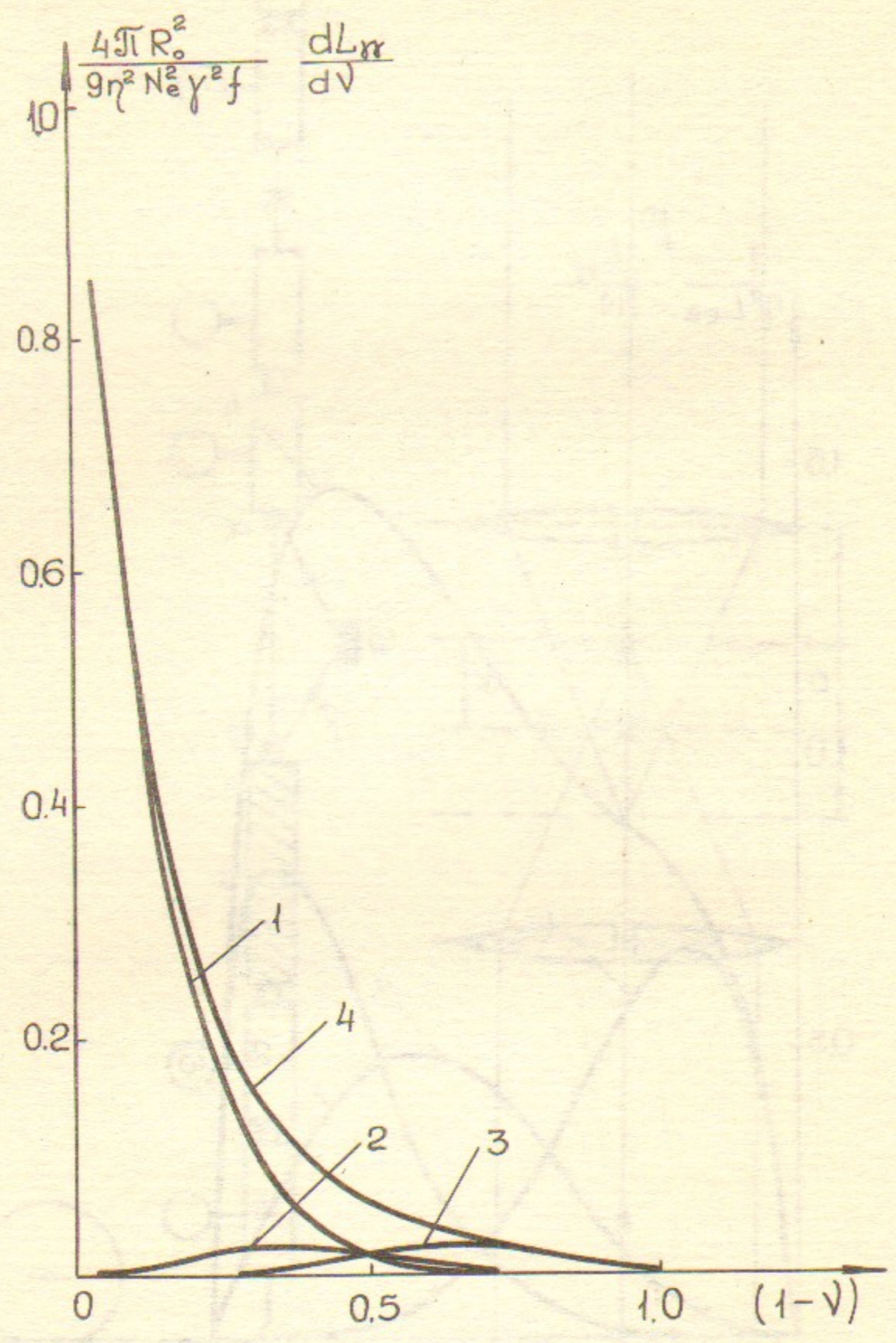
Рис.3 Спектральная светимость в классическом пределе для больших расстояний.

Рис.4 Спектральная светимость в квантовом пределе для малых расстояний.

