

34

ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ  
СО АН СССР

А.Г.Грозин

$e^+e^-$  АННИГИЛЯЦИЯ В ИЗОЛИРОВАННЫЙ  
МЕЗОН И ДВЕ СТРУИ

ПРЕПРИНТ 81-128



Новосибирск

$e^+e^-$  АННИГИЛЯЦИЯ В ИЗОЛИРОВАННЫЙ МЕЗОН И ДВЕ  
СТРУИ

А.Г.Грозин

Институт ядерной физики СО АН СССР, Новосибирск  
630090

АННОТАЦИЯ

Детально анализируется процесс  $e^+e^-$  аннигиляции в изоли-  
рованный мезон и две струи, предложенный ранее в /6/. Этот  
процесс позволяет получить богатую информацию о волновых функ-  
циях мезонов. Количественно обсуждается возможность соответствую-  
щего эксперимента.

## $e^+e^-$ ANNIHILATION INTO AN ISOLATED MESON AND TWO JETS.

A.G.Grozin

Institute of Nuclear Physics, Novosibirsk 630090, USSR

### ABSTRACT

The process of  $e^+e^-$  annihilation into an isolated meson and two jets, proposed in /6/, is analysed in detail. This process gives the possibility of obtaining a reach information about meson wave functions. The classification of meson wave functions /4,5/ (see the Table) and selection rules are discussed in Sect.1. The criterion of event selection with isolated mesons is exactly stated in Sect.2 (see eq.(2.3)). The range of validity of the theoretical treatment (2.4-2.5) is also discussed here. The cross sections of the process considered for all possible meson quantum numbers are obtained in Sect.3:  $S, P(3.10-3.11)$ ;  $S_+(3.13-3.14)$ ;  $P_+(3.16-3.17)$ ;  $T_+(3.20-3.21)$ ;  $V(3.27)$ ;  $V_+(3.28)$ ;  $S_-(3.37-3.38)$ ;  $P_-(3.40-3.41)$ . The limiting cases are discussed in Sect.4:  $z=const, a \rightarrow 0$  /6/ and  $z \rightarrow 1, a=const$  /8/. The possibility of the suggested experiment is quantitatively discussed in Sect.5. For the choice of a realistic  $\pi$  meson wave function the cross sections are plotted as a function of energy in Fig.7a, and corresponding spectra in Fig.7b. At a reasonable choice of the boundaries of the range of validity the contribution of the considered events to R is about  $10^{-3}$ .

## I. Введение

Процессы, в которых один или несколько адронов формируются (или уничтожаются) на малых расстояниях, могут быть рассмотрены в рамках теории возмущений в квантовой хромодинамике (КХД). Эти процессы важны как для проверки КХД, так и для исследования структуры адронов /1-7/. Пусть рассматриваемый процесс имеет характерную передачу импульса  $Q^2 \gg \mu^2$ , где  $\mu$  - характерный импульс удержания. Тогда каждый мезон, формирующийся (или уничтожающийся) на малых расстояниях, дает в сечении малый множитель  $f_M^2/Q^2$ , где  $f_M \sim \mu$  - масштаб волновых функций мезонов. В тех же условиях барион дает множитель  $\mu^3/Q^3$ . Поэтому процессы с одним мезоном лучше всего подходят для исследования при больших  $Q^2$ , где применимо теоретическое рассмотрение. Примером является формфактор фотон-мезон /1-2, 4-5/, который можно изучать, например, в реакции  $e^+e^- \rightarrow \gamma M$  или в двухфотонном рождении с одним сильно виртуальным фотоном. Однако в процессах типа  $1 \rightarrow 2$  нет свободных кинематических переменных, и все, что можно получить из эксперимента - это одно число, являющееся некоторым интегралом от волновой функции мезона. Значительно более информативными являются процессы типа  $1 \rightarrow 3$ , которые позволяют извлечь из эксперимента функцию от параметра - энергии мезона. Знание же интеграла от волновой функции, зависящего от параметра, позволяет в принципе полностью восстановить волновую функцию мезона. Поэтому особенно интересным представляется процесс рождения изолированного мезона и двух струй, предложенный в /6/.

Процесс  $\gamma\gamma \rightarrow MM$  /7/ также позволяет получить функцию от параметра - угла рассеяния. Однако он содержит два мезона, и поэтому его сечение в области применимости расчета чрезвычайно мало. Кроме того, матричный элемент не факторизуется на интегралы, зависящие от волновой функции одного мезона, что сильно затрудняет извлечение информации о волновых функциях.

В главном порядке по  $\mu^2/Q^2$  вклад в матричный элемент формирования мезона на малых расстояниях дают двухпартонные состояния в мезоне, причем партоны можно считать безмассовыми, находящимися на массовой поверхности и коллинеарными /1-5/. Мезон описывается волновой функцией  $f_M^P(x)$ , качественно имеющей

смысл амплитуды вероятности найти в мезоне  $M$  ровно 2 партона, партон  $p$  с долей импульса  $x$  и другой партон с долей импульса  $x' \equiv 1-x$ . Амплитуда процесса  $M$  с участием мезона получается сверткой партонной амплитуды  $M_H$  с волновой функцией /1-5/:

$$M = \int_0^1 f(x) dx \frac{1}{4N} \text{Sp}[\Gamma M_H(x)] \quad (1.1)$$

где  $\text{Sp}$  означает сумму по спиновым и цветовым индексам. Спиновые структуры волновых функций  $\Gamma$  для всех квантовых чисел мезонов, которые могут формироваться на малых расстояниях в главном порядке по  $\mu^2/Q^2$ , приведены в таблице /4-5/. Если мезон не является абсолютно нейтральным (т.е. не совпадает со своей античастицей), его волновая функция относится к одному из типов  $S, P, V$ . Если же мезон является абсолютно нейтральным (т.е. совпадает со своей античастицей), то его волновая функция относится к одному из типов  $S_{\pm}, P_{\pm}, V_{\pm}, T_{\pm}$ , где нижний индекс обозначает  $C$ -четность. В случае мезонов типов  $S_{+}, P_{+}$  мезон имеет кварковую и глюонную волновые функции, в случае  $T_{+}$  — только глюонную и в остальных случаях — только кварковую. Глюонная волновая функция существенно отлична от 0 только тогда, когда мезон имеет значительную синглетную по аромату компоненту (в частности, его изоспин равен 0). Волновые функции абсолютно нейтральных мезонов удовлетворяют соотношениям симметрии /5/

$$f^q(x') = -P f^q(x) ; f^g(x') = P f^g(x) \quad (1.2)$$

где  $P$  — четность мезона. В таблице использованы следующие обозначения:  $p$  — импульс мезона;  $e_{\pm}$  — вектора поляризации для спиральностей  $\lambda = \pm 1$ ; тензоры  $\delta_{\perp}, \varepsilon_{\perp}$  определены как

$$\delta_{\perp}^{\mu\nu} = e_{+}^{\mu} e_{-}^{\nu} + e_{-}^{\mu} e_{+}^{\nu} ; i\varepsilon_{\perp}^{\mu\nu} = e_{+}^{\mu} e_{-}^{\nu} - e_{-}^{\mu} e_{+}^{\nu} \quad (1.3)$$

Рассмотрим одно правило отбора, которое является общим в предположении сохранения четности, но особенно полезным часто оказывается при анализе процессов формирования адронов на малых расстояниях. Пусть в процессе участвуют не более 4 частиц в начальном и конечном состоянии. Тогда существует вектор  $n$ , ортогональный ко всем импульсам. Назовем его поперечным, а все векторы из ортогонального ему трехмерного пространства, в частности все импульсы — продольными. Определим оператор поперечной четности  $P_{\perp}$  как инверсию поперечного направления. Его достоинство

состоит в том, что он не меняет продольных векторов, поэтому одновременно с определенными (продольными) импульсами частицы могут иметь определенную поперечную четность. Операцию поперечной инверсии можно рассматривать как полную инверсию, за которой следует поворот на  $\pi$  вокруг поперечного направления, поэтому  $P_{\perp} = P e^{i\pi S_n}$

В случае бозонов, тензор поляризации которых лежит в продольном пространстве, поперечная четность совпадает с введенной в /9/ натуральностью  $\sigma = P(-1)^S$ . В общем случае ее надо еще умножить на поперечную четность тензора поляризации: если в каждом члене разложения тензора поляризации по 3 продольным и 1 поперечному орту последний встречается четное число раз, поляризация поперечно-четна, а если нечетное — поперечно-нечетна. Для векторной частицы продольная и одна из поперечных линейных поляризаций поперечно-четны, а другая поперечная линейная поляризация поперечно-нечетна. Частица с определенной ненулевой спиральностью не имеет определенной поперечной четности, т.к. она является суперпозицией состояний с поперечными линейными поляризациями, имеющих разную поперечную четность \*).

Легко проследить, как технически происходит обращение матричного элемента в 0 при несохранении поперечной четности. В случае бозонов каждая ненатуральная частица дает в матричный элемент псевдотензор  $\varepsilon^{\alpha\beta\mu\nu}$  или, что эквивалентно,  $\gamma^5$  в шпур  $\gamma$ -матриц. Далее, поперечные векторы, содержащиеся в тензорах поляризации, можно выразить как свертку  $\varepsilon^{\alpha\beta\mu\nu}$  с 3 некопланарными продольными векторами. Поэтому при несохранении поперечной четности матричный элемент должен содержать  $\varepsilon^{\alpha\beta\mu\nu}$  и продольные векторы, и следовательно равен 0.

\* В работе /9/ утверждается, что натуральность сохраняется в распадах кваркония на 2 мезона. Это верно для мезонов с нулевой спиральностью, когда натуральность совпадает с поперечной четностью, и неверно для мезонов со спиральностью  $\pm 1$  (в соответствующем доказательстве неверно вычислен шпур). В силу сохранения суммарной спиральности безмассовых кварков мезоны имеют при этом противоположную спиральность, что возможно только в распадах состояний со спином  $\geq 2$  (это рассуждение заменяет длинный перебор состояний и исследование свойств соответствующих шпуров, проведенное в /9/ для доказательства того, что запрещен распад на мезоны со спиральностями  $+1$  и  $+1$ , и показывает, что утверждение является общим).

В предыдущей работе /6/ процесс  $e^+e^-$  аннигиляции в изолированный мезон и две струи ( $e^+e^- \rightarrow M(\vartheta) + 2 \text{ струи}$ ) был рассмотрен для случая, когда угол между направлением движения мезона и одной из струй относительно мал. При этом результаты являются универсальными — не зависят от конкретного процесса и относятся к структуре произвольной струи. В настоящей работе в разделе 2 рассматривается кинематика и дается точная формулировка критерия отбора событий с изолированным мезоном. В разделе 3 рассмотрена  $e^+e^-$  аннигиляция в изолированный мезон и две струи при произвольных углах для любых возможных квантовых чисел мезона (с использованием полной классификации волновых функций мезонов /4-5/). В разделе 4 рассмотрены предельные случаи. При малых углах воспроизводятся результаты работы /6/ и их обобщения на другие квантовые числа мезона. Когда энергия мезона близка к максимальной, воспроизводятся результаты работы /8/, полученные при помощи соотношений полноты для волновых функций. В разделе 5 количественно анализируются возможности экспериментального изучения рассматриваемого процесса. В следующей работе будут рассмотрены распады кваркония на изолированный мезон и две струи.

## 2. Кинематика и отбор событий

Рассматривается распад покоящейся частицы с импульсом  $q$ ,  $q^2 = Q^2$  (например, виртуального фотона) на 3 безмассовые частицы: мезон с импульсом  $p$  и 2 партона с импульсами  $k_{\pm}$ . Энергию мезона  $\frac{1}{Q} q \cdot p$ , отнесенную к максимально возможной  $Q/2$ , обозначим  $z$ :  $q \cdot p = Q^2 z/2$ , переменная  $z$  может меняться от 0 до 1. Инвариантная масса системы двух партонов  $(k_+ + k_-)^2 = 2 k_+ \cdot k_- = Q^2(1-z)$ . Определим вторую независимую переменную  $\omega$  как  $p \cdot k_{\pm} = Q^2 \frac{z}{4} (1 \pm \omega)$ . Она может меняться от  $-1$  до  $+1$ ,  $\omega = -1$  соответствует конфигурации  $p \parallel k_+$ , а  $\omega = +1 - p \parallel k_-$ . Углы  $\vartheta_{\pm}$  между направлением движения мезона и партонов равны

$$\cos \vartheta_{\pm} = \frac{q \cdot p \cdot q \cdot k_{\pm} - Q^2 p \cdot k_{\pm}}{q \cdot p \cdot q \cdot k_{\pm}} \quad (2.1)$$

Мы хотим отбирать события, в которых конус с углом  $\vartheta$  вокруг направления движения мезона является пустым, поэтому должны потребовать  $\vartheta_+ > \vartheta$ ,  $\vartheta_- > \vartheta$ . Это ограничивает область

изменения  $\omega$  отрезком  $-\omega_0, \omega_0$ , где удобно представить  $\omega_0$  в форме  $\omega_0 = \frac{1-a}{1+a}$ , причем

$$a = (1-z) \operatorname{tg}^2 \frac{\vartheta}{2} \quad (2.2)$$

Процесс кинематически возможен только при  $a \leq 1$ .

Мы намерены, таким образом, оставить событие рис.1а и забраковать событие рис.1б. Критерий отбора событий удобно сформулировать, по аналогии с /10/, в терминах потока энергии в конус. Струи выглядят нормальным образом в системе своего центра масс, поэтому наиболее естественно использовать поток энергии в этой системе. На уровне партонов поток энергии всех частиц, кроме выбранного мезона, в конус равен 0 в случае рис.1а и  $\frac{Q}{2} \sqrt{1-z}$  в случае рис.1б. В действительности при переходе партонов в адронные струи будет происходить утечка энергии в конус в случае рис.1а и из конуса в случае рис.1б (на рис.1 это изображено в виде пунктирных линий). Чтобы избежать систематического перебора или недобора событий, сформулируем критерий отбора событий следующим образом:

Считается, что событие содержит изолированный мезон с долей энергии  $Z$  в конусе с углом  $\vartheta$ , если:

- 1) имеется мезон долей энергии  $Z$ , и
- 2) поток энергии других частиц (включая фотоны от распадов  $\pi^0$ ) в конусе с углом  $\vartheta$  вокруг направления движения мезона (имеющих доли энергии  $Z_i$  и углы с этим направлением  $\vartheta_i$ ) не превышает половины потока энергии струи:

$$\sum_{\vartheta_i < \vartheta} Z_i (1 - z \sin^2 \frac{\vartheta_i}{2}) \leq \frac{1-z}{2} \quad (2.3)$$

Рассмотрим теперь, при каких значениях параметров  $Z, \vartheta$  (или  $Z, a$ ) действительно применимо рассмотрение процесса в рамках теории возмущений в КХД. Во-первых, чтобы переход пары партонов с инвариантной массой  $Q^2(1-z)$  в адроны не менял сечения процесса, мы должны потребовать, чтобы  $1-z \gg \mu^2/Q^2$ . Поэтому, если мы положим

$$1-z \geq \frac{Q_i^2}{Q^2} \quad (2.4)$$

то ситуация будет во всяком случае не хуже, чем при вычислении полного сечения при энергии  $Q_i$ . Ошибки, вносимые адронизацией в отбор событий, не превышают  $\sim \mu^2/Q_i^2$ . Чтобы найти второе условие применимости, рассмотрим возможные топологии диаграмм рождения изолированного мезона и двух струй (рис.2). На этом рисунке лю-

бне партонны изображены сплошными линиями, а крестиком обозначен источник пары партоннов. Виртуальность пропагатора, помеченного звездочкой на рис. 2б, равная  $Q^2(1-z+zx)$ , велика в силу условия (2.4). Виртуальности других пропагаторов равны или  $Q^2 \frac{z}{2}(1+\omega)$ , или этому выражению, умноженному на  $x$  или  $x'$ . Значит, мы должны потребовать, чтобы  $\frac{z}{2}(1-\omega_0) \equiv \frac{za}{1+a} \gg \mu^2/Q^2$ . Поэтому, если мы положим

$$\frac{za}{1+a} \geq \frac{Q_e^2}{Q^2} \quad (2.5)$$

то ситуация будет во всяком случае не хуже, чем при вычислении фактора фотон-мезон при передаче импульса  $Q_e$  (и лучше, чем при вычислении фактора мезон-мезон, где могут присутствовать 2 множителя  $x$  или  $x'$ ). Поскольку  $a \leq 1$ , во всяком случае должно быть  $z \geq 2Q_e^2/Q^2$ . Значит, процесс вообще возможен только при  $Q^2 \geq Q_0^2 \equiv Q_i^2 + 2Q_e^2$ .

Таким образом, если мы зафиксируем границы области применимости  $Q_i$  и  $Q_e$ , или  $z_i \equiv Q_i^2/Q^2$  и  $z_e \equiv 2Q_e^2/Q^2$ , и захотим при этом набрать наибольшее число полезных событий, мы должны будем менять  $\vartheta$  при изменении  $z$  так, чтобы неравенство (2.5) превратилось в равенство. Поэтому при оптимальном способе обработки событий необходимо искать мезоны такие, что

- 1) их доля энергии  $z$  лежит в интервале от  $z_e$  до  $1-z_i$ , и
- 2) они удовлетворяют условию изолированности при

$$a = \frac{z_e}{2z - z_e} \quad (2.6)$$

Построим ортонормированный базис из векторов  $p, k_+, k_-$ , который будет использоваться в дальнейшем. В плоскости  $q, p$  мы имеем времениподобный и пространственноподобный орты

$$e_0 = \frac{1}{Q} q, \quad e_{11} = \frac{1}{Q} \left( \frac{2}{z} p - q \right) \quad (2.7)$$

С их помощью можно определить тензоры

$$\delta_{\perp}^{\mu\nu} = e_0^\mu e_0^\nu - e_{11}^\mu e_{11}^\nu - g^{\mu\nu}, \quad \varepsilon_{\perp}^{\mu\nu} = \varepsilon^{\alpha\beta\mu\nu} e_{0\alpha} e_{11\beta} \quad (2.8)$$

которые являются поперечными к плоскости  $q, p$ . Составляющая вектора  $k_+$ , ортогональная к плоскости  $q, p$ , равна  $k_{\perp}^{\mu} = -\delta_{\perp}^{\mu\nu} k_{+\nu}$ :

$$k_{\perp} = \frac{1-z}{z} \omega p + \frac{1-\omega}{2} k_+ - \frac{1+\omega}{2} k_-, \quad k_{\perp}^2 = -\frac{(1-z)(1-\omega^2)}{4} \quad (2.9)$$

Аналогичная составляющая вектора  $k_-$  имеет противоположный знак. Определяя также вектор  $k_{\perp}^{\mu} = \varepsilon_{\perp}^{\mu\nu} k_{\perp\nu}$ , мы имеем орты в плоскости, ортогональной к  $q, p$

$$e_{\perp 11} = \frac{k_{\perp}}{\sqrt{-k_{\perp}^2}}, \quad e_{\perp 1\perp} = \frac{k_{\perp}'}{\sqrt{-k_{\perp}^2}} \quad (2.10)$$

С точки зрения операции поперечной четности, орт  $e_{\perp 1\perp}$  является поперечным, а остальные продольными.

Далее вместо сечений  $e^+e^- \rightarrow X$  будут приводиться безразмерные отношения  $dR(X) \equiv d\sigma(X)/\sigma_{\mu\mu}$ , где  $\sigma_{\mu\mu}$  - сечение  $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$ . Если электрон и позитрон полностью поперечно поляризованы (и их вектора поляризации  $\bar{\xi}_-, \bar{\xi}_+$ ), то виртуальный фотон поляризован по биссектрисе между  $\bar{\xi}_-, \bar{\xi}_+$ . Тогда

$$\frac{dR}{dz d\cos\alpha} = 3 \left( \frac{dR_{11}}{dz} \cos^2\alpha + \frac{dR_{\perp}}{dz} \sin^2\alpha \right) \quad (2.11)$$

где  $\alpha$  - угол между направлением движения мезона и вектором поляризации фотона. Полное сечение равно

$$\frac{dR}{dz} = \frac{dR_{11}}{dz} + 2 \frac{dR_{\perp}}{dz} \quad (2.12)$$

Если поперечная поляризация является частичной, то виртуальный фотон поляризован по биссектрисе  $\bar{\xi}_-$  и  $\bar{\xi}_+$  с вероятностью  $P_{11} = (1 + \xi_- \xi_+)/2$  и перпендикулярно ей с вероятностью  $P_{\perp} = (1 - \xi_- \xi_+)/2$ , и необходимо усреднение сечения (см. напр./II/). В частности, для неполяризованных пучков

$$\frac{dR}{dz d\cos\beta} = 3 \left( \frac{dR_{\perp}}{dz} \cos^2\beta + \frac{1}{2} \left( \frac{dR_{11}}{dz} + \frac{dR_{\perp}}{dz} \right) \sin^2\beta \right) \quad (2.13)$$

где  $\beta$  - угол между направлением движения мезона и осью  $e^+e^-$  - пучков. Продольная поляризация не влияет на одночастичные инклюзивные спектры, и ее можно не рассматривать (см. напр./II/).

3. Вычисление сечений  $e^+e^- \rightarrow M(\varphi) + 2$  струи в общем случае

Диаграммы рождения изолированного мезона в  $e^+e^-$  аннигиляции изображены на рис.3-5. Если мезон не является абсолютно нейтральным, существуют только диаграммы рис.3. Для мезонов типа  $V$ , независимо от их свойств по аромату, имеется только кварковая волновая функция; кроме того, диаграммы рис.5 обращаются в 0 по четности числа  $\gamma$ -матриц, поэтому остаются только диаграммы рис.3. Для мезонов типа  $T_+$  имеется только глюонная волновая функция, поэтому существуют только диаграммы рис.4. Для мезонов типов  $S_+$ ,  $P_+$  диаграммы рис.5 равны 0 в силу сохранения  $C$ -четности, поскольку  $C$ -четность бесцветной пары глюонов положительна, поэтому остаются диаграммы рис.3, 4. Для мезонов типов  $S_-$ ,  $P_-$ , имеющих только кварковую волновую функцию, необходимо вычислять диаграммы рис.3, 5.