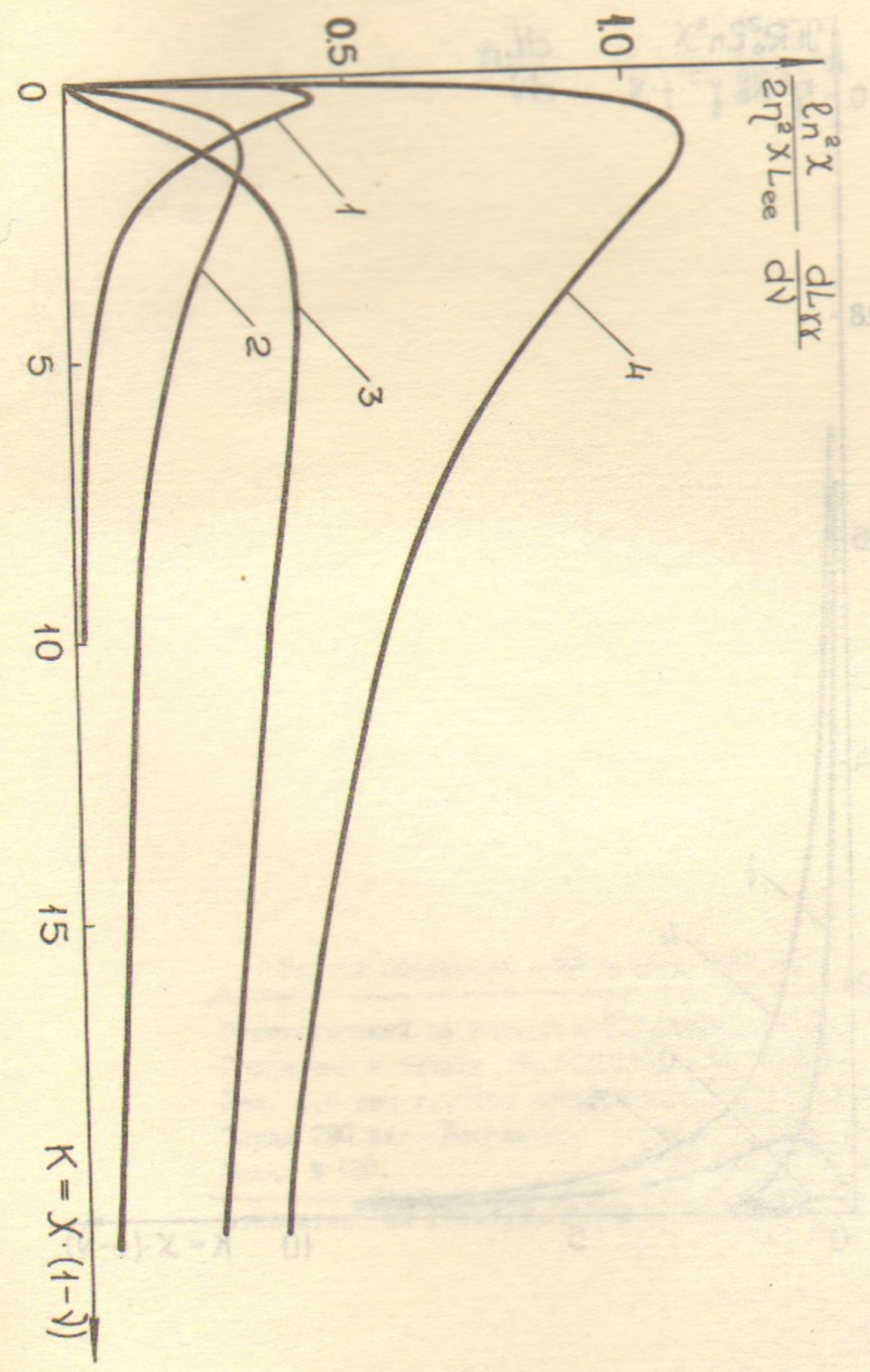
Рис.5 Спектральная светимость в квантовом пределе для больших расстояний.

На рис.2-5 цифрами помечены кривые, для которых:

1. $\zeta^{(\rightarrow)} = \zeta^{(\leftarrow)} = -1$,
2. $\zeta^{(\rightarrow)} = -\zeta^{(\leftarrow)} = 1$ либо $\zeta^{(\rightarrow)} = -\zeta^{(\leftarrow)} = -1$,
3. $\zeta^{(\rightarrow)} = \zeta^{(\leftarrow)} = -1$,
4. полная спектральная светимость.



РИО.3
 26



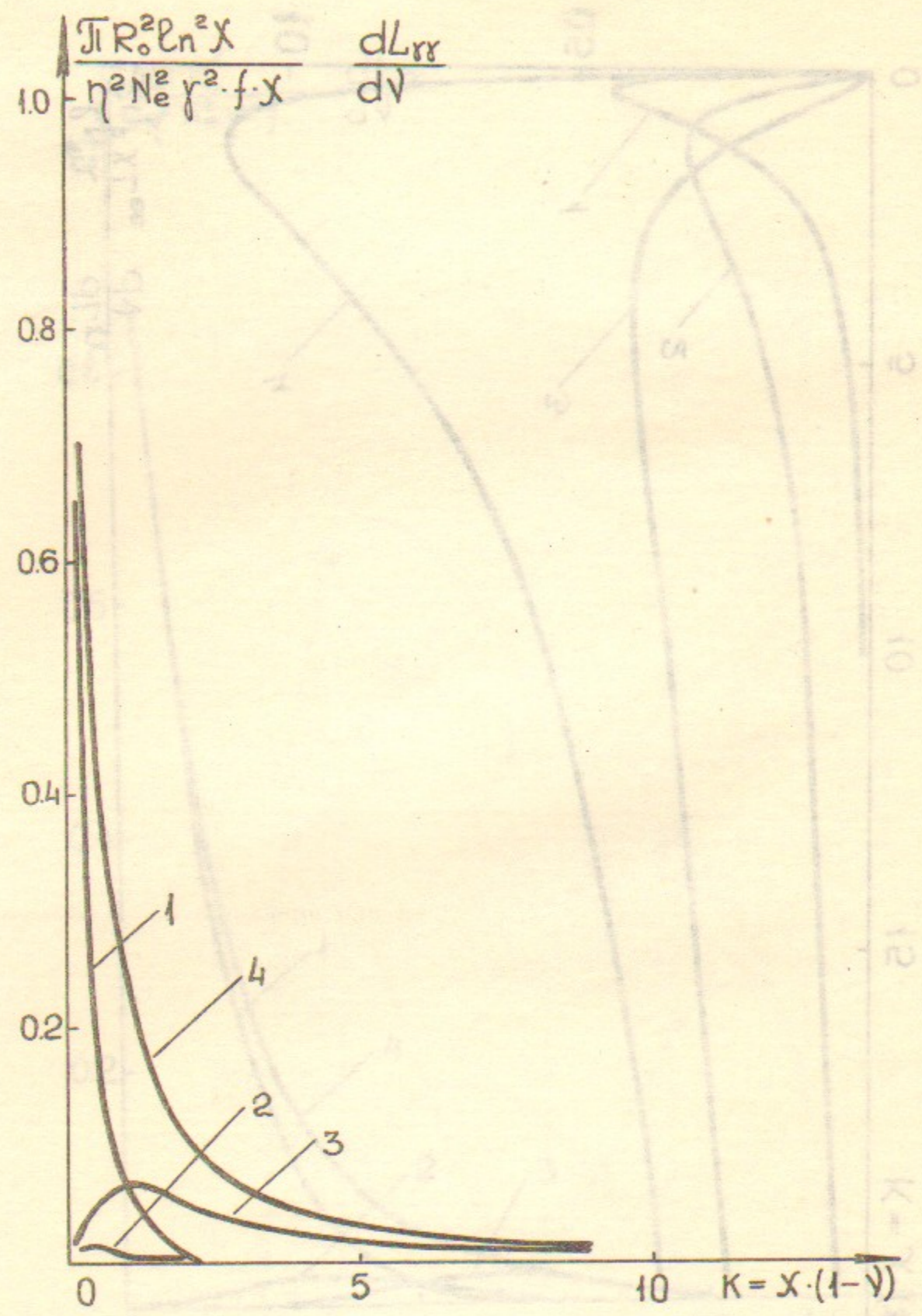


Рис.5
28

Работа поступила - 23 ноября 1981 г.

Ответственный за выпуск - С.Г.Попов
 Подписано к печати 26.II-1981 г. МН 03476
 Усл. 1,6 печ.л., 1,3 учетно-изд.л.
 Тираж 290 экз. Бесплатно
 Заказ № 130.

Отпечатано на ротапинтере ИЯФ СО АН СССР