Рассмотрим сначала рождение мезона с кварковой и антикварковой струями. Пусть виртуальный фотон имеет определенную поперечную четность, например, его вектор поляризации равен одному из базисных векторов из разд.2. При вычислении матричного элемента в силу уравнения Дирака можно выбрасывать члены, содержащие  $\hat{k}_+$  слева или  $\hat{k}_-$  справа; от  $\hat{k}_+$  можно избавиться при помощи тождества

$$\gamma^5 \hat{k}'_+ = \frac{1-z}{z} \hat{p} - \frac{1-\omega}{2} \hat{k}_+ - \frac{1+\omega}{2} \hat{k}_- + \frac{2}{z} \hat{k}_+ \hat{p} \hat{k}_- \quad (3.1)$$

Поэтому, если поперечные четности фотона и мезона одинаковы, возможны только  $\gamma$ -матричные структуры матричного элемента  $\hat{p}$  и  $I$ , а если они противоположны -  $\gamma^5 \hat{p}$  и  $\gamma^5$ . В силу четности числа  $\gamma$ -матриц первые возможности реализуются для мезонов типов  $S$ ,  $P$ ,  $T_+$ , а вторые - для мезонов типа  $V$ . Таким образом, общий вид матричного элемента для мезонов типа  $S$

$$M = 2 \frac{C_F}{N} \frac{e g^2}{z^2} \left[ e_{||}^\mu A_{||} \hat{p} + e_{\perp||}^\mu A_{\perp||} \hat{p} + e_{\perp\perp}^\mu A_{\perp\perp} \gamma^5 \hat{p} \right] \quad (3.2)$$

и для мезонов типа  $P$

$$M = 2 \frac{C_F}{N} \frac{e g^2}{z^2} \left[ e_{||}^\mu A_{||} \gamma^5 \hat{p} + e_{\perp||}^\mu A_{\perp||} \gamma^5 \hat{p} + e_{\perp\perp}^\mu A_{\perp\perp} \hat{p} \right] \quad (3.3)$$

При этом сечение равно

$$\frac{dR_i}{dz} = \frac{C_F^2}{4N} \frac{\alpha_s^2}{Q^2 z} \int_{-\omega_0}^{+\omega_0} |A_i|^2 (1-\omega^2) d\omega \quad (3.4)$$

причем

$$\frac{dR_{\perp||}}{dz} = \frac{1}{2} \left( \frac{dR_{\perp||}}{dz} + \frac{dR_{\perp\perp}}{dz} \right) \quad (3.5)$$

Последние величины измеримы и по отдельности, для этого требуется восстановление осей струй.

Введем некоторые обозначения для интегралов от волновых функций типов  $S$ ,  $P$ ,  $T_+$ . Пусть /4-6/

$$f_M^P = \int_0^1 f_M^P(x) dx, \quad I_M^P = \int_0^1 \frac{f_M^P(x) dx}{1-x}, \quad F_M^P(z) = \int_0^1 \frac{(1+z-zx)f_M^P(x) dx}{(1-x)(1-zx)} \quad (3.6)$$

Заметим, что  $F_M^P(0) = I_M^P$ . Другие интегралы, которые встречаются при вычислении диаграмм рис.3-5, могут быть легко выражены через эти, например

$$\int_0^1 \frac{f_M^P(x) dx}{(1-x)(1-zx)} = \frac{F_M^P - I_M^P}{z}, \quad \int_0^1 \frac{f_M^P(x) dx}{1-zx} = \frac{F_M^P}{z} - \frac{F_M^P - I_M^P}{z^2} \quad (3.7)$$

Для краткости введем также сокращенные обозначения /8/

$$I = Q_q I_M^q, \quad \bar{I} = Q_{\bar{q}} I_M^{\bar{q}}, \quad F = Q_q F_M^q, \quad \bar{F} = Q_{\bar{q}} F_M^{\bar{q}}, \quad (3.8)$$

$$I^g = Q_g I_M^g, \quad f^g = Q_g f_M^g$$

где  $Q_q, Q_{\bar{q}}$  - заряд кварка или антикварка.

Рассмотрим рождение мезона типа  $S$  (не являющегося абсолютно нейтральным). Прямое вычисление диаграмм рис.3 дает

$$A_{||} = \frac{I}{1+\omega} + \frac{\bar{I}}{1-\omega} \quad (3.9)$$

$$A_{\perp||} = -\sqrt{\frac{1-z}{1-\omega^2}} \left[ \frac{F}{1+\omega} - \frac{\bar{F}}{1-\omega} - \frac{F+I-\bar{F}-\bar{I}}{2} \right]$$

$$A_{\perp\perp} = -\sqrt{\frac{1-z}{1-\omega^2}} \left[ \frac{F}{1+\omega} + \frac{\bar{F}}{1-\omega} - \frac{F-I-\bar{F}+\bar{I}}{2} \right]$$

Для мезонов типа  $P$  величины  $A$  отличаются только общим знаком.

Таким образом, сечения в обоих случаях одинаковы:

$$\frac{dR_{||}}{dz} = \frac{C_F^2}{2N} \frac{\alpha_s^2}{Q^2} \frac{1}{z} \left[ (I^2 + \bar{I}^2) \ln \frac{1}{a} - (I - \bar{I})^2 \frac{1-a}{1+a} \right] \quad (3.10)$$

$$\frac{dR_{\perp}}{dz} = \frac{C_F^2}{4N} \frac{\alpha_s^2}{Q^2} \frac{1-z}{z} \left[ (F^2 + \bar{F}^2) \frac{1-a^2}{2a} - (F^2 + \bar{F}^2 - F\bar{I} - \bar{F}I) \ln \frac{1}{a} + \frac{(F - \bar{I})^2 + (\bar{F} - I)^2}{2} \frac{1-a}{1+a} \right] \quad (3.11)$$

Рассмотрим рождение мезона типа  $S_+$ . Кроме вклада диаграмм рис.3 (3.9), в котором в силу симметрии волновой функции (1.2)  $\bar{I} = I$ ,  $\bar{F} = F$ , имеется вклад диаграмм рис.4:

$$A_{||}^g = \frac{2}{1-\omega^2} \left[ f^g + 2 \frac{1-z}{z} I^g \right] \quad (3.12)$$

$$A_{\perp ||}^g = 2 \sqrt{\frac{1-z}{1-\omega^2}} \frac{\omega}{1-\omega^2} \left[ f^g + \frac{2-z}{z} I^g \right]$$

$$A_{\perp \perp}^g = 2 \sqrt{\frac{1-z}{1-\omega^2}} \frac{1}{1-\omega^2} \left[ f^g + \frac{2-z}{z} I^g \right]$$

При этом сечения равны

$$\frac{dR_{||}}{dz} = \frac{C_F^2}{N} \frac{\alpha_s^2}{Q^2} \frac{1}{z} \sum_q (I + f^g + 2 \frac{1-z}{z} I^g)^2 \ln \frac{1}{a} \quad (3.13)$$

$$\frac{dR_{\perp}}{dz} = \frac{C_F^2}{2N} \frac{\alpha_s^2}{Q^2} \frac{1-z}{z} \sum_q \left[ (F + f^g + \frac{2-z}{z} I^g)^2 \frac{1-a^2}{2a} - (F + f^g + \frac{2-z}{z} I^g)(F - I) \ln \frac{1}{a} + \frac{(F - I)^2}{2} \frac{1-a}{1+a} \right] \quad (3.14)$$

Для мезонов типа  $P_+$  в силу свойств симметрии (1.2)  $\bar{I} = -I$ ,  $\bar{F} = -F$ ,  $f^g = 0$ . Вклад диаграмм рис.4 равен

$$A_{||}^g = 0; A_{\perp ||}^g = 2 \sqrt{\frac{1-z}{1-\omega^2}} \frac{I^g}{1-\omega^2}; A_{\perp \perp}^g = 2 \sqrt{\frac{1-z}{1-\omega^2}} \frac{\omega I^g}{1-\omega^2} \quad (3.15)$$

Отсюда сечения равны

$$\frac{dR_{||}}{dz} = \frac{C_F^2}{N} \frac{\alpha_s^2}{Q^2} \frac{1}{z} \sum_q I^2 \left( \ln \frac{1}{a} - 2 \frac{1-a}{1+a} \right) \quad (3.16)$$

$$\frac{dR_{\perp}}{dz} = \frac{C_F^2}{2N} \frac{\alpha_s^2}{Q^2} \frac{1-z}{z} \sum_q \left[ (F + I^g)^2 \frac{1-a^2}{2a} - (F + I^g)(F + I) \ln \frac{1}{a} + \frac{(F + I)^2}{2} \frac{1-a}{1+a} \right] \quad (3.17)$$

Рассмотрим рождение мезона типа  $T_+$ . Вместо состояний с определенной спиральностью ( $\pm 2$ ) удобно в данном случае рассматривать рождение состояний с положительной и отрицательной поперечной четностью, которые пропорциональны их сумме и разности. Вычисление диаграмм рис.4 дает для рождения мезона с положительной поперечной четностью

$$A_{||} = \frac{4I^g}{1-\omega^2}; A_{\perp ||} = 2 \sqrt{\frac{1-z}{1-\omega^2}} \frac{\omega I^g}{1-\omega^2} \frac{2-z}{z}; A_{\perp \perp} = 2 \sqrt{\frac{1-z}{1-\omega^2}} \frac{I^g}{1-\omega^2} \frac{2-z}{z} \quad (3.18)$$

и с отрицательной

$$A_{||} = 0; A_{\perp ||} = 2 \sqrt{\frac{1-z}{1-\omega^2}} \frac{I^g}{1-\omega^2}; A_{\perp \perp} = 2 \sqrt{\frac{1-z}{1-\omega^2}} \frac{\omega I^g}{1-\omega^2} \quad (3.19)$$

Отсюда сумма сечений рождения мезона со спиральностями  $+2$  и  $-2$  равна

$$\frac{dR_{||}}{dz} = 4 \frac{C_F^2}{N} \frac{\alpha_s^2}{Q^2} \frac{(1-z)^2}{z^3} (\sum_q Q_q^2) (I_M^g)^2 \ln \frac{1}{a} \quad (3.20)$$

$$\frac{dR_{\perp}}{dz} = \frac{C_F^2}{N} \frac{\alpha_s^2}{Q^2} \frac{(1-z)[1+(1-z)^2]}{z^3} (\sum_q Q_q^2) (I_M^g)^2 \frac{1-a^2}{2a} \quad (3.21)$$

Рассмотрим рождение мезона типа  $V$ , не являющегося абсолютно нейтральным. Здесь опять вместо состояний с определенной спиральностью ( $\pm 1$ ) удобно рассматривать рождение состояний с положительной и отрицательной поперечной четностью, а именно, состояний с линейными поляризациями  $e_{\perp ||}$  и  $e_{\perp \perp}$ . Для первого из них общий вид матричного элемента

$$M = 2 \frac{C_F}{N} \frac{eg^2}{z^2} \left[ e_{||}^{\mu} A_{||} + e_{\perp ||}^{\mu} A_{\perp ||} + e_{\perp \perp}^{\mu} A_{\perp \perp} \gamma^5 \right] \quad (3.22)$$

а для второго

$$M = 2 \frac{C_F}{N} \frac{eg^2}{z^2} \left[ e_{||}^{\mu} A_{||} \gamma^5 + e_{\perp ||}^{\mu} A_{\perp ||} \gamma^5 + e_{\perp \perp}^{\mu} A_{\perp \perp} \right] \quad (3.23)$$

При этом сечения равны

$$\frac{dR_i}{dz} = \frac{C_F^2}{N} \frac{\alpha_s^2}{Q^2} \frac{1-z}{z^3} \int_{-\omega_0}^{+\omega_0} |A_i|^2 d\omega \quad (3.24)$$

Введем обозначение для интеграла от волновой функции типа  $V$ :

$$F_M^g(z) = z \int_0^1 \frac{f_M^g(x) dx}{(1-x)(1-zx)}; F = Q_q F_M^g, \bar{F} = Q_{\bar{q}} \bar{F}_M^g \quad (3.25)$$



Вычисление диаграмм рис.3 дает для рождения поперечно-четного состояния (заметим, что диаграммы рис.3а, в, очевидно, равны 0)

$$A_{||} = 0; A_{\perp||} = \frac{z}{2} \left[ \frac{F}{1+\omega} - \frac{\bar{F}}{1-\omega} \right]; A_{\perp\perp} = \frac{z}{2} \left[ \frac{F}{1+\omega} + \frac{\bar{F}}{1-\omega} \right] \quad (3.26)$$

В случае рождения поперечно-нечетного состояния ответ отличается только тем, что выражения для  $A_{\perp||}$  и  $A_{\perp\perp}$  меняются местами. Отсюда следует, что если не определяется направление струй, то корреляция поляризаций фотона и мезона отсутствует. Окончательно имеем для суммы сечений рождения мезонов со спиральностью  $\pm 1$

$$\frac{dR_{||}}{dz} = 0; \frac{dR_{\perp}}{dz} = \frac{C_F}{2N} \frac{\alpha_s^2}{Q^2} \frac{1-z}{z} (F^2 + \bar{F}^2) \frac{1-a^2}{2a} \quad (3.27)$$

Если мезон является абсолютно нейтральным, в силу свойств симметрии (1.2)  $\bar{F} = \pm F$ ; кроме того, необходимо суммирование по сортам кварка:

$$\frac{dR_{||}}{dz} = 0; \frac{dR_{\perp}}{dz} = \frac{C_F}{N} \frac{\alpha_s^2}{Q^2} \frac{1-z}{z} \left( \sum_q F^2 \right) \frac{1-a^2}{2a} \quad (3.28)$$

Для вычисления сечений рождения мезонов типов  $S_-, P_-$  необходимо к сечению рождения мезона с кварковыми струями (3.10 - 3.11) (которое нужно упростить с учетом симметрии волновых функций (1.2) и просуммировать по сортам кварка) прибавить сечение рождения мезона с глюонными струями (рис.5). Матричный элемент последнего процесса запишем, вынося общие множители, в виде

$$M^{\mu\nu} = \frac{2eg^2}{Nz} T^{\mu\nu} \quad (3.29)$$

Тогда сечения равны

$$\frac{dR_i}{dz} = \frac{C_F}{2N} \frac{\alpha_s^2}{Q^2} \frac{1}{z} \int_{-\omega_0}^{+\omega_0} T^2 d\omega \quad (3.30)$$

В качестве независимых векторов поляризации глюонов выберем поперечно-нечетную поляризацию  $e_{\perp\perp} = k_{\perp}' / \sqrt{-k_{\perp}^2}$  и поперечно-четные поляризации  $\varepsilon_{\pm} = h_{\pm} / \sqrt{-k_{\perp}^2}$ . Векторы  $\varepsilon_{\pm}$  должны удовлетворять условиям  $k_{\pm} \cdot \varepsilon_{\pm} = 0$ ,  $\varepsilon_{\pm}^2 = -1$ , откуда

$$h_{\pm} = \frac{1-z}{z} p - \frac{1 \pm \omega}{2} k_{\mp} \quad (3.31)$$

Если поперечная четность фотона и мезона одинакова, глюоны должны быть оба одновременно поперечно-четными или поперечно-нечетными. Поэтому мы имеем

$$T^{\mu\nu} = \frac{1}{-k_{\perp}^2} (A k_{\perp}'^{\mu} k_{\perp}'^{\nu} + B h_{+}^{\mu} h_{-}^{\nu}) + \text{калибровочные члены} \quad (3.32)$$

Если же поперечные четности фотона и мезона противоположны, один из глюонов должен быть поперечно-четным, а другой поперечно-нечетным:

$$T^{\mu\nu} = \frac{1}{-k_{\perp}^2} (A k_{\perp}'^{\mu} h_{-}^{\nu} + B h_{+}^{\mu} k_{\perp}'^{\nu}) + \text{калибровочные члены} \quad (3.33)$$

Здесь калибровочные члены означают члены, содержащие  $k_{+}^{\mu}$  или  $k_{-}^{\nu}$ . В обоих случаях  $T^2 = A^2 + B^2$ . В силу Бозе-симметрии, в первом случае  $A(-\omega) = A(\omega)$ ,  $B(-\omega) = B(\omega)$ , а во втором случае  $A(-\omega) = B(\omega)$ , т.е. есть только одна независимая функция. Коэффициенты A и B вычисляются очевидным образом: в первом случае

$$A = \frac{1}{-k_{\perp}^2} T_{\mu\nu} k_{\perp}'^{\mu} k_{\perp}'^{\nu}, \quad B = \frac{1}{-k_{\perp}^2} T_{\mu\nu} h_{+}^{\mu} h_{-}^{\nu} \quad (3.34)$$

и во втором случае

$$A = \frac{1}{-k_{\perp}^2} T_{\mu\nu} k_{\perp}'^{\mu} h_{-}^{\nu}, \quad B = \frac{1}{-k_{\perp}^2} T_{\mu\nu} h_{+}^{\mu} k_{\perp}'^{\nu} \quad (3.35)$$

Рассмотрим рождение мезона типа  $S_-$ . Вычисление диаграмм рис.5 только что описанным методом дает

$$T_{||}^2 = 2I^2; T_{\perp||}^2 = \frac{1-z}{2} \frac{\omega^2}{1-\omega^2} \left[ \sum_q (F+I) \right]^2; T_{\perp\perp}^2 = \frac{1-z}{2} \frac{1}{1-\omega^2} \left[ \sum_q (F+I) \right]^2 \quad (3.36)$$

откуда

$$\frac{dR_{||}}{dz} = \frac{C_F}{N} \frac{\alpha_s^2}{Q^2} \frac{1}{z} \left( \sum_q I^2 \right) \left( \ln \frac{1}{a} - 2 \frac{1-a}{1+a} \right) + 2 \frac{C_F}{N} \frac{\alpha_s^2}{Q^2} \frac{1}{z} \left( \sum_q I \right)^2 \frac{1-a}{1+a} \quad (3.37)$$

$$\frac{dR_{\perp}}{dz} = \frac{C_F}{2N} \frac{\alpha_s^2}{Q^2} \frac{1-z}{z} \sum_q \left[ F^2 \frac{1-a^2}{2a} - F(F+I) \ln \frac{1}{a} + \frac{(F+I)^2}{2} \frac{1-a}{1+a} \right] + \frac{C_F}{4N} \frac{\alpha_s^2}{Q^2} \frac{1-z}{z} \left[ \sum_q (F+I) \right]^2 \left( \ln \frac{1}{a} - \frac{1-a}{1+a} \right) \quad (3.38)$$

Аналогичным образом для мезона типа  $P$  мы имеем

$$T_{\parallel}^2 = 0; T_{\perp\parallel}^2 = \frac{1-z}{2} \frac{1}{1-\omega^2} \left[ \sum_q (F-I) \right]^2; T_{\perp\perp}^2 = \frac{1-z}{2} \frac{\omega^2}{1-\omega^2} \left[ \sum_q (F-I) \right]^2 \quad (3.39)$$

откуда

$$\frac{dR_{\parallel}}{dz} = \frac{C_F^2}{N} \frac{\alpha_s^2}{Q^2} \frac{1}{z} \left( \sum_q I^2 \right) \ln \frac{1}{a} \quad (3.40)$$

$$\frac{dR_{\perp}}{dz} = \frac{C_F^2}{2N} \frac{\alpha_s^2}{Q^2} \frac{1-z}{z} \sum_q \left[ F^2 \frac{1-a^2}{2a} - F(F-I) \ln \frac{1}{a} + \frac{(F-I)^2}{2} \frac{1-a}{1+a} \right] + \frac{C_F}{4N} \frac{\alpha_s^2}{Q^2} \frac{1-z}{z} \left[ \sum_q (F-I) \right]^2 \left( \ln \frac{1}{a} - \frac{1-a}{1+a} \right) \quad (3.41)$$

Из приведенных результатов вычисления диаграмм рис. 5 тривиальным переобозначением можно получить сечения процесса  $e^+e^- \rightarrow M \gamma \gamma$ , из которого, таким образом, также можно получить детальную информацию о волновых функциях. Его сечение, однако, в  $(\alpha/\alpha_s)^2$  меньше; кроме того, в наиболее важном случае рождения  $\rho$ -мезона фон от диаграмм типа трехфотонной аннигиляции намного превышает рассматриваемый процесс.

#### 4. Предельные случаи

Существуют предельные случаи, когда результаты раздела 3 могут быть получены более простым и физически ясным способом. Их рассмотрение поможет понять общие особенности полученных формул. Сюда относятся пределы  $z = const$ ,  $a \rightarrow 0$  /6/ и  $z \rightarrow 1$ ,  $a = const$  /8/.

В случае малых углов  $\vartheta \ll 1$ ,  $a = (1-z) \frac{\vartheta^2}{4} \ll 1$ . При этом угловое распределение изолированных мезонов должно совпадать с угловым распределением кварковых струй ( $\frac{dR_{\parallel}}{dz} = 0$ ), а сечение

$$\frac{dR}{dz} = \sum_q \left[ Q_q^2 w_q^M(z, \vartheta) + Q_{\bar{q}}^2 w_{\bar{q}}^M(z, \vartheta) \right] \quad (4.1)$$

где  $w_q^M$ ,  $w_{\bar{q}}^M$  - функции фрагментации кварка и антикварка в изолированный мезон в конусе с углом  $\vartheta$ . Удобно работать в аксиальной калибровке, тогда кварк и антикварк излучают (реальные или почти реальные) глюоны преимущественно вперед. Поэтому фрагментация кварка в мезон описывается только диаграммами рис. 3а и рис. 4а, в которых надо удержать наиболее сингулярный

член по  $1/(1+\omega)$ . Таким способом легко получить функцию фрагментации /6/:

$$w_q^M(z, \vartheta) = \frac{C_F^2}{N} \frac{\alpha_s^2}{Q^2} \frac{(F_M^q)^2}{z} \quad (4.2)$$

где для мезонов типов  $S, P, S_-, P_-, F_M^q = F_M^q$ ; для мезонов типа  $S_+$   $F_M^q = F_M^q + f_M^2 + \frac{2-z}{z} I_M^q$ ; для мезонов типа  $P_+$   $F_M^q = F_M^q + I_M^q$ . Для мезонов типа  $V$  формулы (4.1-4.2) относятся к рождению мезона с одной (любой) поляризацией, при этом  $F_M^q = F_M^q$  (определяемое формулой (3.25)). Для мезонов типа  $T_+$  (с одной из поляризаций)

$$w_q^M = \frac{C_F^2}{2N} \frac{\alpha_s^2}{Q^2 \vartheta^2} \frac{1+(1-z)^2}{z^3} (I_M^q)^2 \quad (4.3)$$

Характерная виртуальность в этом процессе  $\sim Q \vartheta$ , поэтому общую форму ответов легко предугадать заранее: квадрат волновой функции  $f_M^2$  обезразмеривается виртуальностью  $Q^2 \vartheta^2$ . Волновую функцию и  $\alpha_s$  следует брать в точке нормировки  $Q^2 \vartheta^2$ .

Именно поэтому во всех формулах для  $\frac{dR_{\parallel}}{dz}$  нет члена  $\frac{1-a^2}{2a}$ , сингулярного при  $a \rightarrow 0$ . Коэффициенты при  $\frac{1-a^2}{2a}$  в  $\frac{dR_{\perp}}{dz}$  могут быть найдены путем вычисления квадрата всего одной диаграммы в аксиальной калибровке.

В другом предельном случае,  $z \rightarrow 1, a = const$ , мы имеем почти такую ситуацию, как при рождении двух мезонов. Угловое распределение становится при этом таким же, как при рождении пары мезонов, т.е.  $\frac{dR_{\perp}}{dz} = 0$ . Этим объясняется тот факт, что все формулы для  $\frac{dR_{\perp}}{dz}$  из разд. 3 содержат множитель  $1-z$ . Мезоны с ненулевой спиральностью не могут рождаться в составе пары; поэтому для мезонов типов  $V$  и  $T_+$   $\frac{dR_{\parallel}}{dz} = 0$  при  $z \rightarrow 1$  (для типа  $V$   $\frac{dR_{\parallel}}{dz} = 0$  для всех  $z$ ). При рождении пары мезонов типа  $P_+, P_-$  глюонная компонента не дает вклада ни в одном из мезонов /5/, поэтому глюонные вклады в  $\frac{dR_{\parallel}}{dz}$  равны 0 при  $z \rightarrow 1$  при рождении мезонов типов  $P_{\pm}$  (в действительности они равны 0 и при всех  $z$ ). Формулы для  $\frac{dR_{\parallel}}{dz}$  легко получить из формфакторов с использованием соотношений полноты для волновых функций; полный их набор можно найти в /8/, и нетрудно убедиться, что формулы раздела 3 переходят в них при  $z \rightarrow 1$ .

Заметим, наконец, что применяя соотношения полноты для волновых функций к результатам раздела 3, можно получить сечения  $e^+e^-$  аннигиляции в изолированный кластер и две струи (точное определение того, что мы понимаем под кластером, имеется в работе /8/). Эти сечения не содержат волновых функций, и однозначно вычисляются из теории возмущений КХД. Они довольно громоздки, поэтому здесь не приводятся. При  $Z \rightarrow 1$  они переходят в сечения  $e^+e^-$  аннигиляции в 2 кластера /8/.

### 5. Количественный анализ постановки эксперимента

Таким образом, постановка эксперимента по измерению сечения изолированного инклюзивного рождения мезонов в  $e^+e^-$  аннигиляции представляется весьма желательной. Точная формулировка предлагаемого способа отбора событий дана в разд.2. Будем говорить для конкретности о рождении  $\pi^\pm$ - мезонов; формулы (3.10-3.11) приобретают вид

$$\frac{dR_{II}}{dz} = \frac{20}{243} \frac{\alpha_s^2 f_\pi^2}{Q_e^2} \frac{z_e}{z} \tilde{I}^2 \left[ \ln \frac{1}{a} - \frac{1}{5} \frac{1-a}{1+a} \right] \quad (5.1)$$

$$\frac{dR_I}{dz} = \frac{10}{243} \frac{\alpha_s^2 f_\pi^2}{Q_e^2} \frac{z_e}{z} (1-z) \left[ \tilde{F}^2 \frac{1-a^2}{2a} - \tilde{F} \left( \tilde{F} - \frac{4}{5} \tilde{I} \right) \ln \frac{1}{a} \right. \quad (5.2)$$

$\left. + \frac{\tilde{F}^2 + \tilde{I}^2 - \frac{8}{5} \tilde{F} \tilde{I}}{1+a} \right]$  где  $F_{\pi^+}^u = f_\pi \tilde{F}$ ,  $I_{\pi^+}^u = f_\pi \tilde{I}$ ,  $f_{\pi^+}^u(x) = f_\pi \tilde{f}(x)$ . При заданных  $Q_e, Q_i$  вклад в  $R$  рассматриваемых событий растет от 0 при  $Q^2 = Q_0^2 \equiv Q_i^2 + 2Q_e^2$  и выходит на константу, равную

$$\frac{dR_\infty}{dz} = \frac{20}{243} \frac{\alpha_s^2 f_\pi^2}{Q_e^2} (1-z) \tilde{F}^2(z) \quad (5.3)$$

При этом рост  $Q^2$  компенсируется уменьшением углов, с которых начинается область применимости, при сохранении  $Q \vartheta \sim Q_e$ .

На рис.6б изображены графики функций  $\tilde{F}(z)$  для разных волновых функций мезона, изображенных на рис.6а: кривая 1 -  $\tilde{f}(x) = \delta(x-1/2)$ , кривая 2 -  $\tilde{f}(x) = 6x(1-x)$ , кривая 3 -  $\tilde{f}(x) = 120x(1-x)(x-1/2)^2$ . Последняя волновая функция предложена для  $\pi$  мезона в работе /12/ на основании анализа правил сумм и согласуется с большим количеством экспериментов /9/. На рис.6в изображены соответствующие спектры изолированных  $\pi$ - мезонов

при  $Q \gg Q_e$  в соответствии с формулой (5.3). Качественная тенденция очевидна уже из определения (3.6) - чем шире волновая функция, тем больше сечение и жестче спектр изолированных мезонов. Поэтому даже грубое измерение сечения, для которого достаточно иметь несколько событий, может дать очень ценную информацию о волновой функции  $\pi$  - мезона.

На рис.7а изображены полные сечения  $R(Q)$ ,  $2R_I(Q)$  и  $R_{II}(Q)$ , отнесенные к  $R_\infty$ , в зависимости от  $Q/Q_0$ , вычисленные для реалистической волновой функции  $\pi$  - мезона /12/, в предположении  $Q_i = Q_e$ . На рис.7б изображены соответствующие спектры при 3 значениях  $Q/Q_0$ , равных 1.5, 2.5 и  $\infty$ .

Величина сечения рассматриваемого процесса (как и всех остальных процессов теоретиковозмущенческой КХД) зависит главным образом от степени энтузиазма авторов - чем ближе они рискнут подойти к границам области применимости, тем больше сечение. Это естественно, т.к. при этом становятся больше характерные расстояния процесса. Если выбрать  $Q_e = Q_i = 2$  ГэВ (что конечно может вызвать возражения ригористов), то вклад в  $R$  изолированных  $\pi$  - мезонов возрастает от 0 при  $Q = 3.5$  ГэВ до  $R_\infty = 1.75 \cdot 10^{-3}$  при больших энергиях. Это значение получено для волновой функции /12/, с учетом того, что характерная виртуальность глюона (от которой зависят  $\alpha_s$  и точка нормировки волновой функции) равна для функции такой формы  $0.15 Q_e^2$  /9/. Начиная с  $Q \sim 7$  ГэВ,  $R(Q)$  слабо зависит от энергии. Поэтому оптимальная область энергий для проведения эксперимента определяется из требования иметь наибольшее число адронных событий (при энергии  $Q \gtrsim 7$  ГэВ).

Рождение изолированных  $\pi$  мезонов в  $e^+e^-$  аннигиляции недавно обсуждалось также в работе /13/ (без четкой формулировки критерия отбора событий). В ней получены результаты для асимптотически больших (реально недостижимых) передач импульса  $Q_e$ , когда волновая функция  $\pi$  мезона известна. Они не согласуются с результатами более ранней работы /6/, а также /8/, и с настоящей работой.

Для проверки некоторых выкладок в работе использовалась система аналитических вычислений REDUCE-2.

Мне приятно поблагодарить В.Н.Байера за постоянное внимание к работе и многочисленные обсуждения.

Л и т е р а т у р а:

1. G.P.Lepage, S.J.Brodsky. Phys.Rev.D22,2157(1980).
2. В.Л.Черняк. Материалы I5 зимней школы ЛИЯФ (1980).
3. A.V.Efremov, A.V.Radyushkin. Phys.Lett.94B,245 (1980).
4. В.Н.Байер, А.Г.Грозин. Препринт ИЯФ 8I-II (198I); Nucl.Phys.B192,476 (1981).
5. В.Н.Байер, А.Г.Грозин. Препринт ИЯФ 8I-56 (198I); ЯФ, в печати.
6. V.N.Baier, A.G.Grozin. Phys.Lett.96B,181 (1980).
7. S.J.Brodsky, G.P.Lepage. SLAC-PUB-2746 (1981).
8. В.Н.Байер, А.Г.Грозин. Препринт ИЯФ 8I-72 (198I); ЯФ, в печати.
9. V.L.Chernyak, A.R.Zhitnitsky. Preprint IYaF 81-75 (1981).
10. G.Sterman, S.Weinberg. Phys.Rev.Lett.39,1436 (1977).
11. V.N.Baier, A.G.Grosin. Preprint LAL/80-29 (1980).
12. V.L.Chernyak, A.R.Zhitnitsky. Preprint IYaF 81-74 (1981).
13. S.Gupta. Phys.Rev.D24,1169 (1981).

Таблица

X	$X_{\pm}$	$\lambda$	s	P	$\Gamma_g$	$\Gamma_q$
S	$S_+$	0	0,2,4...	+	$\delta_{\perp}^{\mu\nu}$	$\hat{p}$
	$S_-$		1,3,5...	-		
P	$P_+$	0	0,2,4...	-	$i\varepsilon_{\perp}^{\mu\nu}$	$\gamma^5 \hat{p}$
	$P_-$		1,3,5...	+		
V	$V_+$	$\pm 1$	1,2,3...	+		$\hat{p} \hat{e}_{\pm}$
	$V_-$			-		
	$T_+$	$\pm 2$	2,3,4...	+	$\sqrt{2} e_{\pm}^{\mu} e_{\pm}^{\nu}$	

Обозначения:

- X - тип волновой функции мезона, не являющегося абсолютно нейтральным;
- $X_{\pm}$  - тип волновой функции абсолютно нейтрального мезона;
- $\lambda$  - спиральность;
- s - спин;
- P - четность;
- $\Gamma_g$  - спиновая структура глюонной волновой функции (только для абсолютно нейтральных мезонов);
- $\Gamma_q$  - спиновая структура кварковой волновой функции

Подписи к рисункам:

Рис.1.

- а) Струя вне конуса.
- б) Струя внутри конуса.

Рис.2. Топологии диаграмм рождения изолированного мезона и двух струй источником пар партонов.

Рис.3. Диаграммы рождения изолированного мезона через кварковую волновую функцию и двух кварковых струй.

Рис.4. Диаграммы рождения изолированного мезона через глюонную волновую функцию и двух кварковых струй.

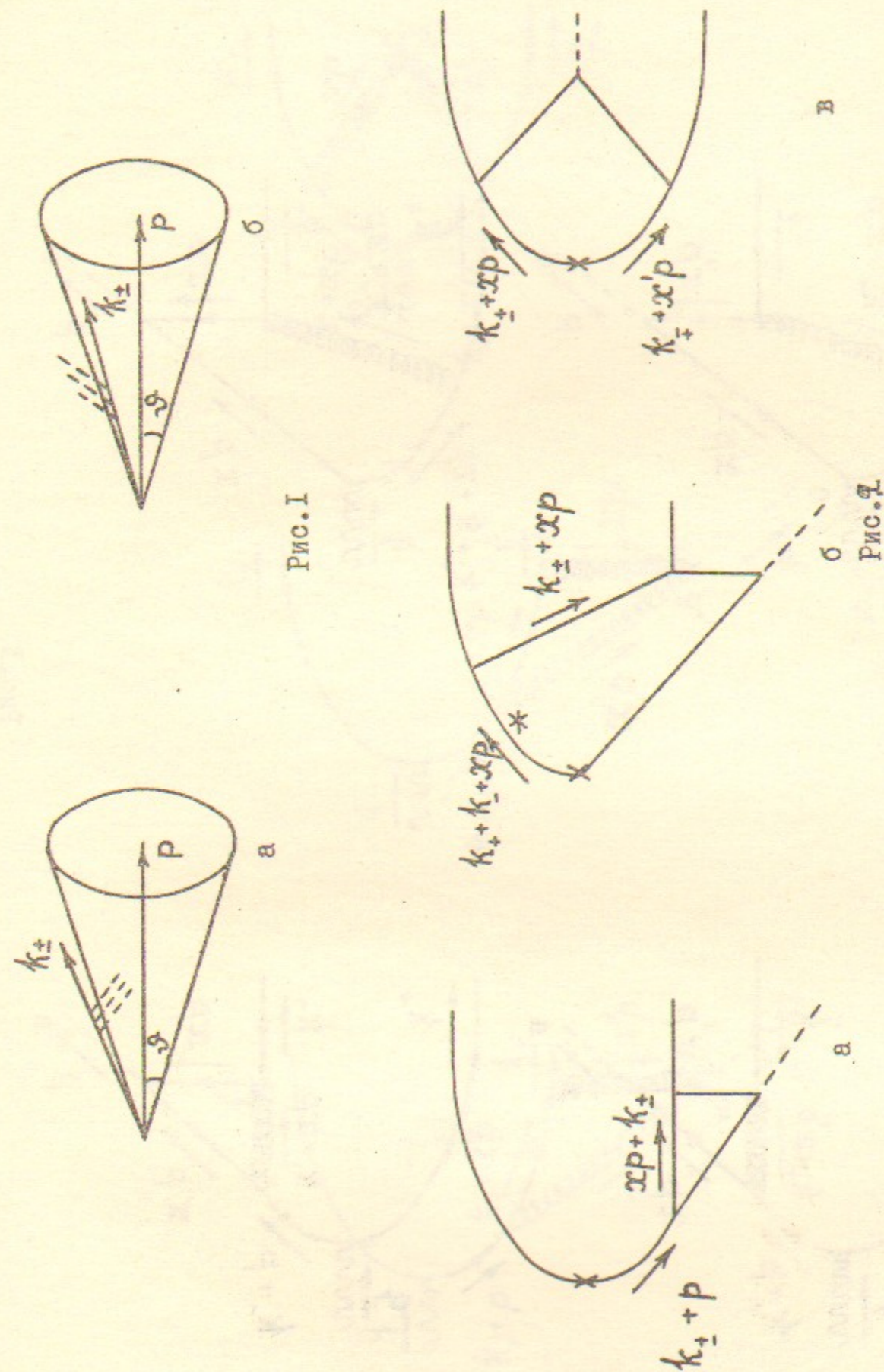
Рис.5. Диаграммы рождения изолированного мезона через кварковую волновую функцию и двух глюонных струй.

Рис.6.

- а) Возможные волновые функции  $\tilde{f}(x)$  : 1 - дельта-функция; 2 - парабола (асимптотическая волновая функция); 3 - волновая функция Черняка /12/.
- б) Соответствующие функции  $\tilde{F}(z)$ .
- в) Функции  $(1-z)\tilde{F}^2(z)$ , пропорциональные спектру изолированных мезонов при больших энергиях. Интегралы от них равны для трех рассмотренных волновых функций соответственно 4.5, 13.2 и 47.5 (что показывает сильную зависимость полного сечения от формы волновой функции).

Рис.7.

- а) Полные сечения  $R(Q)$  ( $\Sigma$ ),  $2R_{\perp}(Q)$  ( $\perp$ ) и  $R_{||}(Q)$  ( $||$ ), отнесенные к  $R_{\infty}$ , для реалистической волновой функции  $\pi$ -мезона при  $Q_i = Q_e$ .
- б) Соответствующие спектры (сплошная линия -  $\frac{2}{R_{\infty}} \frac{dR_{\perp}}{dz}$ , пунктирная линия -  $\frac{1}{R_{\infty}} \frac{dR_{||}}{dz}$ ) при значениях  $Q/Q_0$ , равных 1.5, 2.5 и  $\infty$ .



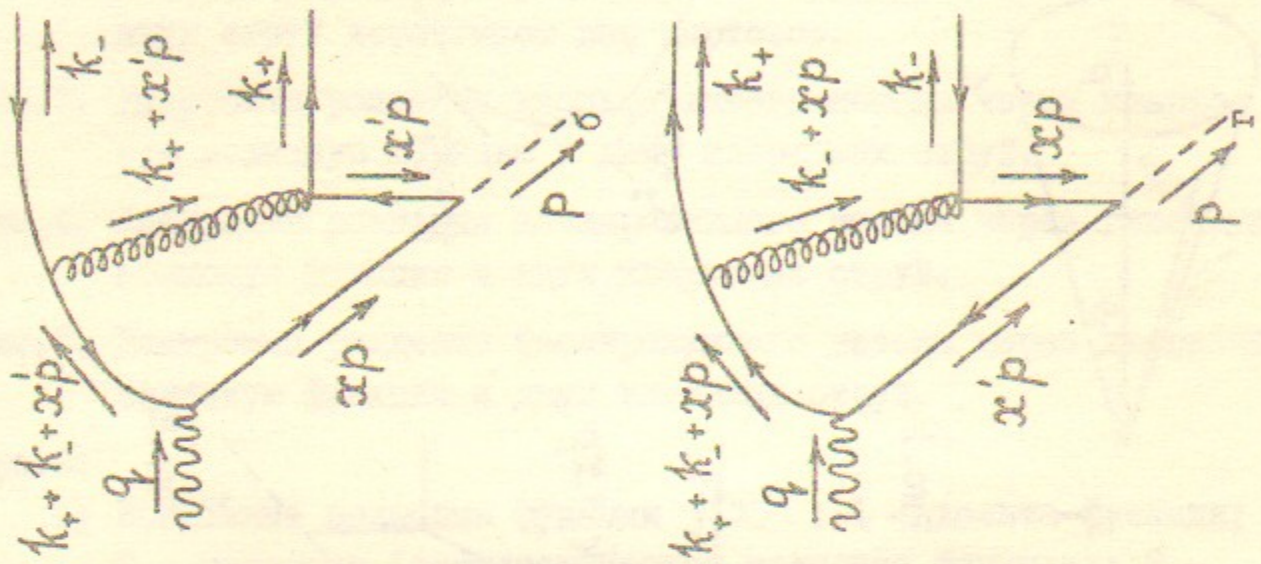


Рис. 3

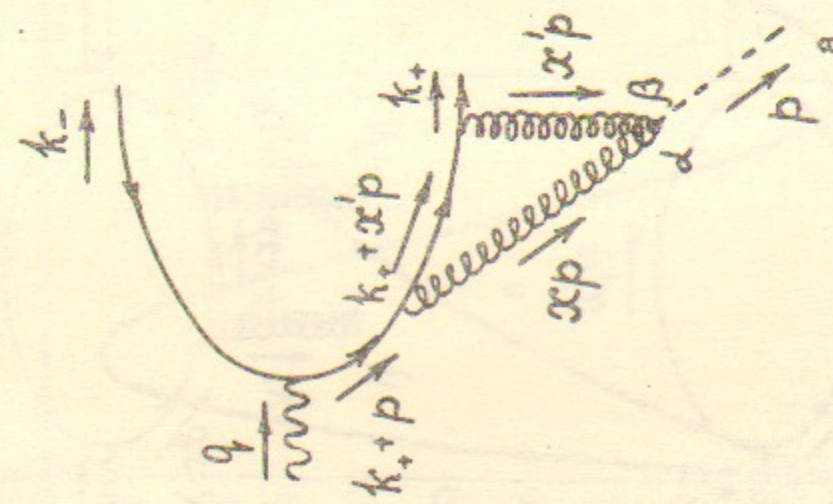
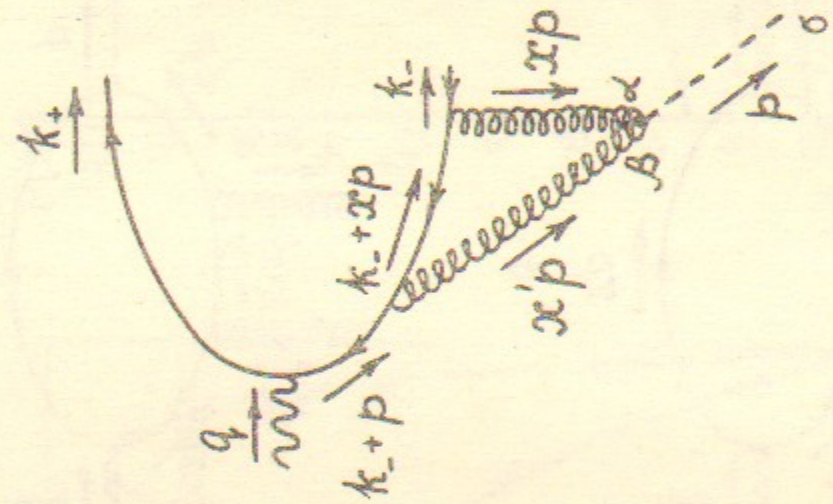
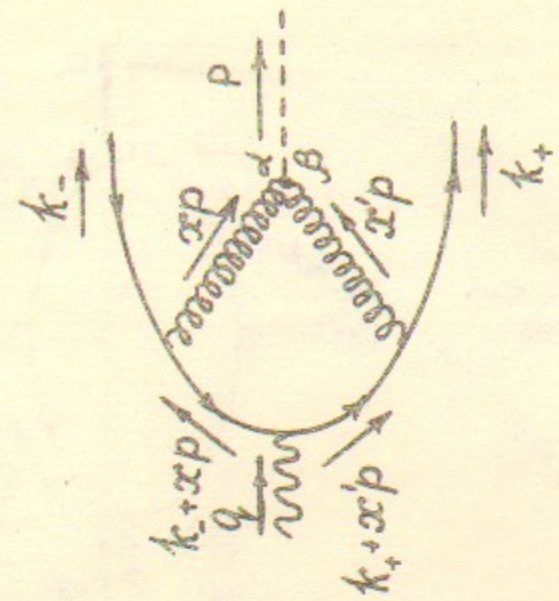
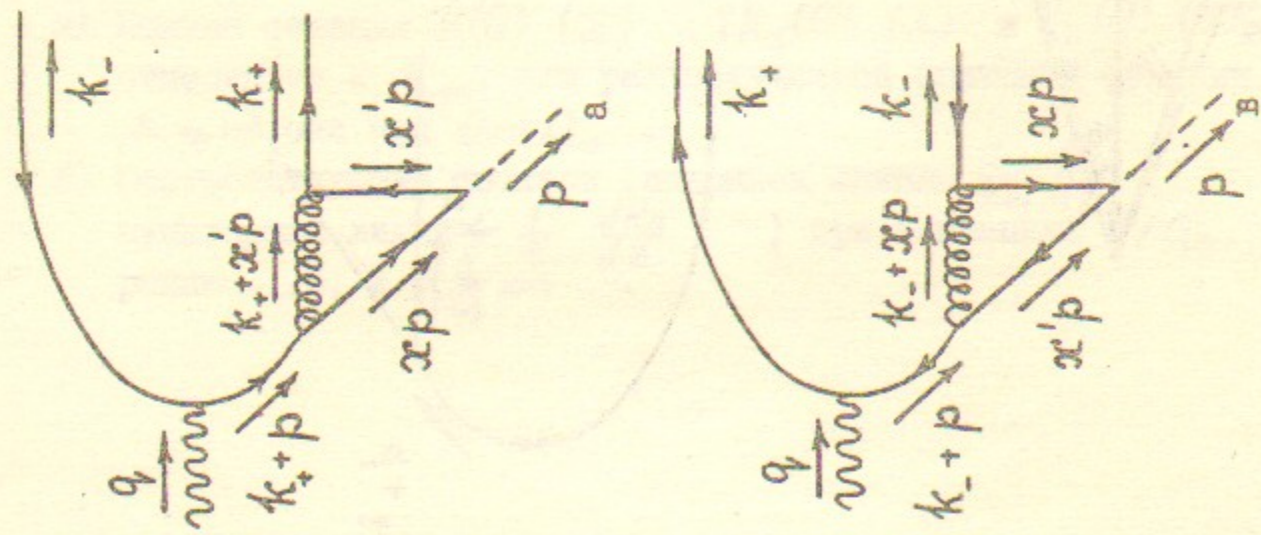


Рис. 4

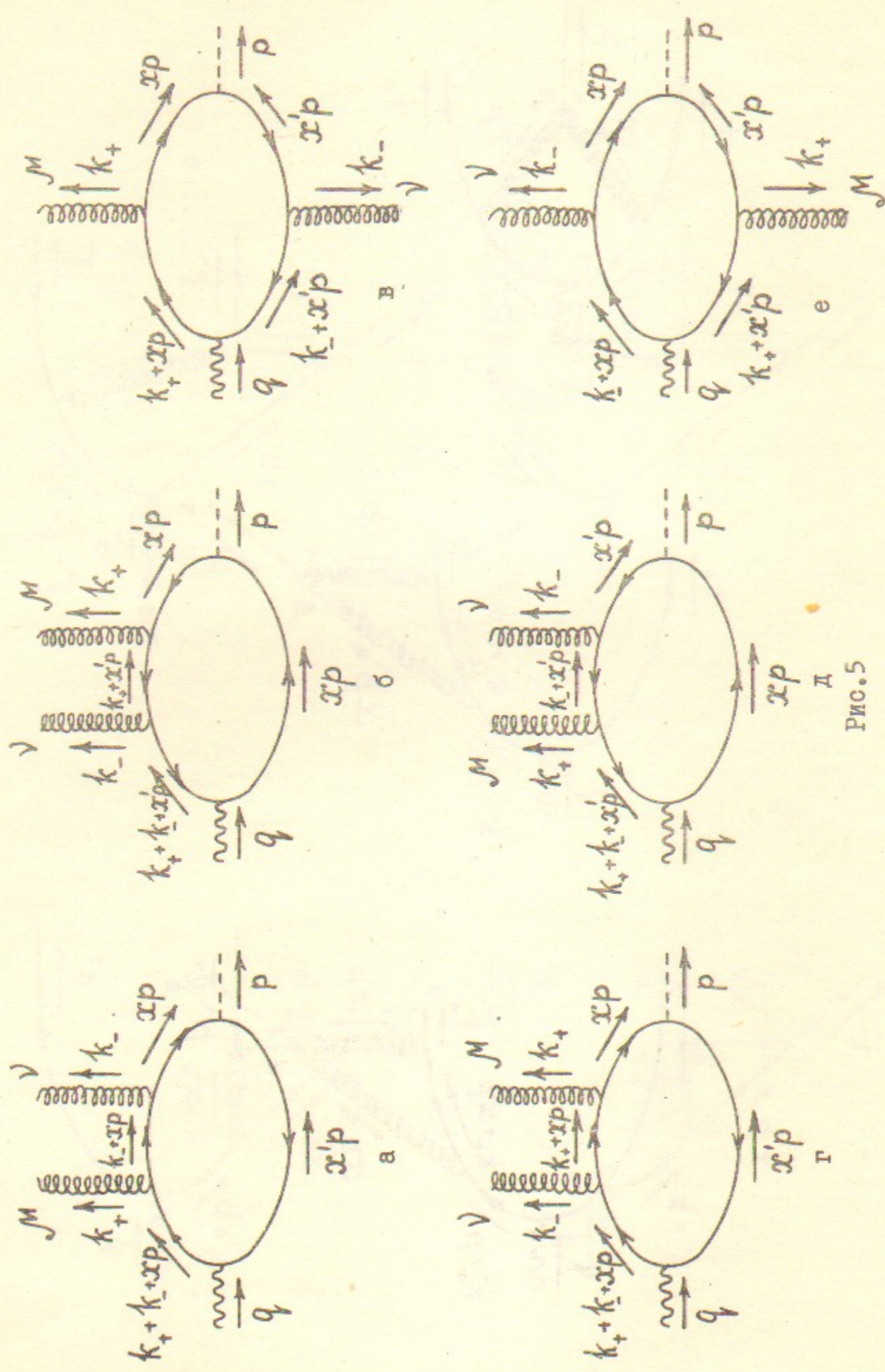


Рис. 5

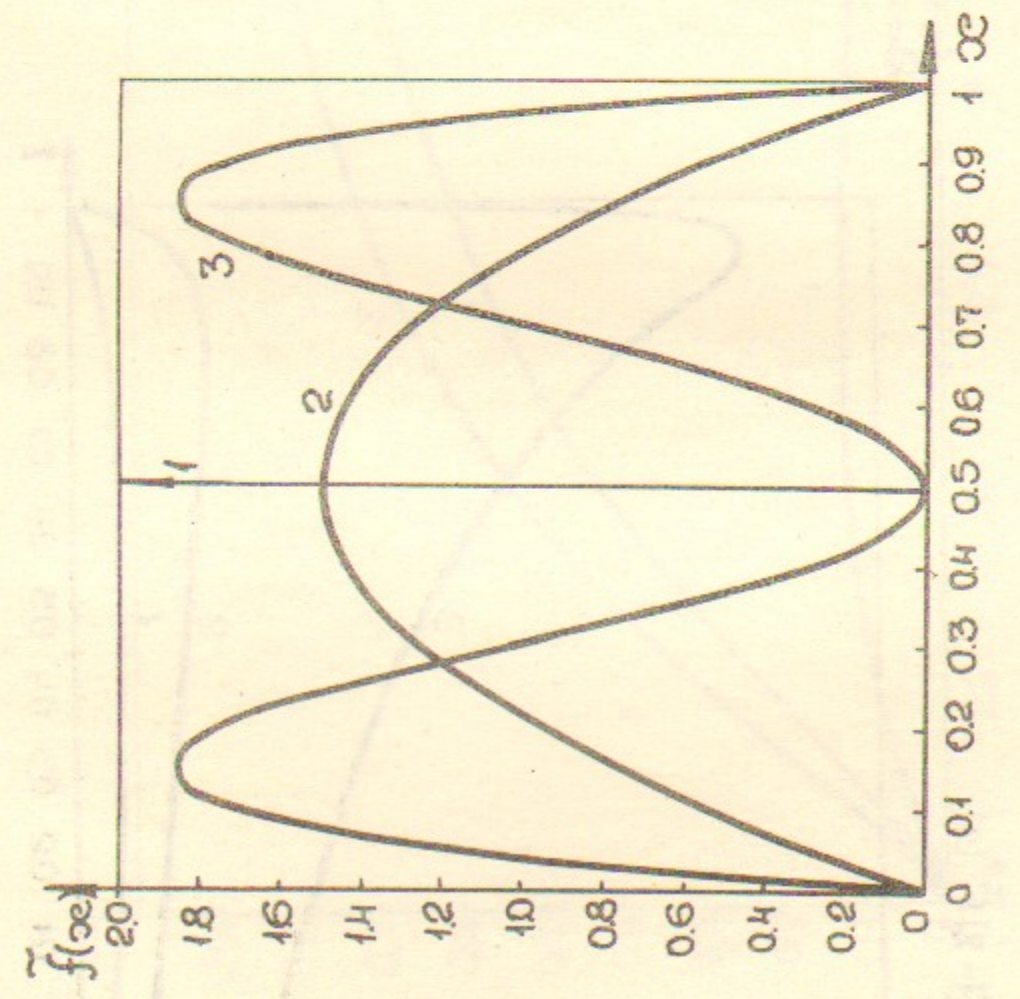


Рис. 6а

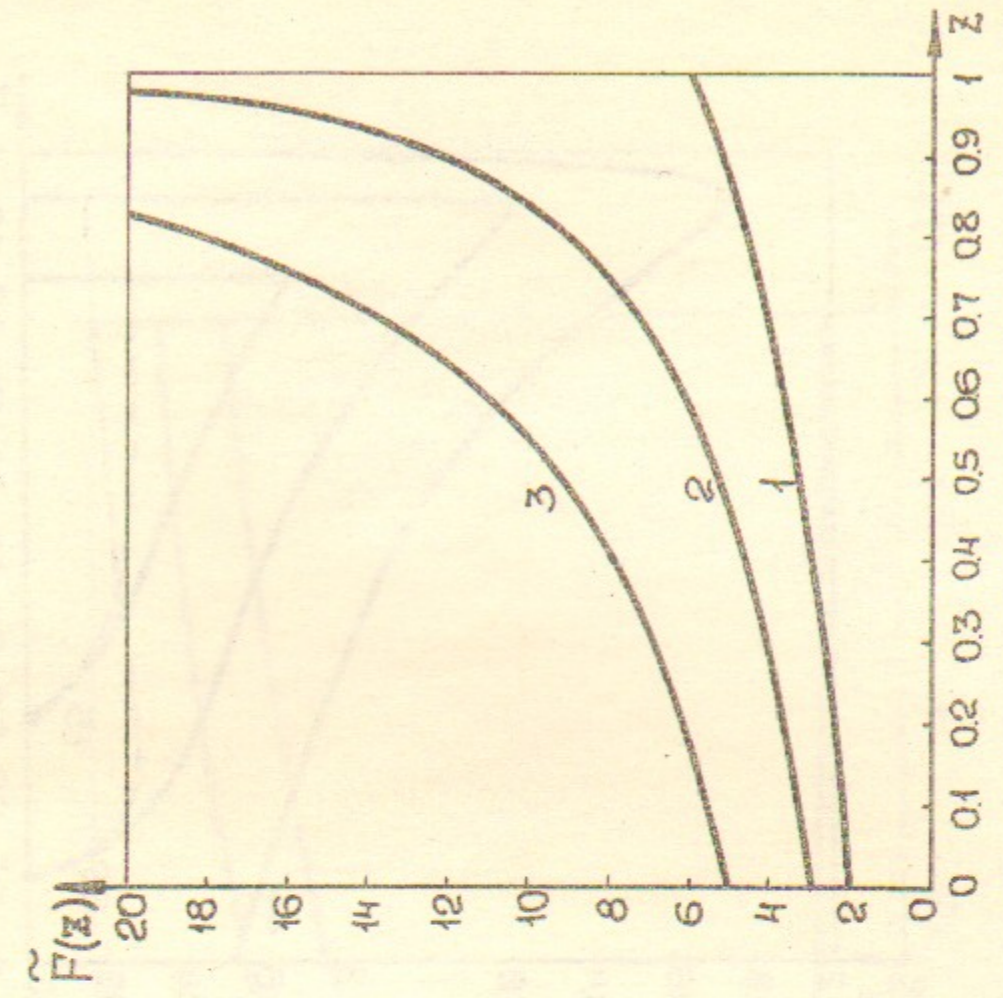


Рис. 6б

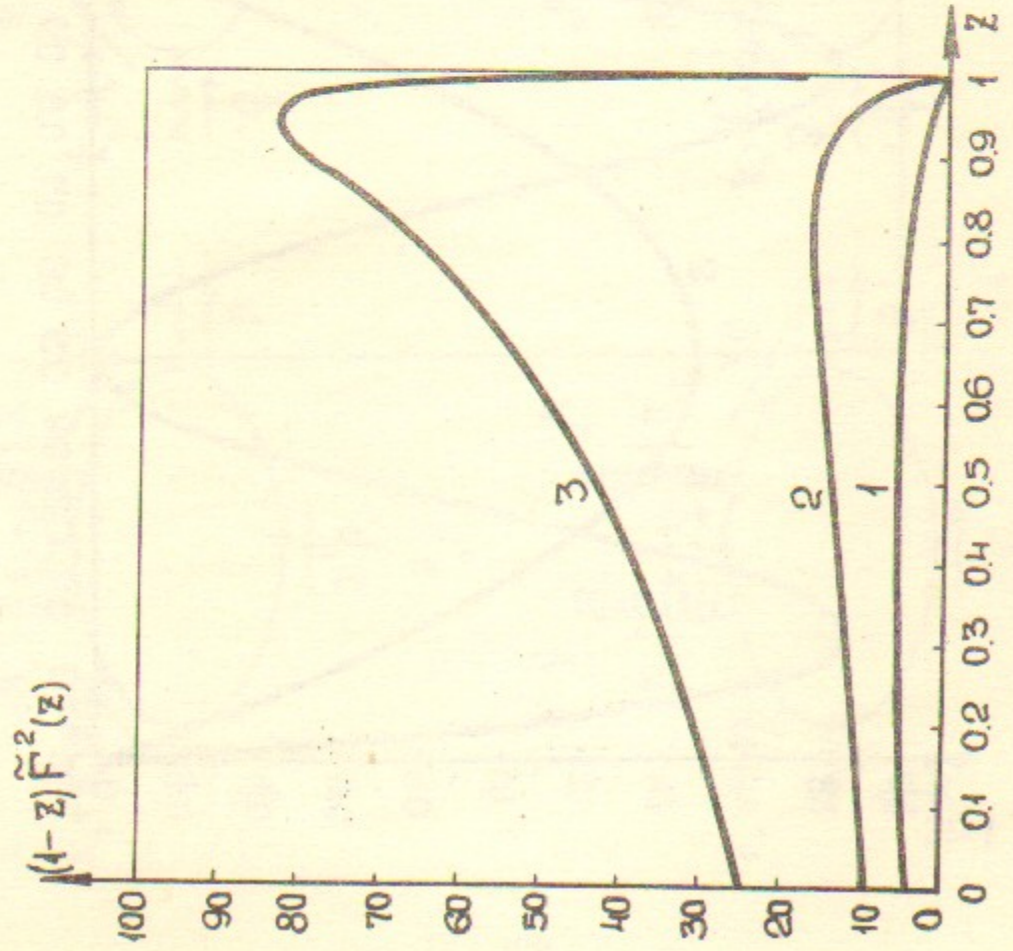


Рис. 68

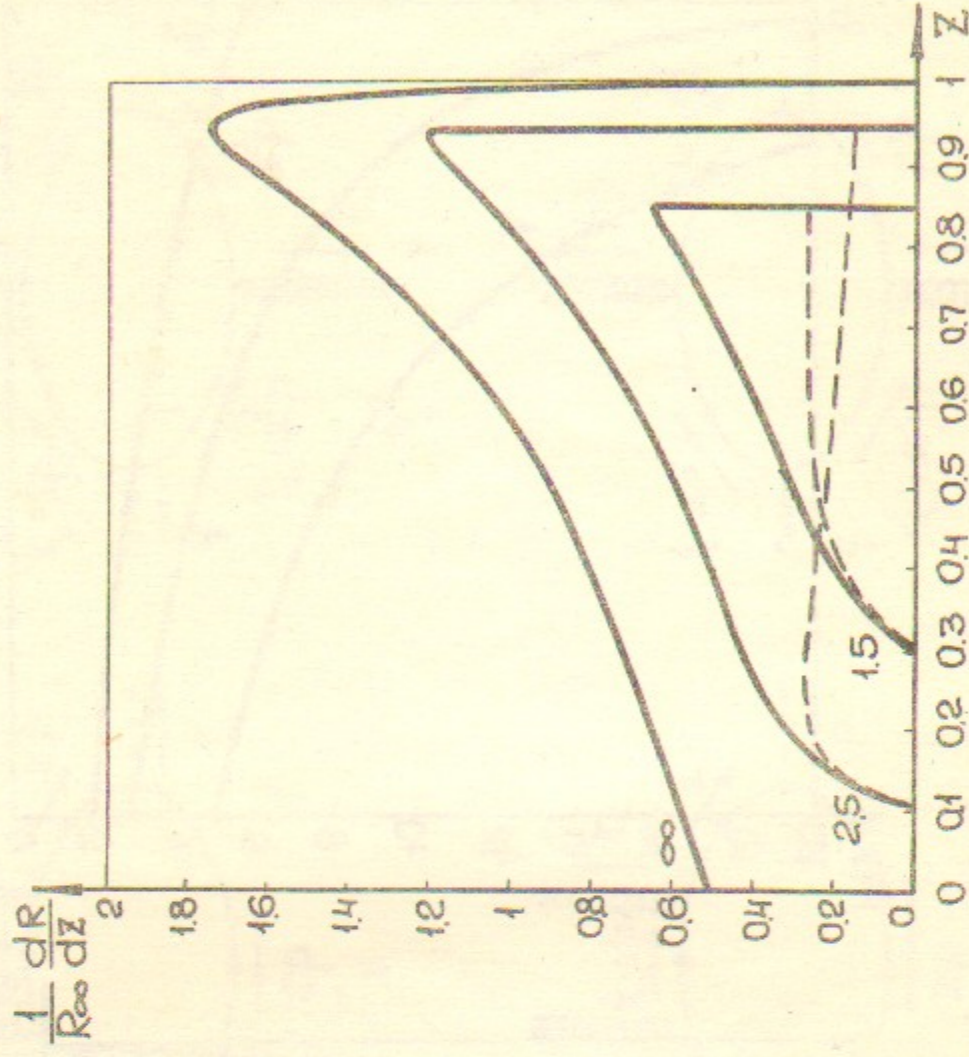


Рис. 78

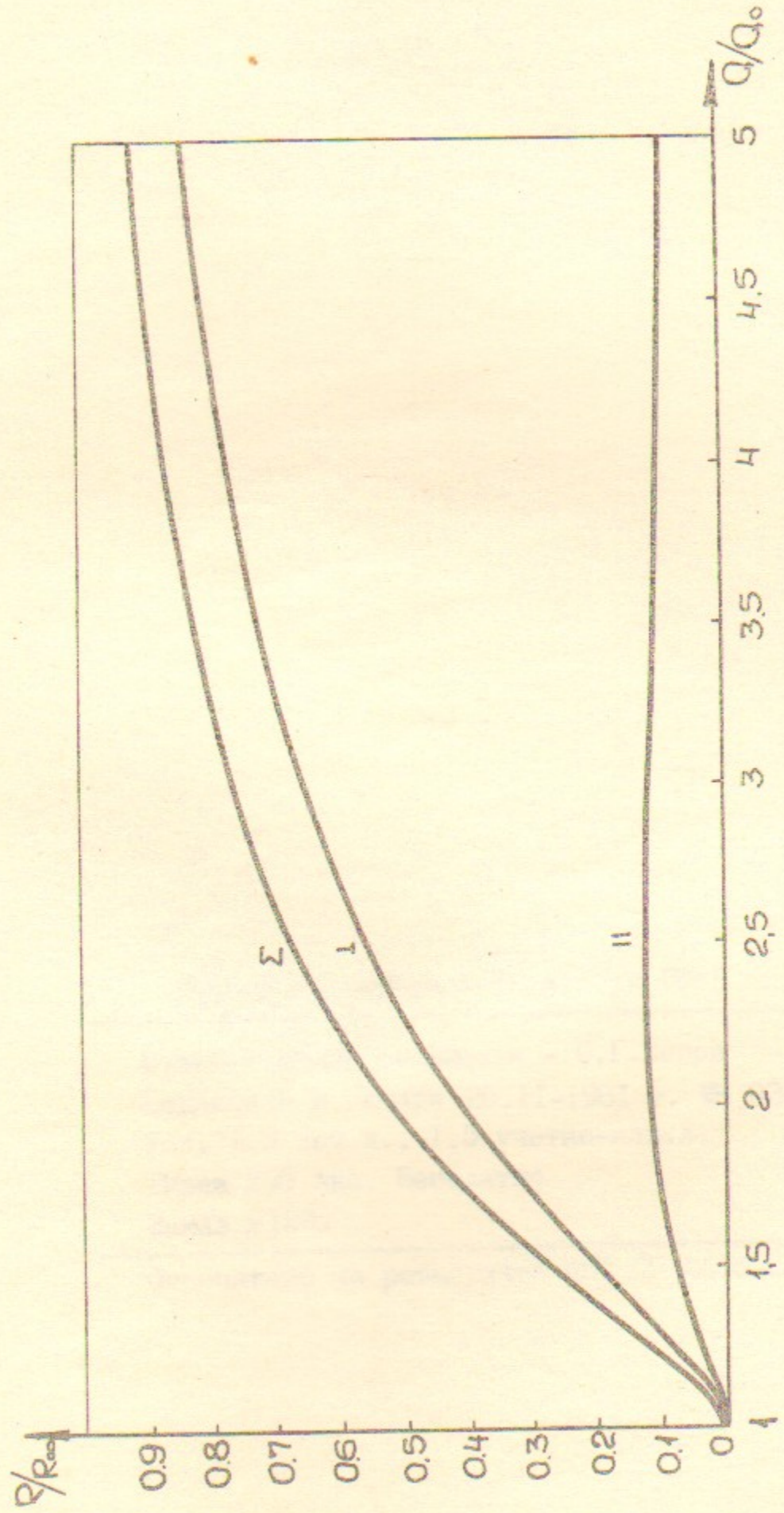


Рис. 7a